

	Navn:		Skole:	
	Klasse: 20		Dato: 24. november 2021	Fag: Matematik A

Opgave 500

$$a: 2x + y - z + 4 = 0$$

$$A(1,4,3)$$

$$B(5,2,0)$$

Finder retnings vektor, så vi kan fremstille en parameterfremstilling

$$\vec{r} = B - A$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$P_x = B + \vec{r} \cdot t$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + 4t \\ 2 - 2t \\ 0 - 3t \end{pmatrix}$$

Nu skal vi finde skæringen mellem linjen og planet

Udtrykkene for x, y og z fra linjens parameterfremstilling indsætter jeg i planets ligning:

$$2 \cdot (5 + 4t) + (2 - 2t) - (-3t) + 4 = 0$$

$$10 + 8t + 2 - 2t + 3t + 4 = 0$$

$$9t = -16$$

$$t = -1.7$$

Når vi har fundet t kan vi indsætte den i linjens ligning, og finde skæringspunktet

$$\begin{pmatrix} 5 + 4 \cdot (-1.7) \\ 2 - 2 \cdot (-1.7) \\ -3 \cdot (-1.7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,8 \\ 5,4 \\ 5,1 \end{pmatrix}$$

Nu skal vi finde vinkel mellem linjen og planet

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$v = \cos^{-1} \left(\frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} \right)$$

Formel for vinkel mellem vektorer

$$v = \cos^{-1} \left(\frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-3)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-3)^2}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{9}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{29}} \right) \approx 46,97729$$

Udregner