	Navn:		Skole:	
	Klasse: 20		Dato: 10. december 2021	Fag: Matematik A

Opgave 002

Opgave A

$$B = A + C$$
$$B = \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$B = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Opgave B

$$\vec{r} = P - B$$
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \\ 80 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} -20 \\ -20 \\ 80 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B + \vec{r} \cdot t$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -20 \\ -20 \\ 80 \end{pmatrix} \cdot t$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 - 20t \\ 40 - 20t \\ 0 + 80t \end{pmatrix}$$

Opgave C

Tager z komponenten fra opgave B parameterfremstilling

$$D \begin{pmatrix} X_d \\ Y_d \\ 38 \end{pmatrix}$$

$$z = 80t$$
$$t = \frac{z}{80} \quad Isoler\ t$$
$$t = \frac{38}{80} \quad Indsæt\ tal$$
$$t = 0.475 \quad Udregn$$

$$D = \begin{pmatrix} 40 - 20 \cdot (0.475) \\ 40 - 20 \cdot (0.475) \\ 80 \cdot (0.475) \end{pmatrix} \quad Indsæt\ tal$$
$$D = \begin{pmatrix} 30{,}5 \\ 30{,}5 \\ 38 \end{pmatrix} \quad Udregn$$

	Navn:		Skole:	
	Klasse: 20		Dato: 10. december 2021	Fag: Matematik A

Opgave D

Start med at finde to vektorer som ligger på planet

$$\overrightarrow{AB} = B - A$$
$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 40 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BD} = D - B$$
$$\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} 30.5 \\ 30.5 \\ 38 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -9{,}5 \\ -9{,}5 \\ 38 \end{pmatrix}$$

Nu kan vi opstille en parameterfremstilling

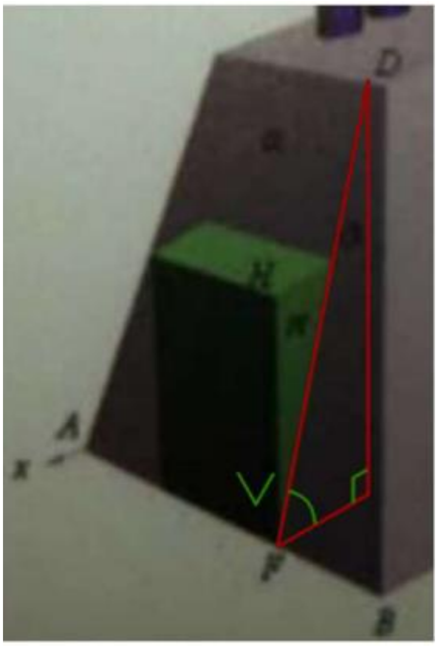
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B + \overrightarrow{AB} \cdot s + \overrightarrow{BD} \cdot t$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot s + \begin{pmatrix} -9.5 \\ -9.5 \\ 38 \end{pmatrix} \cdot t$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 - 9.5t \\ 40 + 40s - 9.5t \\ 38t \end{pmatrix}$$

Opgave E

$$D_F \begin{pmatrix} 30.5 \\ 28 \\ 38 \end{pmatrix} \qquad D\ på\ F\ y - akse$$

$$x = F_x - D_{F_x} \qquad Længde\ fra\ F\ til\ DF\ på\ x - aksen$$
$$x = 40 - 30.5 \qquad Indsæt\ tal$$
$$x = 9{,}5 \qquad Udregn$$

$$v = \tan^{-1}\left(\frac{38}{9.5}\right) \qquad Tangens\ med\ DF_z$$
$$v = 75{,}96376$$



Opgave F

$$F\begin{pmatrix}40\\28\\0\end{pmatrix}$$
$$H\begin{pmatrix}40\\28\\22\end{pmatrix}$$
$$G\begin{pmatrix}X_G\\28\\25\end{pmatrix}$$

Først skal vi finde det manglende x komponent i G, så derfor skal vi lave plan α til en normalform

Dette er to vektorer der ligger i planet α

$$B=\begin{pmatrix}40\\40\\0\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}0\\40\\0\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{BD}=\begin{pmatrix}-9.5\\-9.5\\38\end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{n_\alpha}&=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{BD}\\ \overrightarrow{n_\alpha}&=\begin{pmatrix}0\\40\\0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}-9.5\\-9.5\\38\end{pmatrix}\quad \mathit{Indsæt\ tal}\\ \overrightarrow{n_\alpha}&=\begin{pmatrix}1520\\0\\380\end{pmatrix}\qquad \mathit{Krydsprodukt}\\ \overrightarrow{n_\alpha}&=\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}\end{aligned}$$

Nu kan vi fremstille normalform

$$\begin{aligned}&a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0\\ &1520(x-40)+0(40-y_0)+380(0-z_0)=0\quad \mathit{Indsæt\ tal}\\ &1520x+380z-60800=0\qquad \mathit{Reducer}\end{aligned}$$

Nu skal vi isolere x fra normalformen

$$\begin{aligned}1520x+380z-60800&=0\\ 1520x&=-380z+60800\\ x&=\frac{-380z+60800}{1520}\end{aligned}$$

Nu kan vi vinde den manglende x værdi

$$x = \frac{-380 \cdot (25) + 60800}{1520} \quad \textit{Indsæt tal}$$
$$x = 33{,}75 \qquad \textit{Udregn}$$

$$G\begin{pmatrix} 33.75 \\ 28 \\ 25 \end{pmatrix}$$

Nu skal vi lave de to vektrorer som ligger i plant π

$$\overrightarrow{FH} = H - F$$
$$\overrightarrow{FH} = \begin{pmatrix} 40 \\ 28 \\ 22 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 40 \\ 28 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{FH} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 22 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{FG} = G - F$$
$$\overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} 33{,}75 \\ 28 \\ 25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 40 \\ 28 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} -6{,}25 \\ 0 \\ 25 \end{pmatrix}$$

Nu kan vi lave normalform for planet

$$\overrightarrow{n_\pi} = \overrightarrow{FH} \times \overrightarrow{FG}$$
$$\overrightarrow{n_\pi} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 22 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -6.25 \\ 0 \\ 25 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{n_{pi}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -137{,}5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

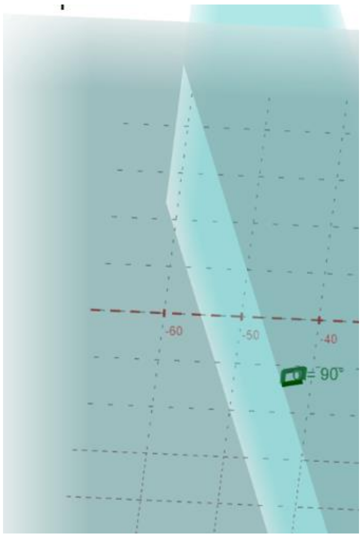
$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$
$$0(x - 40) - 137{,}5(y - 28) + (z - 0) = 0 \quad \textit{Indsæt tal}$$
$$0x - 137{,}5y + 0z + 3850 = 0 \quad \textit{Reducer}$$
$$y + 28 = 0 \qquad \textit{Reducer yderligere}$$

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="2">Navn: Anders Kornerup Kok Larsen</td><td colspan="2">Skole: Aarhus Gymnasium</td></tr>
<tr><td>Klasse: 20htxcR</td><td>Lærer: Mirsad Kadribasic</td><td>Dato: 10. december 2021</td><td>Fag: Matematik A</td></tr>
</table>

Opgave G

$$\alpha:\ -1520x + 0y - 380z - 60800 = 0$$
$$\pi: y + 28 = 0$$

$$v = \cos^{-1}\left(\frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}\right) \quad \textit{Formel for vinkel}$$
$$v = \cos^{-1}\left(\frac{-1520 \cdot 0 + 0 \cdot (-137{,}5) + (-380) \cdot 0}{\sqrt{(-1520)^2 + (-380)^2} \cdot \sqrt{(-137.5)^2}}\right) \quad \textit{Indsæt tal}$$
$$v = 90° \quad \textit{Udregn}$$



Opgave H

Nu skal vi finde skæringlinjen mellem planerne

Punkt H og punkt G ligger i begge planer, så vi kan bare lave en linje der gør gennem begge punkter, for at lave en skæringslinje

$$F\begin{pmatrix}40\\28\\0\end{pmatrix}$$
$$G\begin{pmatrix}33.75\\28\\25\end{pmatrix}$$

Nu kan vi finde en retnings vektor

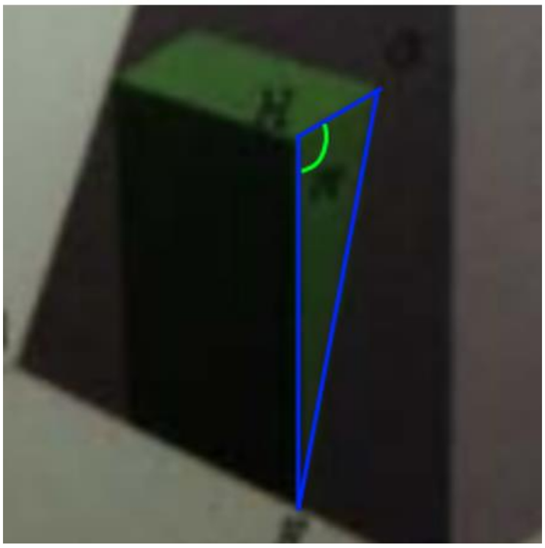
$$\vec{r} = G - F$$
$$\vec{r} = \begin{pmatrix}33{,}75\\28\\25\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}40\\28\\0\end{pmatrix}$$
$$\vec{r} = \begin{pmatrix}-6{,}25\\0\\25\end{pmatrix}$$

Og nu kan vi lave parameterfremstilling

$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = F + \vec{r} \cdot t$$
$$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}40\\28\\0\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-6.25t\\0t\\25t\end{pmatrix}$$

Navn: Anders Kornerup Kok Larsen		Skole: Aarhus Gymnasium	
Klasse: 20htxcR	Lærer: Mirsad Kadribasic	Dato: 10. december 2021	Fag: Matematik A

Opgave I



For at kunne regne arealet ud skal vi kende længden af siderne

$$\overrightarrow{FH} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 22 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{HG} = H - G$$
$$\overrightarrow{HG} = \begin{pmatrix} 40 \\ 28 \\ 22 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 33.75 \\ 28 \\ 25 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{HG} = \begin{pmatrix} 6{,}25 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{FG} = F - G$$
$$\overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} 40 \\ 28 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 33.75 \\ 28 \\ 25 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{FG} = \begin{pmatrix} 6{,}25 \\ 0 \\ -25 \end{pmatrix}$$

Nu har vi vektorer for alle siderne, nu kan vi finde længden af dem

$$|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \textit{Formel for længde af vektor}$$

$$\left|\overrightarrow{FH}\right| = 22 \qquad \overrightarrow{FH} \textit{ har kun et komponent}$$
$$\left|\overrightarrow{HG}\right| = \sqrt{6.25^2 + 0^2 + (-3)^2} = 6{,}932712$$
$$\left|\overrightarrow{FG}\right| = \sqrt{6.25^2 + 0^2 + (-25)^2} = 25{,}76941$$

For at finde arealet skal vi også bruge en vinkel, den kan vi finde med cosinusrelationen

$$\angle H = \cos^{-1}\left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot ab}\right)$$
$$\angle H = \cos^{-1}\left(\frac{22^2 + 6.9^2 - 25.8^2}{2 \cdot 22 \cdot 6.9}\right) \quad \textit{Indsæt tal}$$
$$\angle H = 116{,}1976 \qquad \textit{Udregn}$$

Når vi har alt det så kan fi endelig finde arealet

$$Areal = \frac{\left|\overrightarrow{FH}\right| \cdot \left|\overrightarrow{HG}\right| \cdot \sin(\angle H)}{2} \quad \textit{Formel for areal}$$
$$Areal = \frac{22 \cdot 6.9 \cdot \sin(116.2)}{2}$$
$$Areal = 68{,}10191$$