КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Факультет комп’ютерних наук та кібернетики

Кафедра теоретичної кібернетики

Звіт до лабораторної роботи №4

з дисципліни: **«Числові методи»**

Виконав студент 3-го курсу

Групи ТК-32

Горшков Денис

Київ – 2025

1. Вступ

Інтерполяція таблично заданих функцій є одним із фундаментальних розділів чисельного аналізу, що широко застосовується в задачах моделювання, обчислювальної математики, прикладної фізики, інженерії та економіки. У багатьох практичних ситуаціях користувач має доступ не до аналітичного вигляду функції, а лише до набору дискретних значень, отриманих експериментальним шляхом, у результаті вимірювань або внаслідок попередніх чисельних розрахунків. У такому разі виникає потреба відновити поведінку функції між відомими точками, а інколи — й знайти аргумент, що відповідає деякому проміжному значенню функції. Саме ці задачі розв’язуються за допомогою методів інтерполяції та оберненої інтерполяції.

У цій лабораторній роботі для інтерполяції обрано аналітичну функцію

$f(x)=\tan(x),\ x\in[-0.5;0.5]$,

яка є нелінійною, монотонною на заданому проміжку та має достатню гладкість (нескінченно диференційовна), що забезпечує коректність застосування інтерполяційних методів. На основі значень цієї функції у не менш ніж п’ятнадцяти рівновіддалених вузлах будується таблична функція, яка використовується для подальшого чисельного аналізу.

Одним із найпоширеніших методів побудови інтерполяційного полінома є **метод Ньютона на основі таблиці розділених різниць**. Його значною перевагою є можливість покрокового додавання нових вузлів без необхідності повної перебудови полінома. Метод дозволяє створити аналітичний вираз полінома довільної степені, що апроксимує вихідну функцію на обраному проміжку.

Другим важливим етапом лабораторної роботи є **розв'язування задачі оберненої інтерполяції**. На відміну від прямої інтерполяції, де шукають значення функції за заданим аргументом, обернена інтерполяція передбачає пошук аргументу за відомим значенням функції. Така задача виникає у багатьох практичних ситуаціях — наприклад, при обчисленні коренів рівнянь, калібруванні датчиків або реконструкції експериментальних залежностей. У цій роботі необхідно знайти значення xxx, для якого таблична функція набуває наперед вибраного значення y*, що лежить у межах області значень функції tan(x), але не входить у таблицю вузлів.

Також у рамках роботи передбачається побудова графіків, що дозволяють наочно порівняти вихідну аналітичну функцію та інтерполяційний поліном, а також оцінити величину похибки. Це забезпечує можливість не лише чисельно, а й візуально оцінити ефективність використаних методів, коректність вибору вузлів та поведінку апроксимації на всьому проміжку.

Мета роботи

Метою лабораторної роботи є вивчення та практична реалізація методів інтерполяції й оберненої інтерполяції таблично заданих функцій. Для досягнення цієї мети необхідно виконати такі завдання:

1. **Сформувати таблицю значень** функції
   f(x)=tan(x)
   на проміжку [−0.5;0.5], використовуючи щонайменше 15 рівновіддалених вузлів.

2. **Реалізувати метод Ньютона** для побудови інтерполяційного полінома та отримати його аналітичний запис у вигляді формули.
3. **Побудувати графіки**:
   - аналітичної функції f(x),
   - полінома Ньютона,
   - порівняльний графік,
   - графік абсолютної похибки.
4. **Розв’язати задачу оберненої інтерполяції**, тобто знайти значення аргументу xxx, для якого
   f(x)=y*,
   де y*— довільне значення, що не входить у таблицю вузлів, але лежить у середині області значень функції на обраному проміжку.

5. **Проаналізувати точність** інтерполяції методом Ньютона на основі побудованих графіків та чисельних результатів.

6. **Порівняти обчислювальні результати з аналітичними**, оцінюючи поведінку похибки та збіжність отриманих поліномів.

2. Постановка задачі

Реалізувати алгоритми інтерполяції з вашого варіанту для табличної функції, отриманої з вашої аналітичної функції. Для вашої аналітичної функції на проміжку обрати не менше 15 точок, за якими побудувати табличну функцію. У звіті навести всі можливі графіки.

Варіант 1.

А) Метод Ньютона.

Б) Задача оберненої інтерполяції (розв’язати рівняння для таблично заданої функції, у якості самостійно обрати якесь число з внутрішності області значень вашої аналітичної функції на проміжку, яке при цьому не міститься в таблиці). tg(x), x in [-0.5, 0.5]

3. Теоретичні відомості

3.1. Метод Ньютона

Розділеною різницею першого порядку називається величина:

$$f(x_i, x_j) = \frac{f(x_j) - f(x_i)}{x_j - x_i};$$

другого порядку:

$$f(x_{i-1}, x_i, x_{i+1}) = \frac{f(x_i, x_{i+1}) - f(x_{i-1}, x_i)}{x_{i+1} - x_{i-1}};$$

(k+1) порядку:

$$f(x_i, ..., x_{i+k+1}) = \frac{f(x_{i+1}, ..., x_{i+k+1}) - f(x_i, ..., x_{i+k})}{x_{i+k+1} - x_i}.$$

Таблиця розділених рiниць має вигляд:

x_0	$f(x_0)$	$f(x_0; x_1)$	$f(x_0; x_1; x_2)$	$\cdots$	$f(x_0; x_1; \ldots; x_n)$
x_1	$f(x_1)$	$f(x_1; x_2)$	$f(x_1; x_2; x_3)$	$\cdots$	
x_2	$f(x_2)$	$f(x_2; x_3)$	$f(x_1; x_2; x_3)$		
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	
$\cdots$	$\cdots$	$f(x_{n-1}; x_n)$			
x_n	$f(x_n)$				

На підставі цієї таблиці, використовучи перший її рядок, можемо записати ***інтерполянт Ньютона вперед***:

$$P_n(x) = f(x_0) + f(x_0, x_1)(x - x_0) + f(x_0, x_1, x_2)(x - x_0)(x - x_1) +$$
$$+ ... + f(x_0, x_1, ..., x_n)(x - x_0)(x - x_1) \cdot ... \cdot (x - x_{n-1}),$$

чи скориставшись останнім рядком, дістанемо ***інтерполяційну формулу Ньютона назад***:

$$P_n(x) = f(x_n) + f(x_{n-1}; x_n)(x - x_n) + \cdots$$

$$\cdots + f(x_0; x_1; \ldots; x_n)(x - x_n)(x - x_{n-1}) \cdots (x - x_1).$$

Обирають ту чи іншу формули Ньютона, в залежності від того, де знаходиться точка x (в якій потрібно обчислити значення функції). Якщо ближче до точки x_0, то інтерполяційну формулу Ньютона вперед. Якщо ближче до x_n, то інтерполяційну формулу Ньютона назад.

Для практичного застосування найчастише використовують інтерполяційні поліноми Ньютона, оскільки для його обчислення можна застосовувати схему Горнера.

За точністю зручно слідкувати таким чином: якщо доданки $f(x_o; x_1; \ldots; x_k)(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{k-1})$ в інтерполяційній формулі спадають достатньо швидко, то можна очікувати на гарну точність.

Вузли інтерполяції називаються ***рівновіддаленими***, якщо $x_i - x_{i-1} = h = const$, $x_i = x_0 + ih$, $i = \overline{0, n}$.

Нехай $f(x_i) = y_i$. Величина $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$ називається ***скінченою різницею першого порядку***.

Величина $\Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i$ називається ***скінченою різницею другого порядку***.

Величина $\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i$ називається ***скінченою різницею k-го порядку***.

Таблиця скінчених різниць:

$$\begin{array}{cccccccc}
y_0 & \Delta y_0 & \Delta^2 y_0 & \cdots & \cdots & \cdots & \Delta^n y_0 \\
y_1 & \Delta y_1 & \Delta^2 y_1 & \cdots & \cdots & \Delta^{n-1} y_1 & \\
y_2 & \Delta y_2 & \Delta^2 y_2 & \cdots & \Delta^{n-2} y_{n-2} & & \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & & \\
\cdots & \Delta y_{n-1} & & & & & \\
y_n & & & & & &
\end{array}$$

Має місце рівність: $\Delta^k y_i = k! h^k f(x_i; \ldots; x_k)$.

Покладемо $x = x_0 + th$, $t = \dfrac{x - x_0}{h}$. Тоді ***інтерполяційні формули Ньютона для рівновіддалених вузлів*** набувають вигляду:

$$P_n(t) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{1!} t + \frac{\Delta^2 y_0}{2!} t(t-1) \cdots + \frac{\Delta^n y_0}{n!} t(t-1) \cdots (t-n+1),$$

$$P_n(t) = y_0 + \frac{\Delta y_{n-1}}{1!} t + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!} t(t+1) \cdots +$$
$$+ \frac{\Delta^n y_0}{n!} t(t+1) \cdots (t+n-1).$$

3.2. Обернена інтерполяція

Нехай функція $y = f(x) \in C[a,b]$, що задана таблично (x_i, y_i), $i = \overline{0,n}$, монотонна. Для знаходження x^* застосовуємо такий алгоритм:

Будуємо за таблицею (x_i, y_i), $i = \overline{0,n}$ таку таблицю: (y_i, x_i), $i = \overline{0,n}$. На підставі останньої таблиці інтерполянт набуває вигляду:

$$L_n(y) = \sum_{i=0}^{n} x_i \frac{\omega_{n+1}(y)}{(y - y_i)\omega'_{n+1}(y_i)},$$

де $\omega_{n+1}(y) = (y - y_0)(y - y_1)\cdots(y - y_n)$ та $L(y^*) \approx x^*$. Залишковий член в цьому випадку утворюється із залишкового члена формули Ньютона, якщо в останньому поміняти місцями x та y, а похідну $f'(x)$ замінити на похідну від оберненої функції. Похибка інтерполяції має вигляд:

$$|x - x^*| \leqslant \frac{\widetilde{M}_{n+1}}{(n+1)!}|\omega(y^*)|; \quad \widetilde{M}_{n+1} = \max_{y} \left| \frac{d^{n+1}}{dy^{n+1}} x(y) \right|.$$

Зауваження. За допомогою інтерполяції можна знаходити корені нелінійних рівнянь, для цього знаходять x^* при $y^* = 0$.

4. Розв’язок

4.1. Таблиця розділених різниць

Під час реалізації методу Ньютона було сформовано таблицю розділених різниць, представлена нижче:

	x	f(x0, $\cdots$, $x0$)	f(x0, $\cdots$, $x1$)	f(x0, $\cdots$, $x2$)	f(x0, $\cdots$, $x3$)	f(x0, $\cdots$, $x4$)	f(x0, $\cdots$, $x5$)
0	-0.500000	-0.546302	1.274935	-0.629790	0.696756	-0.491586	0.436757
1	-0.465517	-0.502339	1.231501	-0.557712	0.628951	-0.416283	0.370543
2	-0.431034	-0.459874	1.193038	-0.492648	0.571533	-0.352396	0.317084
3	-0.396552	-0.418734	1.159062	-0.433524	0.522926	-0.297727	0.273854
4	-0.362069	-0.378767	1.129164	-0.379428	0.481860	-0.250510	0.238909
5	-0.327586	-0.339830	1.102996	-0.329580	0.447307	-0.209319	0.210748
6	-0.293103	-0.301796	1.080267	-0.283307	0.418436	-0.172983	0.188211
7	-0.258621	-0.264545	1.060728	-0.240021	0.394576	-0.140533	0.170407
8	-0.224138	-0.227968	1.044175	-0.199203	0.375192	-0.111153	0.156653
9	-0.189655	-0.191962	1.030437	-0.160390	0.359861	-0.084144	0.146437
10	-0.155172	-0.156430	1.019376	-0.123163	0.348255	-0.058896	0.139390
11	-0.120690	-0.121279	1.010882	-0.087136	0.340131	-0.034863	0.135258
12	-0.086207	-0.086421	1.004872	-0.051950	0.335322	-0.011543	0.133897
13	-0.051724	-0.051770	1.001290	-0.017262	0.333730	0.011543	0.135258
14	-0.017241	-0.017243	1.000099	0.017262	0.335322	0.034863	0.139390
15	0.017241	0.017243	1.001290	0.051950	0.340131	0.058896	0.146437
16	0.051724	0.051770	1.004872	0.087136	0.348255	0.084144	0.156653
17	0.086207	0.086421	1.010882	0.123163	0.359861	0.111153	0.170407
18	0.120690	0.121279	1.019376	0.160390	0.375192	0.140533	0.188211
19	0.155172	0.156430	1.030437	0.199203	0.394576	0.172983	0.210748
20	0.189655	0.191962	1.044175	0.240021	0.418436	0.209319	0.238909
21	0.224138	0.227968	1.060728	0.283307	0.447307	0.250510	0.273854
22	0.258621	0.264545	1.080267	0.329580	0.481860	0.297727	0.317084
23	0.293103	0.301796	1.102996	0.379428	0.522926	0.352396	0.370543
24	0.327586	0.339830	1.129164	0.433524	0.571533	0.416283	0.436757
25	0.362069	0.378767	1.159062	0.492648	0.628951	0.491586	0.000000
26	0.396552	0.418734	1.193038	0.557712	0.696756	0.000000	0.000000
27	0.431034	0.459874	1.231501	0.629790	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.465517	0.502339	1.274935	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.500000	0.546302	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	f(x0,$\cdots$,$x6$)	f(x0,$\cdots$,$x7$)	f(x0,$\cdots$,$x8$)	f(x0,$\cdots$,$x9$)	f(x0,$\cdots$,$x10$)	f(x0,$\cdots$,$x11$)	f(x0,$\cdots$,$x12$)
0	-0.320034	0.255409	-0.183400	0.136253	-0.094289	0.066146	-0.043855
1	-0.258383	0.204816	-0.141115	0.103739	-0.069200	0.047999	-0.030800
2	-0.208945	0.165888	-0.108920	0.079877	-0.050993	0.035254	-0.021624
3	-0.168903	0.135841	-0.084131	0.062293	-0.037621	0.026307	-0.015271
4	-0.136114	0.112633	-0.064798	0.049321	-0.027642	0.019987	-0.010642
5	-0.108927	0.094757	-0.049492	0.039789	-0.020061	0.015584	-0.007288
6	-0.086054	0.081104	-0.037144	0.032871	-0.014150	0.012568	-0.004707
7	-0.066477	0.070858	-0.026942	0.027992	-0.009383	0.010620	-0.002638
8	-0.049374	0.063426	-0.018255	0.024756	-0.005354	0.009529	-0.000856
9	-0.034064	0.058390	-0.010572	0.022910	-0.001740	0.009174	0.000856
10	-0.019970	0.055473	-0.003462	0.022310	0.001740	0.009529	0.002638
11	-0.006580	0.054518	0.003462	0.022910	0.005354	0.010620	0.004708
12	0.006580	0.055473	0.010572	0.024756	0.009383	0.012568	0.007285
13	0.019970	0.058390	0.018255	0.027992	0.014150	0.015583	0.010652
14	0.034064	0.063426	0.026942	0.032871	0.020061	0.019991	0.015249
15	0.049374	0.070858	0.037144	0.039789	0.027643	0.026301	0.021657
16	0.066477	0.081104	0.049492	0.049321	0.037619	0.035262	0.030761
17	0.086054	0.094757	0.064798	0.062293	0.050995	0.047991	0.043888
18	0.108927	0.112633	0.084130	0.079877	0.069198	0.066151	0.000000
19	0.136114	0.135841	0.108920	0.103739	0.094290	0.000000	0.000000
20	0.168903	0.165888	0.141115	0.136253	0.000000	0.000000	0.000000
21	0.208945	0.204816	0.183400	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
22	0.258383	0.255409	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
23	0.320034	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
...	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	f(x0,$\cdots$,$x13$)	f(x0,$\cdots$,$x14$)	f(x0,$\cdots$,$x15$)	f(x0,$\cdots$,$x16$)	f(x0,$\cdots$,$x17$)	f(x0,$\cdots$,$x18$)
0	0.029123	-0.017925	0.009427	0.000747	-0.019357	0.062848
1	0.020470	-0.013049	0.009838	-0.010600	0.019652	-0.044984
2	0.014170	-0.007960	0.003990	0.000920	-0.008269	0.022516
3	0.010327	-0.005896	0.004497	-0.003927	0.005706	-0.007990
4	0.007481	-0.003570	0.002331	-0.000582	0.000747	-0.004124
5	0.005757	-0.002365	0.002009	-0.000144	-0.001813	0.009604
6	0.004616	-0.001325	0.001930	-0.001207	0.004149	-0.009983
7	0.003976	-0.000327	0.001264	0.001225	-0.002048	0.006159
8	0.003818	0.000327	0.001940	0.000025	0.001775	0.001061
9	0.003976	0.001330	0.001954	0.001065	0.002433	-0.004375
10	0.004618	0.002341	0.002541	0.002492	-0.000282	0.007494
11	0.005748	0.003655	0.003916	0.002326	0.004369	-0.000710
12	0.007512	0.005681	0.005200	0.004887	0.003929	0.000000
13	0.010255	0.008370	0.007896	0.007191	0.000000	0.000000
14	0.014295	0.012454	0.011863	0.000000	0.000000	0.000000
15	0.020308	0.018590	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
16	0.029282	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
...	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	f(x0,··· ,x19)	f(x0,··· ,x20)	f(x0,··· ,x21)	f(x0,··· ,x22)	f(x0,··· ,x23)	f(x0,··· ,x24)
0	-0.164586	0.388038	-0.835393	1.634511	-2.857839	4.301598
1	0.103026	-0.216902	0.404580	-0.632051	0.702104	-0.044981
2	-0.046561	0.076070	-0.074907	-0.075210	0.664879	-2.265659
3	0.005900	0.021827	-0.131962	0.452108	-1.210150	2.713680
4	0.020954	-0.073732	0.211016	-0.507666	1.035654	-1.749374
5	-0.029896	0.079073	-0.174110	0.313715	-0.412103	0.180233
6	0.024637	-0.047006	0.063881	-0.013126	-0.262945	0.000000
7	-0.007781	-0.000748	0.053923	-0.221668	0.000000	0.000000
8	-0.008297	0.038300	-0.114239	0.000000	0.000000	0.000000
9	0.018117	-0.044425	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
10	-0.012522	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
...	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	f(x0,··· ,x25)	f(x0,··· ,x26)	f(x0,··· ,x27)	f(x0,··· ,x28)	f(x0,··· ,x29)
0	-5.042031	2.750588	7.051433	-31.256995	78.002403
1	-2.575987	9.315715	-23.127735	46.745408	0.000000
2	5.776034	-12.217004	22.005762	0.000000	0.000000
3	-5.177142	8.271119	0.000000	0.000000	0.000000
4	2.238344	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
...	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Табл. 1: таблиця розділених різниць для функції tan(x) без нульових рядків

Поліном :

-0.54630 + (1.2749) * (x - (-0.5000)) + (-0.6298) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655)) + (0.6968) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310)) + (-0.4916) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966)) + (0.4368) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621)) + (-0.3200) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276)) + (0.2554) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931)) + (-0.1834) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586)) + (0.1363) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241)) + (-0.0943) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x -

(-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897)) + (0.0661) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552)) + (-0.0439) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207)) + (0.0291) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862)) + (-0.0179) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517)) + (0.0094) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172)) + (0.0007) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172) + (-0.0194) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517) + (0.0628) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862) + (-0.1646) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207) + (0.3880) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552) + (-0.8354) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552)(x - 0.1897) + (1.6345) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552)(x - 0.1897)(x - 0.2241) + (-2.8578) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552)(x - 0.1897)(x - 0.2241)(x - 0.2586) + (4.3016) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552)(x - 0.1897)(x - 0.2241)(x - 0.2586)(x - 0.2931) + (-5.0420) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552)(x - 0.1897)(x - 0.2241)(x - 0.2586)(x - 0.2931)(x - 0.3276) + (2.7506) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552)(x - 0.1897)(x - 0.2241)(x - 0.2586)(x - 0.2931)(x - 0.3276)(x - 0.3621) + (7.0514) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552)(x - 0.1897)(x - 0.2241)(x - 0.2586)(x - 0.2931)(x - 0.3276)(x - 0.3621)(x - 0.3966) + (-31.2570) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x - 0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552)(x - 0.1897)(x - 0.2241)(x - 0.2586)(x - 0.2931)(x - 0.3276)(x - 0.3621)(x - 0.3966)(x - 0.4310) + (78.0024) * (x - (-0.5000))(x - (-0.4655))(x - (-0.4310))(x - (-0.3966))(x - (-0.3621))(x - (-0.3276))(x - (-0.2931))(x - (-0.2586))(x - (-0.2241))(x - (-0.1897))(x - (-0.1552))(x - (-0.1207))(x - (-0.0862))(x - (-0.0517))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0517)(x -

0.0862)(x - 0.1207)(x - 0.1552)(x - 0.1897)(x - 0.2241)(x - 0.2586)(x - 0.2931)(x - 0.3276)(x - 0.3621)(x - 0.3966)(x - 0.4310)(x - 0.4655)

Поліном у вигляді рядка: 1.2749 * x^1 + -0.6298 * x^2 + 0.6968 * x^3 + -0.4916 * x^4 + 0.4368 * x^5 + -0.3200 * x^6 + 0.2554 * x^7 + -0.1834 * x^8 + 0.1363 * x^9 + -0.0943 * x^10 + 0.0661 * x^11 + -0.0439 * x^12 + 0.0291 * x^13 + -0.0179 * x^14 + 0.0094 * x^15 + 0.0007 * x^16 + -0.0194 * x^17 + 0.0628 * x^18 + -0.1646 * x^19 + 0.3880 * x^20 + -0.8354 * x^21 + 1.6345 * x^22 + -2.8578 * x^23 + 4.3016 * x^24 + -5.0420 * x^25 + 2.7506 * x^26 + 7.0514 * x^27 + -31.2570 * x^28 + 78.0024 * x^29

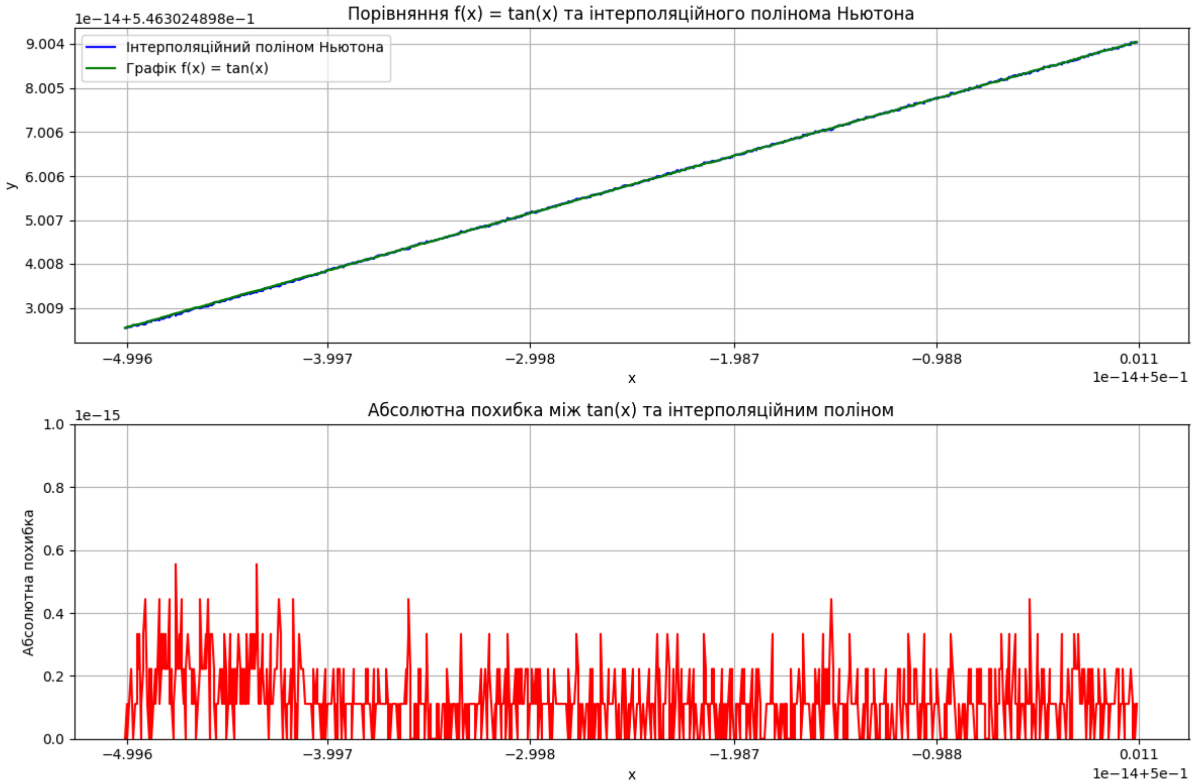

рис.1. (графіки інтерполяційних поліномів)

4.2. Обернена інтерполяція

Для оберненої інтерполяції було вибрано значення y = 0.18. Так як функція tan(x) монотонна на всьому проміжку. Поміняємо x і f(x) у табличній функції місцями. Після цього застосуємо алгоритм інтерполяції.

	x	f(x0,$\cdots$, $x0$)	f(x0,$\cdots$, $x1$)	f(x0,$\cdots$, $x2$)	f(x0,$\cdots$, $x3$)	f(x0,$\cdots$, $x4$)	f(x0,$\cdots$, $x5$)
0	-0.546302	-0.500000	0.784354	0.320071	-0.054428	-0.167454	-0.061042
1	-0.502339	-0.465517	0.812017	0.313128	-0.082483	-0.180057	-0.044000
2	-0.459874	-0.431034	0.838196	0.302935	-0.111744	-0.188881	-0.022488
3	-0.418734	-0.396552	0.862767	0.289521	-0.141602	-0.193274	0.002837
4	-0.378767	-0.362069	0.885611	0.272962	-0.171403	-0.192733	0.031021
5	-0.339830	-0.327586	0.906621	0.253385	-0.200466	-0.186938	0.060857
6	-0.301796	-0.293103	0.925697	0.230960	-0.228109	-0.175777	0.090952
7	-0.264545	-0.258621	0.942748	0.205906	-0.253660	-0.159358	0.119813
8	-0.227968	-0.224138	0.957694	0.178482	-0.276491	-0.138017	0.145944
9	-0.191962	-0.189655	0.970462	0.148983	-0.296027	-0.112302	0.167943
10	-0.156430	-0.155172	0.980993	0.117740	-0.311771	-0.082959	0.184601
11	-0.121279	-0.120690	0.989235	0.085110	-0.323318	-0.050899	0.194988
12	-0.086421	-0.086207	0.995151	0.051473	-0.330368	-0.017156	0.198517
13	-0.051770	-0.051724	0.998712	0.017226	-0.332739	0.017156	0.194988
14	-0.017243	-0.017241	0.999901	-0.017226	-0.330368	0.050899	0.184601
15	0.017243	0.017241	0.998712	-0.051473	-0.323318	0.082959	0.167943
16	0.051770	0.051724	0.995151	-0.085110	-0.311771	0.112302	0.145944
17	0.086421	0.086207	0.989235	-0.117740	-0.296027	0.138017	0.119813
18	0.121279	0.120690	0.980993	-0.148983	-0.276491	0.159358	0.090952
19	0.156430	0.155172	0.970462	-0.178482	-0.253660	0.175777	0.060857
20	0.191962	0.189655	0.957694	-0.205906	-0.228109	0.186938	0.031021
21	0.227968	0.224138	0.942748	-0.230960	-0.200466	0.192733	0.002837
22	0.264545	0.258621	0.925697	-0.253385	-0.171403	0.193274	-0.022488
23	0.301796	0.293103	0.906621	-0.272962	-0.141602	0.188881	-0.044000
24	0.339830	0.327586	0.885611	-0.289521	-0.111744	0.180057	-0.061042
25	0.378767	0.362069	0.862767	-0.302935	-0.082483	0.167454	0.000000
26	0.418734	0.396552	0.838196	-0.313128	-0.054428	0.000000	0.000000
27	0.459874	0.431034	0.812017	-0.320071	0.000000	0.000000	0.000000
28	0.502339	0.465517	0.784354	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.546302	0.500000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	f(x0,$\cdots$, $x6$)	f(x0,$\cdots$, $x7$)	f(x0,$\cdots$, $x8$)	f(x0,$\cdots$, $x9$)	f(x0,$\cdots$, $x10$)	f(x0,$\cdots$, $x11$)	f(x0,$\cdots$, $x12$)
0	0.069699	0.073707	-0.016985	-0.061394	-0.007466	0.047075	0.016512
1	0.090466	0.068300	-0.038739	-0.064304	0.012542	0.054669	-0.001710
2	0.109206	0.056276	-0.060983	-0.059525	0.035280	0.053898	-0.024171
3	0.124283	0.037772	-0.081138	-0.046350	0.057276	0.043200	-0.046221
4	0.134191	0.013637	-0.096540	-0.025331	0.074620	0.023048	-0.062692
5	0.137702	-0.014586	-0.104823	0.001646	0.083748	-0.003943	-0.068921
6	0.134006	-0.044782	-0.104292	0.031550	0.082204	-0.033321	-0.062399
7	0.122809	-0.074458	-0.094227	0.060614	0.069268	-0.059720	-0.043480
8	0.104395	-0.101010	-0.075054	0.084925	0.046226	-0.078025	-0.015581
9	0.079627	-0.122006	-0.048354	0.101069	0.016234	-0.084567	0.015581
10	0.049890	-0.135467	-0.016695	0.106725	-0.016234	-0.078025	0.043480
11	0.016992	-0.140103	0.016695	0.101069	-0.046226	-0.059720	0.062399
12	-0.016992	-0.135467	0.048354	0.084925	-0.069268	-0.033321	0.068923
13	-0.049890	-0.122006	0.075054	0.060614	-0.082204	-0.003943	0.062687
14	-0.079627	-0.101010	0.094227	0.031550	-0.083748	0.023047	0.046231
15	-0.104395	-0.074458	0.104292	0.001646	-0.074621	0.043202	0.024157
16	-0.122809	-0.044782	0.104823	-0.025331	-0.057276	0.053895	0.001724
17	-0.134006	-0.014586	0.096540	-0.046349	-0.035281	0.054672	-0.016523
18	-0.137702	0.013637	0.081138	-0.059525	-0.012542	0.047073	0.000000
19	-0.134191	0.037772	0.060983	-0.064304	0.007466	0.000000	0.000000
20	-0.124283	0.056276	0.038739	-0.061394	0.000000	0.000000	0.000000
21	-0.109206	0.068300	0.016985	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
22	-0.090466	0.073707	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
23	-0.069699	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
...	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	f(x0,$\cdots$, $x13$)	f(x0,$\cdots$, $x14$)	f(x0,$\cdots$, $x15$)	f(x0,$\cdots$, $x16$)	f(x0,$\cdots$, $x17$)	f(x0,$\cdots$, $x18$)
0	-0.036848	-0.017869	0.032002	0.012097	-0.021821	-0.027276
1	-0.046302	0.000165	0.039237	-0.001710	-0.040030	0.026176
2	-0.046216	0.021907	0.038230	-0.026674	-0.022786	0.019922
3	-0.035007	0.042792	0.022728	-0.040717	-0.009800	0.041119
4	-0.013391	0.055065	-0.000690	-0.046701	0.016792	0.034041
5	0.014144	0.054696	-0.027344	-0.036513	0.038691	0.007476
6	0.041288	0.040154	-0.048076	-0.013129	0.043488	-0.007316
7	0.061114	0.014685	-0.055511	0.013120	0.038794	-0.034864
8	0.068347	-0.014685	-0.048081	0.036566	0.016365	-0.038493
9	0.061114	-0.040157	-0.027319	0.046495	-0.008529	-0.026222
10	0.041287	-0.054684	-0.000782	0.041287	-0.025621	-0.014488
11	0.014149	-0.055103	0.022964	0.025496	-0.035166	0.010215
12	-0.013405	-0.042702	0.037782	0.003566	-0.028346	0.000000
13	-0.034976	-0.022062	0.039881	-0.014369	0.000000	0.000000
14	-0.046264	0.000037	0.031288	0.000000	0.000000	0.000000
15	-0.046245	0.017669	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
16	-0.036897	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
17	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
...	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	f(x0,⋯, x19)	f(x0,⋯, x20)	f(x0,⋯, x21)	f(x0,⋯, x22)	f(x0,⋯, x23)	f(x0,⋯, x24)
0	0.076063	-0.115231	0.219253	-0.449498	0.775748	-1.051185
1	-0.009008	0.054530	-0.145221	0.208412	-0.155742	-0.182753
2	0.030816	-0.056838	0.022370	0.077251	-0.316767	0.897381
3	-0.010358	-0.039799	0.084148	-0.188402	0.471680	-1.022249
4	-0.039034	0.024033	-0.066103	0.206615	-0.426476	0.651990
5	-0.021764	-0.026042	0.098672	-0.151046	0.147996	-0.005595
6	-0.040478	0.048807	-0.022119	-0.026408	0.143039	0.000000
7	-0.005311	0.031960	-0.043355	0.094903	0.000000	0.000000
8	0.017841	-0.001289	0.033597	0.000000	0.000000	0.000000
9	0.016900	0.024725	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
10	0.035153	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
11	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
...	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

	f(x0,⋯, x25)	f(x0,⋯, x26)	f(x0,⋯, x27)	f(x0,⋯, x28)	f(x0,⋯, x29)
0	0.938776	0.242389	-3.607939	10.508142	-21.879061
1	1.172690	-3.387834	7.411337	-13.397028	0.000000
2	-2.087127	4.058177	-6.637346	0.000000	0.000000
3	1.817703	-2.620162	0.000000	0.000000	0.000000
4	-0.710849	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
5	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
...	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
29	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Табл. 2: таблиця розділених різниць для функції arctan(x) без нульових рядків

Поліном:

-0.50000 + (0.7844) * (x - (-0.5463)) + (0.3201) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023)) + (-0.0544) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599)) + (-0.1675) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187)) + (-0.0610) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788)) + (0.0697) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398)) + (0.0737) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018)) + (-0.0170) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645)) + (-0.0614) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280)) + (-0.0075) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920)) + (0.0471) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x -

(-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564)) + (0.0165) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213)) + (-0.0368) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864)) + (-0.0179) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518)) + (0.0320) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172)) + (0.0121) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172) + (-0.0218) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518) + (-0.0273) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864) + (0.0761) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213) + (-0.1152) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564) + (0.2193) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564)(x - 0.1920) + (-0.4495) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564)(x - 0.1920)(x - 0.2280) + (0.7757) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x -

(-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564)(x - 0.1920)(x - 0.2280)(x - 0.2645) + (-1.0512) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564)(x - 0.1920)(x - 0.2280)(x - 0.2645)(x - 0.3018) + (0.9388) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564)(x - 0.1920)(x - 0.2280)(x - 0.2645)(x - 0.3018)(x - 0.3398) + (0.2424) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564)(x - 0.1920)(x - 0.2280)(x - 0.2645)(x - 0.3018)(x - 0.3398)(x - 0.3788) + (-3.6079) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564)(x - 0.1920)(x - 0.2280)(x - 0.2645)(x - 0.3018)(x - 0.3398)(x - 0.3788)(x - 0.4187) + (10.5081) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564)(x - 0.1920)(x - 0.2280)(x - 0.2645)(x - 0.3018)(x - 0.3398)(x - 0.3788)(x - 0.4187)(x - 0.4599) + (-21.8791) * (x - (-0.5463))(x - (-0.5023))(x - (-0.4599))(x - (-0.4187))(x - (-0.3788))(x - (-0.3398))(x - (-0.3018))(x - (-0.2645))(x - (-0.2280))(x - (-0.1920))(x - (-0.1564))(x - (-0.1213))(x - (-0.0864))(x - (-0.0518))(x - (-0.0172))(x - 0.0172)(x - 0.0518)(x - 0.0864)(x - 0.1213)(x - 0.1564)(x - 0.1920)(x - 0.2280)(x - 0.2645)(x - 0.3018)(x - 0.3398)(x - 0.3788)(x - 0.4187)(x - 0.4599)(x - 0.5023)

Поліном у вигляді рядка: 0.7844 * x^1 + 0.3201 * x^2 + -0.0544 * x^3 + -0.1675 * x^4 + -0.0610 * x^5 + 0.0697 * x^6 + 0.0737 * x^7 + -0.0170 * x^8 + -0.0614 * x^9 + -0.0075 * x^10 + 0.0471 * x^11 + 0.0165 * x^12 + -0.0368 * x^13 + -0.0179 * x^14 + 0.0320 * x^15 + 0.0121 * x^16 + -0.0218 * x^17 + -0.0273 * x^18 + 0.0761 * x^19 + -0.1152 * x^20 + 0.2193 * x^21 + -0.4495 * x^22 + 0.7757 * x^23 + -1.0512 * x^24 + 0.9388 * x^25 + 0.2424 * x^26 + -3.6079 * x^27 + 10.5081 * x^28 + -21.8791 * x^29

Введіть значення x: 0.18

Результат: 0.17809293823119757

6. Висновок

У ході виконання лабораторної роботи було проведено повний цикл дослідження методів прямої та оберненої інтерполяції для аналітичної функції

$f(x)=\tan(x),\ x\in[-0.5;\ 0.5]$

Після формування табличної функції на основі рівновіддалених вузлів (не менше 15 точок) було побудовано таблицю розділених різниць та отримано інтерполяційний поліном Ньютона повної степені. Результуючий поліном містить одночасно всі добутки відповідних інтервальних множників та коефіцієнти, обчислені за методом розділених різниць. Саме цей поліном слугує апроксимацією функції tan(x)\tan(x)tan(x) на заданому проміжку.

Побудовані графіки показали, що інтерполяційний поліном добре повторює форму функції на всьому інтервалі, а максимальна похибка зростає ближче до країв проміжку, що є типовою властивістю поліноміальної інтерполяції високої степені. У середині проміжку поліном забезпечує високу точність, що підтверджується як чисельними значеннями, так і візуальним порівнянням графіків. Отримані значення коефіцієнтів полінома також демонструють закономірне зменшення величин у серединній частині таблиці розділених різниць та різке зростання ближче до кінцевих вузлів, що узгоджується з властивостями тангенса та його похідних.

Другий етап роботи — розв’язання задачі оберненої інтерполяції — був виконаний шляхом обміну місцями стовпців x та f(x) у таблиці вузлів. Це можливо, оскільки функція tan(x) є строго монотонною на вибраному проміжку, а отже, оберненою. На основі нової таблиці було знову побудовано таблицю розділених різниць, створено поліном Ньютона вже для наближення функції arctan(x), після чого було обчислено значення аргументу, що відповідає обраному значенню

$y^*=0.18$.

Отриманий результат

$x \approx 0.17809$

добре узгоджується з точним значенням

$x=\arctan(0.18) \approx 0.17809$,

що підтверджує коректність реалізації алгоритму та високу точність методу для оберненої інтерполяції.

Загалом у роботі було успішно реалізовано всі необхідні етапи: формування вузлів, побудова таблиць розділених різниць, отримання аналітичного вигляду обох поліномів, графічний аналіз точності та обчислення результатів. Проведене дослідження показує, що метод Ньютона є ефективним інструментом для інтерполяції гладких функцій, а за умови монотонності функції — також і для задачі оберненої інтерполяції. Результати роботи підтверджують правильність алгоритмів та їх реалізацій.