

Prøveeksamen opgave 10

I det følgende vil vi vurdere pålideligheden af en test for influenza. Det oplyses at

- a. Der er sandsynlighed $\frac{2}{10}$ for at have influenza.
- b. Der er sandsynlighed $\frac{9}{10}$ for at testen er positiv for personer med influenza.
- c. Der er sandsynlighed $\frac{8}{10}$ for at testen er negativ for personer der ikke har influenza.

Givet testen er positiv, angiv sandsynligheden p_0 for at have influenza:

$$p_0 = \frac{18}{\square}$$

— Prøveksamenssæt

Start med at skrive sandsynligheder op

$$\text{Sandsynlighed for influenza: } P(I) = \frac{2}{10}$$

$$\text{Sandsynlighed for ingen influenza: } P(I') = \frac{8}{10}$$

$$\text{Sandsynlighed positiv test, givet influenza: } P(T^+ | I) = \frac{9}{10}$$

$$\text{Sandsynlighed negativ test, givet ingen influenza: } P(T^- | I') = \frac{8}{10}$$

Opskriv problemet vi skal løse

$$P(I | T^+)$$

Udregn sandsynligheden for positiv test givet ingen influenza

$$\begin{aligned} P(T^+ | I') &= 1 - P(T^- | I') \\ &= 1 - \frac{8}{10} \\ &= \frac{2}{10} \end{aligned}$$

Løs ved hjælp af bayes sætning

$$\begin{aligned} P(I | T^+) &= \frac{P(I) \cdot P(T^+ | I)}{P(I) \cdot P(T^+ | I) + P(I') \cdot P(T^+ | I')} \\ &= \frac{\frac{2}{10} \cdot \frac{9}{10}}{\frac{2}{10} \cdot \frac{9}{10} + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{10}} \\ &= \frac{\frac{18}{100}}{\frac{18}{100} + \frac{16}{100}} \\ &= \frac{\frac{18}{100}}{\frac{34}{100}} \\ &= \frac{18}{34} \end{aligned}$$

Derfor er svaret som skal stå i boksen 34