

| | | | | |
|--|---------------|--|----------------------------|------------------|
| | Navn: | | Skole: | |
| | Klasse: 20 | | Dato: 24. november 2021 | Fag: Matematik A |

Opgave 498

$$a: 3x - 2y + 5z - 3 = 0$$

$$b: x + 5y - z + 2 = 0$$

Find 3 punkter på plan a

$$3x - 2y + 5z - 3 = 0$$

Normalform

$$3x = 2y - 5z + 3$$

Isoler 3x

$$x = \frac{2y - 5z + 3}{3}$$

Divider med 3

3 Punkter med y og z komponenter, x regner vi ud bagefter

$$P_1 = (?; 0; 0)$$

$$P_2 = (?; 1; 0)$$

$$P_3 = (?; 0; 1)$$

Udregner x komponenten for alle punkterne

$$P_{1x} = \frac{2 \cdot (0) - 5 \cdot (0) + 3}{3} = 1$$

$$P_{2x} = \frac{2 \cdot (1) - 5 \cdot (0) + 3}{3} = \frac{5}{3} = 1,6$$

$$P_{3x} = \frac{2 \cdot (0) - 5 \cdot (1) + 3}{3} = -\frac{2}{3} = -0,6$$

Indsætter tal i punkterne

$$P_1 = (1; 0; 0)$$

$$P_2 = (1,6; 1; 0)$$

$$P_3 = (-0,6; 0; 1)$$

Find vektorer fra p1 til p2 og p3

$$\vec{V}_1 = P_2 - P_1$$

$$\vec{V}_1 = \begin{pmatrix} 1,6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{V}_2 = P_3 - P_1$$

$$\vec{V}_2 = \begin{pmatrix} -0,6 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,6 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Fremstil normal vektor på planet

| | | | | |
|--|---------------|--|----------------------------|------------------|
| | Navn: | | Skole: | |
| | Klasse: 20 | | Dato: 24. november 2021 | Fag: Matematik A |

$$\begin{aligned}\vec{n}_1 &= \vec{V}_1 \times \vec{V}_2 \\ \vec{n}_1 &= \begin{pmatrix} 0,6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1,6 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \vec{n}_2 &= \begin{pmatrix} 1 \\ -0,6 \\ 1,6 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Nu skal vi finde normalvektor på plan 2

Vi starter med at finde 3 punkter

$$\begin{aligned}x + 5y - z + 2 &= 0 \\ \text{Normalform} \\ x &= -5y + z - 2 \\ \text{Isoler x}\end{aligned}$$

3 Punkter med y og z komponenter, x regner vi ud bagefter

$$\begin{aligned}P_1 &= (?; 0; 0) \\ P_2 &= (?; 1; 0) \\ P_3 &= (?; 0; 1)\end{aligned}$$

Udregner x komponenten for alle 3 punkter

$$\begin{aligned}P_{1x} &= -5 \cdot (0) + (0) - 2 = -2 \\ P_{2x} &= -5 \cdot (1) + (0) - 2 = -7 \\ P_{3x} &= -5 \cdot (0) + (1) - 2 = -1\end{aligned}$$

Indsætter tal i punkterne

$$\begin{aligned}P_1 &= (-2; 0; 0) \\ P_2 &= (-7; 1; 0) \\ P_3 &= (-1; 0; 1)\end{aligned}$$

Finder 2 vektorer fra p1 til p2 og p3

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 &= P_2 - P_1 \\ \vec{V}_1 &= \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \vec{V}_2 &= P_3 - P_1 \\ \vec{V}_2 &= \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

| | | | | |
|--|---------------|--|----------------------------|------------------|
| | Navn: | | Skole: | |
| | Klasse: 20 | | Dato: 24. november 2021 | Fag: Matematik A |

Fremstiller normalvektor på plan 2

$$\begin{aligned}\vec{n}_2 &= \vec{V}_1 \times \vec{V}_2 \\ \vec{n}_2 &= \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \vec{n}_2 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Find vinkel mellem de to normal vektorer

$$v = \cos^{-1} \left(\frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} \right)$$

Formel for vinkel mellem to vektorer

$$v = \cos^{-1} \left(\frac{1 \cdot 1 + (-0.6) \cdot 5 + 1.6 \cdot (-1)}{\sqrt{1^2 + (-0.6)^2 + 1.6^2} \cdot \sqrt{1^2 + 5^2 + (-1)^2}} \right) = 180 - \cos^{-1} \left(\frac{1,818275}{3^{\frac{3}{2}}} \right) \approx 110,4829$$

Regner det ud