

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Львівська політехніка»
Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Кафедра Систем Штучного Інтелекту



Звіт

до лабораторної роботи № 7

з дисципліни

Чисельні методи

на тему:

“ Обчислення значень визначеного інтегралів за допомогою узагальнених квадратурних формул. ”

Варіант №24 (Формула трапецій)

Виконав: студент КН-217

Ратушняк Денис

Прийняла: доцент каф. СШІ

Мочурад Л. І.

Мета роботи:

Набути навиків вирішення задач чисельного інтегрування на основі використання узагальнених квадратурних формул трапеції та Сімпсона.

Завдання.

Обчислити наближене значення інтегралу за узагальненою

1. Формулою трапеції.

2. Формулою Сімпсона.

Крок інтегрування визначається формулою $h = (b - a)/2n$. Значення кроку інтегрування, що забезпечує задану точність визначити за допомогою подвійного перерахунку з поділом відрізка на n та $2n$ частин. Точність рішення $0.5 \cdot 10^{-6}$. Варіанти індивідуальних завдань приведені в табл. 1.

Інтегрування за формулою трапеції реалізують парні номери у журналі викладача, а за формулою Сімпсона – непарні.

2	$\int_2^6 \frac{10 \cdot (x^2 + 3.5)}{0.65 + 0.17 \cdot x^2} dx$	$\int_1^2 \frac{x^2 \cdot \sqrt{1+x}}{\sqrt{3 \cdot x + 13.5}} dx$
---	--	--

Програмна реалізація на мові програмування C++:

```
#include <bits/stdc++.h>

using namespace std;
typedef long long ll;
typedef long double ld;
const ld eps = 0.5e-6;

ld fx1(ld x){
    return (10 * (x * x + 3.5)) / (0.65 + 0.17 * x * x);
}

ld fx2(ld x){
    return (x * x) * sqrt(1 + x) / sqrt(3 * x + 13.5);
}

ld S(ll type, ld left, ld right, ld n){
    ld h = (right - left) / ld(n);
    ld sumy = 0;
    ld y1yn = 0;
    ld x = left;
    ld now = 0;
    for(int i = 1; i <= n; ++ i){
        now = 0;
        if(type == 1) now = fx1(x);
        else now = fx2(x);

        if(i == 1 || i == n) y1yn += now;
        else sumy += now;

        x += h;
    }
}
```

```

    return h * (y1yn / 2.0 + sumy);
}

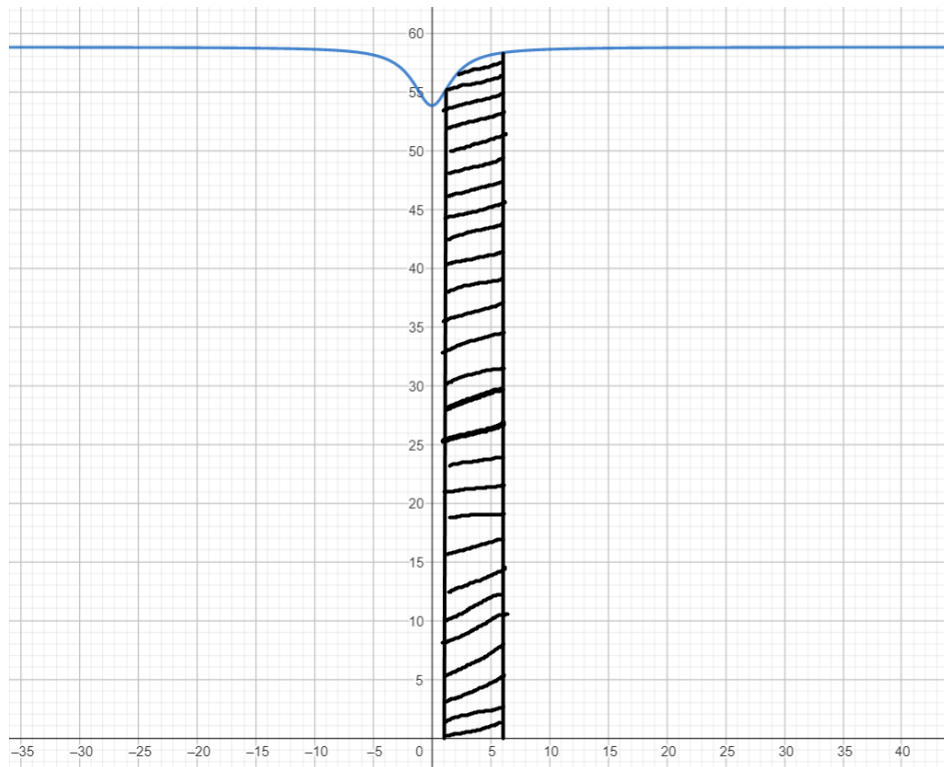
int main()
{
    ll type;
    cout << "Enter 1 for integral of  $(10 * (x * x + 3.5)) / (0.65 + 0.17 * x * x)$  from 2 to 6\n";
    cout << "Enter 2 for integral of  $(x * x) * \sqrt{1 + x} / \sqrt{3 * x + 13.5}$  from 1 to 2\n";
    cin >> type;
    if(type != 1 && type != 2){
        cout << "Error, enter 1 or 2\n";
        return 0;
    }
    ll n0;
    if(type == 1) cout << "Enter number of points n0 for first step h = (b - a)/n0 to calculate first integral\n";
    else cout << "Enter number of points n0 for first step h = (b - a)/n0 to calculate second integral\n";

    cin >> n0;
    if(n0 <= 1) {
        cout << "Number of points must be greater than 1\n";
        return 0;
    }
    ld t1 = clock();
    ld left;
    ld right;
    ld h;
    if(type == 1) {
        left = 2;
        right = 6;
    }
    else {
        left = 1;
        right = 2;
    }
    ld RESULT = 0;
    ll step = 1;
    cout << "Step/number of points/ number of points * 2, result for n, result for 2n, error" << endl;
    while(1){
        ll n2 = n0 * 2;
        ld ans1 = S(type, left, right, n0);
        ld ans2 = S(type, left, right, n2);

        cout << fixed << setprecision(10) << "STEP " << step << ": " << n0 << " " << n2 << " " << ans1 << " " <<
ans2 << " " << fabs(ans1 - ans2) << endl;
        n0 = n2;
        step++;
        if(fabs(ans1 - ans2) < eps){
            RESULT = ans2;
            break;
        }
    }
    ld t2 = clock();
    cout << fixed << setprecision(10) << RESULT << " Time: " << (t2 - t1)/CLOCKS_PER_SEC << " seconds"
<< endl;
    return 0;
}

```

Результати работ програми



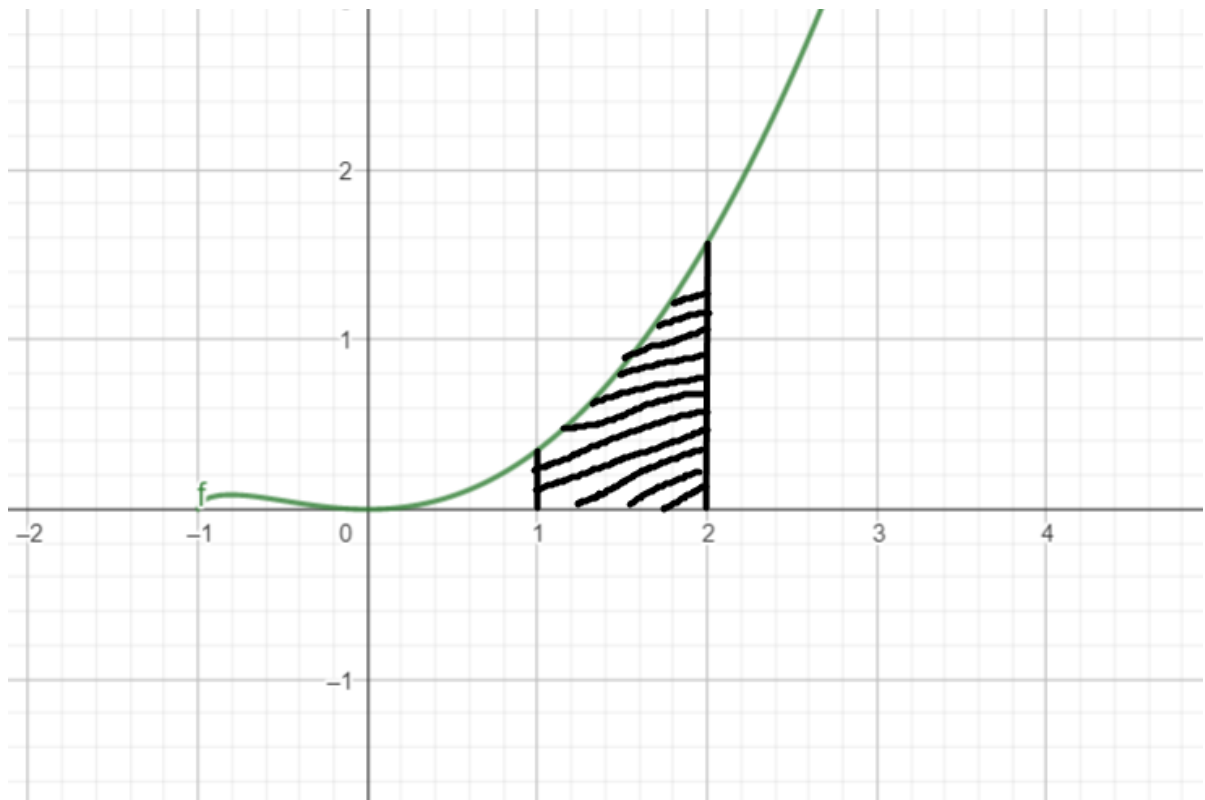
```

Enter 1 for integral of  $(10 * (x * x + 3.5)) / (0.65 + 0.17 * x * x)$  from 2 to 6
Enter 2 for integral of  $(x * x) * \sqrt{1 + x} / \sqrt{3 * x + 13.5}$  from 1 to 2
1
Enter number of points n0 for first step  $h = (b - a)/n0$  to calculate first integ
10
Step/number of points/ number of points * 2, result for n, result for 2n, error
STEP 1: 10 20 207.4857652762 219.1562959825 11.6705307063
STEP 2: 20 40 219.1562959825 224.9913350590 5.8350390765
STEP 3: 40 80 224.9913350590 227.9087504856 2.9174154266
STEP 4: 80 160 227.9087504856 229.3674266434 1.4586761578
STEP 5: 160 320 229.3674266434 230.0967561666 0.7293295232
STEP 6: 320 640 230.0967561666 230.4614187073 0.3646625408
STEP 7: 640 1280 230.4614187073 230.6437494123 0.1823307050
STEP 8: 1280 2560 230.6437494123 230.7349146222 0.0911652099
STEP 9: 2560 5120 230.7349146222 230.7804971914 0.0455825691
STEP 10: 5120 10240 230.7804971914 230.8032884670 0.0227912756
STEP 11: 10240 20480 230.8032884670 230.8146841025 0.0113956356
STEP 12: 20480 40960 230.8146841025 230.8203819198 0.0056978172
STEP 13: 40960 81920 230.8203819198 230.8232308282 0.0028489085
STEP 14: 81920 163840 230.8232308282 230.8246552824 0.0014244542
STEP 15: 163840 327680 230.8246552824 230.8253675095 0.0007122271
STEP 16: 327680 655360 230.8253675095 230.8257236231 0.0003561135
STEP 17: 655360 1310720 230.8257236231 230.8259016798 0.0001780568
STEP 18: 1310720 2621440 230.8259016798 230.8259907082 0.0000890284
STEP 19: 2621440 5242880 230.8259907082 230.8260352224 0.0000445142
STEP 20: 5242880 10485760 230.8260352224 230.8260574795 0.0000222571
STEP 21: 10485760 20971520 230.8260574795 230.8260686081 0.0000111285
STEP 22: 20971520 41943040 230.8260686081 230.8260741723 0.0000055643
STEP 23: 41943040 83886080 230.8260741723 230.8260769545 0.0000027821
STEP 24: 83886080 167772160 230.8260769545 230.8260783455 0.0000013911
STEP 25: 167772160 335544320 230.8260783455 230.8260790411 0.0000006955
STEP 26: 335544320 671088640 230.8260790411 230.8260793888 0.0000003477
230.8260793888 Time: 35.1200000000 seconds

Process returned 0 (0x0)   execution time : 37.868 s
Press any key to continue.

```

Інтеграл, знайдений аналітично - 230.826079736607. Похибка - 3.478070028e-07



```

Enter 1 for integral of (10 * (x * x + 3.5)) / (0.65 + 0.17 * x * x) from 2 to 6
Enter 2 for integral of (x * x) * sqrt(1 + x) / sqrt(3 * x + 13.5) from 1 to 2
2
Enter number of points n0 for first step h = (b - a)/n0 to calculate second integral
10
Step/number of points/ number of points * 2, result for n, result for 2n, error
STEP 1: 10 20 0.7307680867 0.8024246050 0.0716565183
STEP 2: 20 40 0.8024246050 0.8399228480 0.0374982430
STEP 3: 40 80 0.8399228480 0.8590997704 0.0191769224
STEP 4: 80 160 0.8590997704 0.8687964733 0.0096967029
STEP 5: 160 320 0.8687964733 0.8736720468 0.0048755735
STEP 6: 320 640 0.8736720468 0.8761166592 0.0024446125
STEP 7: 640 1280 0.8761166592 0.8773406744 0.0012240152
STEP 8: 1280 2560 0.8773406744 0.8779531096 0.0006124352
STEP 9: 2560 5120 0.8779531096 0.8782594341 0.0003063245
STEP 10: 5120 10240 0.8782594341 0.8784126231 0.0001531890
STEP 11: 10240 20480 0.8784126231 0.8784892243 0.0000766012
STEP 12: 20480 40960 0.8784892243 0.8785275265 0.0000383023
STEP 13: 40960 81920 0.8785275265 0.8785466781 0.0000191515
STEP 14: 81920 163840 0.8785466781 0.8785562539 0.0000095759
STEP 15: 163840 327680 0.8785562539 0.8785610419 0.0000047880
STEP 16: 327680 655360 0.8785610419 0.8785634359 0.0000023940
STEP 17: 655360 1310720 0.8785634359 0.8785646329 0.0000011970
STEP 18: 1310720 2621440 0.8785646329 0.8785652314 0.0000005985
STEP 19: 2621440 5242880 0.8785652314 0.8785655306 0.0000002992
0.8785655306 Time: 0.7290000000 seconds

```

Інтеграл, знайдений аналітично - 0.8785658298948186. Похибка - 2.992948186e-07

Протестуємо програму ще раз на 2 інтегралі але проміжок змінимо з [1, 2] на [1, 3]:

```
Enter 1 for integral of (10 * (x * x + 3.5)) / (0.65 + 0.17 * x * x) from 2 to 6
Enter 2 for integral of (x * x) * sqrt(1 + x) / sqrt(3 * x + 13.5) from 1 to 2
2
Enter number of points n0 for first step h = (b - a)/n0 to calculate second integral
10
Step/number of points/ number of points * 2, result for n, result for 2n, error
STEP 1: 10 20 2.7741718690 3.1092396466 0.3350677775
STEP 2: 20 40 3.1092396466 3.2876426554 0.1784030089
STEP 3: 40 80 3.2876426554 3.3796484741 0.0920058186
STEP 4: 80 160 3.3796484741 3.4263633699 0.0467148958
STEP 5: 160 320 3.4263633699 3.4499001797 0.0235368098
STEP 6: 320 640 3.4499001797 3.4617135958 0.0118134161
STEP 7: 640 1280 3.4617135958 3.4676315780 0.0059179822
STEP 8: 1280 2560 3.4676315780 3.4705933903 0.0029618123
STEP 9: 2560 5120 3.4705933903 3.4720750021 0.0014816118
STEP 10: 5120 10240 3.4720750021 3.4728159845 0.0007409823
STEP 11: 10240 20480 3.4728159845 3.4731865197 0.0003705353
STEP 12: 20480 40960 3.4731865197 3.4733717984 0.0001852787
STEP 13: 40960 81920 3.4733717984 3.4734644405 0.0000926421
STEP 14: 81920 163840 3.4734644405 3.4735107623 0.0000463217
STEP 15: 163840 327680 3.4735107623 3.4735339233 0.0000231610
STEP 16: 327680 655360 3.4735339233 3.4735455039 0.0000115806
STEP 17: 655360 1310720 3.4735455039 3.4735512942 0.0000057903
STEP 18: 1310720 2621440 3.4735512942 3.4735541893 0.0000028951
STEP 19: 2621440 5242880 3.4735541893 3.473556369 0.0000014476
STEP 20: 5242880 10485760 3.473556369 3.4735563607 0.0000007238
STEP 21: 10485760 20971520 3.4735563607 3.4735567226 0.0000003619
3.4735567226 Time: 2.8900000000 seconds
```

Аналіз чисельних експериментів

Знаходження інтегралу за формулою трапецій є досить простим, в тому числі і простим у реалізації методом, який знаходить результат відповідно до заданої точності.

При збільшенні проміжку [a, b] щоб досягти тої самої похибки, час роботи програми значно зростає.

Висновок

Я здобув на закріпив вміння та навички вирішення задач чисельного інтегрування на основі використання узагальненої квадратурної формули Трапеції. Створив програму, яка знаходить два визначених інтеграли на основі цієї формули.