1 - Asymptotische Aufwandsordnungen

1. Sortieren Sie für jede Gruppe die Funktionen aufsteigend nach ihrer asymptotischen Aufwandsordnung (Θ)

(a)

$$f_1(n) = n^{0.999999} \log n$$

$$f_2(n) = 10000000n$$

$$f_3(n) = 1.000001^n$$

$$f_4(n) = n^2$$

(b)
$$f_1(n) = 2^{2^{1000000}}$$

$$f_2(n) = 2^{1000000n}$$

$$f_3(n) = \binom{n}{2}$$

$$f_4(n) = n\sqrt{n}$$

(c)
$$f_1(n) = n^{\sqrt{n}}$$

$$f_2(n) = 2^n$$

$$f_3(n) = n^{10} \cdot 2^{\frac{n}{2}}$$

$$f_4(n) = \sum_{i=1}^n (i+1)$$

2. Bestimmen Sie die Laufzeiten folgender Algorithmen:

```
(a) def foo(arr):
    sum = 0
    product = 1
    for elm in arr:
        sum += elm
    for elm in arr:
        product *= elm
    return sum, product
```

```
(b)
              def print_pairs (arr):
                 for i in range(len(arr)):
                   for j in range(len(arr)):
                      print(str(arr[i] + ', ' + str(arr[j]))
(c)
              def print_pairs (arr1, arr2):
                 for i in range(len(arr1)):
                   for j in range(len(arr2)):
                      print(str(arr1[i] + ', ' + str(arr2[j]))
(d)
              def print_hello_world(n):
                 for i in range(n):
                   for j in range (100000):
                      print('Hello_World_' + str(n))
(e)
              def reverse(arr):
                 for i in range(int(len(arr) / 2)):
                    \operatorname{arr}[i], \operatorname{arr}[\operatorname{len}(\operatorname{arr}) - 1 - i] =
                      \operatorname{arr}\left[\operatorname{len}\left(\operatorname{arr}\right)-1-\mathrm{i}\right],\ \operatorname{arr}\left[\mathrm{i}\right]
                 return arr
(f)
              def factorial(n):
                 if n == 0:
                   return 1
                 return n * factorial(n - 1)
(g)
              def print_powers_of_2(n):
                 number = 1
                 while number \leq n:
                   print(number)
                   number *= 2
(h)
              \mathbf{def} print_powers_of_k(n, k):
                 number = 1
                 while number \leq n:
                   print(number)
                   number *= k
```

3. (a) Ein Folge von n ganzen Zahlen $p(1), p(2), \ldots, p(n)$ ist gegeben. Jedes Element der Folge ist verschieden und erfüllt $1 \le p(x) \le n$. Schreiben Sie einen Algorithmus, der für jedes x mit $1 \le x \le n$ eine ganze Zahl y findet, so dass p(p(y)) = x.

- (b) Bestimmen Sie die Zeitkomplexität Ihres Algorithmus aus Aufgabe a in Abhängigkeit von der Anzahl n der Elemente der Folge.
- (c) Falls der Algorithmus nicht in $\mathcal{O}(n)$ läuft, finden Sie einen Algorithmus, der dies in $\mathcal{O}(n)$ tut.

4. Car Parking - Google Interview Aufgabe

(a) Entwickeln Sie einen Algorithmus, der folgendes Problem löst:



Rearrange an array using swap with 0.

You have two arrays src, tgt, containing two permutations of the numbers 0..n-1. You would like to rearrange src so that it equals tgt. The only allowed operations is "swap a number with 0", e.g. $\{1,0,2,3\} \rightarrow \{1,3,2,0\}$ ("swap 3 with 0"). Write a program that prints to stdout the list of required operations.

Practical application:

Imagine you have a parking place with n slots and n-1 cars numbered from 1..n-1. The free slot is represented by 0 in the problem. If you want to rearrange the cars, you can only move one car at a time into the empty slot, which is equivalent to "swap a number with 0".

Example: src={1,0,2,3}; tgt={0,2,3,1};

(b) Führen Sie eine Effizienzanalyse für Ihren Algorithmus durch.