Funciones algebraicas lineales

Vamos a empezar a programar funciones algebracias lineales en notebook

Librerías

In [ ]:
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

#Configurando Latex
# Configuración de Matplotlib para usar LaTeX
plt.rcParams.update({
    "text.usetex": True,
    "font.family": "serif",
    "font.serif": ["Computer Modern Roman"],
    "text.latex.preamble": r"\usepackage{amsmath}"
})
```

Funciones algebraicas

Función lineal

Tiene la forma de

$$f(x) = mx + b$$

donde m y $b \in R$.

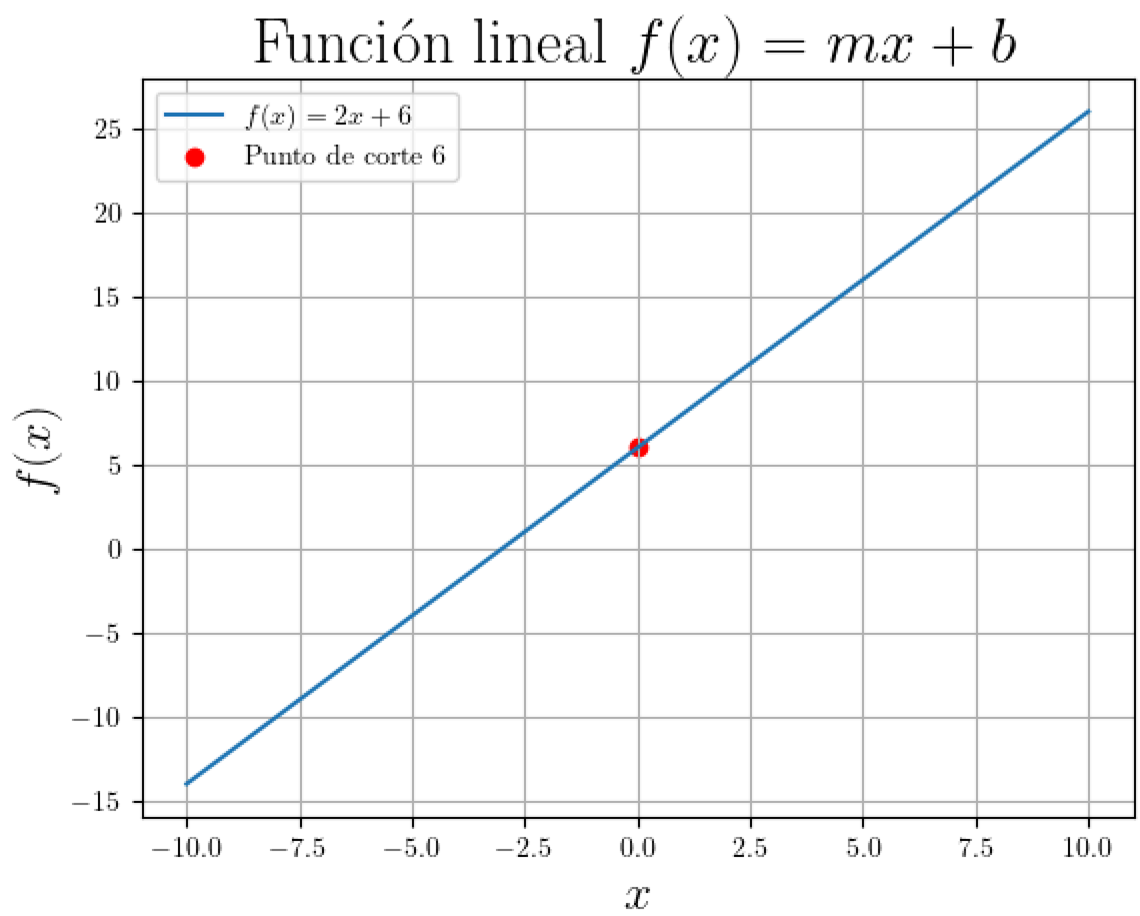
m puede ser calculada por:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

y b es el punto de corte con el eje y. Su dominio es $Dom_f = (-\infty, \infty)$. Su imagen es $Im_f = (-\infty, \infty)$

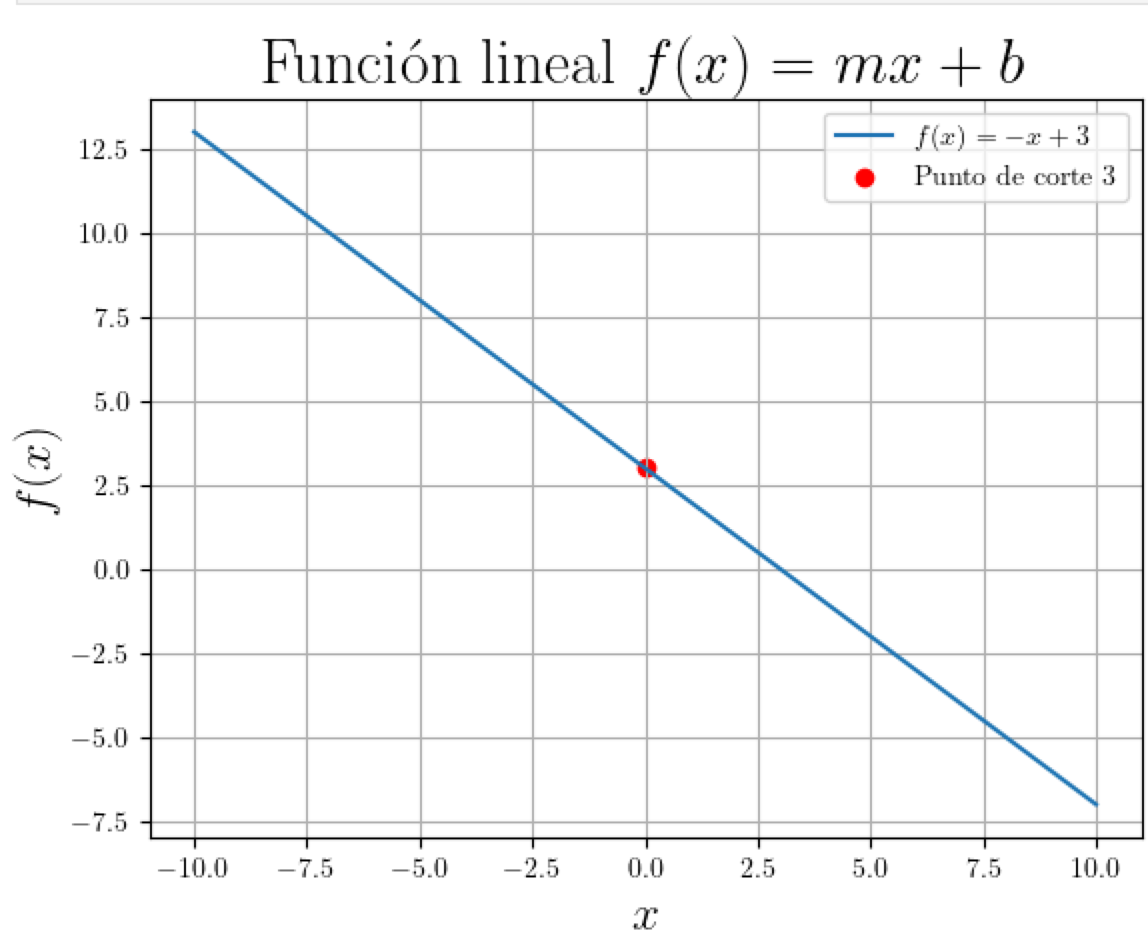
El único termino que va a variar es x entonces m y b van a ser constantes.
Recordemos que el $Dominio$ de una función como esta, no está limitado, pero en programas computacionales es imposible ponerlo infinito, así que lo acotaremos a un espacio de trabajo.

In [ ]:
```
#Definiendo variables y parámetros
N = 100
m = 2
b = 6

#Definiendo una función que calcula a f(x)
def f(x):
  return m*x+b

#Obteniendo valores de X e Y
#Aplicando la función a Y
x = np.linspace(-10,10, num=N)
y = f(x)
punto_corte=(0,f(0))

#Graficando
fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(x,y,label=r'$f(x) = 2x + 6$')
ax.scatter(*punto_corte, color='red',label = f'Punto de corte {f(0)}')
# * se usa para desempaquetar
# nuestros valores de manera individual
# punto de corte ya que es una tupla
plt.title(r'Función lineal $f(x) =mx + b $',fontsize=23)
plt.xlabel(r'$x$',fontsize=18)
plt.ylabel(r'$f(x)$',fontsize=18)
plt.grid()
plt.legend()
plt.show()
```



Está gráfica tiene una pendiente positiva o creciente porque $m = 2$, con un valor de $b = 6$.

In [ ]:
```
#Definiendo variables y parámetros
N = 100
m = -1
b = 3

#Definiendo una función que calcula a f(x)
def f(x):
  return m*x+b

#Obteniendo valores de X e Y
#Aplicando la función a Y
x = np.linspace(-10,10, num=N)
y = f(x)
punto_corte = (0,f(0))

#Graficando
fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(x,y,label=r'$f(x) = -x + 3$')
ax.scatter(*punto_corte, color='red',label = f'Punto de corte {f(0)}')
# * se usa para desempaquetar
# nuestros valores de manera individual
# punto de corte ya que es una tupla

plt.title(r'Función lineal $f(x) =mx + b $',fontsize=23)
plt.xlabel(r'$x$',fontsize=18)
plt.ylabel(r'$f(x)$',fontsize=18)
plt.grid()
plt.legend()
plt.show()
```

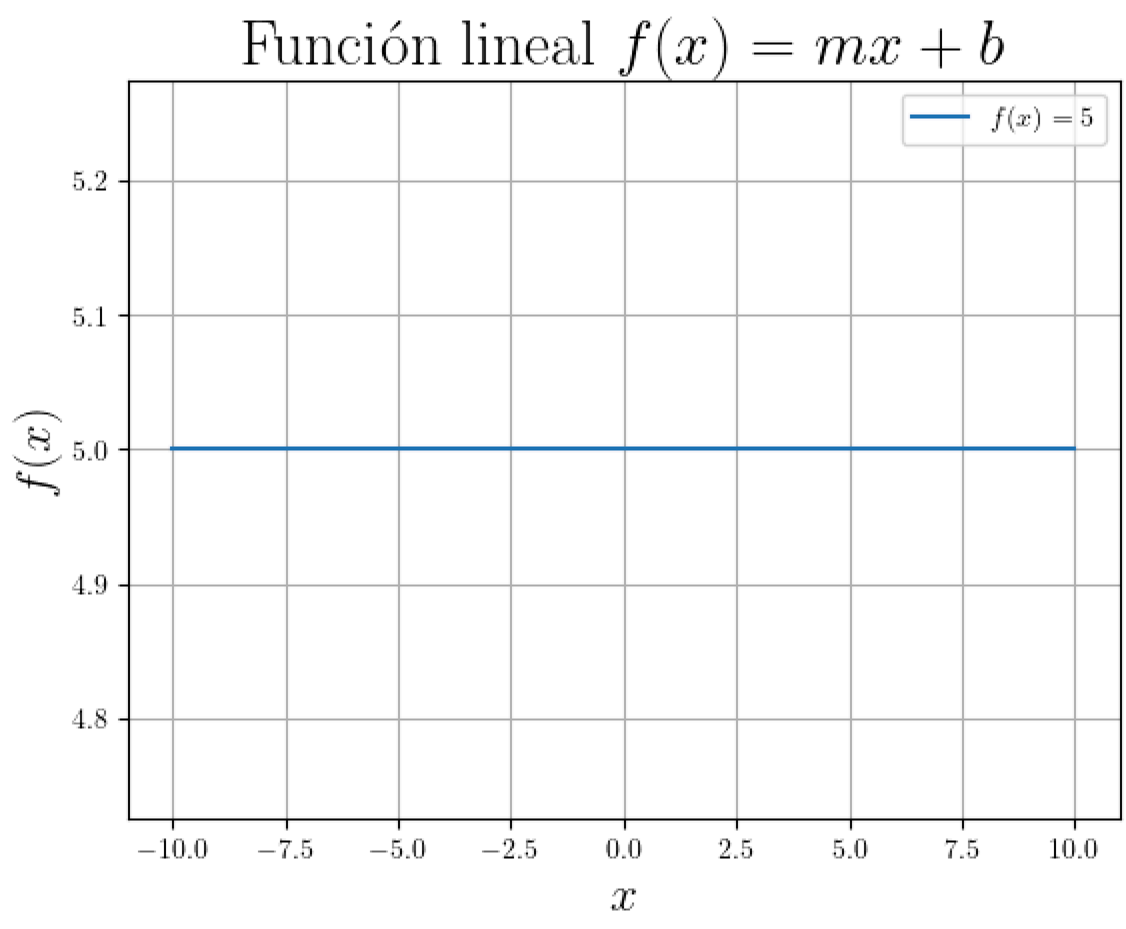


Esta función tiene un pendiente negativa o decreciente es decir $m = -1$ y con $b = 3$.

Caso particular con m=0

Cuando tenemos una función lineal con $m = 0$ significa que tendremos una constante, es decir $b = constante$

In [ ]:
```
#m=0
N = 100
m = 0
b = 5

#Definiendo una función que calcula a f(x)
def f(x):
  return m*x+b

#Obteniendo valores de X e Y
#Aplicando la función a Y
x = np.linspace(-10,10, num=N)
y = f(x)

#Graficando
fig, ax = plt.subplots()
ax.plot(x,y,label=r'$f(x) = 5$')

plt.title(r'Función lineal $f(x) = mx + b$',fontsize=23)
plt.xlabel(r'$x$',fontsize=18)
plt.ylabel(r'$f(x)$',fontsize=18)
plt.grid()
plt.legend()
plt.show()
```



Recordemos la función $f(x) = mx + b$. En esta gráfica anterior de la función no tenemos pendiente osea $m = 0$ entonces se vuelve un término constante por $b = 5$

Observaciones

Hay algo importante en este tipo de gráfica $f(x) = mx + b$.
El término b se le llama $bias$ y es el punto de corte de la recta donde $x = 0$ adquiere el valor de b

Funciones polinómicas

Tiene la forma de

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_1$$

a una función que tiene esta forma se le llama polinomio de grado n. A los elementos a los llamaremos coeficientes donde $a \in R$.

Por ejemplo:

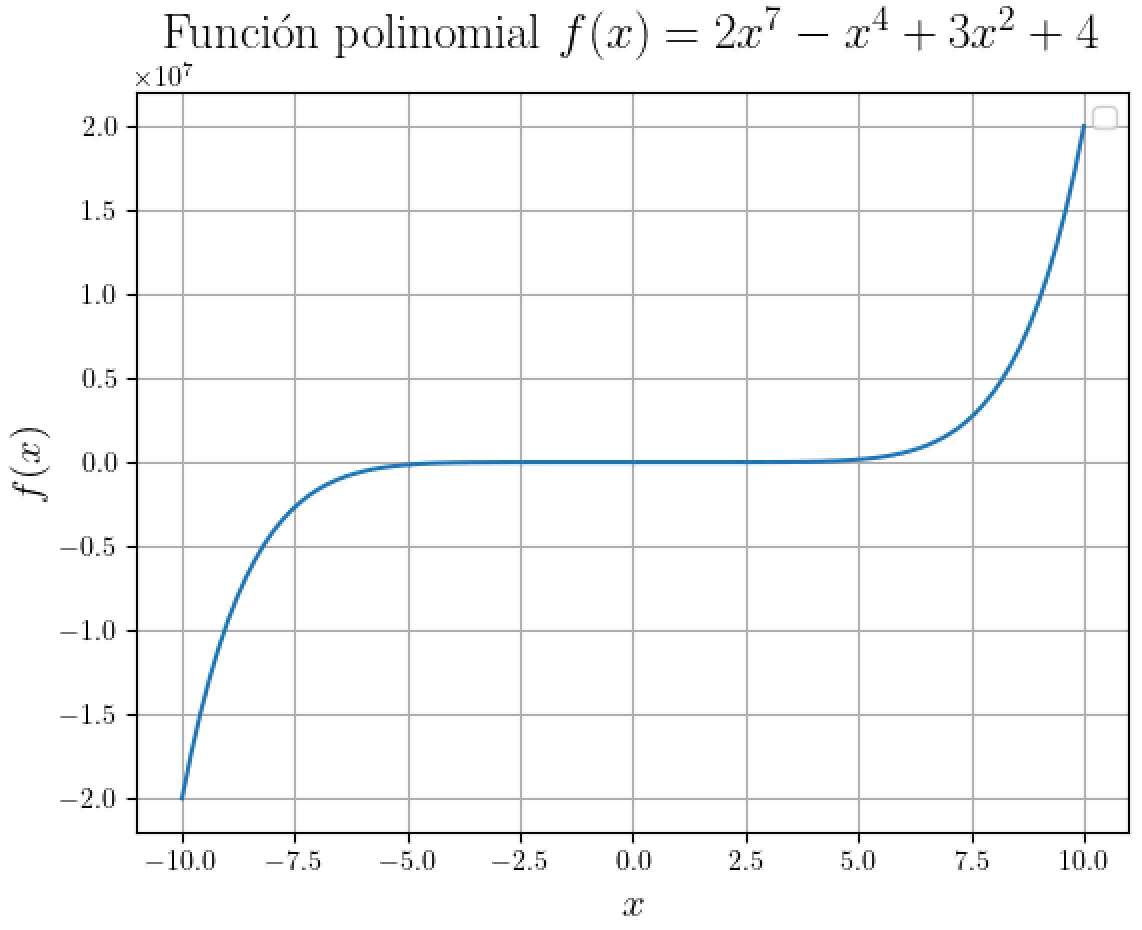
$$P(x) = 2x^7 - x^4 + 3x^2 + 4$$

que es un polinomio de grado 7.

In [ ]:
```
#Funcion polinomica
def f(x):
```

```
  pol = (2*(x**7)-(x**4)+3*(x**2)+4)
  return pol

y = f(x)

plt.plot(x,y)
plt.grid()
plt.title(r'Función polinomial $f(x) = 2x^7-x^4+3x^2+4$',fontsize=18)
plt.xlabel(r'$x$',fontsize=15)
plt.ylabel(r'$f(x)$',fontsize=15)
plt.legend()
plt.show()
```

```
No artists with labels found to put in legend.  Note that artists whose label start with an underscore are ignored wh
en legend() is called with no argument.
```



Funciones potencia

Hay unas funciones que son un caso particular de las funciones polinómicas que son las funciones potencia, las cuales tienen la forma:

$$f(x) = x^a, a \in R$$

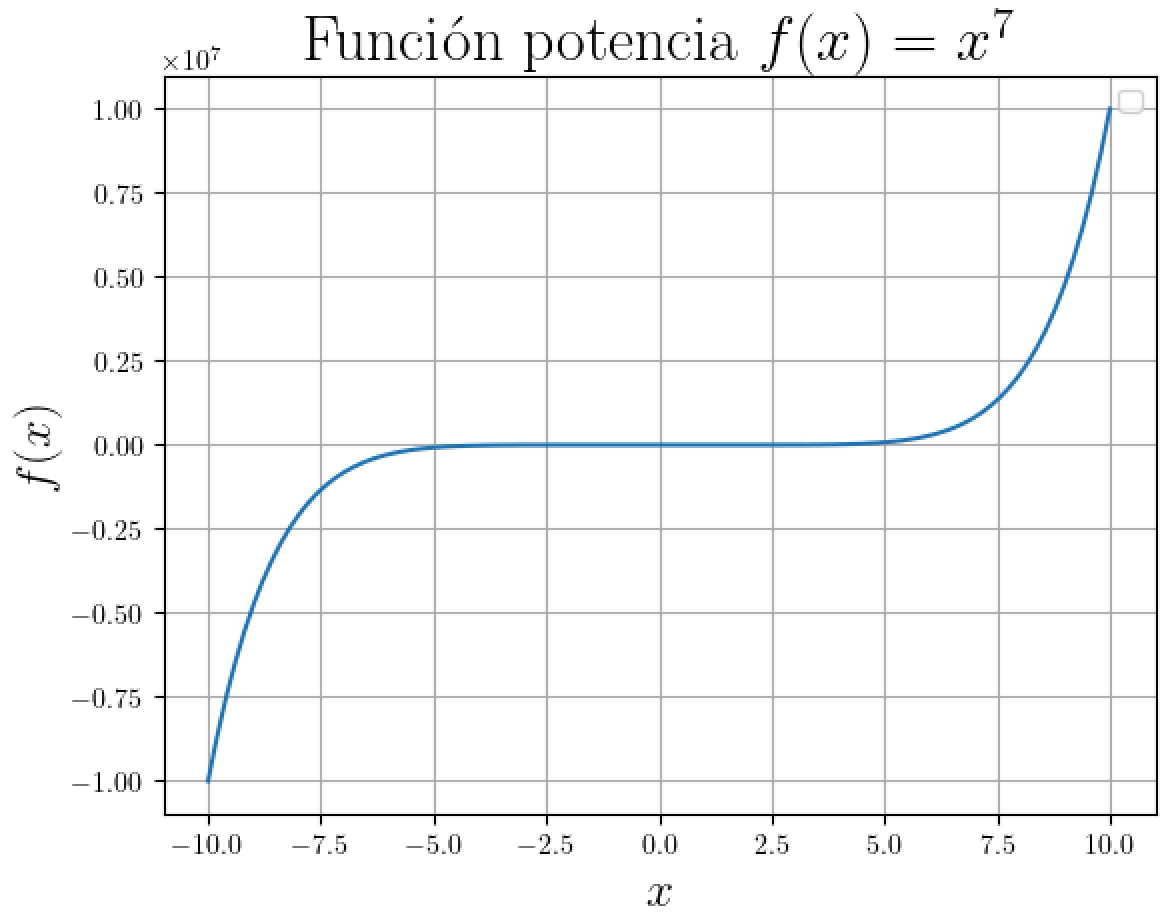
Por ejemplo:

$$f(x) = x^2$$

El dominio de $f(x) = x^2$ es $Dom_f = (-\infty, \infty)$. Su imagen es $Im_f = [0, \infty)$

In [ ]:
```
#Funcion potencia
def f(x):
  return x**7

y = f(x)

plt.plot(x,y)
plt.grid()
plt.title(r'Función potencia $f(x) = x^7$',fontsize=23)
plt.xlabel(r'$x$',fontsize=18)
plt.ylabel(r'$f(x)$',fontsize=18)
plt.legend()
plt.show()
```

```
No artists with labels found to put in legend.  Note that artists whose label start with an underscore are ignored wh
en legend() is called with no argument.
```



Funciones trascendentes

Son funciones que no pueden ser expresadas con polinomios.

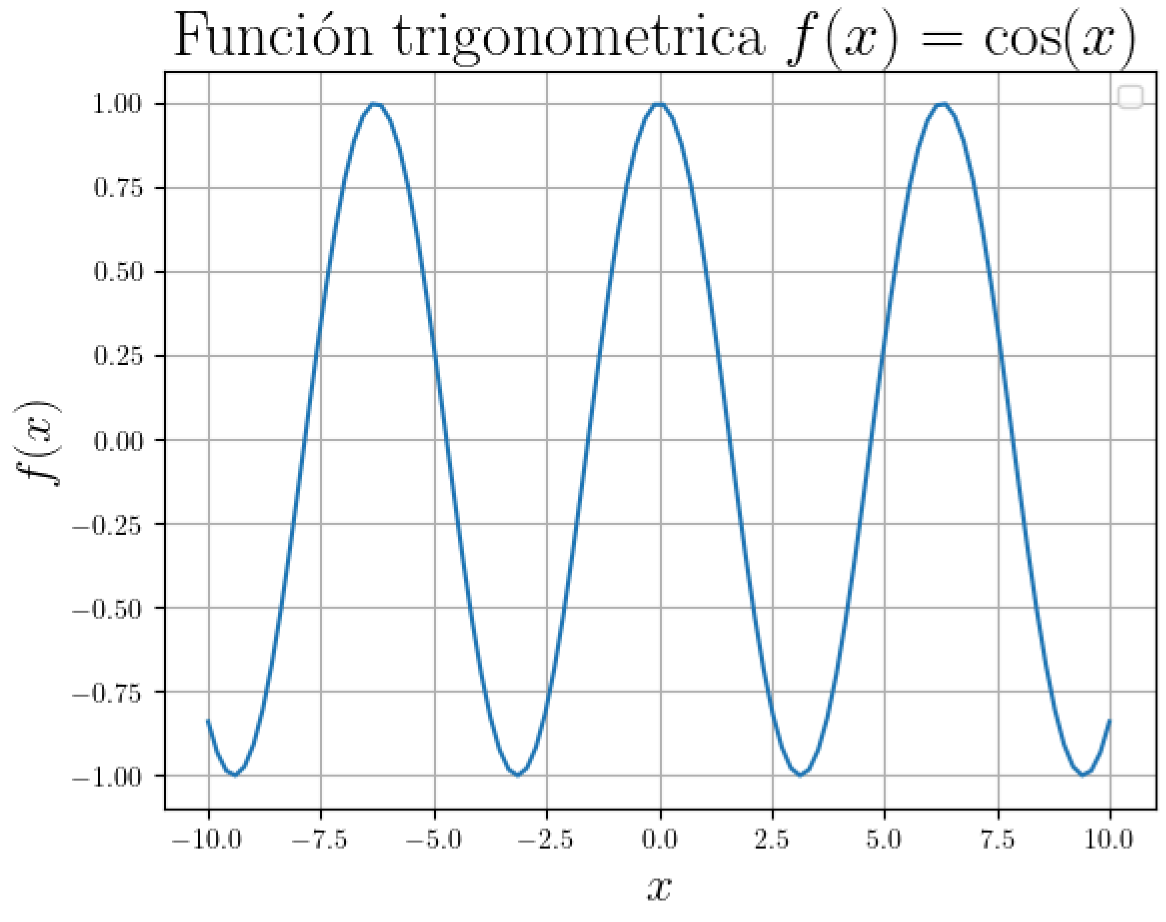
Funciones trigonométricas

Son funciones que se relacionan con la geometría.

- Seno = $\sin(x) = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$
- Coseno = $\cos(x) = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$

In [ ]:
```python
#Función trigonometrica
def f(x):
  return np.cos(x)

y = f(x)

plt.plot(x,y)
plt.grid()
plt.title(r'Función trigonometrica $f(x) = \cos(x)$',fontsize=23)
plt.xlabel(r'$x$',fontsize=18)
plt.ylabel(r'$f(x)$',fontsize=18)
plt.legend()
plt.show()
```

```
No artists with labels found to put in legend.  Note that artists whose label start with an underscore are ignored wh
en legend() is called with no argument.
```



Función exponencial

Tienen la forma de

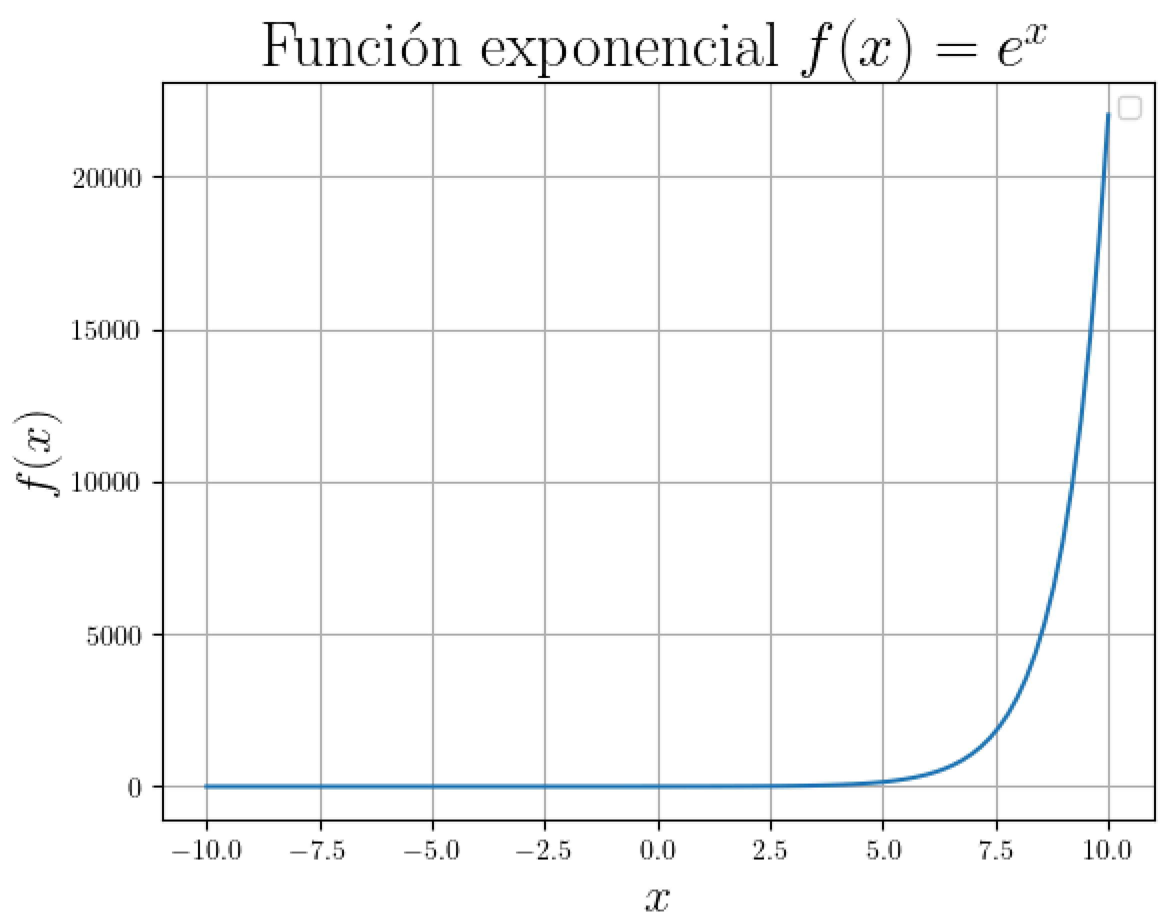
$$f(x) = a^x$$

donde la base a es una constante positiva. Un gran ejemplo de una función exponencial es usando la base como el número de euler:

$$f(x) = e^x$$

In [ ]:
```
#Función exponencial
def f(x):
  return np.exp(x)

y=f(x)

plt.plot(x,y)
plt.grid()
plt.title(r'Función exponencial $f(x) = e^x$',fontsize=23)
plt.xlabel(r'$x$',fontsize=18)
plt.ylabel(r'$f(x)$',fontsize=18)
plt.legend()
plt.show()
```

```
No artists with labels found to put in legend.  Note that artists whose label start with an underscore are ignored wh
en legend() is called with no argument.
```



Función logaritmo

El logaritmo está definido por la **relación**:

$$log_b(x) = n \Longleftrightarrow x = b^n$$

donde:

- b es la base.
- n es el exponente al que está elevado la base.
- x es el resultado de elevar la base b al exponente n

Ejemplo:

Teniendo b=2 y n=8, entonces:

$$2^8 = 256$$

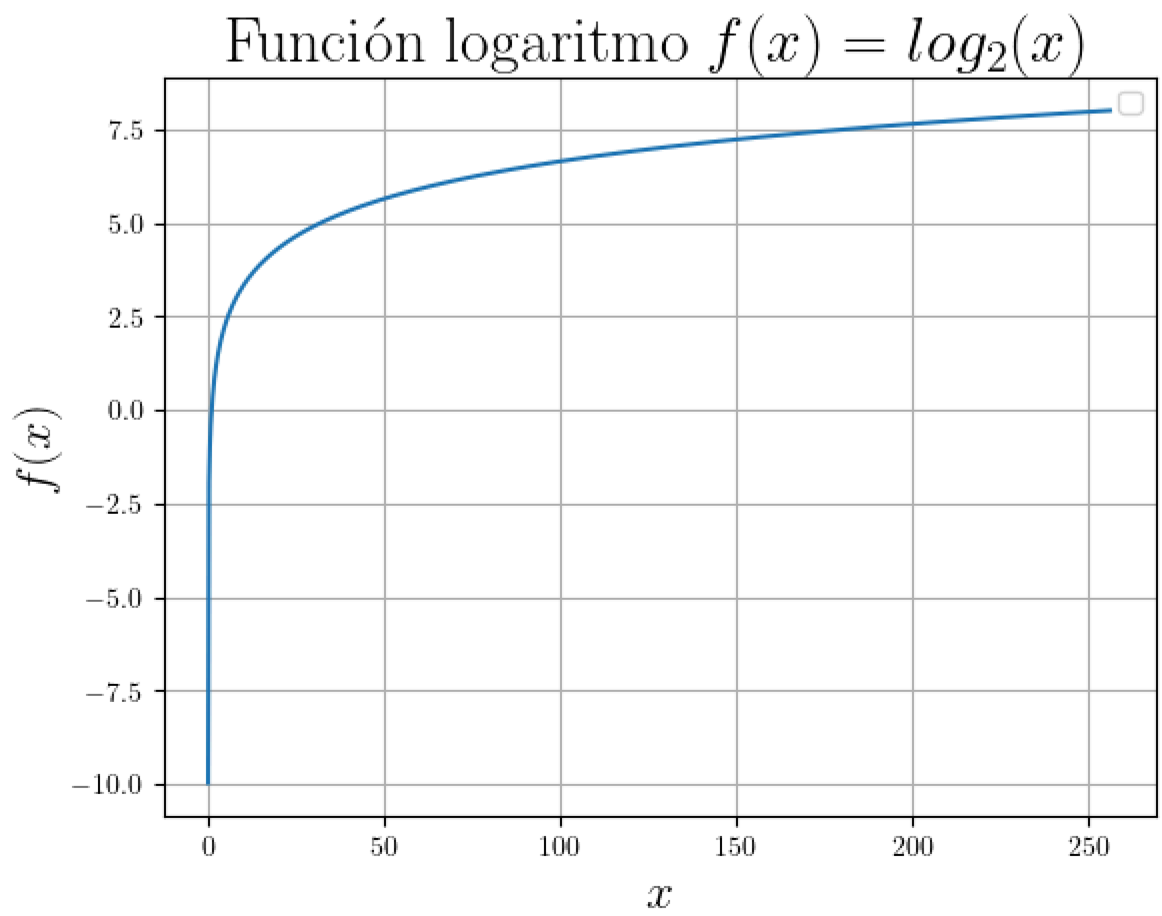
Por lo que $x = 256$. Calculando el logaritmo base 2 de x es:

$$log_2(256) = 8$$

In [ ]:
```
#Función logaritmo
def f(x):
  return np.log2(x)

x = np.linspace(0.001,256, num=1000)

plt.plot(x,f(x))
```

```
plt.grid()
plt.title(r'Función logaritmo $f(x) = log_2(x)$',fontsize=23)
plt.xlabel(r'$x$',fontsize=18)
plt.ylabel(r'$f(x)$',fontsize=18)
plt.legend()
plt.show()
```

```
No artists with labels found to put in legend.  Note that artists whose label start with an underscore are ignored wh
en legend() is called with no argument.
```



Función seccionada

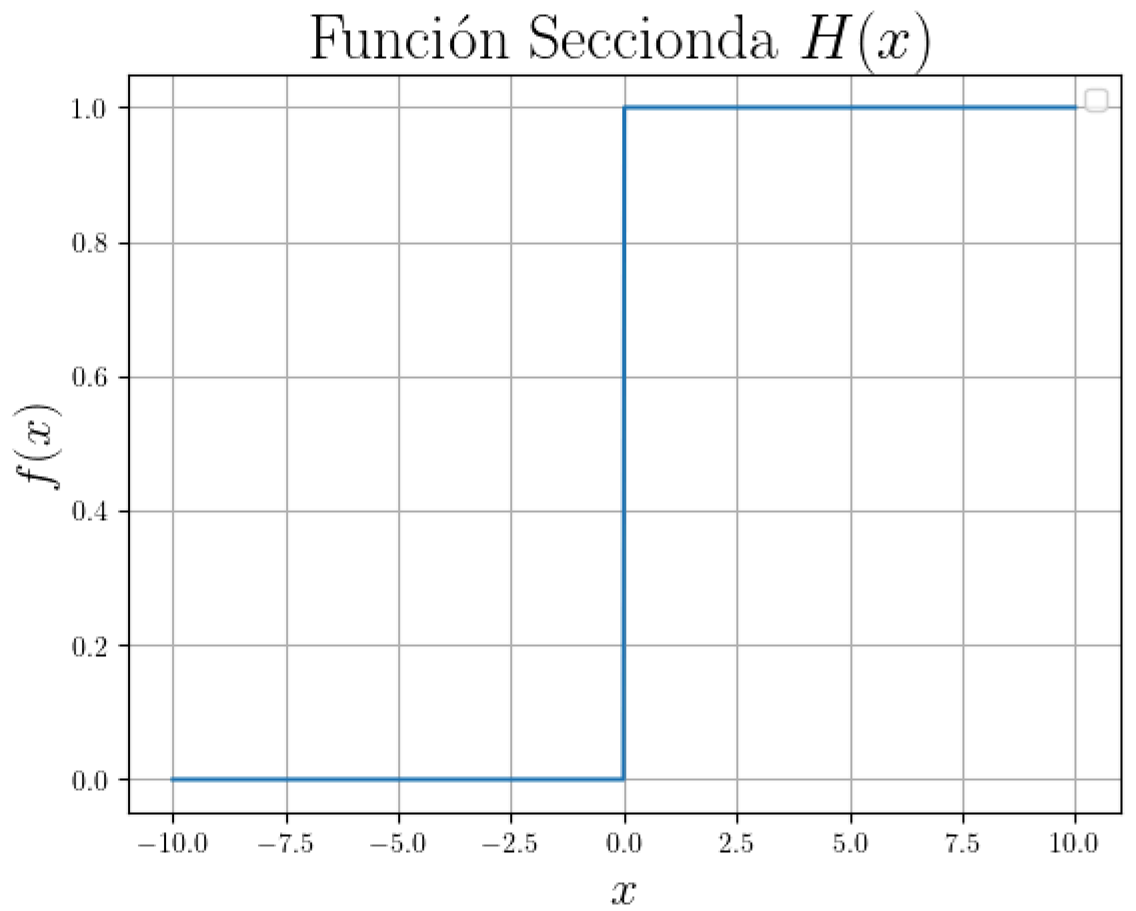
Son funciones que tienen diferentes valores definidos por un intervalo. Por ejemplo la función escalón de Heaviside:

$$H(x) = \begin{cases} 0, & \text{para, } x < 0 \\ 1, & \text{para. } x \geq 0 \end{cases}$$

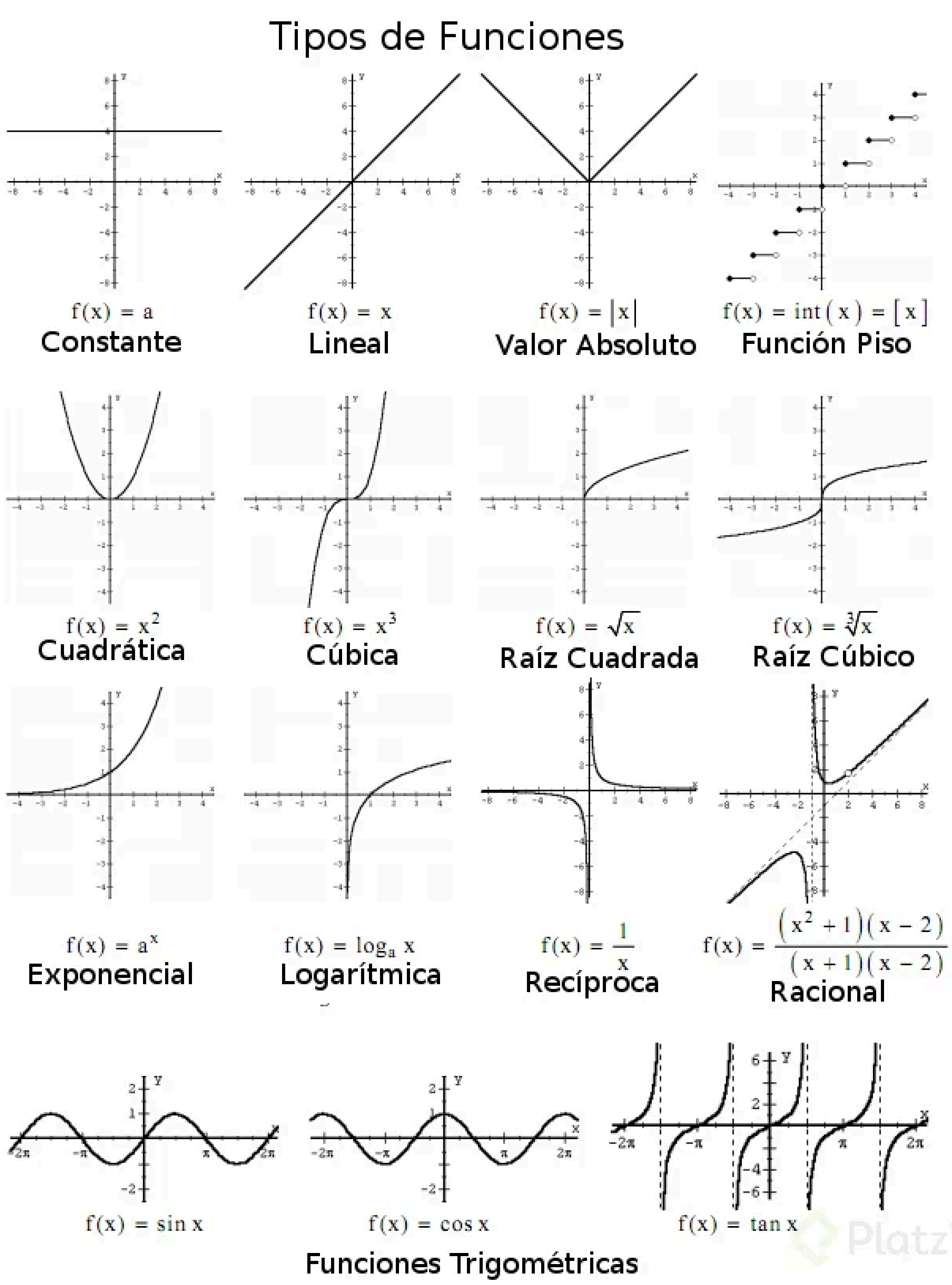
In [ ]:

```
def H(x):
  Y = np.zeros(len(x))
  for idx,x in enumerate(x):
    if x>=0:
      Y[idx]=1
  return Y


N=1000
x = np.linspace(-10,10, num=N)
y = H(x)

plt.plot(x,y)
plt.grid()
plt.title(r'Función Seccionda $H(x)$',fontsize=23)
plt.xlabel(r'$x$',fontsize=18)
plt.ylabel(r'$f(x)$',fontsize=18)
plt.legend()
plt.show()
```

```
No artists with labels found to put in legend.  Note that artists whose label start with an underscore are ignored wh
en legend() is called with no argument.
```


Función Seccionda $H(x)$
$f(x)$
x
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−10.0
−7.5
−5.0
−2.5
0.0
2.5
5.0
7.5
10.0

Extra


Tipos de Funciones
$f(x) = a$
Constante
$f(x) = x$
Lineal
$f(x) = |x|$
Valor Absoluto
$f(x) = \text{int}(x) = [x]$
Función Piso
$f(x) = x^2$
Cuadrática
$f(x) = x^3$
Cúbica
$f(x) = \sqrt{x}$
Raíz Cuadrada
$f(x) = \sqrt[3]{x}$
Raíz Cúbico
$f(x) = a^x$
Exponencial
$f(x) = \log_a x$
Logarítmica
$f(x) = \frac{1}{x}$
Recíproca
$f(x) = \frac{(x^2+1)(x-2)}{(x+1)(x-2)}$
Racional
$f(x) = \sin x$
$f(x) = \cos x$
$f(x) = \tan x$
Funciones Trigométricas

Cómo graficar funciones lineales (rápidamente)

$$y = mx + b$$

Pendiente

Intercepto con el eje Y

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{\text{Variación vertical}}{\text{Variación horizontal}}$$

$$y = \frac{-3x}{+4} + 2$$

3 hacia abajo

4 a la derecha