**MODI – projekt II, zadanie 50**

23L Denys Fokashchuk, 323944

**Informacja ogólna**

Błąd średniokwadratowy liczyłem zgodnie z wzorem:

, gdzie

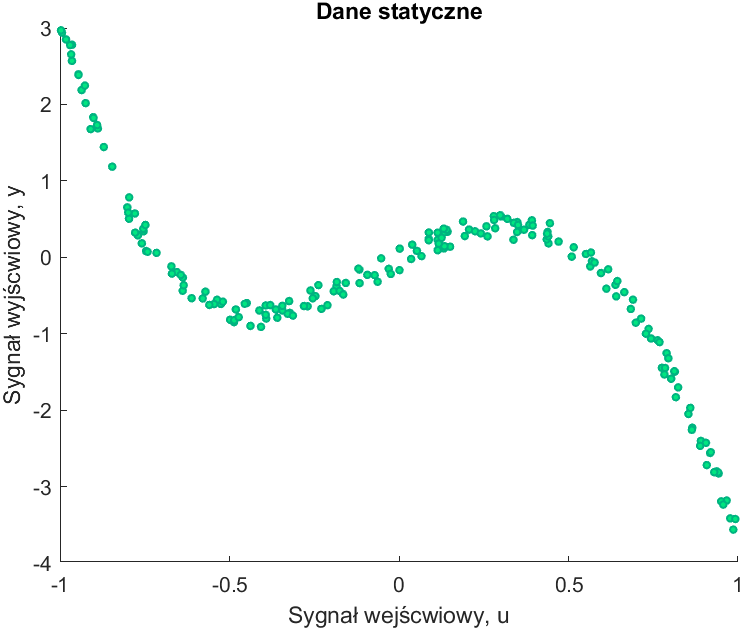
– wartość wyjścia modelu

y – wartość wyjścia rzeczywista

**1. Identyfikacja modeli statycznych**

**1.A**

Zaimportowane dane statyczne mają postać zilustrowaną na rysunku 1.

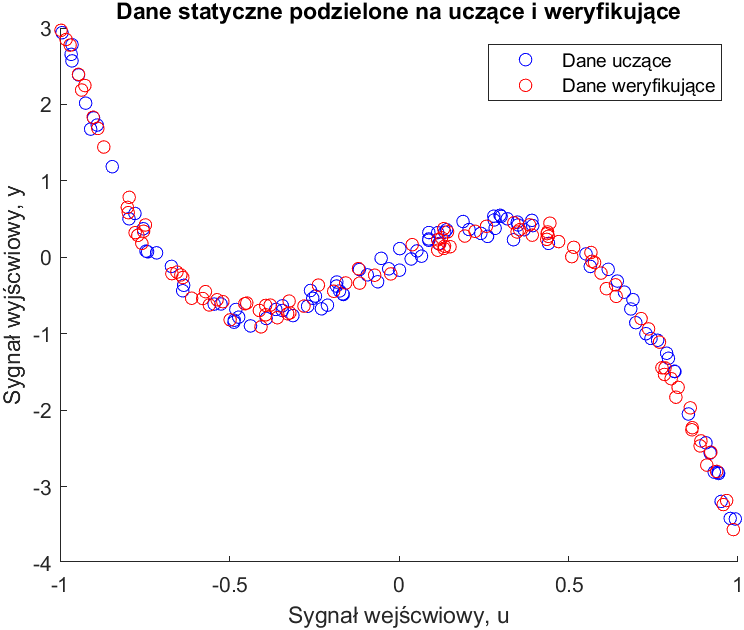


Rysunek 1. Dane statyczne.

W celu podzielenia danych statycznych z pliku *danestat50.txt* na dane uczące i weryfikujące posłużyłem się następującą metodą:

* każdy wiersz mający nieparzysty indeks jest wierszem dla danych uczących;
* każdy wiersz mający parzysty indeks jest wierszem dla danych weryfikujących.

W celu sprawdzenia czy dane uczące i weryfikujące podzieliły się mniej więcej równomiernie narysowałem na wspólnym wykresie te dane co pokazano na rysunku 2.



Rysunek 2. Dane statyczne uczące i weryfikujące

Jak można zauważyć dane zostały podzielone równomiernie, więc w dalszej części wykonania projektu posłużę się takim rozkładem tych danych.

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 3. Dane statyczne uczące | Rysunek 4. Dane statyczne weryfikujące |

**1.B.**

Model liniowy będzie postaci . Za pomocą funkcji lewego dzielenia, dostępnej w MATLABie oraz danych uczących znaleziono wektor współczynników W=[a0, a1]. Dla danych uczących współczynniki mają wartości:

a0 -0.1901; a1 -1.3848

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 5. Model liniowy postaci    na tle danych statycznych uczących | Rysunek 6. Model liniowy postaci  na tle danych statycznych weryfikujących |
|  |  |

Obliczyłem błędy średniokwadratowe dla danych uczących oraz weryfikujących i otrzymałem następujące wyniki:

* Dla danych uczących błąd wynosi 83.224854886943049
* Dla danych weryfikujących błąd wynosi 86.164631924039838

Nawet bez liczenia błędów średniokwadratowych można zauważyć, że znaleziony model źle „aproksymuje” dane danych uczące jak i weryfikujące. Dodatkowym spostrzeżeniem jest to, że błąd dla danych uczących jest nieco mniejszy niż dla danych weryfikujących. Jest to logiczne, ponieważ szuka się najlepszy model dla danych uczących, a nie weryfikujących. Przypatrzywszy się danym można założyć, że najlepiej będzie aproksymowała funkcja wielomianowa 3-go stopnia, jednak należy to sprawdzić, co zrobię w następnym punkcie zadania.

**1.C.**

W tym punkcie zacznę od sprawdzenia dla wielomianu stopnia większego niż 1, ponieważ dla pierwszego stopnia wielomianu znaleziono model w poprzednim punkcie, w którym również umieszczono charakterystyki y(u) na tle zbiorów uczącego i weryfikującego, natomiast błędy skopiowano do tabeli 1. Wykresy dla następujących modeli zilustrowano niżej.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N,  stopień wielo-mianu | Błąd dla danych uczących | Błąd dla danych weryfiku-jących | Komentarz |
| 1 | 83.2248 | 86.1646 | Błędy są za duże zarówno dla danych uczących jak i weryfikujących, więc należy zwiększyć stopień wielomianu. |
| 2 | 82.1652 | 84.5425 | Błędy są nieco mniejsze od poprzedniej wersji, aczkolwiek wciąż są za duże, więc należy zwiększyć stopień wielomianu. |
| 3 | 1.6273 | 1.9065 | Błędy są znacznie mniejsze od modelu dla stopnia wielomianu równemu 2, jednak postanowiłem spróbować jeszcze kilka razy zwiększyć stopień w celu ulepszenia modelu. |
| 4 | 0.9034 | 1.226 | Błędy są jeszcze mniejsze dla dwóch zbiorów. To jest najlepszy model dla moich danych. |
| 5 | 0.9032 | 1.2280 | Chociaż błąd dla danych uczących zmniejszył się, jednak błąd dla danych weryfikujących zwiększył się, więc odbyło się przeparametryzowanie modeli. |
| 6 | 0.8967 | 1.26 | Kontynuacja zjawiska przeparametryzowania modeli. Nie ma potrzeby sprawdzać dla jeszcze większych stopni wielomianu, bo błąd dla danych uczących będzie się zmniejszał, jednak dla danych weryfikujących prawdopodobnie będzie się zwiększał. |

Tabela 1. Błędy dla modeli statycznych

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 7. Model nieliniowy postaci  na tle danych statycznych uczących | Rysunek 8. Model nieliniowy postaci  na tle danych statycznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 9. Model nieliniowy postaci  na tle danych statycznych uczących | Rysunek 10. Model nieliniowy postaci  na tle danych statycznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 11. Model nieliniowy postaci  na tle danych statycznych uczących | Rysunek 12. Model nieliniowy postaci  na tle danych statycznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 13. Model nieliniowy postaci  na tle danych statycznych uczących | Rysunek 14. Model nieliniowy postaci  na tle danych statycznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 13. Model nieliniowy postaci  na tle danych statycznych uczących | Rysunek 14. Model nieliniowy postaci    na tle danych statycznych weryfikujących |

**2. Identyfikacja modeli dynamicznych**

**2.A**

Zbiory danych dynamicznych uczących oraz weryfikujących znajdują się na rysunkach 15. i 16. odpowiednio.

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 15. Dane dynamiczne uczące | Rysunek 16. Dane dynamiczne weryfikujące |

**2.B.**

W celu, aby mieć takie same próbki do wyznaczenia modeli z różnymi rzędami dynamiki użyłem danych z plików od indeksu 10. Czyli liczba próbek do znalezienia / sprawdzenia modeli wynosi 1991.

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 17. Model liniowy 1. rzędu  na tle danych  dynamicznych uczących | Rysunek 18. Model liniowy 1. rzędu  na tle danych  dynamicznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 19. Model liniowy 2. rzędu  na tle danych  dynamicznych uczących | Rysunek 20. Model liniowy 2. rzędu  na tle danych  dynamicznych weryfikujących |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Rysunek 21. Model liniowy 3. rzędu  na tle danych  dynamicznych uczących | | | | | Rysunek 22. Model liniowy 3. rzędu  na tle danych  dynamicznych weryfikujących | |
| N,  Rząd modeli | Błąd dla danych uczących  ARX | Błąd dla danych weryfikujących  ARX | Komentarz | |
| 1 | 7.70266 | 6.4836 | Błąd jest niewielki uwzględniając fakt, że jest aż 1991 próbek | |
| 2 | 6.9558 | 6.2121 | Błąd jest nieco mniejszy od błędu z poprzedniego modelu | |
| 3 | 5.334 | 5.0672 | Błąd jest jeszcze trochę mniejszy od błędu z poprzedniego modelu | |

Tabela 2. Błędy dla modeli dynamicznych w trybie bez rekurencji

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N,  Rząd modeli | Błąd dla danych uczących  OE | Błąd dla danych weryfikujących  OE | Komentarz |
| 1 | 2419.8688 | 3234.6683 | Błędy zarówno dla danych uczących jak i weryfikujących są zbyt duże |
| 2 | 2295.1111 | 3060.4903 | Błędy trochę się zmniejszyły, aczkolwiek są za duże |
| 3 | 1959.6683 | 2519.9356 | Błędy jeszcze trochę się zmniejszyły, jednak wciąż są wielkie |

Tabela 3. Błędy dla modeli dynamicznych w trybie z rekurencją

Najlepszy model spośród trzech wyżej wymienionych jest model trzeciego rzędu, ponieważ ma najmniejsze błędy dla obu trybów dla danych uczących i weryfikujących. Moim zdaniem, tryb bez rekurencji lepiej pozwala ocenić jakość modelu, ponieważ nawet przy zwiększeniu rzędu dynamiki błędy dla trybu z rekurencją są zbyt duże, żeby stosować modelu. Ciekawą obserwacją jest to, iż dla trybu bez rekurencji błąd jest mniejszy dla danych weryfikujących niż uczących, aczkolwiek dla trybu z rekurencją jest przeciwne zjawisko.

**2.C.**

W tym punkcie sprawdzę modele dla stopni wielomianu od 2 do 4 o rzędzie dynamiki od 1 do 2 (dodatkowo sprawdziłem dla rzędu dynamiki 3 oraz stopnia wielomianu 1). W celu przezroczystości wyniki dla poszczególnych modeli zaprezentuje w tabeli, w której umieszczono informację o liczbie parametrów dla każdej modeli. Modele mające stopień wielomianu 1 z rzędami dynamiki 1, 2, 3 zostały wyznaczone w poprzednim punkcie, jednak informacje o tych modelach skopiuję do tabeli znajdującej się niżej w celu łatwiejszej analizy otrzymanych wyników.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Rząd modeli | Stopień wielomianu | Błąd dla danych uczących  ARX | Błąd dla danych weryfikujących  ARX | Liczba parametrów | Komentarz |
| 1 | 1 | 7.7027 | 6.4836 | 2 |  |
| 1 | 2 | 7.6462 | 6.4081 | 4 |  |
| 1 | 3 | 4.2671 | 3.8630 | 6 |  |
| 1 | 4 | 4.1619 | 3.8208 | 8 |  |
| 2 | 1 | 6.9558 | 6.2121 | 4 |  |
| 2 | 2 | 6.7691 | 6.2434 | 8 |  |
| 2 | 3 | 3.4846 | 3.2119 | 12 |  |
| 2 | 4 | 3.2671 | 3.1926 | 16 |  |
| 3 | 1 | 5.334 | 5.0672 | 6 |  |

Tabela 4. Błędy dla modeli dynamicznych w trybie bez rekurencji

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Rząd modeli | Stopień wielomianu | Błąd dla danych uczących  OE | Błąd dla danych weryfikujących  OE | Liczba parametrów | Komentarz |
| 1 | 1 | 2419.8688 | 3234.6683 | 2 |  |
| 1 | 2 | 2246.4211 | 2760.909 | 4 |  |
| 1 | 3 | 35.1076 | 31.6741 | 6 |  |
| 1 | 4 | 19.6093 | 20.7100 | 8 |  |
| 2 | 1 | 2295.1111 | 3060.4903 | 4 |  |
| 2 | 2 | 2039.1785 | 2623.8169 | 8 |  |
| 2 | 3 | 24.7369 | 24.2742 | 12 |  |
| 2 | 4 | 11.4702 | 16.2860 | 16 |  |
| 3 | 1 | 1959.6683 | 2519.9356 | 6 |  |

Tabela 5. Błędy dla modeli dynamicznych w trybie z rekurencją

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 23. Model nieliniowy  1. rzędu i 2 stopnia wielomianu  na tle danych  dynamicznych uczącyc | Rysunek 24. Model nieliniowy  1. rzędu i 2 stopnia wielomianu  na tle danych  dynamicznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 25. Model nieliniowy  1. rzędu i 3 stopnia wielomianu  na tle danych  dynamicznych uczących | Rysunek 26. Model nieliniowy  1. rzędu i 3 stopnia wielomianu  na tle danych  dynamicznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 27. Model nieliniowy  1. rzędu i 4 stopnia wielomianu  na tle danych dynamicznych uczących | Rysunek 28. Model nieliniowy  1. rzędu i 4 stopnia wielomianu  na tle danych dynamicznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 29. Model nieliniowy  2. rzędu i 2 stopnia wielomianu  na tle danych dynamicznych uczących | Rysunek 30. Model nieliniowy  2. rzędu i 2 stopnia wielomianu  na tle danych dynamicznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 31. Model nieliniowy  2. rzędu i 3 stopnia wielomianu  na tle danych dynamicznych uczących | Rysunek 32. Model nieliniowy  2. rzędu i 3 stopnia wielomianu  na tle danych dynamicznych weryfikujących |

|  |  |
| --- | --- |
| Rysunek 33. Model nieliniowy  2. rzędu i 4 stopnia wielomianu  na tle danych  dynamicznych uczących | Rysunek 34. Model nieliniowy  2. rzędu i 4 stopnia wielomianu  na tle danych  dynamicznych weryfikujących |

Fioletowy wiersz w tabeli 4. Wskazuje na model, który jest najlepszy względem liczby parametrów. Ten model posiada tylko 8 parametrów, ale tego wystarcza, żeby błąd był mały zarówno dla trybu bez rekurencji jak i z nią. Uwagi jeszcze zasługuje model zaznaczony na niebiesko, chociaż on ma 16 parametrów, jednak błąd dla trybu OE jest prawie dwukrotnie mniejszy niż od modeli z rzędem dynamiki 1 i stopniem wielomianu 4. W zależności od tego, czy bardziej zależy na liczbie parametrów czy dokładności musi się wybrać odpowiedni model. Moim zdaniem, najlepszy model jest ten, który zaznaczyłem na fioletowo, a więc na podstawie tego modelu wyznaczę model statyczny dla następnego zadania.

**2.D.**

Jak powiedziałem w poprzednim punkcie – wyznaczę statyczny model nieliniowy dla modelu o rzędzie dynamiki 1 i stopniu wielomianu 4. Próbowałem użyć polecenia *fsolve*, jednak dla różnych punktów początkowych otrzymywałem różne wyniki. W związku z tym posłużyłem się inną metodą w celu znalezienia charakterystyki *y(u)*. Wiadomo, iż wartości sygnałów wejściowych są w przedziale: (-1; 1), więc podzieliłem ten przedział na 201 równoodległych punktów. Następnie dla każdego z tych punktów znalazłem wartość wyjściową dla skoku jednostkowego dla układu (od wartości 0 do u, gdzie u – wartość tego punktu), następnie mógłbym oczekiwać póki charakterystyka się ustabilizuje, jednak dla pewności czekałem do momentu wyliczenia wartości wyjścia dla ostatniej, 2000-ej próbki. Wartość wyjścia *y* ma taką samą wartość dla charakterystyki statycznej dla tego samego wejścia *u*. Następnie te punkty połączyłem między sobą prostą i wyszedł wykres charakterystyki *y(u)*, co zilustrowano na rysunku 35. Ten wykres jest bardzo podobny do wykresu dla danych statycznych, wyznaczony w punkcie 1.A.

Obraz zawierający tekst, Wykres, linia, diagram

Opis wygenerowany automatycznie

Rysunek 35. Charakterystyka y(u)