

MODI – projekt II, zadanie 50

23L Denys Fokashchuk, 323944

Informacja ogólna

Błąd średniokwadratowy liczyłem zgodnie z wzorem:

$$E = \sum_{i=1}^P (y_{mod}(i) - y(i))^2, \text{ gdzie}$$

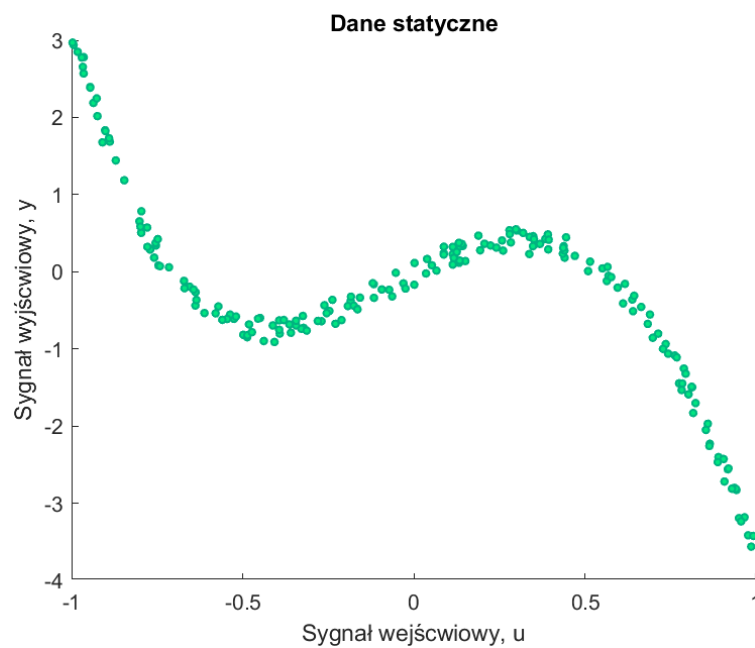
y_{mod} – wartość wyjścia modelu

y – wartość wyjścia rzeczywista

1. Identyfikacja modeli statycznych

1.A

Zaimportowane dane statyczne mają postać zilustrowaną na rysunku 1.

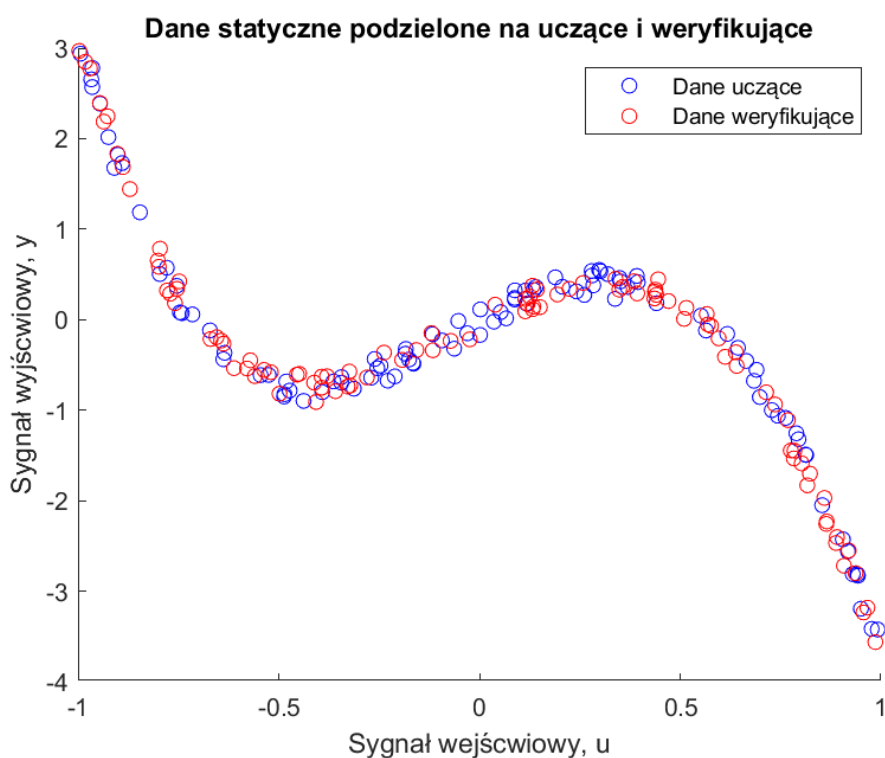


Rysunek 1. Dane statyczne.

W celu podzielenia danych statycznych z pliku *danestat50.txt* na dane uczące i weryfikujące posłużyłem się następującą metodą:

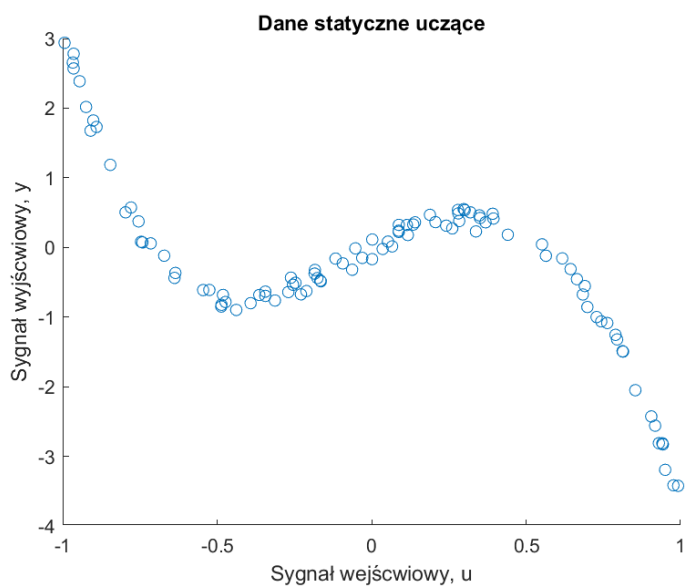
- każdy wiersz mający nieparzysty indeks jest wierszem dla danych uczących;
- każdy wiersz mający parzysty indeks jest wierszem dla danych weryfikujących.

W celu sprawdzenia czy dane uczące i weryfikujące podzieliły się mniej więcej równomiernie narysowałem na wspólnym wykresie te dane co pokazano na rysunku 2.

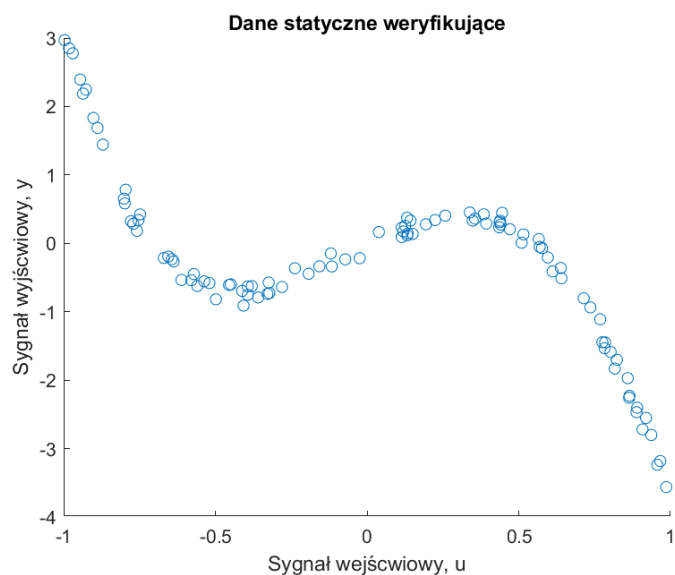


Rysunek 2. Dane statyczne uczące i weryfikujące

Jak można zauważyć dane zostały podzielone równomiernie, więc w dalszej części wykonania projektu posłużę się takim rozkładem tych danych.



Rysunek 3. Dane statyczne uczące

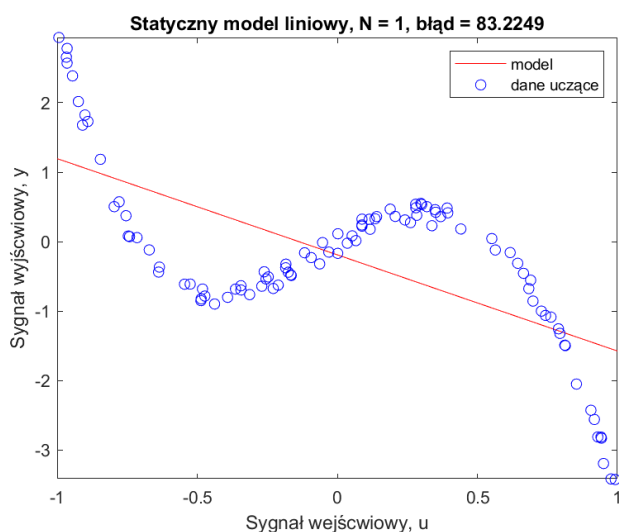


Rysunek 4. Dane statyczne weryfikujące

1.B.

Model liniowy będzie postaci $y(u) = a_0 + a_1u$. Za pomocą funkcji lewego dzielenia, dostępnej w MATLABie oraz danych uczących znaleziono wektor współczynników $W=[a_0, a_1]$. Dla danych uczących współczynniki mają wartości:

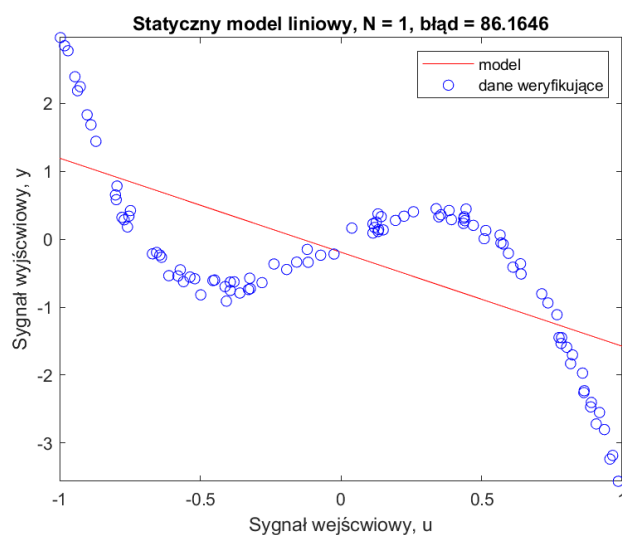
$$a_0 \approx -0.1901; a_1 \approx -1.3848$$



Rysunek 5. Model liniowy postaci

$$y(u) = a_0 + a_1u$$

na tle danych statycznych uczących



Rysunek 6. Model liniowy postaci

$$y(u) = a_0 + a_1u$$

na tle danych statycznych weryfikujących

Obliczyłem błędy średniokwadratowe dla danych uczących oraz weryfikujących i otrzymałem następujące wyniki:

- Dla danych uczących błąd wynosi 83.224854886943049
- Dla danych weryfikujących błąd wynosi 86.164631924039838

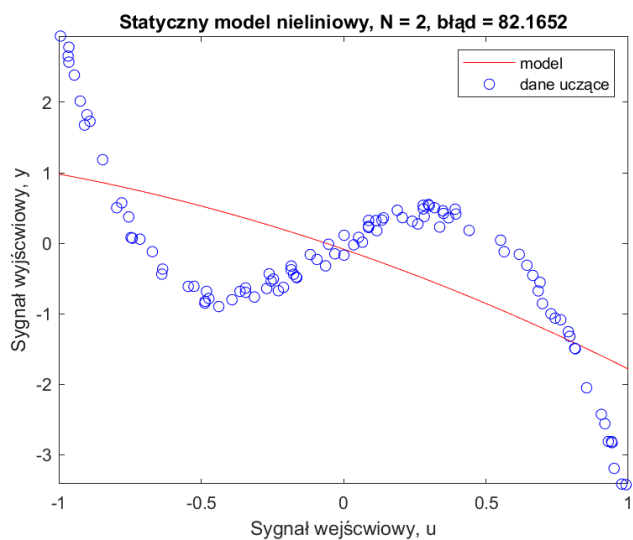
Nawet bez liczenia błędów średniokwadratowych można zauważyć, że znaleziony model źle „aproxymuje” dane danych uczące jak i weryfikujące. Dodatkowym spostrzeżeniem jest to, że błąd dla danych uczących jest nieco mniejszy niż dla danych weryfikujących. Jest to logiczne, ponieważ szuka się najlepszego modelu dla danych uczących, a nie weryfikujących. Przypatrzwszy się danym można założyć, że najlepiej będzie aproksymowała funkcja wielomianowa 3-go stopnia, jednak należy to sprawdzić, co zrobię w następnym punkcie zadania.

1.C.

W tym punkcie zacznę od sprawdzenia dla wielomianu stopnia większego niż 1, ponieważ dla pierwszego stopnia wielomianu znaleziono model w poprzednim punkcie, w którym również umieszczono charakterystyki $y(u)$ na tle zbiorów uczącego i weryfikującego, natomiast błędy skopiowano do tabeli 1. Wykresy dla następujących modeli zilustrowano niżej.

N, stopień wielo- mianu	Błąd dla danych uczących	Błąd dla danych weryfiku- jących	Komentarz
1	83.2248	86.1646	Błędy są za duże zarówno dla danych uczących jak i weryfikujących, więc należy zwiększyć stopień wielomianu.
2	82.1652	84.5425	Błędy są nieco mniejsze od poprzedniej wersji, aczkolwiek wciąż są za duże, więc należy zwiększyć stopień wielomianu.
3	1.6273	1.9065	Błędy są znacznie mniejsze od modelu dla stopnia wielomianu równemu 2, jednak postanowiłem spróbować jeszcze kilka razy zwiększyć stopień w celu ulepszenia modelu.
4	0.9034	1.226	Błędy są jeszcze mniejsze dla dwóch zbiorów. To jest najlepszy model dla moich danych.
5	0.9032	1.2280	Chociaż błąd dla danych uczących zmniejszył się, jednak błąd dla danych weryfikujących zwiększył się, więc odbyło się przeparametryzowanie modeli.
6	0.8967	1.26	Kontynuacja zjawiska przeparametryzowania modeli. Nie ma potrzeby sprawdzać dla jeszcze większych stopni wielomianu, bo błąd dla danych uczących będzie się zmniejszał, jednak dla danych weryfikujących prawdopodobnie będzie się zwiększał.

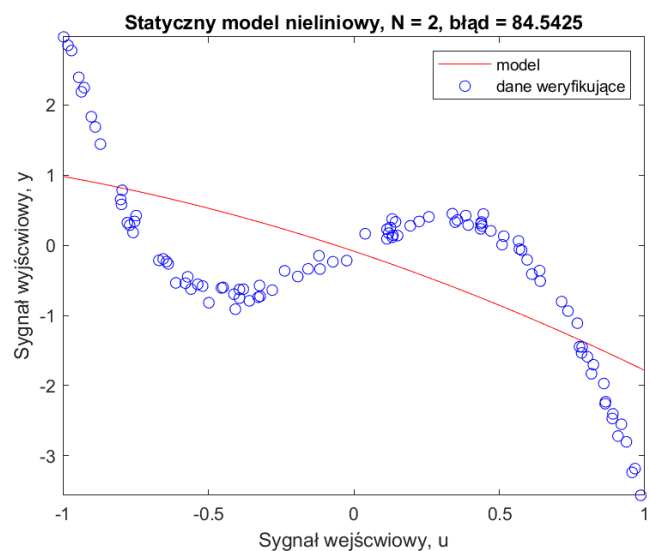
Tabela 1. Błędy dla modeli statycznych



Rysunek 7. Model nieliniowy postaci

$$y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2$$

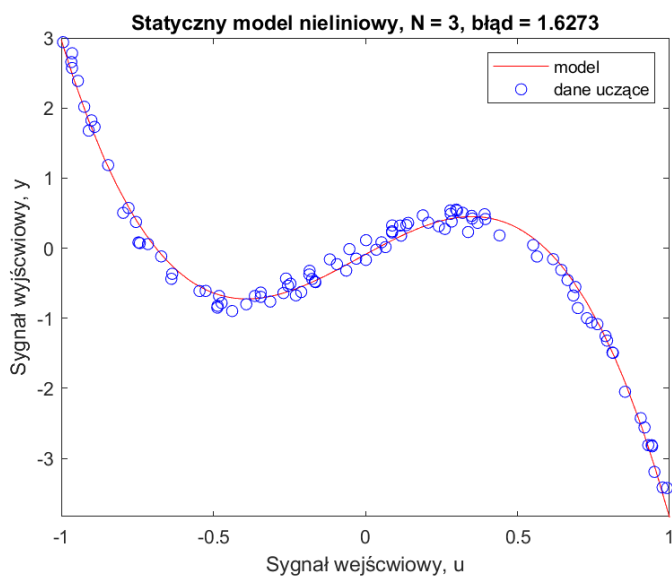
na tle danych statycznych uczących



Rysunek 8. Model nieliniowy postaci

$$y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2$$

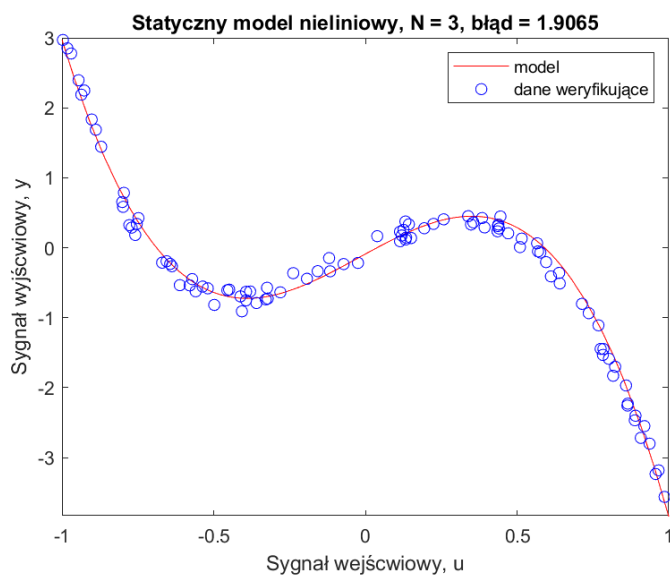
na tle danych statycznych weryfikujących



Rysunek 9. Model nieliniowy postaci

$$y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3$$

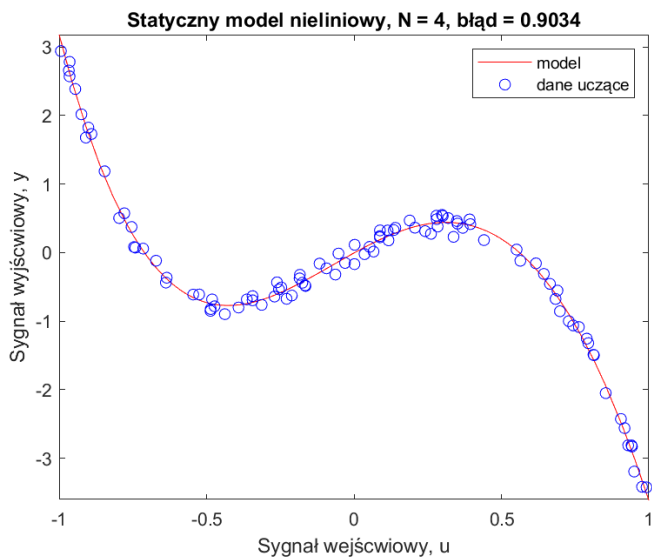
na tle danych statycznych uczących



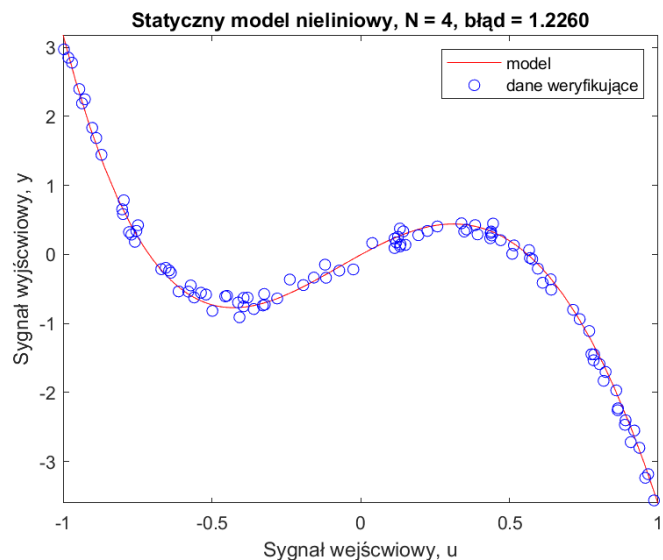
Rysunek 10. Model nieliniowy postaci

$$y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3$$

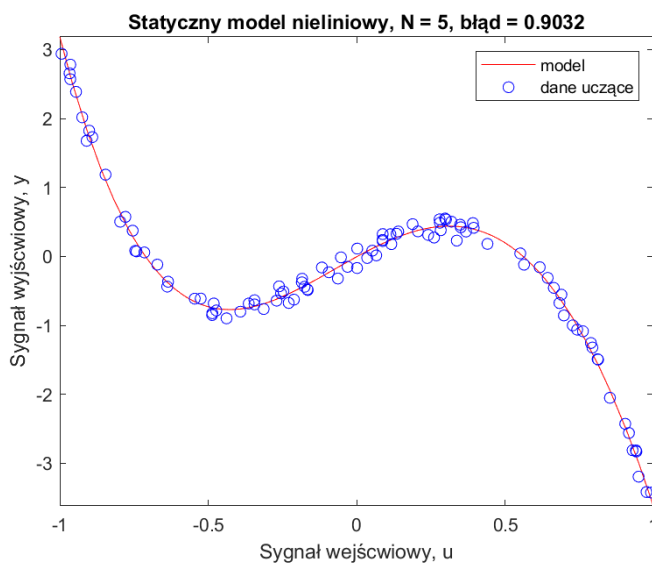
na tle danych statycznych weryfikujących



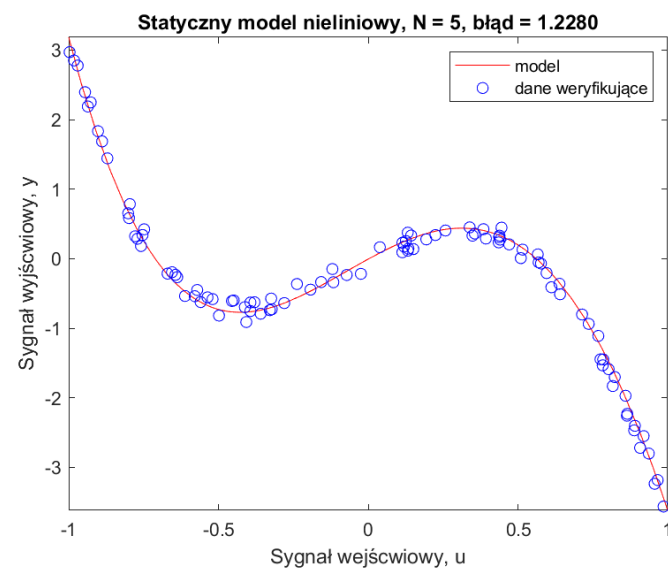
Rysunek 11. Model nieliniowy postaci
 $y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + a_4u^4$
na tle danych statycznych uczących



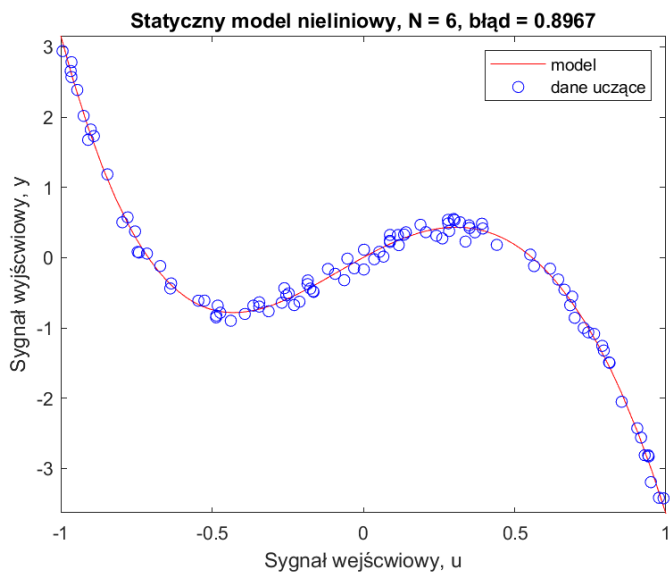
Rysunek 12. Model nieliniowy postaci
 $y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + a_4u^4$
na tle danych statycznych weryfikujących



Rysunek 13. Model nieliniowy postaci
 $y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + a_4u^4 + a_5u^5$
na tle danych statycznych uczących



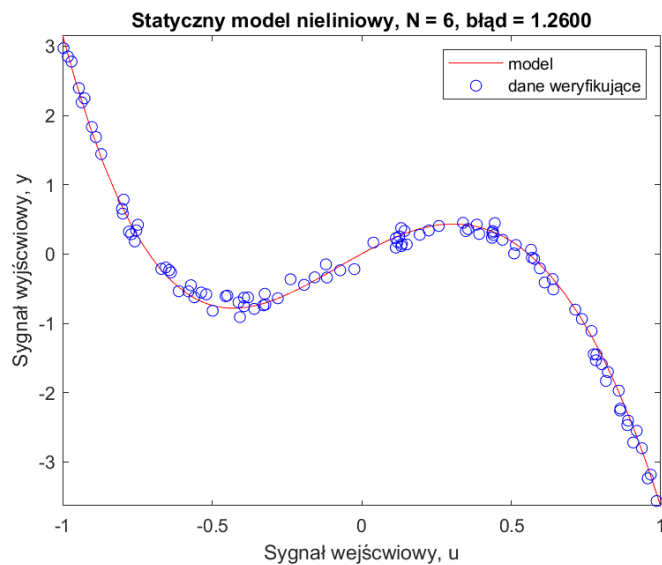
Rysunek 14. Model nieliniowy postaci
 $y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + a_4u^4 + a_5u^5$
na tle danych statycznych weryfikujących



Rysunek 13. Model nieliniowy postaci

$$y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + a_4u^4 + a_5u^5 + a_6u^6$$

na tle danych statycznych uczących



Rysunek 14. Model nieliniowy postaci

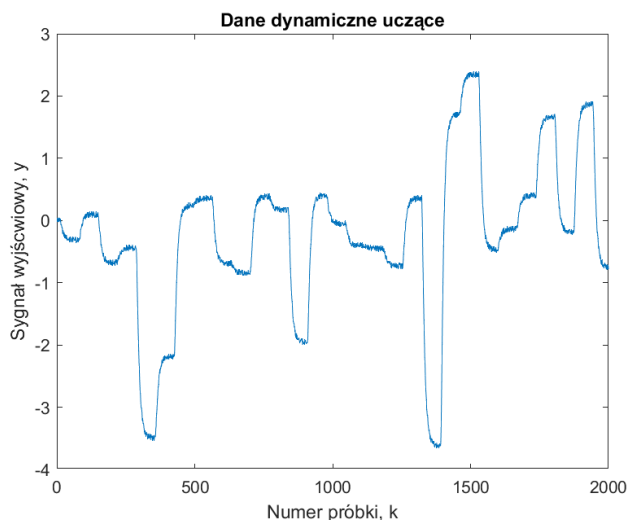
$$y(u) = a_0 + a_1u + a_2u^2 + a_3u^3 + a_4u^4 + a_5u^5 + a_6u^6$$

na tle danych statycznych weryfikujących

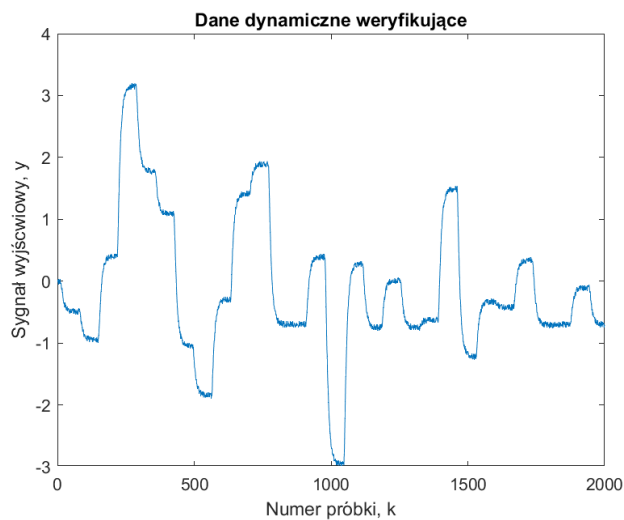
2. Identyfikacja modeli dynamicznych

2.A

Zbiory danych dynamicznych uczących oraz weryfikujących znajdują się na rysunkach 15. i 16. odpowiednio.



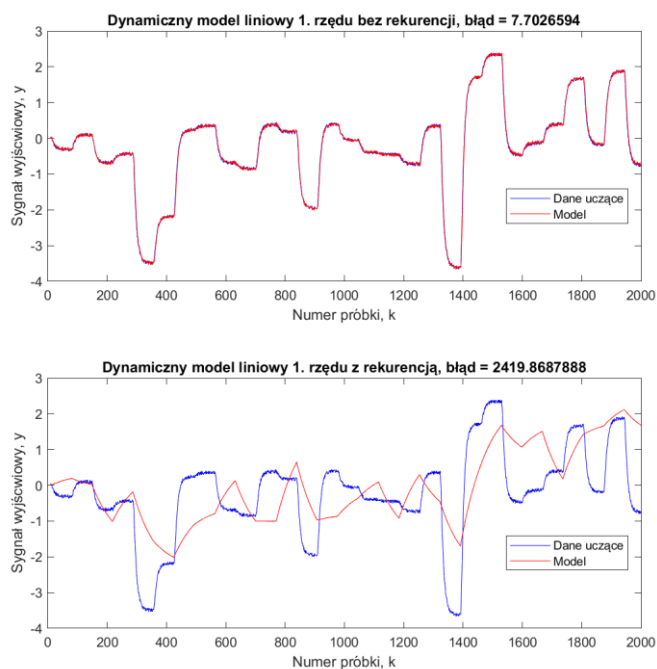
Rysunek 15. Dane dynamiczne uczące



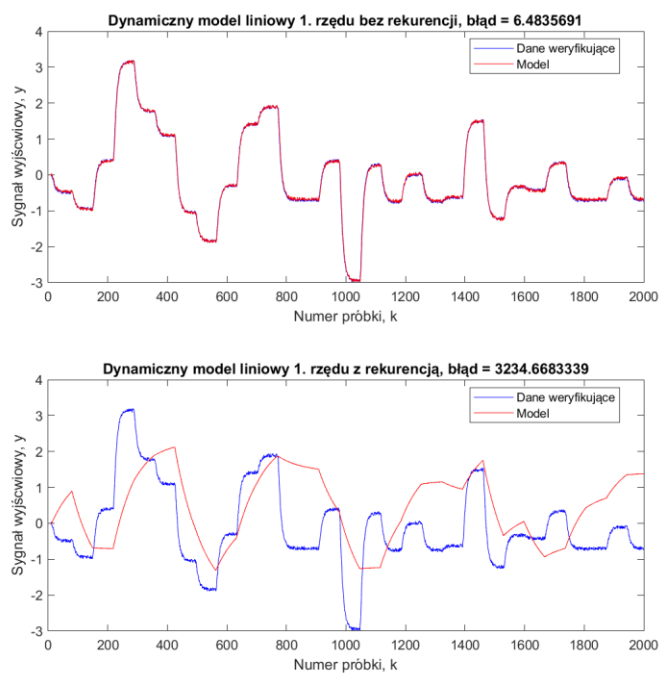
Rysunek 16. Dane dynamiczne weryfikujące

2.B.

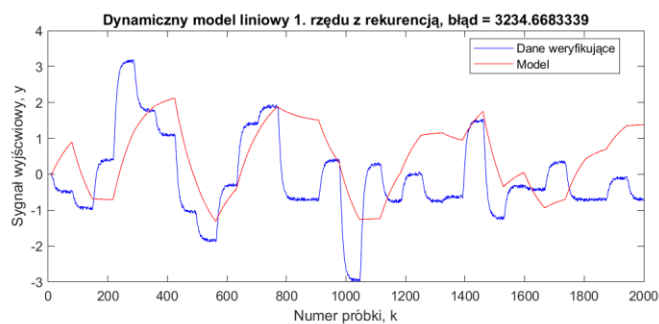
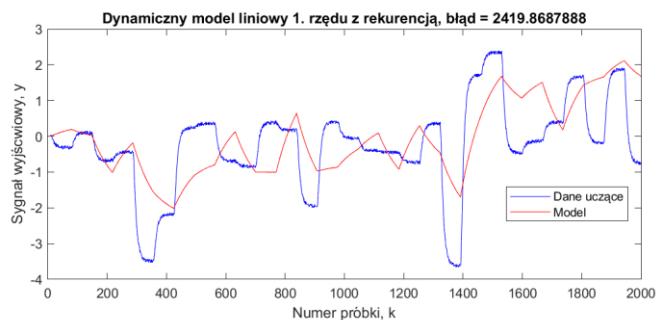
W celu, aby mieć takie same próbki do wyznaczenia modeli z różnymi rzędami dynamiki użyłem danych z plików od indeksu 10. Czyli liczba próbek do znalezienia / sprawdzenia modeli wynosi 1991.

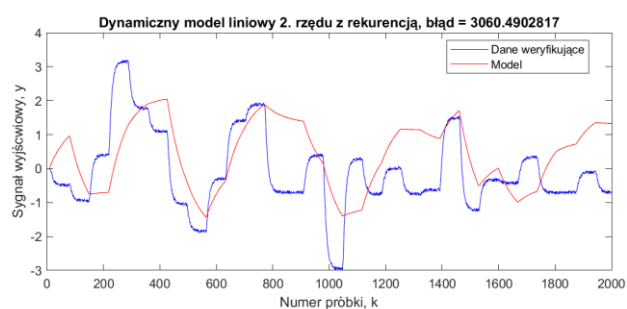
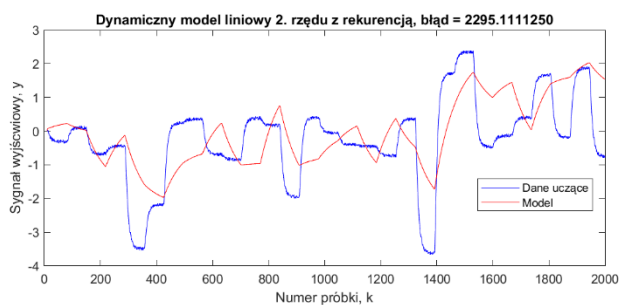
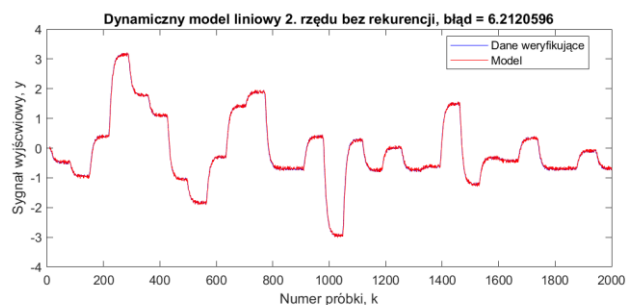
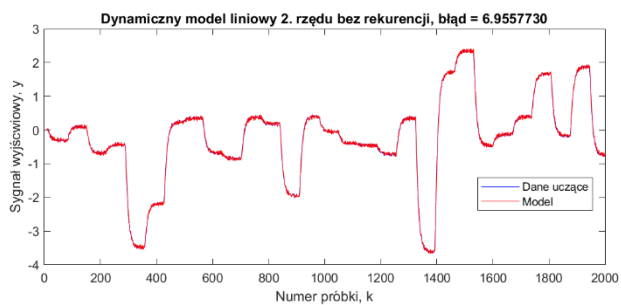


Rysunek 17. Model liniowy 1. rzędu
na tle danych
dynamicznych uczących



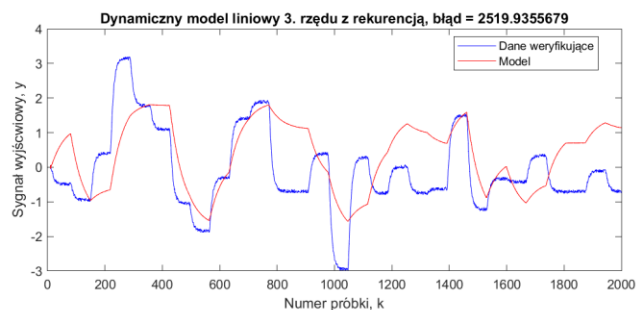
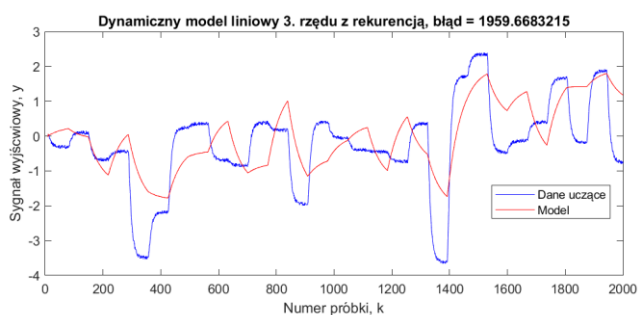
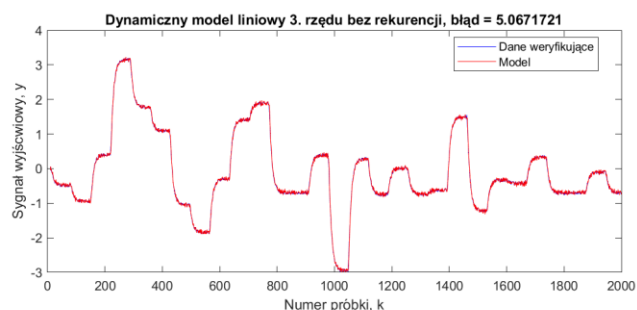
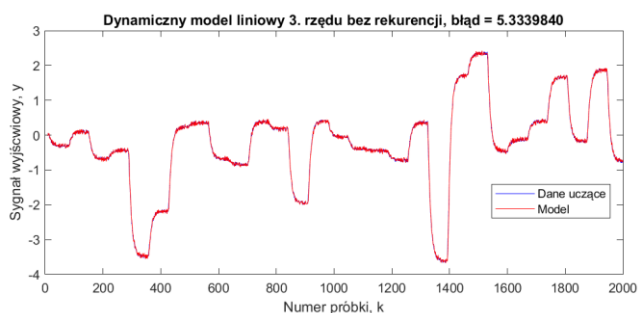
Rysunek 18. Model liniowy 1. rzędu
na tle danych
dynamicznych weryfikujących





Rysunek 19. Model liniowy 2. rzędu
na tle danych
dynamicznych uczących

Rysunek 20. Model liniowy 2. rzędu
na tle danych
dynamicznych weryfikujących



Rysunek 21. Model liniowy 3. rzędu
na tle danych
dynamicznych uczących

Rysunek 22. Model liniowy 3. rzędu
na tle danych
dynamicznych weryfikujących

N, Rząd modeli	Błąd dla danych uczących ARX	Błąd dla danych weryfikujących ARX	Komentarz
1	7.70266	6.4836	Błąd jest niewielki uwzględniając fakt, że jest aż 1991 próbek
2	6.9558	6.2121	Błąd jest nieco mniejszy od błędu z poprzedniego modelu
3	5.334	5.0672	Błąd jest jeszcze trochę mniejszy od błędu z poprzedniego modelu

Tabela 2. Błędy dla modeli dynamicznych w trybie bez rekurencji

N, Rząd modeli	Błąd dla danych uczących OE	Błąd dla danych weryfikujących OE	Komentarz
1	2419.8688	3234.6683	Błędy zarówno dla danych uczących jak i weryfikujących są zbyt duże
2	2295.1111	3060.4903	Błędy trochę się zmniejszyły, aczkolwiek są za duże
3	1959.6683	2519.9356	Błędy jeszcze trochę się zmniejszyły, jednak wciąż są wielkie

Tabela 3. Błędy dla modeli dynamicznych w trybie z rekurencją

Najlepszy model spośród trzech wyżej wymienionych jest model trzeciego rzędu, ponieważ ma najmniejsze błędy dla obu trybów dla danych uczących i weryfikujących. Moim zdaniem, tryb bez rekurencji lepiej pozwala ocenić jakość modelu, ponieważ nawet przy zwiększeniu rzędu dynamiki błędy dla trybu z rekurencją są zbyt duże, żeby stosować modelu. Ciekawą obserwacją jest to, iż dla trybu bez rekurencji błąd jest mniejszy dla danych weryfikujących niż uczących, aczkolwiek dla trybu z rekurencją jest przeciwne zjawisko.

2.C.

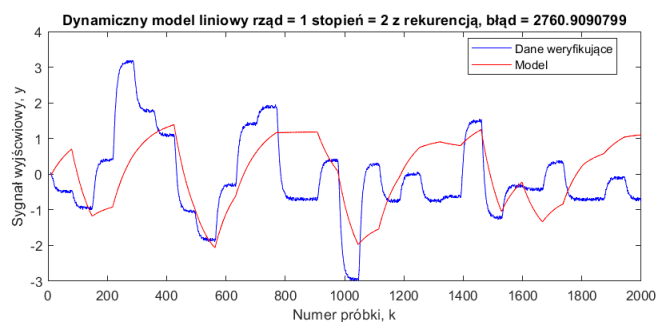
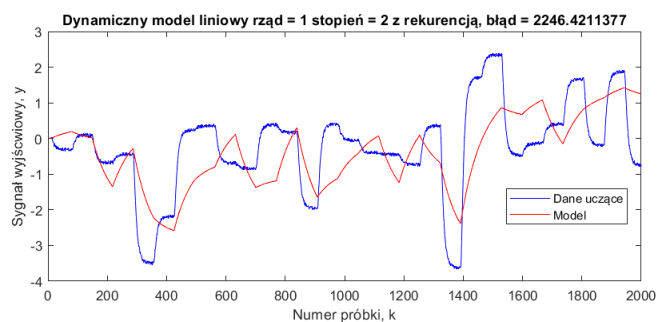
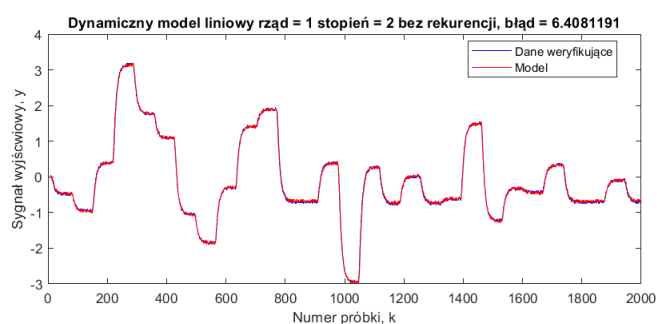
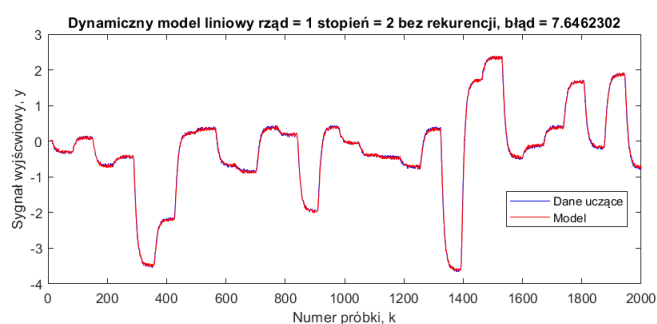
W tym punkcie sprawdzę modele dla stopni wielomianu od 2 do 4 o rzędzie dynamiki od 1 do 2 (dodatkowo sprawdziłem dla rzędu dynamiki 3 oraz stopnia wielomianu 1). W celu przezroczystości wyniki dla poszczególnych modeli zaprezentuję w tabeli, w której umieszczono informację o liczbie parametrów dla każdej modeli. Modele mające stopień wielomianu 1 z rzędami dynamiki 1, 2, 3 zostały wyznaczone w poprzednim punkcie, jednak informacje o tych modelach skopiuję do tabeli znajdującej się niżej w celu łatwiejszej analizy otrzymanych wyników.

Rząd modeli	Stopień wielomianu	Błąd dla danych uczących ARX	Błąd dla danych weryfikujących ARX	Liczba parametrów	Komentarz
1	1	7.7027	6.4836	2	
1	2	7.6462	6.4081	4	
1	3	4.2671	3.8630	6	
1	4	4.1619	3.8208	8	
2	1	6.9558	6.2121	4	
2	2	6.7691	6.2434	8	
2	3	3.4846	3.2119	12	
2	4	3.2671	3.1926	16	
3	1	5.334	5.0672	6	

Tabela 4. Błędy dla modeli dynamicznych w trybie bez rekurencji

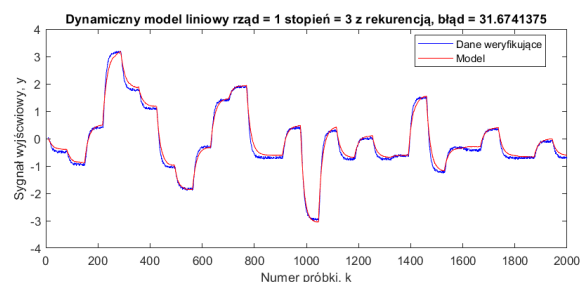
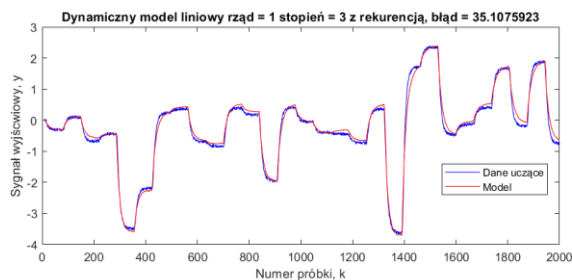
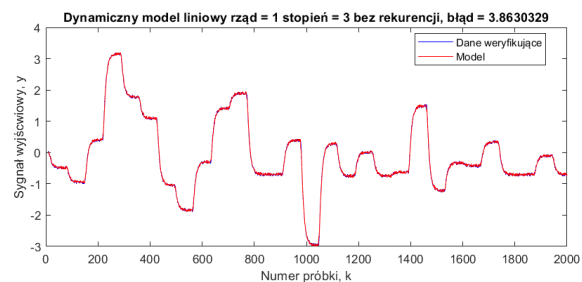
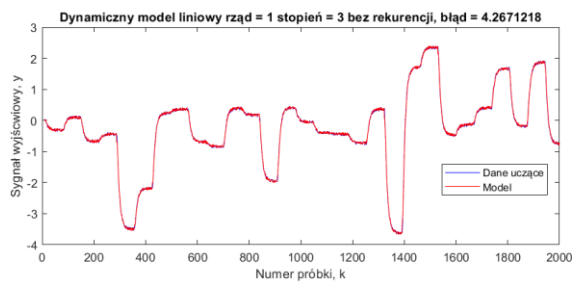
Rząd modeli	Stopień wielomianu	Błąd dla danych uczących OE	Błąd dla danych weryfikujących OE	Liczba parametrów	Komentarz
1	1	2419.8688	3234.6683	2	
1	2	2246.4211	2760.909	4	
1	3	35.1076	31.6741	6	
1	4	19.6093	20.7100	8	
2	1	2295.1111	3060.4903	4	
2	2	2039.1785	2623.8169	8	
2	3	24.7369	24.2742	12	
2	4	11.4702	16.2860	16	
3	1	1959.6683	2519.9356	6	

Tabela 5. Błędy dla modeli dynamicznych w trybie z rekurencją



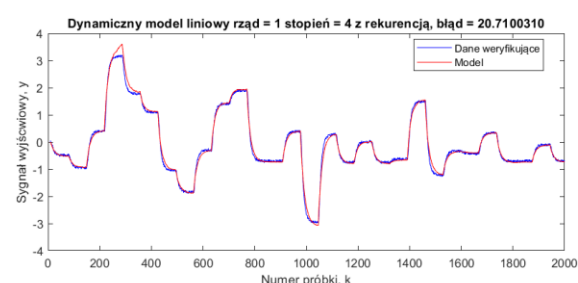
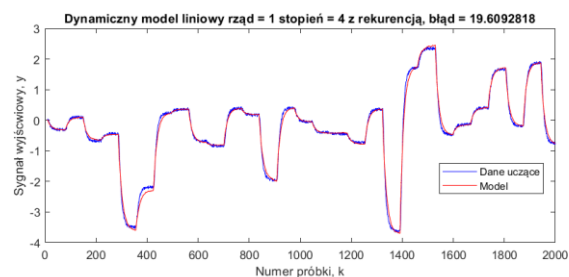
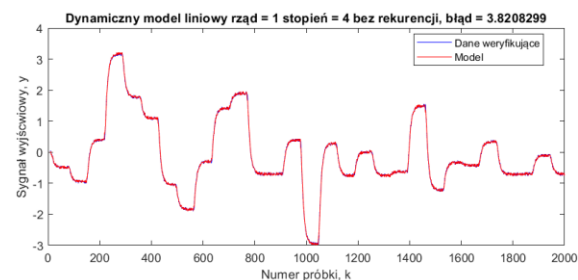
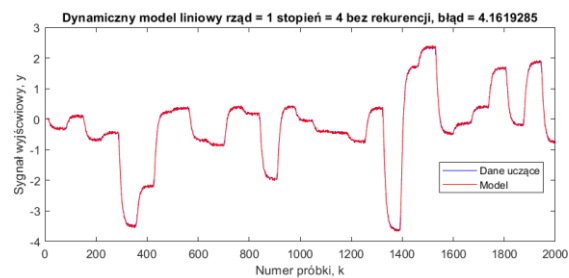
Rysunek 23. Model nieliniowy
1. rzędu i 2 stopnia wielomianu
na tle danych
dynamicznych uczących

Rysunek 24. Model nieliniowy
1. rzędu i 2 stopnia wielomianu
na tle danych
dynamicznych weryfikujących



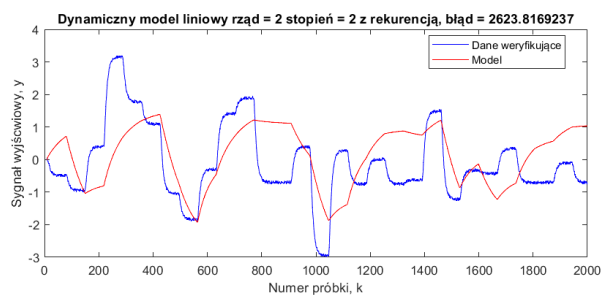
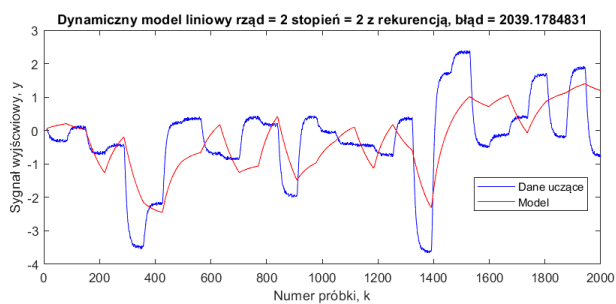
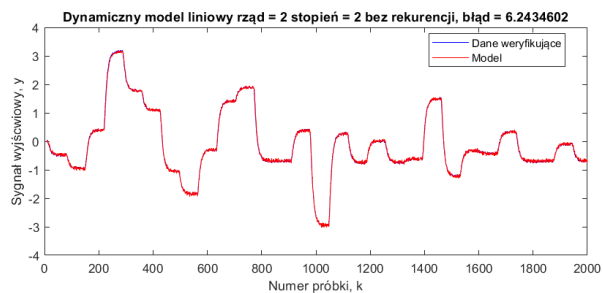
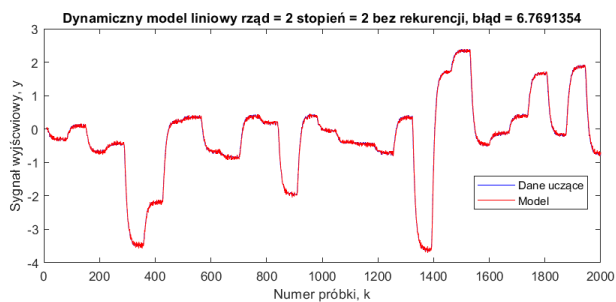
Rysunek 25. Model nieliniowy
1. rzędu i 3 stopnia wielomianu
na tle danych
dynamicznych uczących

Rysunek 26. Model nieliniowy
1. rzędu i 3 stopnia wielomianu
na tle danych
dynamicznych weryfikujących



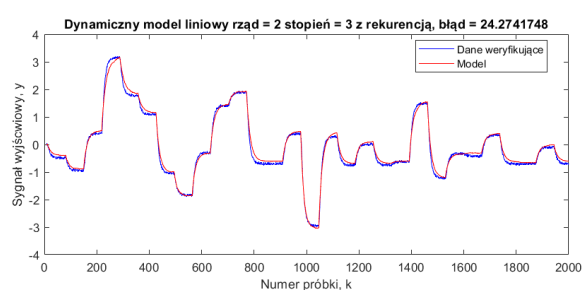
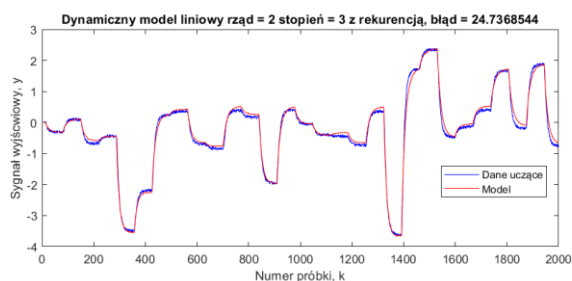
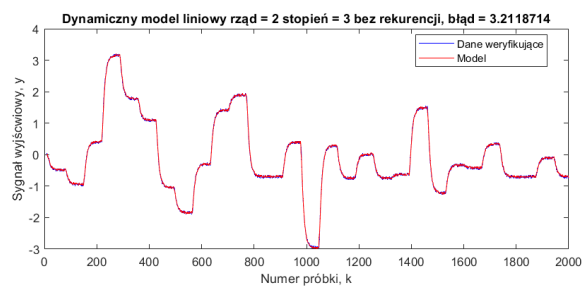
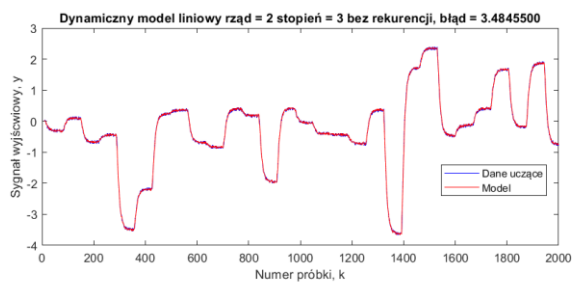
Rysunek 27. Model nieliniowy
1. rzędu i 4 stopnia wielomianu
na tle danych dynamicznych uczących

Rysunek 28. Model nieliniowy
1. rzędu i 4 stopnia wielomianu
na tle danych dynamicznych weryfikujących



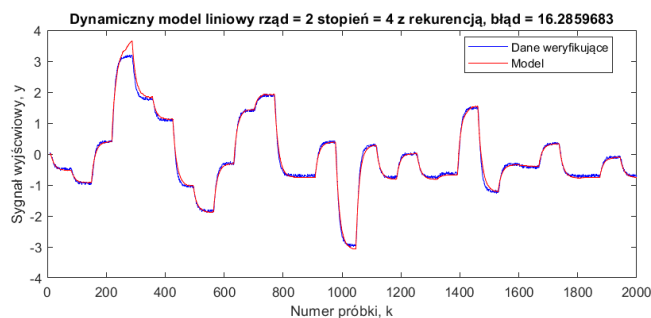
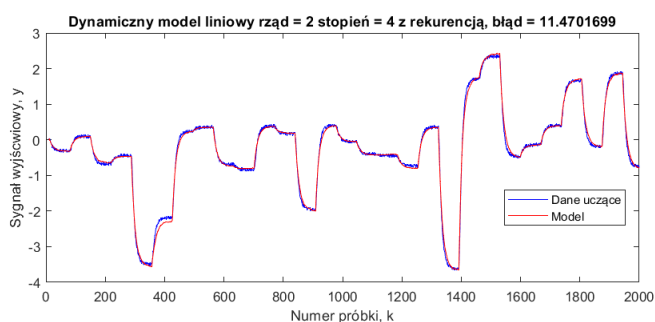
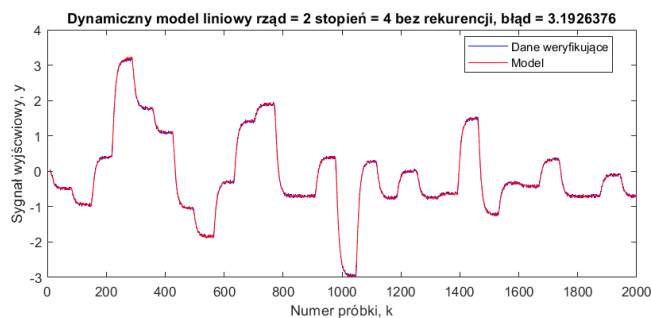
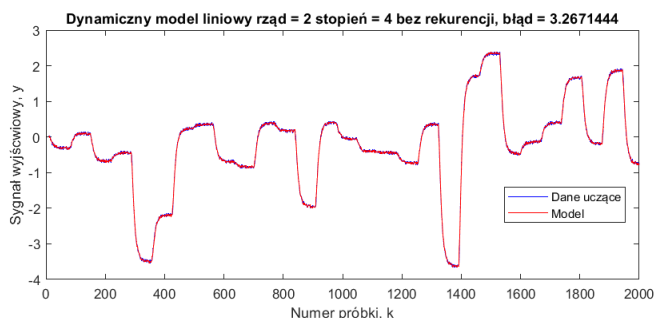
Rysunek 29. Model nieliniowy
2. rzędu i 2 stopnia wielomianu
na tle danych dynamicznych uczących

Rysunek 30. Model nieliniowy
2. rzędu i 2 stopnia wielomianu
na tle danych dynamicznych weryfikujących



Rysunek 31. Model nieliniowy
2. rzędu i 3 stopnia wielomianu
na tle danych dynamicznych uczących

Rysunek 32. Model nieliniowy
2. rzędu i 3 stopnia wielomianu
na tle danych dynamicznych weryfikujących



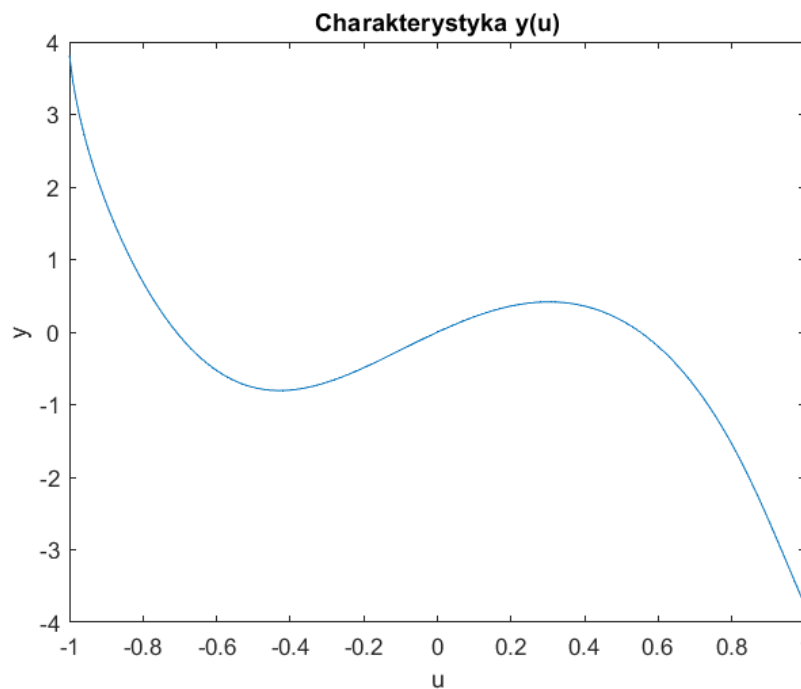
Rysunek 33. Model nieliniowy
2. rzędu i 4 stopnia wielomianu
na tle danych
dynamicznych uczących

Rysunek 34. Model nieliniowy
2. rzędu i 4 stopnia wielomianu
na tle danych
dynamicznych weryfikujących

Fioletowy wiersz w tabeli 4. Wskazuje na model, który jest najlepszy względem liczby parametrów. Ten model posiada tylko 8 parametrów, ale tego wystarcza, żeby błąd był mały zarówno dla trybu bez rekurencji jak i z nią. Uwagi jeszcze zasługuje model zaznaczony na niebiesko, chociaż on ma 16 parametrów, jednak błąd dla trybu OE jest prawie dwukrotnie mniejszy niż od modeli z rzędem dynamiki 1 i stopniem wielomianu 4. W zależności od tego, czy bardziej zależy na liczbie parametrów czy dokładności musi się wybrać odpowiedni model. Moim zdaniem, najlepszy model jest ten, który zazaczyłem na fioletowo, a więc na podstawie tego modelu wyznaczę model statyczny dla następnego zadania.

2.D.

Jak powiedziałem w poprzednim punkcie – wyznaczę statyczny model nieliniowy dla modelu o rzędzie dynamiki 1 i stopniu wielomianu 4. Próbowałem użyć polecenia *fsolve*, jednak dla różnych punktów początkowych otrzymywałem różne wyniki. W związku z tym posłużyłem się inną metodą w celu znalezienia charakterystyki $y(u)$. Wiadomo, iż wartości sygnałów wejściowych są w przedziale: $(-1; 1)$, więc podzieliłem ten przedział na 201 równoodległych punktów. Następnie dla każdego z tych punktów znalazłem wartość wyjściową dla skoku jednostkowego dla układu (od wartości 0 do u , gdzie u – wartość tego punktu), następnie mógłbym oczekiwać póki charakterystyka się ustabilizuje, jednak dla pewności czekałem do momentu wyliczenia wartości wyjścia dla ostatniej, 2000-ej próbki. Wartość wyjścia y ma taką samą wartość dla charakterystyki statycznej dla tego samego wejścia u . Następnie te punkty połączyłem między sobą prostą i wyszedł wykres charakterystyki $y(u)$, co zilustrowano na rysunku 35. Ten wykres jest bardzo podobny do wykresu dla danych statycznych, wyznaczony w punkcie 1.A.



Rysunek 35. Charakterystyka $y(u)$