Міністерство освіти і науки України

Департамент освіти і науки Сумської облдержадміністрації

Сумське територіальне відділення МАН України

Відділення: економіки

Секція: мікроекономіки та макроекономіки

Моделювання макроекономічних процесів

на базі статистичних даних

Роботу виконав:

Кролевецький Денис Юрійович,

учень 11 класу комунальної установи Сумська спеціалізована школа І-ІІІ ступенів №10 ім. Героя Радянського Союзу О.Бутка, м. Суми, Сумської області

Наукові керівники:

Азаренкова Альона Іванівна,

учитель математики комунальної установи Сумська спеціалізована школа І-ІІІ ступенів №10 ім. Героя Радянського Союзу О.Бутка, м. Суми, Сумської області

Потапенко Катерина Олексіївна,

студентка Сумського державного університету

Суми 2016

**Моделювання динамічних процесів на базі статистичних даних**

Кролевецький Денис Юрійович,

учень 11 класу комунальної установи Сумська спеціалізована школа І-ІІІ ступенів № 10 імені Героя Радянського Союзу О. Бутка, м. Суми, Сумської області

Секція математичного моделювання

Сучасний світ потребує створення ефективних методів розв’язання задач математичного моделювання, які виникають в області природничих, технічних, економічних наук, соціології тощо.

Розроблено багато модифікацій динамічних моделей, що описують макроекономічні процеси, зокрема моделі: Хікса, Солоу, та інші. Загальним недоліком математичних моделей, які описують динамічні процеси в реальних системах, є припущення про відомі значення параметрів цих моделей. Однак на практиці часто вони невідомі, і виникає необхідність їх оцінювання, виходячи зі статистичної інформації стосовно основних факторів, за допомогою яких на заданому часовому проміжку характеризується дана динамічна система.

У даній роботі моделюються динамічні макроекономічні процеси, яким властива циклічність. Представлено модель поведінки динамічної макроекономічної системи, побудовану на основі існуючих моделей, але з новим авторським підходом оцінювання невідомих параметрів статистичними методами. Оцінювання здійснюється методом найменших квадратів за допомогою спеціальних програмних пакетів, які дозволяють реалізувати запропоновані алгоритми і отримати якісні імітаційні та прогнозні властивості на основі реальних статистичних даних макроекономічної системи. У роботі представлено теоретичний аналіз створення моделі динамічного процесу на прикладі макроекономічної системи, запропоновано алгоритм параметричної ідентифікації моделі макроекономічної динаміки та програмну реалізацію створених алгоритмів.

Апробація отриманої моделі та алгоритму її реалізації проводилась на основі статистичних даних конкретної макроекономічної динаміки (на прикладі економічних показників Франції за період з 1959 по 2009 роки – періоді ідентифікації моделі, та періоді прогнозування 2010-2014 роки).

У результаті проведених досліджень, зокрема аналізу гармонічних коливань всередині макроекономічної системи, визначено точки підйому і спаду в економіці та спрогнозовано перспективи економічного розвитку досліджуваної країни.

Запропонований алгоритм специфікації та параметричної ідентифікації моделі може бути використаний для моделювання аналогічних динамічних систем, які мають циклічний характер розвитку.

ЗМІСТ

Вступ ………………………………………………………………………………...4

[Розділ 1 Параметрична ідентифікація та специфікація досліджуваної моделі](#_Toc440349176)....8

[1.1. Економічні цикли, властиві макроекономічним системам……………...](#_Toc440349177) .8

[1.2. Аналіз статистичних даних……………………………..](#_Toc440349178) ………………...10

[1.3. Виділення у випадкових відхиленнях періодичної складової………. . 1](#_Toc440349178)2

[1.4. МНК-оцінювання регресійної моделії …………………………………...1](#_Toc440349178)3

[Розділ 2 Апробація побудованих алгоритмів …………………………………….](#_Toc440349179)15

[2.1. Вибір статистичних даних і постановка проблеми](#_Toc440349180) ……………………...15

[2.2. Ідентифікація основних параметрів моделі ………………………...…...](#_Toc440349181).15

[2.3 Побудова модельних кривих та визначення коефіцієнтів детермінації..](#_Toc440349182)17

[2.4 Аналіз і прогнозування поведінки досліджуваної макроекономічної   
системи…………………………………………………………………………..](#_Toc440349181).21

[Висновки ……………………………………………………………………………2](#_Toc440349179)3

[Список використаних джерел ……………………………………………………..2](#_Toc440349183)5

# ВСТУП

У сучасних умовах для будь-якого динамічного об’єкту (технічного, біологічного, економічного, соціального, екологічного) найбільш важливим є питання обмеженості ресурсів та їх оптимального використання. Особливо це важливо в макроекономічних системах, оскільки макроекономічна політика неможлива без виконання комплексної перспективної оцінки впливу найважливіших факторів розвитку економіки на динаміку і структуру виробництва. Макроекономічна теорія пояснює, звідки виникають загальні економічні проблеми, як вони розвиваються і як їх можна вирішити. Розв’язання цих проблем має спиратися на системний підхід, який наряду зі змістовним аналізом реальних процесів включає також застосування математичних методів та економіко-математичного моделювання. Оцінювання макроекономічних показників на перспективу неможливе без розробки імітаційних та прогнозних моделей. Значення математичного моделювання як методу досліджень визначається тим, що модель являє собою концептуальний інструмент, орієнтований на аналіз та прогнозування динамічних процесів [1, 2].

Останнім часом у теорії математичного моделювання економічних процесів та систем знайшли широке застосування методи економетрики, які дозволяють провести глибокий якісний аналіз динамічних систем, запропонованих у вигляді лінійних [3], нелінійних [4] моделей та моделей з лаговими змінними [5]. Побудова адекватних динамічних моделей у задачах макроекономіки ґрунтується на ідентифікованих рівняннях руху, які отримуються із законів, властивих даним макроекономічним процесам [6-8].

Більшість макроекономічних досліджень використовують математичні моделі, які специфікуються за допомогою економічної теорії [3]. Такі моделі, як правило, на практиці не приводять до адекватних результатів, оскільки будь-яка теорія не може врахувати всі особливості даного економічного процесу. Справа в тому, що моделі містять багато невідомих параметрів, і не має можливості оцінити їх всередині даної системи. Тому дослідники вимушені використовувати зовнішні оцінки цих параметрів (на іншій множині даних) [9]. Однак такий підхід містить небезпеки, про які слід завжди пам’ятати:

* точність зовнішньої оцінки визначає точність отриманих за її допомогою невідомих параметрів даної моделі;
* немає ніякої гарантії, що значення коефіцієнта для зовнішньої оцінки збігається з його значенням у даній моделі.

Отже, ключовою проблемою моделювання макроекономічних систем є побудова траєкторій руху основних величин, які характеризують дану систему, оскільки на практиці вони невідомі. Дослідник може виходити лише зі статистичної інформації про значення вказаних змінних у дискретні моменти часу із заданого проміжку (період ідентифікації). Головними ендогенними параметрами макроекономічних моделей є національний дохід, рівень цін, рівень зайнятості, ставка заробітної плати. Кількісну оцінку результатів функціонування національної економіки здійснюють на основі спеціальної системи показників: валового внутрішнього продукту, чистого національного продукту, національного доходу. В економіці одночасно діють багато макроекономічних процесів, часто – у протилежних напрямках. Дуже важко охопити, зрозуміти і встановити всі залежності та існуючі зв’язки між компонентами таких систем. Оцінювання невідомих параметрів моделі повинно проводитись методами економетрики [5,10]. Спроба ідентифікувати невідомі параметри макроекономічної моделі не економетричними методами на практиці, як правило, приводить до небажаних наслідків [11], основними з яких є:

* побудовані алгоритми не задовольняють умовам стійкості динамічних моделей і, як наслідок, виникають проблеми пам’яті та часу при чисельній реалізації на комп’ютері;
* практично неможливо оцінити точність отриманих результатів.

Економетричний підхід не ігнорує економічну теорію. Він враховує той факт, що реальні економічні процеси мають складний характер, слабо формалізовані і, отже, потребують певної адаптації [1,3,7]. Математичні моделі слабо формалізованих динамічних систем можуть використовуватися для аналізу їх динаміки (імітації руху). Саме крізь призму імітаційних властивостей треба оцінювати якість математичних моделей макроекономічних процесів і лише після цього використовувати їх з метою прогнозування. Оскільки в слабо формалізованих системах (економічних, соціальних, екологічних) відсутній сталий вигляд закону еволюції, то вибір моделі таких систем залежить від дослідника, який повинен виходити з основних властивостей, притаманних досліджуваній системі.

Сучасна глобальна проблема економіки – криза – виникає з певною періодичністю. Узагалі, макроекономічним процесам властива циклічність. Фази підйому тут змінюються фазами спаду, і навпаки. В подібних ситуаціях можна моделювати траєкторії руху основних змінних, що характеризують дану динамічну систему, за допомогою розкладання на трендову та періодичну складові. У якості тренду на практиці, як правило, вибирають поліноміальний або експоненціальний тренд [12, 13]. Але найбільш обґрунтованим і до того ж наглядним є прямолінійний тренд. Тоді гармоніки, за допомогою яких характеризується періодична складова, коливаються навколо прямолінійного тренду, і їх суперпозиція повинна відтворювати коливальний процес, характерний досліджуваній динамічній системі.

Отже, основна задача при визначенні траєкторії руху деякого основного фактору полягає у встановленні тренду та значущих гармонік, які властиві даній динамічній системі і адекватно описують коливальний процес навколо ідентифікованого тренду. Коефіцієнти у розкладі траєкторій руху на трендову та періодичну складові заздалегідь невідомі, і тому необхідно скласти алгоритм їх ідентифікації.

У даній роботі моделюються динамічні макроекономічні процеси, яким властива циклічність [14]. Представлено модель поведінки динамічної макроекономічної системи, побудовану на основі існуючих моделей, але з новим авторським підходом оцінювання невідомих параметрів статистичними методами. Оцінювання невідомих параметрів моделі здійснюється методом найменших квадратів [10] за допомогою спеціальних програмних пакетів, які дозволяють реалізувати запропоновані алгоритми і отримати якісні імітаційні та прогнозні властивості на основі реальних статистичних даних макроекономічної динаміки.

Апробація отриманої моделі та алгоритму її реалізації проводилась на основі статистичних даних конкретної макроекономічної динаміки (на прикладі економічних показників Франції за період з 1959 по 2009 роки – періоді ідентифікації моделі, та періоді прогнозування 2010-2014 роки). Адекватність моделі та точність отриманих результатів перевіряється за допомогою статистичних тестів і коефіцієнтів детермінації [5, 10]. Побудовані траєкторії валового випуску продукції (ВВП) та невиробничого споживання (НС) свідчать про високоякісні імітаційні та прогнозні властивості моделей, і тому їх можна використовувати при розробці макроекономічної політики.

Метою дослідження є моделювання макроекономічного динамічного процесу з вдосконаленням методики оцінювання невідомих параметрів та підтвердження циклічності розвитку динамічних, зокрема макроекономічних систем. Об’єкт дослідження – динамічна макроекономічна система. Предмет дослідження – побудова та апробація динамічного макроекономічного циклічного процесу на базі статистичних даних.

# 

# РОЗДІЛ 1 Параметрична ідентифікація та специфікація

# досліджуваної моделі

## 1.1 Економічні цикли, властиві макроекономічним системам

Відомо [7], що стан макроекономічної системи в будь-який момент неперервного часу  можна характеризувати такими основними показниками:

1. – валовий випуск продукції (ВВП) або національний дохід (НД);
2. – невиробниче споживання (НС) або попит на продукцію;
3. – основні фонди (ОФ);
4. – інвестиції.

Зв'язок між вказаними величинами в момент часу *t* на якісному рівні задається за допомогою таких співвідношень ( – державні витрати) [7]:

, (1.1)

– принцип мультиплікатора, (1.2)

– принцип акселератора, (1.3)

– закон Солоу. (1.4)

З (1.1) – (1.4) випливає механізм самопідтримуючих циклічних коливань.

1. На фазі підйому економіки: якщо в момент часу *t-*1 зростають інвестиції , то згідно (1.1) в цей момент часу зростає ВВП . Тоді згідно (1.2) в момент часу *t* зростає НП і, отже, з (1.3) випливає, що в цей момент часу зростають інвестиції , а значить, закон Солоу (1.4) дає зростання ОФ .

Можна зробити висновок, що на фазі підйому завжди збільшується сукупний попит. Це штовхає підприємців до розширення сукупної пропозиції і, як наслідок, фірми збільшують обсяги виробництва і набирають нових робітників, тим самим зменшуючи безробіття. Однак, збільшення попиту породжує ріст цін як на продукцію, так і на ресурси. В банках зростає ставка відсотків по кредитах. Нарешті деякі фірми починають відчувати труднощі з реалізацією продукції, наприклад, внаслідок високих цін, а тому не можуть вчасно повертати кредити. У деякий момент часу дохід досягає своєї верхньої межі (піку) і далі він починає спадати.

1. На фазі спаду економіки: якщо в момент часу *t-*1 спадає ВВП , то згідно (1.2) в цей момент часу спадає НП . Тоді згідно (1.3) зменшуються інвестиції , а значить, закон Солоу (1.4) дає зменшення ОФ .

У фазі спаду деякі фірми банкрутують. Хвиля банкрутств котиться спочатку по реальному сектору економіки, а потім по банківському сектору. Як наслідок, частина фірм і банків виходять з ринку, люди втрачають роботу. Сукупний попит зменшується внаслідок зменшення сукупних доходів, і це призводить до падіння цін. Після того, як рівень сукупної пропозиції зрівнюється з рівнем сукупного попиту, падіння цін призупиняється. На плаву залишаються найсильніші фірми і банки. У деякий момент часу дохід досягає нижньої границі (падіння обмежене знизу). Це обумовлене тим, що рівновага попиту та пропозиції на ринку швидко порушується. З’являються нові інвестиції, і сукупні пропозиції починають зростати, поступово обганяючи сукупний попит. Розширення виробництва супроводжується заміною засобів виробництва, тобто завдяки кризі відновлюються ОФ. Як наслідок – знову скорочується безробіття, зростає зарплатня і т.д. до наступного піку сукупного доходу.

Отже, якщо ВВП досягає верхньої або нижньої границі, він змінює рух на протилежний, що виключає як «вибух», так і повне затухання циклу. У макроекономічних системах чергування підйомів і спадів називаються економічними циклами. На рис. 1.1 зображено основні фази економічного циклу (від піку до піку).

Циклічність в економіці має свою специфіку, так як одночасно існують і діють кілька типів циклів. Усього їх виділяють більше тисячі, один з основних – довгі хвилі Кондратьєва, поширені цикли – Дж. Кітчіна та С. Кузнеця, промисловий цикл Жугляра. Економічні цикли відбуваються по різним причинам і можуть бути викликаними як зовнішніми, так і внутрішніми факторами. Зовнішні фактори виступають у ролі початкових імпульсів циклу, внутрішні фактори перетворюють ці імпульси у фазні коливання.

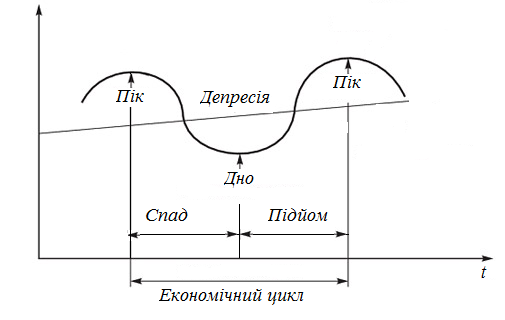


Рис. 1.1. Фази економічного циклу

У процесі функціонування економіки зовнішні і внутрішні фактори накладаються один на одного (суперпозиція), то підсилюючи, то послаблюючи коливання економіки навколо прямолінійного тренду. Однак, оскільки економічні цикли – це об’єктивна реальність, то можна скласти їх математичну модель.

## 1.2 Аналіз статистичних даних

Економічні цикли макроекономік розвинених країн (США, Великобританія, Франція і т.д.) можна вивчати, аналізуючи статистичні дані відносно основних зазначених вище показників. Оскільки ВВП країни (як і більшість інших показників) вимірюється в грошових одиницях (Україна – млрд. грн., Росія – млрд. руб., Єврозона – млрд. євро, США – млрд. дол.), то доцільно провести обезрозмірювання. Зручно поділити статистичні дані на початкове значення (у початковий момент часу *t* = 1). Тоді, вибірка

(1.5)

починається із значення 1 (в момент *t* = 1) і значення (1.5) показує, як зросло реальне значення ВВП у момент *t* по відношенню до початкового значення.

Наприклад, на рис. 1.2 приведена діаграма розсіювання ВВП Франції – статистичні дані реального ВВП країни в цілочисельних точках (роках)   
за 1958 – 2014 рр. [15]. Якщо провести умовний прямолінійний тренд (він заздалегідь невідомий), то можна побачити, що відстані між яскраво-вираженими максимумами приблизно співпадають (років). Аналогічно приблизно співпадають відстані між яскраво-вираженими мінімумами (років). Це означає, що в реальних умовах один цикл (один цикл можна розглядати від піку до піку або від дна до дна) складає 15-17 років, а при моделюванні макроекономічних процесів об’єм вибірки повинен бути достатньо великим і складати не менше трьох циклів (років) [14].

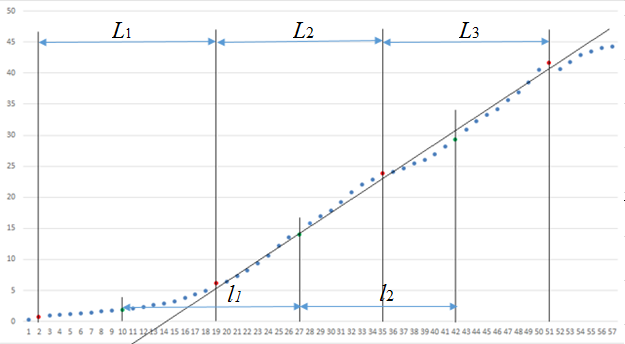


Рис. 1.2. Статистичні дані і економічні цикли

Діаграма розсіювання показує, що ВВП має тенденцію до зростання, тому відмічаємо присутність в статистичних даних прямолінійного тренду з додатним нахилом, і статистичні дані коливаються навколо цього тренду.

Отже,

. (1.6)

(ВВП) (тренд) (випадкові коливання)

Основне питання, яке тут виникає: навколо якого тренду відбуваються коливання. Економетричний аналіз вимагає, щоб тренд проходив через центр розсіювання – точку з координатами ().

*.* (1.7)

Тоді рівняння тренду можна записати у вигляді

. (1.8)

Тут . Це означає, що середнє значення тренду дорівнює середньому значенню вибірки. У цьому випадку середнє значення випадкових коливань в (1.6) дорівнюють нулю ().

## 1.3 Виділення у випадкових відхиленнях періодичної складової

Огляд літератури по циклічним коливанням в макроекономічних системах  
[2, 14] вказує на те, що останнім властиві гармонічні коливання, які відбуваються з певними періодами. Тому будемо із випадкових залишків , що фігурують в (1.6), виділяти значущі гармоніки з деякими частотами, заздалегідь невідомими. Відповідна регресійна модель має вигляд:

, (1.9)

де  – частота -ї гармоніки; – невідомі коефіцієнти розкладу в обрізаний ряд Фур’є; – випадкові відхилення, причому середнє значення повинне дорівнювати нулю.

Оскільки в моделі (1.9) і , тому частоти  (=1, 2, …) будемо підбирати так, щоб середні значення косинусів і синусів в (1.9) дорівнювали нулю.

Скористаємося відомими формулами [16]:

*,* (1.10)

** (1.11)

Отже, частоти, з якими відбуваються гармонічні коливання в макроекономічних системах, обчислюються у відповідності з (1.11).

Якщо з якихось міркувань, встановлені частоти, на які налаштовані гармоніки, характерні для досліджуваної динамічної системи, і знайдені оцінки невідомих коефіцієнтів (*k* = 1, 2, …), то коливальний процес у даній системі буде описуватись сумою гармонік:

. (1.12)

Тепер, враховуючи (1.6), (1.8), розклад траєкторії *x*(*t*)на трендову та періодичну складові приймає вигляд:

, (1.13)

де – оцінка невідомого параметру .

## 1.4 МНК-оцінювання регресійної моделі

Для знаходження оцінок , невідомих параметрів   
(*k* = 1, 2, …) на практиці використовують економетричний підхід, згідно якого розглядається регресійна модель

+ , (1.14)

і методом найменших квадратів (МНК) мінімізується сума квадратів відхилень

. (1.15)

Значущість *k*-ї гармоніки визначається за допомогою критерію Стьюдента [10]:

(1.16)

де і – дисперсії МНК-оцінок і , – критичне значення розподілу Стьюдента, обчислене при рівні значущості *α* та *r = N – l* ступенях вільності (*l* – кількість коефіцієнтів у розкладі (1.13)). Якщо обидві нерівності в (1.16) не виконуються, то відповідну гармоніку треба вилучити з цієї моделі і оцінювання необхідно провести заново. Цей процес продовжується до тих пір, доки не будуть встановлені всі значущі гармоніки.

Апроксимаційні властивості модельних кривих, отриманих за допомогою МНК, оцінюють шляхом обчислення коефіцієнтів детермінації , який для кожної лінійною регресійної моделі обчислюється за формулою:

. (1.17)

# РОЗДІЛ 2 Апробація побудованих алгоритмів

## 2.1 Вибір статистичних даних і постановка проблеми

Запропонований алгоритм параметричної ідентифікації моделі макроекономічної динаміки застосуємо на прикладі економіки Франції. Для цього скористаємося відомими статистичними даними відносно валового випуску продукції (ВВП) і невиробничого споживання (НП) [15]. У відповідності з аналізом рис. 1.2 і враховуючи той факт, що в кінці 2008 р. в економіці єврозони настала криза, періодом ідентифікації будемо вважати 1959-2009 рр. (з 1 січня 1959 р. до 1 січня 2009 р.), тобто покладаємо об’єм вибірки *N* = 50. Аналіз статистичних даних свідчить, що макроекономіці Франції притаманні зміни фаз підйому фазами спаду і навпаки, що підтверджує циклічність досліджуваного процесу. Виділення значущих гармонік необхідно проводити після сумісного оцінювання регресійних моделей, що відповідають ВВП і НП. Якщо методом найменших квадратів за допомогою спеціальних пакетів програм побудовані траєкторії руху ВВП і НП, то обчислюються характеристики якості моделей (коефіцієнти детермінації трендів, відповідних коливань і кожної гармоніки). У випадку високоякісних імітаційних властивостей моделей можна в цілочисельних точках проміжку 2010-2014 рр. (період прогнозування) знаходити прогнозні значення вибраних макроекономічних показників і порівнювати їх з реальними значеннями [15].

## 2.2 Ідентифікація основних параметрів моделі

|  |  |
| --- | --- |
| .  (0,008575)  .  (0,006968) | (2.1)  (2.2) |

Періодичні складові є основною причиною існування фаз підйому та спаду в межах макроекономічної системи, а їх внески на певних проміжках часу *t* приводять до кризових явищ в економіці. Тому є актуальним питання виділення значущих для даної макроекономіки гармонічних хвиль (табл. 2.1 – 2.2) і дослідження їх впливу на економічний розвиток країни (табл. 2.3 – 2.4).

*Табл. 2.1*

*Виділення значущих хвиль періодичної складової для x*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| -3,48 | 3,73 | 1,14 | 1,88 | -2,28 | 1,10 | -5,89 | 7,17 | 6,67 | 26,36 | -14,29 | 53,31 |
| -0,20 | 0,20 | 0,07 | 0,10 | -0,14 | 0,06 | -0,40 | 0,38 | 0,57 | 1,39 | -2,09 | 2,81 |
| 0,06 | 0,05 | 0,06 | 0,05 | 0,06 | 0,05 | 0,07 | 0,05 | 0,09 | 0,05 | 0,15 | 0,05 |
|  | | | | | | | | | | | |

*Табл. 2.2*

*Виділення значущих хвиль періодичної складової для u*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| -3,34 | 4,16 | 0,76 | 1,14 | -2,68 | 3,00 | -6,82 | 8,02 | 10,48 | 33,37 | -15,89 | 56,51 |
| -0,15 | 0,18 | 0,04 | 0,05 | -0,13 | 0,13 | -0,38 | 0,34 | 0,73 | 1,43 | -1,88 | 2,42 |
| 0,05 | 0,04 | 0,05 | 0,04 | 0,05 | 0,04 | 0,06 | 0,04 | 0,07 | 0,04 | 0,12 | 0,04 |
|  | | | | | | | | | | | |

*Табл. 2.3*

*Коефіцієнти детермінації коливань для x*

|  |  |
| --- | --- |
|  | ∑ |
|  | 0,991034 |

*Табл. 2.4*

*Коефіцієнти детермінації коливань для u*

|  |  |
| --- | --- |
|  | ∑ |
|  | 0,991730 |

За результатами аналізу табл. 2.3 – 2.4 можна зробити висновок про високоякісні апроксимаційні властивості моделей коливань.

Взаємодія гармонічних хвиль з трендом ускладнює аналіз даної системи. При розгляді чистого коливального процесу (1.8) гармоніки ряду Фур’є стають некорельованими, що спрощує аналіз впливу окремих гармонік на загальний коливальний процес. Частки дисперсій гармонік у загальній дисперсії коливань обчислюються за допомогою відповідних коефіцієнтів детермінації, значення яких наведені в табл. 2.5 – 2.6.

*Табл. 2.5*

*Вклади окремих гармонік для x*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *k* =1 | *k* =2 | *k* =3 | *k* =6 | *∑* |
|  | 0,815365 | 0,150142 | 0,020399 | 0,005126 | 0,991034 |

*Табл. 2.6*

*Вклади окремих гармонік для u*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *k* =1 | *k* =2 | *k* =3 | *k* =6 | *∑* |
|  | 0,758616 | 0,207451 | 0,021216 | 0,004447 | 0,991730 |

Як бачимо, хвиля Кондратьєва (*k* = 1) суттєво впливає на економіку країни. Хвиля з періодом 25 років (*k* = 2) та хвиля Кузнеця (*k* = 3) мають менший, але значущий вплив. Вклад хвилі Жугляра (*k* = 6) є меншим у порівнянні з другими хвилями, але він є значущим у функціях випусків.

## 2.3 Побудова модельних кривих та визначення коефіцієнтів детермінації

Оцінювання регресійної моделі випусків і невиробничого споживання дало наступні значення коефіцієнтів  трендів, навколо яких відбуваються коливання (табл. 2.7 – 2.8).

*Табл. 2.7*

*Коефіцієнти детермінації тренду для x*

|  |  |
| --- | --- |
|  | ∑ |
|  | 0,99655 |

*Табл. 2.8*

*Коефіцієнти детермінації тренду для u*

|  |  |
| --- | --- |
|  | ∑ |
|  | 0,99584 |

Аналіз табл. 2.7, 2.8 показує, що для економіки коливання навколо відповідного тренду є значущими. Періодичні складові стають причиною існування фаз підйому та спаду в межах досліджуваної макроекономічної системи, а їх внески на певних проміжках часу *t* приводять до кризових явищ в економіці. Тому є актуальним виділення значущих для даної макроекономіки гармонічних хвиль і дослідження їх впливу на економічний розвиток країни.

Значення коефіцієнтів детермінації модельних траєкторій ВВП та НС приводяться в табл. 2.9, 2.10

*Табл. 2.9*

*Якість модельних траєкторій для x*

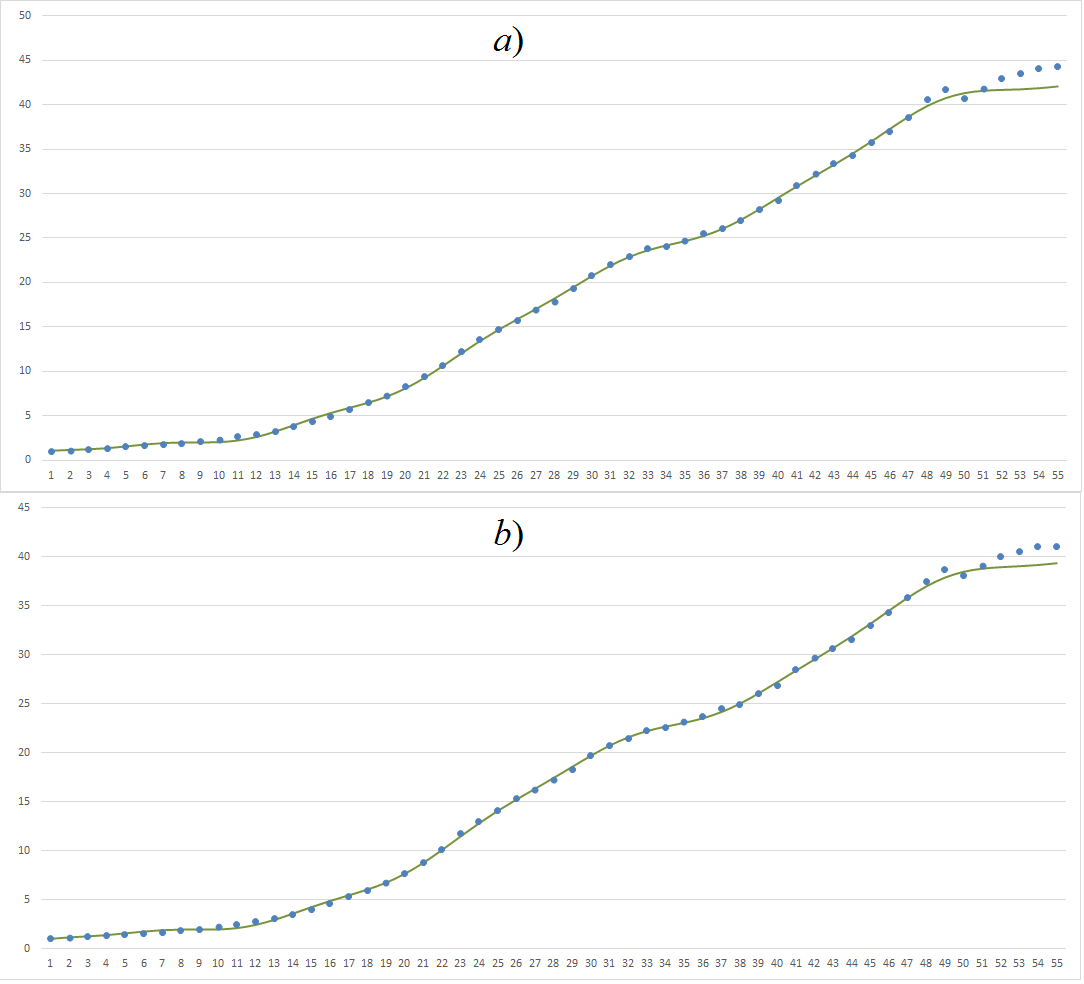
|  |  |
| --- | --- |
|  | ∑ |
|  | 0,997279 |

*Табл. 2.10*

*Якість модельних траєкторій для u*

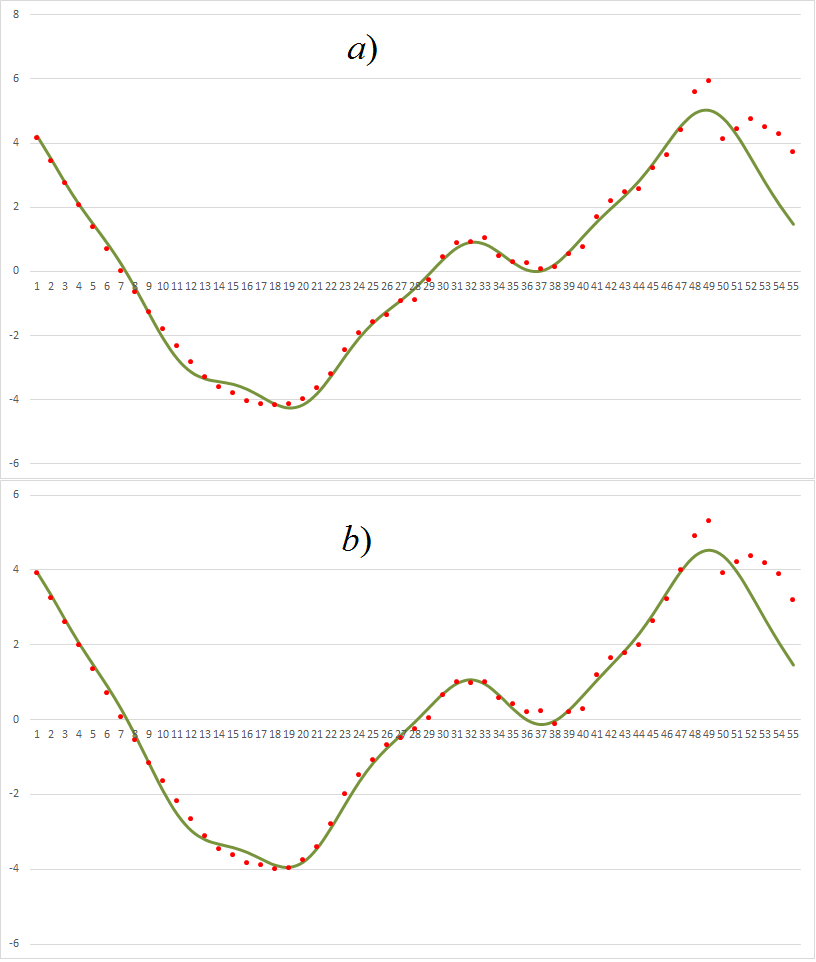
|  |  |
| --- | --- |
|  | ∑ |
|  | 0,996665 |

Аналіз наведених результатів в табл. 2.9, 2.10 свідчить про високі імітаційні властивості модельних траєкторій випусків і невиробничого споживання економіки в цілому, і тому траєкторії руху фазових координат і керувань повинні мати високі імітаційні властивості.



*Рис. 2.1. Модельна крива a*) – *ВВП та b*) – *НС за 1959-2014 рр.*

На рис. 2.1, 2.2 приведені графіки модельних кривих для ВВП та траєкторій відповідних коливань. Тут точками зображені статистичні дані, а суцільною лінією – траєкторії руху. Порівняння прогнозних значень з реальними даними (п’ять останніх точок, що відповідають 2010-2014 рр.) свідчить про високоточні прогнозні властивості моделі.

**

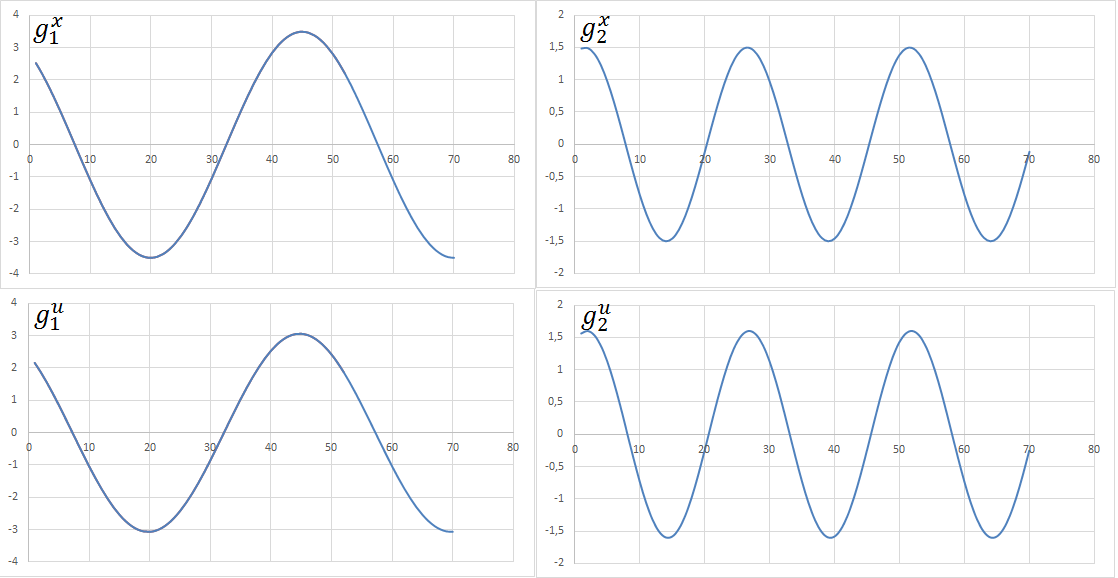
*Рис. 2.2. Модельна крива відповідних коливань a*) – *ВВП та b*) – *НС за 1959-2014 рр.*

Рис. 2.1 та 2.2 характеризують імітаційні та прогнозні властивості модельних траєкторій невиробничого споживання. Тут точками зображені статистичні дані, а суцільною лінією – модельні криві (всі дані обезрозмірені діленням розрахункових значень на відповідне значення у початковому 1959 р.). На періоді прогнозування порівняння з реальними даними (за 2010-2014 рр.) дає задовільні результати, як і у випадку модельних траєкторій випусків.

Отже, в результаті чисельних експериментів отримані високі економетричні характеристики моделей, траєкторії фазових координат, керувань адекватно описують статистичні дані. Тому параметри системи диференціальних рівнянь (1.4) налаштовуються на значення, близькі до реальних.

## 

## 2.4 Аналіз і прогнозування поведінки досліджуваної макроекономічної системи



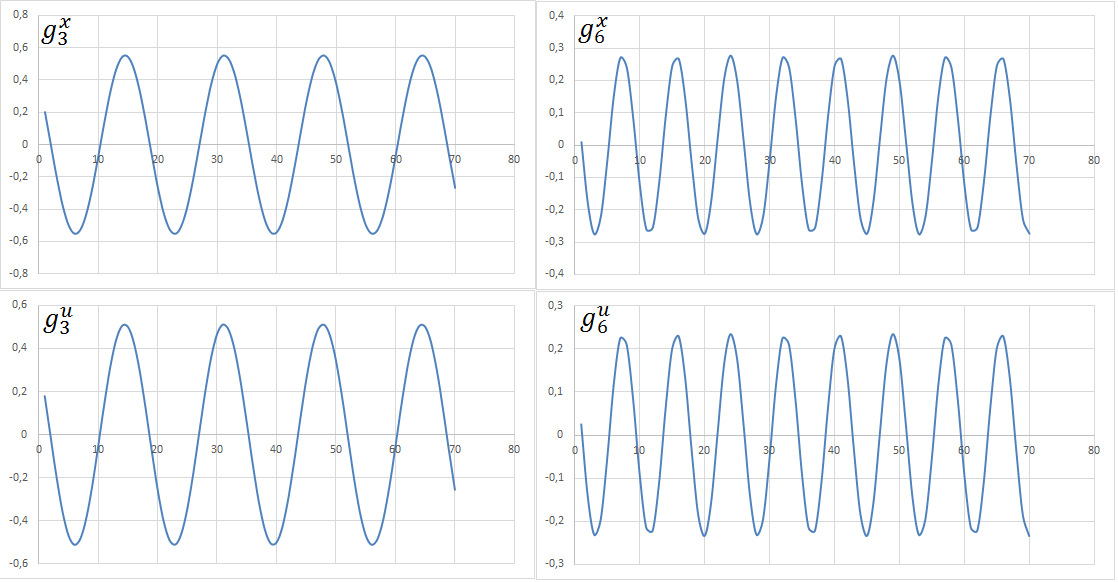


Рис. 2.3. Графічна інтерпретація значущих для економіки Франції гармонічних хвиль для k = 1, 2, 3, 6

Проаналізуємо макроекономічну систему Франції, спираючись на виділені статистично значущі гармонічні коливання для досліджуваної системи (рис. 2.3). З рисунків можна зробити висновок, що перші три гармоніки, починаючи з 1999 р., знаходяться у фазі підйому. Їх зростання доповнюється зростанням 6-ї хвилі, починаючи з 2003 р. Беручи до уваги, що 1999 р. – рік встановлення євро, бачимо тенденцію загального підйому хвиль до 2005 р., що вважається найсприятливішими умовами для макроекономічної системи. У 2005 році друга хвиля входить у фазу спаду,   
1-ша, 3-я та 4-а хвилі змінюють тенденцію зростання відповідно в 2006, 2007 та 2009 рр. Як бачимо з рисунків, гармонічні хвилі мають тенденцію спаду на проміжку [2005; 2009]. Подальший аналіз показує, що функції усіх гармонік знаходяться у фазі спаду на періоді прогнозування [2009; 2029], що відображає кризовий стан даної макроекономічної системи та пояснюється всесвітньої кризою, що почалася в 2007 році та ще наносить свій вплив на економічний стан країн усього світу. Хвиля Кузнеця першою змінює тенденцію спадання у 2029 році, а у 2034 році переходить у фазу підйому хвиля Кондратьєва, що свідчить про початок нових позитивних змін в межах макроекономічної системи.

# ВИСНОВКИ

На сьогоднішній день математичне моделювання стало одним із потужних інструментів вивчення та прогнозування макроекономічних динамічних процесів. Моделювання дозволяє формалізувати досить складні залежності, здійснювати прогнозування розвитку системи. При цьому часто приходиться абстрагуватися від багатьох несуттєвих явищ, нехтувати деякими зв’язками та параметрами. Але, у той же час, модель повинна бути адекватною, тобто найбільш реально відображати існуючі зв’язки та залежності між компонентами системи. Це спонукає до постійного вдосконалення методів моделювання.

У роботі представлено теоретичний аналіз створення моделі динамічного процесу на прикладі макроекономічної системи, запропоновано алгоритм параметричної ідентифікації моделі макроекономічної динаміки та програмну реалізацію створених алгоритмів.

Отримані алгоритми специфікації та ідентифікації досліджуваної моделі макроекономічної системи апробовані на прикладі економіки Франції. Чисельно реалізовані визначені схеми ідентифікації та параметризації моделі. Методом найменших квадратів визначено параметри моделі, що відрізняє представлену модель з існуючими. Адекватність моделі та точність отриманих результатів перевіряється за допомогою статистичних тестів і коефіцієнтів детермінації.

Виділено значущі гармонічні коливання, характерні досліджуваній динамічній системі. Визначено вклад дисперсії кожної гармоніки до загальної дисперсії моделі, що практично підтверджує значний вплив гармонічних коливань на досліджувану модель та макроекономічну систему.

У результаті проведених досліджень доведено, що макроекономіці Франції притаманні зміни фаз підйому фазами спаду і навпаки, що підтверджує циклічність досліджуваного процесу. На основі аналізу інформації на періоді ідентифікації реалізоване прогнозування перспективи економічного розвитку досліджуваної країни.

Запропонований алгоритм специфікації та параметричної ідентифікації моделі може бути використаний для моделювання аналогічних динамічних систем, які мають циклічний характер розвитку.

# СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Гуц А.К Математические модели социальных систем: учеб. пособ./ А.К.Гуц, В.В.Коробицын, А.А.Лаптев. – Омск: Омск. гос. ун-т. – 2000. – 256 с.
2. Назаренко О.М. Динамічне моделювання макроекономічного розвитку за допомогою декомпозиції траєкторії руху на складові / О.М.Назаренко,П.І. Загряжська // Механізм регулювання економіки. – 2009. – № 1. – С. 142-148.
3. Колемаев В. А. Экономико–математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем / В. А. Колемаев. – М. : ЮНИТИ–ДАНА. – 2005. – 295 с.
4. Доугерти К. Введение в економетрику: учебн. пособ. / К.Доугерти. – М. : ИНФРА–М. – 1997. – 402 с.
5. Лившиц А. Я. Введение в рыночную экономику : [курс лекций] /А.Я.Лившиц. – М. : МП ТПО «Квадрат» . – 1991. – 255 с.
6. Макконелл К. Р. Экономикс: принципы, проблемы, політика /К.Р. Макконелл. –   
   М.: ИНФРА. – М. – 1999. – 974 с.
7. Пономаренко О. І. Сучасний економічний аналіз. Макроекноміка: навчальний посібник. / О.І Пономаренко. – у 2-х ч. Ч. 2. – К. : Вища школа, 2004 – 207 с.
8. Greine A., Semmler W., Gong G. The Forces of Economics Growth: A Time-Series Perspective. Forthcoming, Princeton University Press. – 2005. – 237 p.
9. Назаренко О. М. Основи економетрики: підручник/О.М.Назаренко. – Вид. 2-ге, перероб. – Київ: Центр навчальної літератури. – 2005. – 392 с.
10. Чекарев Д.А. Модель экономической системы с эффектом накопления в задаче оптимального управления внешним долгом/ Д.А. Чекарев // Моделирование и обработка информации: сб.ст.– Моск. физ.-тех. Институт. – М. – 2003. – С. 39-43.
11. Hamilton J.D. Time Series Analysis. – N. J.: Princeton University Press.–1994.–800 p.
12. Максишко Н. К. Анализ и прогнозирование эволюции экономических систем / Н.К.Максишко, В.А. Перепелица // Запорожье: Полиграф. – 2006. – 236 с.
13. Korotayev A.V., Tsirel S.V.  Spectral Analysis of World GDP Dynamics: Kondratieff Waves, Kuznets Swings, Juglar and Kitchin Cycles in Global Economic Development, and the 2008–2009 Economic Crisis // Structure and Dynamics. – 2010. – Vol. 4, № 1. – P. 3–57.
14. INSEE .– <http://www.bdm.insee.fr/bdm2/index.action>.