	Navn:		Skole:	
	Klasse: 20		Dato: 22. april 2023	Fag: Matematik A

Opgave 008

$$C: (x-90)^2 + (y-110)^2 = 68^2$$
$$P(122; 50)$$

$$f(x) = \begin{cases} 0.006x^2 - x + 15, & -20 \leq x \leq 200 \\ d \cdot \cos(0.01x - 300) + k, & 200 < x \leq 250 \end{cases}$$

Opgave A

For at checke om P ligger på cirklen kan vi indsætte x og y i formlen og se om den er sand

$$(122-90)^2 + (50-110)^2 = 68^2$$

The expression is tested for truth by WordMat.

$$true$$

Punktet P ligger altså på cirklen

Opgave B

Vi skal finde længden af den første del af f, i intervallet -20 til 200

$$Define: g(x) = 0.006x^2 - x + 15$$

Vi kan bruge nedenstående formel til at finde længden af funktionen fra -20 til 200

$$L = \int_{-50}^{200} \sqrt{1 + g'(x)^2} dx$$
$$L = 325{,}6038$$

Længden af funktionen mellem -20 og 200 er altså 325.6038

Opgave C

Vi skal nu finde konstanerne k og d så f er kontinuert of differentiable, for at kunne det skal vi spille f op i dens to funktioner.

$$Define: g(x) = 0.006x^2 - x + 15$$
$$Define: h(x) = d \cdot \cos(0.01x - 300) + k$$

Vi kan første sørge for at f er differentiabel, da vi i dette tilfælde kun har en ubekendt, d, da k bliver fjernet når vi differentiere. Vi kan opstille nedenstående formel da vi ved at de to funktioner mødes i x=200, så derfor skal deres hældning også være ens i det punkt.

$$g'(200) = h'(200)$$

The equation is solved numerically for d by WordMat.

$$\Updownarrow$$ *The equation is solved numerically for d by WordMat.*

$$Define: d = 320{,}9996$$

Vi har nu fundet d, så at de to funktioner har samme hældning i x = 200, og kan indsætte den i h

$$Define: h(x) = 321 \cdot \cos(0.01x - 300) + k$$

Nu skal vi finde k, så funktionerne er lig med hindanden i x = 200

$$g(200) = h(200)$$

$$\Updownarrow$$ *The equation is solved for k by WordMat.*

$$k = 343{,}861$$

Nu har vi også fundet k, og kan komme from til funktionen for h

$$Define: h(x) = 321 \cdot \cos(0.01x - 300) + 343.861$$

Altså er $d = 321$ og $k = 343.861$

Opgave D

For at finde den mindste afstand mellem P og f, kan vi opstille en funktion for afstanden afhængligt af x

$$l(x) = \sqrt{(P_x - x)^2 + \left(P_y - f(x)\right)^2}$$

Vi kan bruge denne funktion til finde det tætteste punkt ved at løse for $l'(x) = 0$

Da denne f ikke er en ren funktion, kan vi opstille to nye funktioner af g og h, og løse dem

$$Define: l_1(x) = \sqrt{(122 - x)^2 + \left(50 - g(x)\right)^2}$$

$$Define: l_2(x) = \sqrt{(122 - x)^2 + \left(50 - h(x)\right)^2}$$

$$Define: P_x = 122$$
$$Define: P_y = 50$$

$$l_1'(x) = 0$$
$$l_2'(x) = 0$$

Funktionerne er løst ved hjælp af geogebra

Svaret til funktionen $l_2'(x) = 0$ ligger udenfor for intervallet for h, så dette svar kaseres

Svaret for l_1 er $x = 160.07$ derfor må den den korteste afstand være mellem P og $g(160.07)$, afstanden kan findes ved brug af l_1 funktionen

$$A = l_1(160.07)$$
$$A = 56{,}19568$$

Den korteteste afstand er altså 56.195