Московский государственный университет
имени М. В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики

Отчет по заданию №6

«Сборка многомодульных программ. Вычисление корней уравнений и определенных интегралов.»

Вариант 5 / 1 / 3

Выполнил:
студент 101 группы
Ядерцов Д. А.

Преподаватель:
Кузьменкова Е. А.

Москва
2020

Содержание

Постановка задачи

Цель задания рализовать численный метод, позволяющий посчитать площадь плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми. Для решения задача использовались следующие методы:

- Метод деления отрезков пополам - для нахождения точек пересечения кривых(изначальные границы отрезка вычисляются аналитически)
- Метод Симпсона или метод парабол - для нахождения определенного интеграла фукнции на отрезке

Математическое обоснование

Рисунки всех функций можно увидеть на (рис. 1), первая и вторая функция определены на всём множестве вещественных чисел, а третья функция имеет асимптоту $x = -2$, следовательно, надо искать точки пересечения на отрезке $(-\infty, -2)$ или на отрезке $(-2, \infty)$, на отрезке $(-\infty, -\frac{1}{3})$ вторая функция отрицательная, а первая функция положительная на всем множестве вещественных чисел, следовательно, точки пересечения надо искать на отрезке $(-2, \infty)$, на отрезке $(6, \infty)$ первая функция возрастает быстрее, чем вторая, следовательно, на отрезке $(6, \infty)$ не будет найдено пересечение или будет найдено повтороное пересечение, которое нам не нужно. В итоге, приблизительный отрезок для поиска пересечения $(-2, 6)$. В программе граница -2, которую нельзя включать, была чуть изменена на -1.9, это можно сделать, так как пересечение находится правее этого значение. Проверим отрезок $(-1.9, 6)$ $f_1(x) = 0.35x^2 - 0.95x + 2.7, f_1'(x) = 0.7x - 0.95, f_2(x) = 3x + 1, f_2'(x) = 3, f_3(x) = \frac{1}{2+x}, f_3'(x) = -\frac{1}{(x+2)^2} 1) F_1(x) = f_1(x) - f_2(x), F_1(-1.9) = f_1(-1.9) - f_2(-1.9) = 10.4684, F_1(6) = f_1(6) - f_2(6) = -9.4$ $2) F_2(x) = f_2(x) - f_3(x), F_2(-1.9) = f_2(-1.9) - f_3(-1.9) = -14.6, F_2(6) = f_2(6) - f_3(6) = 18.875$ $3) F_3(x) = f_3(x) - f_1(x), F_3(-1.9) = f_3(-1.9) - f_1(-1.9) = 4.2314, F_3(6) = f_3(6) - f_1(6) = -9.474$ Найдем отрезок на которов функции вида $F(X)$ знакпомостоянные. $1) F_1'(x) = 0.7x - 3.95 F_1'(x) < 0$ на отрезке $(-\infty, 5.643)$, $2) F_2'(x) = 3 + \frac{1}{(x+2)^2}$ на отрезке $(-1.9, 6)$ она знакопостоянна, $3) F_3'(x) = -0.7x + 0.95 - \frac{1}{(x+2)^2}$ знакопостоянна на отрезках $(-2, -1.261)$ и $(1.219, 6)$, но так как на отрезке $(1.219, 6)$ $f_3(x) = \frac{1}{x+2} < 1$, а $f_1(x) = 0.35x^2 - 0.95x + 2.7 > 2.055$, то этот отрезок не подходит для поиска точки пересечения. Отрезки для поиска точек пересечения такие: для первой и второй функции($0.35x^2 - 0.95x + 2.7$ и $3x+1$) - $(-1.9, 5.643)$, для первой и третьей функции($0.35x^2 - 0.95x + 2.7$ и $\frac{1}{2+x}$) - $(-1.9, -1.261)$, для второй и третьей функции($3x+1$ и $\frac{1}{2+x}$) - $(-1.9, 6)$. $\varepsilon_1 = \frac{0.001}{2*3}$, так как функция $root$ возвращает точку с погрешностью $\frac{\varepsilon_1}{2}$, но когда мы начинаем вычислять функции и интегралы, то получаем погрешность ± 0.001. А $\varepsilon_2 = \frac{0.0001}{3}$, так как погрешность метода равна $\varepsilon_2 * 15$(По правилу Рунге)но когда мы начинаем складывать и вычитать, то получаем погрешность ± 0.001. Интегралы сходятся из-за большого деления отрезка интегрирования [2], а точность методов упоминается в [1].

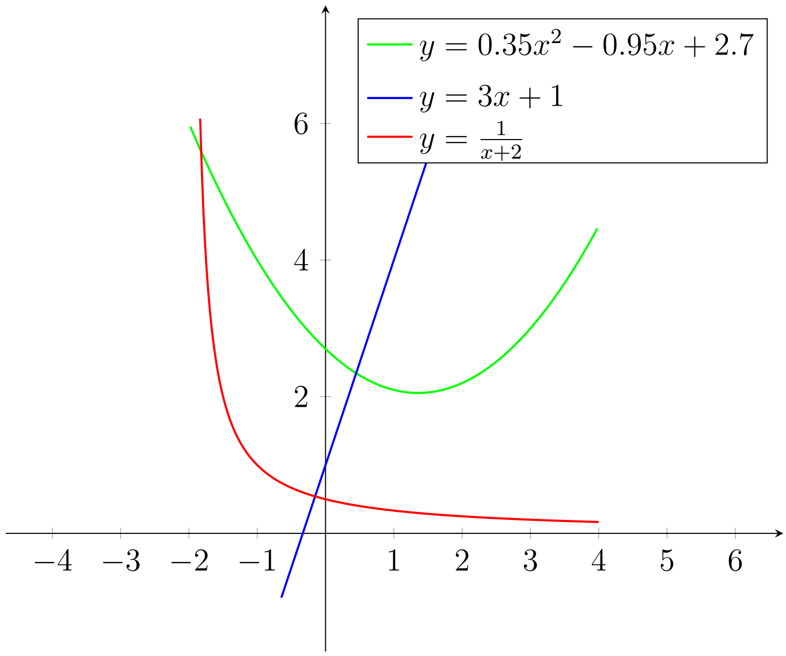


Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Результаты экспериментов

Координаты точек пересечения (таблица 1).

Кривые	x	y
1 и 2	0.448	2.345
2 и 3	-0.153	0.541
1 и 3	-1.821	5.590

Таблица 1: Координаты точек пересечения

Площадь плоской фигугры, ограниченной тремя кривыми, равна 5.1202. На рисунке изображены графики и сама фигура(рис. 2).

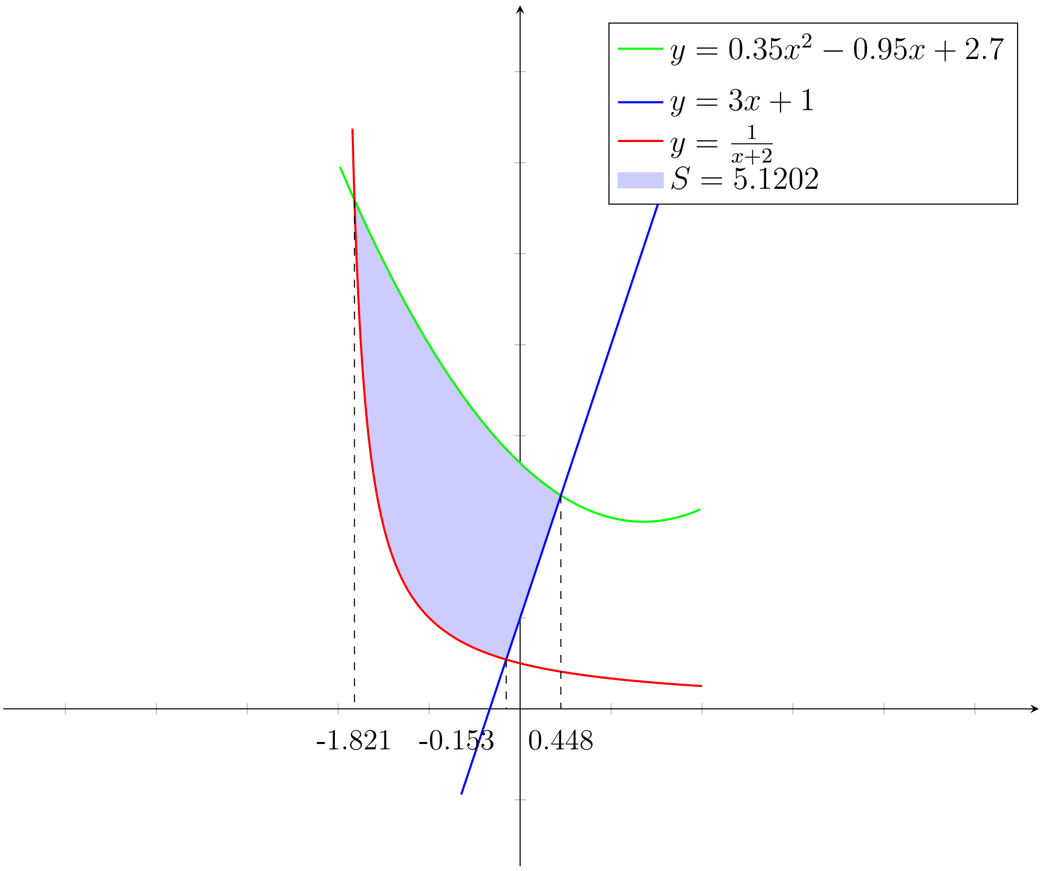


Рис. 2: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Структура программы и спецификация функций

Для решения задачи было использованно несколько модулей:

- File.asm - модуль хранящий в себе функции, написанных на NASM'e
- functions.h - модуль хранящий в себе прототипы функций и тестовые фукнции.
- Commands.h - модуль хранящий в себе функцию обработки параметров запуска
- main.c - основная программа

Функции в File.asm:

- double f1(double) - первая функция $0.35x^2 - 0.95x + 2.7$
- double f2(double) - вторая функция $3x + 1$
- double f3(double) - третья функция $\frac{1}{x+2}$

Функции в function.h:

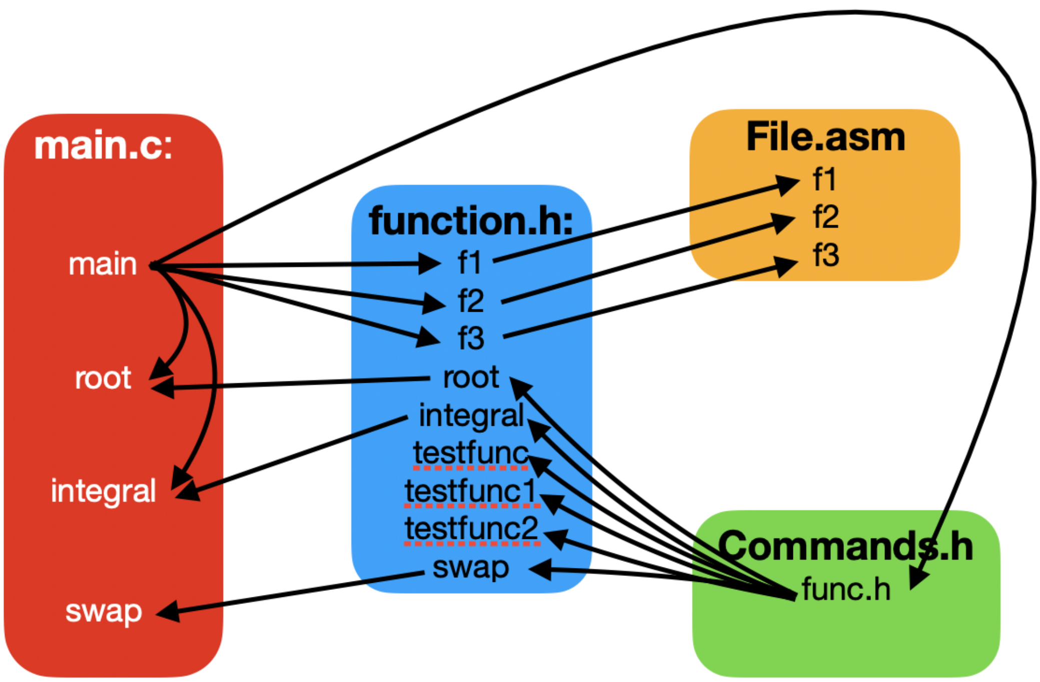
- double testfunc(double) - тестовая функция для тестирования функции *integral*
- double testfunc1(double) - первая тестовая функция для тестирования функции *root*
- double testfunc2(double) - вторая тестовая функция для тестирования функции *root*

Функции в Commands.h:

- void func(int command, int size, double a[], int b[]) - функция обработчик параметров запуска(command - номер команды из списка команд, size - число функций, a - массив для передачи вещественных чисел, b - массив для передачи целых чисел)

Функции в main.c:

- void swap(double*, double*) - менят местами два вещественных числа
- double root(double (*)(double), double (*)(double), double l, double r, double ε) - вычисляет точку пересечения двух функций на отрезке (l, r) с точностью $\frac{\varepsilon}{2}$
- double integral(double (*)(double), double l, double r, double ε) - вычисляет определенный интеграл функции на отрезке (l, r) с точность 15ε
- int main(int, char**) - основаная функция вычисляет ответ на задачу и обращается к функции обработчику



Сборка программы (Make-файл)

Makefile:

```
all: main.o File.o
	gcc -m32 File.o main.o -o main

main.o: main.c
	gcc -c -m32 main.c

File.o: File.asm
	nasm -f elf File.asm

clean:
	rm -rf *.o main
```

Для компиляции требуются main.o и File.o - object файлы основной программы и функций, написанных на NASM'е. main.c зависит от: Commnds.h. Commands.h зависит от functions.h.

Отладка программы, тестирование функций

Для тестирования функций *root* и *integral* нужно запустить программу с флагами $-testr$ и $-testi$, после чего для каждой функции тестирования вам надо будет ввести границы отрезка на котором будет скаться определенный интеграл или точка пересечения графиков. Значения функций на этом отрезке должны быть ограничены, чтобы можно было корректно подсчитать и функции должны иметь лишь одну точку пересечения на этом отрезке. Для тестирования функции *integral* используется фукнция $y = x^4 - 4x - testfunc(functions.h)$. Для тестирования функции *root* использовались пары функций

- $y = |x|$ и $y = \frac{1}{x}$
- $y = -x^2$ и $y = 4x - 1$

```
$./main -testi -testi -testi
TESTING INTEGRAL
0 1
-1.750
TESTING INTEGRAL
1 5
108.000
TESTING INTEGRAL
3 4
29.750
$ ./main -testr
TESTING ROOT:
0 10
1.000
FUNCTIONS:
y = |x|
y = 1/x
Iteration: 14
$ ./main -testr -testr
TESTING ROOT:
-10 0
-4.236
FUNCTIONS:
y = -x^2
y = 4x-1
Iteration: 14
TESTING ROOT:
0 10
0.236
FUNCTIONS:
y = -x^2
y = 4x-1
Iteration: 14
```

Тестирование интеграла производилось на 3 отрезках: $(0, 1)$ $(1, 5)$ $(3, 4)$. Все ответы верны и проверенны с использованием Wolframalpha.com.

Программа на Си и на Ассемблере

Все используемые файлы содержатся в архиве.

Список литературы

[1] Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Т. 1 — Москва: Наука, 1985.

[2] Костомаров Д. П. Фаворский А. П. Вводные лекции по численным методам.