2 - Lösen von Rekurrenzgleichungen

1. Vereinfachen Sie, mit Hilfe der gewöhnlichen Rechenregeln für den Logarithmus und für das Potenzieren, den Ausdruck $2^{\log_4 n}$ so weit wie möglich.

2. Lösen Sie folgende Bildungsvorschrift mit Hilfe der Iterationsmethode:

$$T(1) = 1$$
$$T(n) = n + 3 \cdot T(\frac{n}{4}), \text{für } n = 4^k, k \in N$$

3. Der Algorithmus Mergesort, welcher zum Sortieren von Listen verwendet wird, arbeitet mit folgendem Zeitaufwand:

$$T(0) = 1$$
$$T(1) = 1$$
$$T(n) = 2 \cdot T(\frac{n}{2}) + \mathcal{O}(n)$$

   Lösen Sie diese Vorschrift mit Hilfe der Meistermethode auf.

4. Nehmen wir an, ein Algorithmus löst ein Problem der Größe n, indem er es rekursiv in höchstens $A \cdot \sqrt{n}$ Zeit auf zwei Probleme der gleichen Art der Größe jeweils $\frac{n}{4}$ zurückführt. Geben Sie die Laufzeit $T(n)$ explizit an.

5. Für die Berechnung der Fibonacci Zahlen lässt sich für die Rechenzeit folgende rekursive Vorschrift aufstellen:

$$T(0) = 1$$
$$T(1) = 1$$
$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + 1$$

   Geben Sie unter Verwendung der $\mathcal{O}$-Notation einen rekursionfreien Ausdruck für $T(n)$ an.