Anders Kok Larsen — AU790437
Calculus alpha

25/08/2025
Aarhus Universitet

Opgave 5.1.57

> thermic effect of Food: The metabolic rate of a person who has just eaten a meal tends to go up and then, after some time has passed, returns to a resting metabolic rate. This phenomenon is known as the thermic effect of food. Researchers have indicated that the thermic effect of food for one particular person is
>
> $$F(t) = 2te^{-t},$$
>
> where $F(t)$ is the thermic effect of food (in kJ/hr) and t is the number of hours that have elapsed since eating a meal. Source: American Journal of Clinical Nutrition.
>
> — s. 320

I denne opgave skal vi

a. Finde $F'(t)$
b. Afgøre hvor funktionen er voksende og aftagende

Delopgave A

Opstil funktionen $F(t)$

$$F(t) = 2te^{-t}$$
$$F(t) = f(x) \cdot g(x)$$

Opstil f og g til produktreglen

$$f(t) = 2t \quad \Leftrightarrow f'(t) = \quad 2$$
$$g(t) = e^{-t} \Leftrightarrow g'(t) = -e^{-t}$$

Brug produktreglen

$$F'(t) = f'(t) \cdot g(t) + f(t) \cdot g'(t)$$
$$F'(t) = 2e^{-t} + 2t(-e^{-t})$$
$$F'(t) = 2e^{-t} - 2te^{-t}$$
$$F'(t) = e^{-t} \cdot (2 - 2t)$$

Derved kommer vi frem til at

$$F'(t) = e^{-t} \cdot (2 - 2t)$$

Delopgave B

For at afgøre hvor funktionen er voksende og aftagende, skal vi finde nulpunkterne for $F'(t)$

Her kan vi bruge nulreglen, for at finde frem til nulpunkterne. Så vi opstiller to ligninger for de to faktorer i $F'(t)$

$$\begin{aligned} \text{I:} \quad & e^{-t} && = 0 \\ \text{II:} \quad & 2 - 2t && = 0 \end{aligned}$$

Den først ligning har ingen løsning, da e^{-t} aldrig kan blive 0.
Den anden ligning kan vi løse som følgende:

$$\begin{aligned} 2 - 2t &= 0 \\ -2t &= -2 \\ t &= 1 \end{aligned}$$

Vi kan indsætte $t = 1$ i $F'(t)$ for at tjekke om det er et nulpunk

$$\begin{aligned} &F'(1) = e^{-1} \cdot (2 - 2 \cdot 1) \\ &F'(1) = 0 \end{aligned}$$

Herefter kan vi tjekke fortegnet på hver side af $F'(1)$ for at afgøre hvor funktionen er voksende og aftagende.

$$\begin{aligned} &F'(0) = e^{0} \cdot (2 - 2 \cdot 0) = 2 \\ &F'(2) = e^{-2} \cdot (2 - 2 \cdot 2) = -0.2708 \end{aligned}$$

Herefter kan vi komme frem til følgende konklusioner

$$\begin{aligned} \text{I:} \quad & F(t) \text{ er voksende i intervallet: }]-\infty; 1[\\ \text{II:} \quad & F(t) \text{ er aftagende i intervallet: }]1; \infty[\end{aligned}$$