

Trabajo Autónomo

Nombre: Jannys Alexander Peña Carrera

Fecha: 16/07/2023

Curso: 4^{to} ciclo "A"

• Ecuaciones diferenciales

• Consultar 2 ejemplos de aplicaciones diferenciales de segundo orden o superior.

- Ejemplo 1: Magnitud de desplazamiento

Una fuerza de 400 N estira un resorte 2 m. Una masa de 50 kg se sujeta al extremo del resorte y se la suelta desde la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia arriba de 10 m/s. Halle la ecuación del movimiento.

Datos

$$F = 400 \text{ N} = 2 \text{ m} \Rightarrow 50 \text{ kg} = 10 \text{ m/s}$$

$$400/2 = k$$

$$k = 200$$

$$\omega^2 = 4 \quad \omega = 2$$

$$\frac{dx}{dt} \Big|_{t=0} = -10$$

- Ecuación del movimiento: $50 x'' + 200 x = 0$

$$x'' + 4x = 0$$

$$x(t) = c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t$$

$$x(1) = c_1 \cos \frac{1}{2} + c_2 \sin 2t$$

$$c_1 = 2$$

$$x'(t) = [-10 = -2 \sin 2t + c_2 \cos 2t]$$

$$x'(0) = [-10 = 2c_2]$$

$$c_2 = -5$$

$$x(t) = 2 \cos 2t - 5 \sin 2t //$$

Ejemplo 2: Vibraciones Amortiguadas

Una masa de 16 lb está unida a un resorte de 10 pies. Cuando la masa llega a descansar en la posición de equilibrio, el resorte mide 15 pies 4 in. El sistema se sumerge en un medio que impone una fuerza de amortiguación igual a 5 veces la velocidad instantánea de la masa. Encuentra la ecuación de movimiento si la masa es empujada hacia arriba desde la posición de equilibrio con una velocidad ascendente inicial de 5 pies/seg. ¿Cuál es la posición de la masa después de 10 seg? ¿Su velocidad?

$$\frac{16}{3} \text{ ft} \rightarrow \text{estiramiento del resorte} = \frac{1}{2}$$

$$m = \frac{1}{2} \rightarrow \text{masa}$$

$$\frac{5}{2} x' + 3x = 0$$

$$20x'' + 5x' + 6x = 0 \rightarrow \text{solución general}$$

$$x(t) = c_1 e^{-2t} + c_2 e^{-3t}$$

$$x(t) = -5e^{-2t} + 5e^{-3t}$$

luego de 10 s:

$$x(10) = -5e^{-20} + 5e^{-30} = -1,0303 \times 10^{-8} \approx 0$$

en la posición de equilibrio: $x'(t) = 10e^{-2t} - 15e^{-3t}$

la masa luego de 10 s es:

$$x'(10) = 10e^{-20} - 15e^{-30} = 2,961 \times 10^{-8} \approx 0$$

Dando como resultado que la masa apenas se mueve