МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

до розрахунково-графічної роботи
для студентів економічних спеціальностей

*Затверджено
на засіданні кафедри
вищої математики.
Протокол № 5 від 05.03.2009р.*

Львів – 2009

Теорія ймовірностей та випадкові процеси: Індивідуальні завдання до розрахунково-графічної роботи для студентів економічних спеціальностей / Укл.: Вовк М.І., Зашкільняк І.М., Іванел В.К, Крупка З.І., Куриляк І.Й., Луцев Є.М., Олексів І.Я., Сорокатий М.І., Тимошенко Н.М., Бугрій Н.В., Андрусяк І.В., Кшановський І.П. – Львів. Видавництво Національного університету "Львівська політехніка 2009. – 75 с.

Укладачі Вовк М.І., канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Зашкільняк І.М., канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Іванел В.К, канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Крупка З.І., канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Куриляк І.Й., канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Луцев Є.М., канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Олексів І.Я., канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Сорокатий М.І., канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Тимошенко Н.М., канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Бугрій Н.В., канд. фіз.-мат. наук, асист.,
Андрусяк І.В., асист.,
Кшановський І.П., асист.

Відповідальний за випуск Крупка З.І., канд. фіз.-мат. наук, доц.

Рецензенти Пахолок Б.Б., канд. фіз.-мат. наук, доц.,
Лозбень В.Л., канд. фіз.-мат. наук, доц.

Активізація самостійної роботи студентів є важливим фактором підвищення ефективності викладання математики.

Індивідуальні завдання призначено для студентів економічних спеціальностей, які вивчають розділ "Теорія ймовірностей і математична статистика" курсу вищої математики.

Завдання охоплюють весь обсяг матеріалу, що рекомендований програмою. Кожен студент вибирає свій варіант і повинен розв'язати 12 задач з теорії ймовірностей. Виконання розрахунково-графічної роботи завершується її захистом.

ЗРАЗОК ВИКОНАННЯ ЗАДАЧ ТИПОВОГО ВАРІАНТА

1. На книжковій полиці навмання розташовано 10 томів збірки творів. Яка ймовірність того, що а) два вибраних томи розташовані на полиці поруч; б) четвертий том займає місце праворуч від десятого, але не поруч з ним?
Розв'язання. У даному випадку простір елементарних подій Ω – це всеможливі перестановки з 10 елементів. Тому $n(\Omega) = 10!$

а) Нехай подія A – два вибраних томи розташовані на полиці поруч. Оскільки ці томи мають стояти поряд, то будемо переставляти їх, як одне ціле, разом з іншими вісьмома томами. Врахувавши те, що з двох вибраних томів спочатку один може стояти лівіше від другого, а потім навпаки, отримаємо $n(A) = 2 \cdot 9!$

За класичним означенням ймовірності будемо мати

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2 \cdot 9!}{10!} = 0.2.$$

б) Нехай подія B – четвертий том займає місце праворуч від десятого, але не поруч з ним. Якщо четвертий том стоїть на останньому десятому місці, то десятий том можна поставити на будь-яке з восьми місць; якщо четвертий том стоїть на дев'ятому місці, то десятий том можна поставити на будь-яке з семи місць і т.д., якщо четвертий том поставити на третє місце, то для десятого залишиться лише одне перше місце. Отже, четвертий і десятий томи у вказаному порядку можна розставити $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$ способами. Для кожного з цих способів решту вісім томів можна розставити 8! способами. Тому $n(B) = 36 \cdot 8!$

За класичним означенням ймовірності будемо мати

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{36 \cdot 8!}{10!} = 0.4.$$

2. Серед 20 деталей є 17 якісних, а решта – дефектні. Яка ймовірність того, що серед п'яти навмання взятих деталей будуть і якісні, і дефектні.

Розв'язання. Нехай подія A – серед п'яти навмання взятих деталей будуть і якісні, і дефектні. Ця подія відбудеться, якщо відбудеться одна з наступних трьох несумісних подій: A_1 – серед навмання взятих деталей будуть 3 дефектні і 2 якісні; A_2 – серед навмання взятих деталей будуть 2 дефектні і 3 якісні; A_3 – серед навмання взятих деталей будуть 1 дефектна і 4 якісні. Подію A можна представити у вигляді суми цих подій: $A = A_1 + A_2 + A_3$. За теоремою додавання ймовірностей $P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$.

Знайдемо ймовірності подій A_1, A_2, A_3. Загальна кількість всеможливих елементарних подій дорівнює кількості способів, якими можна вибрати п'ять деталей з двадцяти, тобто $n(\Omega) = C_{20}^5$. Порахуємо кількість елементарних подій, що сприяють появі події A_1. Оскільки серед двадцяти деталей є три дефектні, то їх можна вибрати одним способом; а дві якісні деталі зі сімнадцяти можна вибрати C_{17}^2 способами. За правилом добутку в комбінаториці $n(A_1) = 1 \cdot C_{17}^2$. Аналогічно знаходимо $n(A_2) = C_3^2 \cdot C_{17}^3$, $n(A_3) = C_3^1 \cdot C_{17}^4$. За класичним означенням ймовірності будемо мати

$$P(A_1) = \frac{n(A_1)}{n(\Omega)} = \frac{C_{17}^2}{C_{20}^5} = \frac{1}{114};$$

$$P(A_2) = \frac{n(A_2)}{n(\Omega)} = \frac{C_3^2 \cdot C_{17}^3}{C_{20}^5} = \frac{5}{38};$$

$$P(A_3) = \frac{n(A_3)}{n(\Omega)} = \frac{C_3^1 \cdot C_{17}^4}{C_{20}^5} = \frac{35}{76};$$

Отже,

$$P(A) = \frac{1}{114} + \frac{5}{38} + \frac{35}{76} = \frac{137}{228}.$$

3. У трьох партіях 60%, 75% і 90% доброякісних виробів відповідно. Навмання вибирають по одному виробу із кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них: а) хоча б один недоброякісний виріб; б) лише один недоброякісний виріб?

Розв'язання. Введемо такі події: A – вибирають доброякісний виріб з першої партії; B – вибирають доброякісний виріб з другої партії; C – вибирають доброякісний виріб з третьої партії. За умовою задачі $P(A) = 0.6$; $P(B) = 0.75$; $P(C) = 0.9$. Події D (серед вибраних виробів хоча б один недоброякісний) і $\overline{D}$ (серед вибраних виробів всі доброякісні) – протилежні, тому $P(D) = 1 - P(\overline{D})$. Оскільки події A, B, C – незалежні і $\overline{D} = ABC$, то за теоремою множення $P(\overline{D}) = P(A)P(B)P(C) = 0.405$. Звідси $P(D) = 1 - 0.405 = 0.595$.

Подія F (серед вибраних виробів виявиться лише один недоброякісний) відбудеться, якщо відбудеться подія $\overline{A}BC$ (вибрали недоброякісний виріб з першої партії і доброякісні вироби з другої та третьої партій), або подія $A\overline{B}C$ (вибрали недоброякісний виріб з другої партії і доброякісні вироби з першої та третьої партій), або подія $AB\overline{C}$ (вибрали недоброякісний виріб з третьої партії і доброякісні вироби з першої та другої партій). Отже, за теоремами додавання і множення ймовірностей отримаємо $P(F) = P(\overline{A}BC) + P(A\overline{B}C) + P(AB\overline{C}) = P(\overline{A})P(B)P(C) + P(A)P(\overline{B})P(C) + P(A)P(B)P(\overline{C}) = 0.4 \cdot 0.75 \cdot 0.9 + 0.6 \cdot 0.25 \cdot 0.9 + 0.6 \cdot 0.75 \cdot 0.1 = 0.45$.

4. У першій скриньці білих кульок в 2 рази менше, ніж чорних, а в другій скриньці відношення чорних кульок до білих, як 2:3. Знайти ймовірність того, що з навмання взятої скриньки витягнута чорна кулька. З якої із скриньок найімовірніше витягнути цю чорну кульку?

Розв'язання. Нехай подія A означає, що витягнута чорна кулька. Можна зробити два припущення (гіпотези): H_1 – кулька витягнута з першої скриньки; H_2 – кулька витягнута з другої скриньки. Ці припущення утворюють повну групу подій і рівноможливі, тому $P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{2}$. Знайдемо умовні ймовірності події A. Оскільки у першій скриньці білих кульок в 2 рази менше, ніж чорних, то $P(A/H_1) = \frac{2}{3}$. Враховуючи співвідношення чорних і білих кульок в другій скриньці, отримаємо $P(A/H_2) = \frac{2}{5}$. За формулою повної ймовірності

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}.$$

Ймовірності того, що ця чорна кулька витягнута з першої чи другої скриньки, обчислюють за формулою Байєса:

$$P(H_1/A) = \frac{P(H_1)P(A/H_1)}{P(A)} = \frac{5}{8};$$

$$P(H_2/A) = \frac{P(H_2)P(A/H_2)}{P(A)} = \frac{3}{8}.$$

Таким чином найімовірніше витягнути цю чорну кульку з першої скриньки.

5. *1)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як $6:2$. Навмання з партії беруть 8 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 8 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

2) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює 0.2. Яка ймовірність того, що із 500 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 70 покупців; *б)* від 95 до 110 покупців.

Розв'язання. 1) За умовою задачі n=8. Знайдемо p – ймовірність появи стандартної деталі. За класичним означенням ймовірності $p = \frac{6}{8} = 0.75$. Тоді $q = 1 - p = 0.25$. Найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 8 навмання взятих визначається з подвійної нерівності

$$np - q \leq k_0 < np + p.$$

Отже,

$$5,75 \leq k_0 < 6,75.$$

Оскільки k_0 має бути цілим числом, то k_0=6.

За формулою Бернуллі обчислимо

$$P_n(k_0) = P_8(6) = C_8^6 p^6 q^2 = 0.31.$$

2а) За умовою задачі $n = 500$; $p = 0.2$; $q = 0.8$; $k = 70$. Оскільки n достатньо велике число, то скористаємось локальною теоремою Лапласа:

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x), \quad \text{де} \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}.$$

Знайдемо значення x:

$$x = \frac{70 - 500 \cdot 0.2}{\sqrt{500 \cdot 0.2 \cdot 0.8}} = -3.36.$$

Враховуючи парність функціїї φ, за таблицею знаходимо: $\varphi(-3.36) = \varphi(3.36) = 0.0014$. Шукана ймовірність

$$P_{500}(70) = \frac{1}{8.94} \cdot 0.0014 = 0.0002.$$

2б) За умовою задачі $n = 500$; $p = 0.2$; $q = 0.8$; $k_1 = 95$; $k_2 = 110$. Скористаємося інтегральною теоремою Лапласа:

$$P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \quad \text{де} \quad x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}.$$

Обчислимо x_1 і x_2:

$$x_1 = \frac{95 - 500 \cdot 0.2}{\sqrt{500 \cdot 0.2 \cdot 0.8}} = -0.56, \quad x_2 = \frac{110 - 500 \cdot 0.2}{\sqrt{500 \cdot 0.2 \cdot 0.8}} = 1.12.$$

За таблицею знаходимо: $\Phi(-0.56) = -\Phi(0.56) = -0.2123$, $\Phi(1.12) = 0.3686$. Шукана ймовірність

$$P_{500}(95, 110) = 0.3686 + 0.2123 = 0.5809.$$

6. Зі скриньки, в якій знаходиться 6 білих кульок і 3 чорних кульки, навмання вибирають 4 кульки. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X – кількості чорних кульок серед відібраних .

Розв'язання. Випадкова величина X – кількість чорних кульок серед відібраних – може набувати значень: x_1=0, x_2=1, x_3=2, x_4=3. За формулою

$$P(X = k) = \frac{C_n^k \cdot C_{N-n}^{m-k}}{C_N^m},$$

де N – загальна кількість кульок в скриньці; n – кількість чорних кульок в скриньці; m – кількість відібраних кульок; k – кількість чорних кульок серед відібраних, знаходимо

$$P(X = 0) = \frac{C_3^0 \cdot C_6^4}{C_9^4} = \frac{5}{42}, \quad P(X = 1) = \frac{C_3^1 \cdot C_6^3}{C_9^4} = \frac{10}{21},$$

$$P(X = 2) = \frac{C_3^2 \cdot C_6^2}{C_9^4} = \frac{5}{14}, \quad P(X = 3) = \frac{C_3^3 \cdot C_6^1}{C_9^4} = \frac{1}{21}.$$

Складемо шуканий закон розподілу

X	0	1	2	3
p(x)	$\frac{5}{42}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{1}{21}$

Побудуємо функцію розподілу випадкової величини X.

1. Якщо $x \leq 0$, то $F(x) = 0$. Справді, значень, менших від числа 0, величина X не приймає. Отже, при $x \leq 0$ функція $F(x) = P(X < x) = 0$.

2. Якщо $0 < x \leq 1$, то $F(x) = \frac{5}{42}$. Справді, величина X може прийняти значення 0 з ймовірністю $\frac{5}{42}$.

3. Якщо $1 < x \leq 2$, то $F(x) = \frac{25}{42}$. Справді, величина X може прийняти значення 0 з ймовірністю $\frac{5}{42}$ і значення 1 з ймовірністю $\frac{10}{21}$; таким чином одне з цих значень величина X може прийняти (за теоремою додавання ймовірностей несумісних подій) з ймовірністю $\frac{5}{42} + \frac{10}{21} = \frac{25}{42}$.

4. Якщо $2 < x \leq 3$, то $F(x) = \frac{40}{42}$. Справді, величина X може прийняти значення 0 з ймовірністю $\frac{5}{42}$, значення 1 з ймовірністю $\frac{10}{21}$ і значення 2 з ймовірністю $\frac{5}{14}$; таким чином одне з цих значень величина X може прийняти з ймовірністю $\frac{5}{42} + \frac{10}{21} + \frac{5}{14} = \frac{40}{42}$.

5. Якщо $x > 3$, то $F(x) = 1$. Справді, подія $X < 3$ достовірна і її ймовірність дорівнює 1.

Шукана функція розподілу має вигляд

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \frac{5}{42}, & 0 < x \le 1, \\ \frac{25}{42}, & 1 < x \le 2, \\ \frac{40}{42}, & 2 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Графік цієї функції зображено на рис. 1.

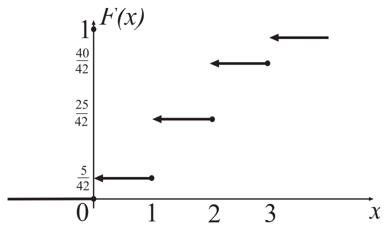

Рис. 1: графік функції F.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$:

X	-2	-1	1	2	3
p(x)	0.05	0.35	0.1	0.2	0.3

Розв'язання. Математичне сподівання обчислимо за формулою:

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \ldots + x_np_n.$$

Отже,
$M(X) = -2 \cdot 0.05 - 1 \cdot 0.35 + 1 \cdot 0.1 + 2 \cdot 0.2 + 3 \cdot 0.3 = 0.95.$

Дисперсію обчислимо, користуючись наступною формулою:

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2,$$

де $M(X^2) = x_1^2p_1 + x_2^2p_2 + \ldots + x_n^2p_n$.
Тому
$M(X^2) = (-2)^2 \cdot 0.05 + (-1)^2 \cdot 0.35 + 1^2 \cdot 0.1 + 2^2 \cdot 0.2 + 3^2 \cdot 0.3 = 4.15.$
$D(X) = 4.15 - (0.95)^2 = 3.2475.$
$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{3.2475} = 1.802.$
8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a(4x - x^2), & x \in (1, 4), \\ 0, & x \notin (1, 4) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-1 < X < 2)$.

Розв'язання. Щоб знайти значення параметра a, застосуємо наступну властивість щільності розподілу

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

Тому

$$1 = \int\limits_{-\infty}^{1} 0dx + \int\limits_{1}^{4} a(4x - x^2)dx + \int\limits_{4}^{+\infty} 0dx = \int\limits_{1}^{4} a(4x - x^2)dx =$$

$$= a\left(4\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_1^4 = a(30 - 21) = 7a.$$

Звідси $a = \frac{1}{7}$. Запишемо

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{7}(4x - x^2), & x \in (1, 4), \\ 0, & x \notin (1, 4). \end{cases}$$

Ймовірність обчислимо за формулою

$$P\{a \le X \le b\} = \int\limits_{a}^{b} f(x)dx.$$

Отже,

$$P\{-1 < X < 2\} = \int\limits_{-1}^{1} 0dx + \int\limits_{1}^{2} \frac{1}{7}(4x - x^2)dx = \frac{1}{7}\int\limits_{1}^{2}(4x - x^2)dx =$$

$$= \frac{1}{7}\left(4\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_1^2 = \frac{1}{7} \cdot \frac{11}{3} = \frac{11}{21}.$$

9. Задано функцію розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le e^2, \\ \ln x - 2, & e^2 < x \le e^3, \\ 1, & x > e^3. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

Розв'язання.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & x \le e^2, \\ \frac{1}{x}, & e^2 < x \le e^3, \\ 0, & x > e^3, \end{cases}$$

тобто

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \in (e^2, e^3), \\ 0, & x \notin (e^2, e^3). \end{cases}$$

За формулами для обчислення математичного сподівання і дисперсії знаходимо:

$$M(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int\limits_{e^2}^{e^3} x \cdot \frac{1}{x}dx = \int\limits_{e^2}^{e^3} dx = x\Big|_{e^2}^{e^3} = e^3 - e^2 = e^2(e-1).$$

$$M(X^2) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx = \int\limits_{e^2}^{e^3} x^2 \cdot \frac{1}{x}dx = \int\limits_{e^2}^{e^3} xdx = \frac{x^2}{2}\Big|_{e^2}^{e^3} = \frac{1}{2}(e^6 - e^4) = \frac{1}{2}e^4(e^2-1).$$

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = \frac{1}{2}e^4(e^2-1) - (e^2(e-1))^2 =$$

$$= \frac{e^4(4e - e^2 - 3)}{2} = 13.104.$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{13.104} = 3.62.$$

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(6.25x^2+15x+9)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-1.6 < X < -1)$.

Розв'язання. Щільність нормального розподілу має вигляд:

$$f_N(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}},$$

де m, σ $(-\infty < m < +\infty,\ \sigma > 0)$ – параметри розподілу, причому $m = M(X),\ \sigma = \sqrt{D(X)}$.

Оскільки $6.25x^2 + 15x + 9 = (5/2x+3)^2 = \frac{(x+6/5)^2}{4/25}$, то

$$f(x) = ke^{-\frac{(x-(-6/5))^2}{2(\sqrt{2}/5)^2}},$$

звідки, $m = -\frac{6}{5},\ \sigma = \frac{\sqrt{2}}{5}$. Тому

$$k = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{5}\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{\frac{2}{5}\sqrt{\pi}}.$$

Далі,

$$M(X) = m = -\frac{6}{5},\quad D(X) = \sigma^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 = \frac{2}{25},\quad \sigma(X) = \frac{\sqrt{2}}{5}.$$

Для обчислення ймовірності, скористаємося формулою:

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - m}{\sigma}\right),$$

де $\Phi(x)$ – функція Лапласа. Тому,

$$P(-1.6 < X < -1) = \Phi\left(\frac{-1 + 6/5}{\sqrt{2}/5}\right) - \Phi\left(\frac{-1.6 + 6/5}{\sqrt{2}/5}\right) =$$
$$= \Phi(0.71) + \Phi(1.41) = 0.2611 + 0.4207 = 0.6818.$$

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-3	1	3
-2	1/24	1/8	1/12
2	1/6	1/24	1/4
3	1/12	1/6	1/24

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 2$ і умовний розподіл Y, якщо $X = -3$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 2)$ і $M(Y/X = -3)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(Y \geq X)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 2X + Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?
Розв'язання. а) Додавши ймовірності "по стовпцях одержимо ймовірності можливих значень X, тобто

$$P(X = -3) = \frac{1}{24} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{7}{24};$$
$$P(X = 1) = \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{6} = \frac{8}{24};$$
$$P(X = 3) = \frac{1}{12} + \frac{1}{4} + \frac{1}{24} = \frac{9}{24}.$$

X	-3	1	3
p(x)	$\frac{7}{24}$	$\frac{8}{24}$	$\frac{9}{24}$

Перевірка: $\frac{7}{24} + \frac{8}{24} + \frac{9}{24} = 1$.

Аналогічно, додаючи ймовірності "по рядках знайдемо розподіл складової Y, тому

Y	-2	2	3
p(y)	$\frac{6}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{7}{24}$

Перевірка: $\frac{6}{24}+\frac{11}{24}+\frac{7}{24}=1$.

б) Використовуючи результати, отримані в пункті а), знайдемо ймовірності можливих значень X за умови, що складова Y набула значення $y_1 = 2$, отже,

$$P(x=-3/y_1)=\frac{P(x=-3,y_1=2)}{P(y_1=2)}=\frac{1/6}{11/24}=\frac{4}{11};$$
$$P(x=1/y_1)=\frac{P(x=1,y_1=2)}{P(y_1=2)}=\frac{1/24}{11/24}=\frac{1}{11};$$
$$P(x=3/y_1)=\frac{P(x=3,y_1=2)}{P(y_1=2)}=\frac{1/4}{11/24}=\frac{6}{11}.$$

Запишемо отриманий умовний закон розподілу X:

X	-3	1	3
p(X/y=2)	$\frac{4}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{6}{11}$

Перевірка: $\frac{4}{11}+\frac{1}{11}+\frac{6}{11}=1$.

Аналогічно знайдемо ймовірності можливих значень Y за умови, що складова X набула значення $x_2=-3$:

$$P(y=-2/x_2)=\frac{P(x_2=-3,y=-2)}{P(x_2=-3)}=\frac{1/24}{7/24}=\frac{1}{7};$$
$$P(y=2/x_2)=\frac{P(x_2=-3,y=2)}{P(x_2=-3)}=\frac{1/6}{7/24}=\frac{4}{7};$$
$$P(y=3/x_2)=\frac{P(x_2=-3,y=3)}{P(x_2=-3)}=\frac{1/12}{7/24}=\frac{2}{7}.$$

Отже, маємо умовний закон розподілу Y :

Y	-2	2	3
p(Y/x=-3)	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

Перевірка: $\frac{1}{7}+\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=1$.

в) Умовні математичні сподівання $M(X/Y=2)$, $M(Y/X=-3)$ знайдемо за відповідними формулами:

$$M(X/Y=y)=\sum_i x_i\frac{P(x_i,y)}{P(y)},\quad M(Y/X=x)=\sum_j y_j\frac{P(x,y_j)}{P(x)}.$$

Тому

$$M(X/Y=2) = -3\cdot\frac{4}{11} + 1\cdot\frac{1}{11} + 3\cdot\frac{6}{11} = -\frac{12}{11} + \frac{1}{11} + \frac{18}{11} = \frac{7}{11},$$
$$M(Y/X=-3) = -2\cdot\frac{1}{7} + 2\cdot\frac{4}{7} + 3\cdot\frac{2}{7} = -\frac{2}{7} + \frac{8}{7} + \frac{6}{7} = \frac{12}{7}.$$

г) Коефіцієнт кореляції r_{XY} випадкових величин X, Y обчислюється за формулою:

$$r_{XY} = \frac{K(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y},$$

де $K(X,Y)$ – кореляційний момент, σ_X і σ_Y – середні квадратичні відхилення відповідних випадкових величин X і Y.

Кореляційний момент $K(X,Y)$ обчислюємо за формулою:

$$K(X,Y) = M(X\cdot Y) - M(X)M(Y),$$

де $M(X\cdot Y) = \sum\limits_i \sum\limits_j x_i y_j p(x_i, y_j)$. Скориставшись результатами з пункту а), обчислимо математичні сподівання складових X та Y, тому

$$M(X) = -3\cdot\frac{7}{24} + 1\cdot\frac{8}{24} + 3\cdot\frac{9}{24} = \frac{14}{24},$$
$$M(Y) = -2\cdot\frac{6}{24} + 2\cdot\frac{11}{24} + 3\cdot\frac{7}{24} = \frac{31}{24},$$
$$M(X\cdot Y) = (-3)\cdot(-2)\cdot\frac{1}{24} + 1\cdot(-2)\cdot\frac{1}{8} + 3\cdot(-2)\cdot\frac{1}{12} + (-3)\cdot 2\cdot\frac{1}{6} +$$
$$+1\cdot 2\cdot\frac{1}{24} + 3\cdot 2\cdot\frac{1}{4} + (-3)\cdot 3\cdot\frac{1}{12} + 1\cdot 3\cdot\frac{1}{6} + 3\cdot 3\cdot\frac{1}{24} = \frac{5}{24}.$$

Отже,

$$K(X,Y) = \frac{5}{24} - \frac{14}{24}\cdot\frac{31}{24} = -\frac{314}{576} = -0.545.$$

Далі,

$$D(X) = M(X^2) - (M(X))^2 = (-3)^2\cdot\frac{7}{24} + 1^2\cdot\frac{8}{24} + 3^2\cdot\frac{9}{24} - \left(\frac{14}{24}\right)^2 = 5.99,$$
$$D(Y) = M(Y^2) - (M(Y))^2 = (-2)^2\cdot\frac{6}{24} + 2^2\cdot\frac{11}{24} + 3^2\cdot\frac{7}{24} - \left(\frac{31}{24}\right)^2 = 3.79,$$
$$\sigma_X = \sqrt{D(X)} = \sqrt{5.99} = 2.45,$$
$$\sigma_Y = \sqrt{D(Y)} = \sqrt{3.79} = 1.95.$$

Таким чином,

$$r_{XY} = \frac{-0.545}{2.45 \cdot 1.95} = -0.114.$$

д) Ймовірність $P(Y \geq X)$ обчислюємо наступним чином

$$P(Y \geq X) = P(X = -3, Y = -2) + P(X = -3, Y = 2) +$$
$$+P(X = -3, Y = 3) + P(X = 1, Y = 2) + P(X = 1, Y = 3) +$$
$$+P(X = 3, Y = 3) = \frac{1}{24} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} = \frac{13}{24}.$$

е) Знайдемо значення, які приймає випадкова величина $Z = 2X + Y$ і запишемо відповідні ймовірності

Z	-8	0	4	-4	4	8	-3	5	9
p(z)	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$

Тепер упорядкуємо значення Z за зростанням і при однакових значеннях додаємо відповідні ймовірності, тому

Z	-8	-4	-3	0	4	5	8	9
p(z)	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{24}$

Перевірка: $\frac{1}{24} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{24} = 1.$

Оскільки в пункті г) кореляційний момент $K(X,Y) = -0.545 \neq 0$, то випадкові величини X та Y залежні.

12. Система випадкових величин (X,Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0)$, $A(5;0)$, $B(0;-2)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Розв'язання. Щільність рівномірного розподілу випадкової величини (X,Y) в області D має вигляд

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{S_D}, & \text{якщо } (x,y) \in D, \\ 0, & \text{якщо } (x,y) \notin D, \end{cases}$$

де S_D – площа області D.

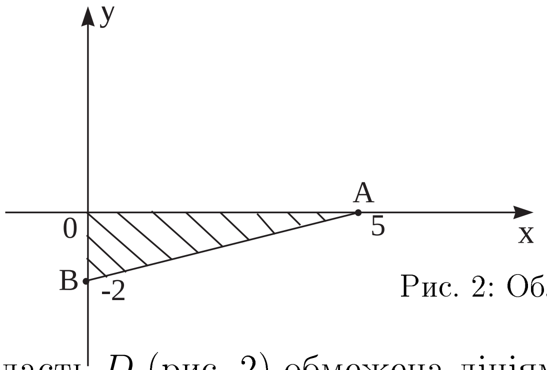

Рис. 2: Область D.

Область D (рис. 2) обмежена лініями: $2x - 5y - 10 = 0,\ x = 0,\ y = 0$. Знайдемо спочатку площу трикутника OAB: $S_D = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5$. Отже,

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & (x,y) \in D, \\ 0, & (x,y) \notin D. \end{cases}$$

а) Щільність розподілу складової X буде:

$$f_1(x) = 0,\ \text{якщо}\ x < 0\ \text{або}\ x > 5,$$

$$f_1(x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy = \int\limits_{\frac{2}{5}x-2}^{0} \frac{1}{5}dy = \frac{1}{5}y\Big|_{\frac{2}{5}x-2}^{0} = \frac{2}{5} - \frac{2}{25}x,\ 0 \le x \le 5.$$

Отже,

$$f_1(x) = \begin{cases} \frac{2}{5} - \frac{2}{25}x, & x \in [0,5], \\ 0, & x \notin (0,5). \end{cases}$$

Аналогічно отримаємо щільність розподілу для складової Y :

$$f_2(y) = 0,\ \text{якщо}\ x < -2\ \text{або}\ x > 0,$$

$$f_2(y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx = \int\limits_{0}^{\frac{5}{2}y+5} \frac{1}{5}dx = \frac{1}{5}x\Big|_{0}^{\frac{5}{2}y+5} = \frac{1}{2}y + 1,\ -2 \le y \le 0.$$

Отже,

$$f_2(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}y + 1, & y \in [-2,0], \\ 0, & y \notin (-2,0). \end{cases}$$

б) Скориставшись формулами

$$f_1(x/y) = \frac{f(x,y)}{f_2(y)}, \quad f_2(y/x) = \frac{f(x,y)}{f_1(x)}.$$

і результатами пункту а), запишемо умовні щільності розподілів X та Y:

$$f_1(x/y) = \frac{1/5}{1/2y+1} = \frac{2}{5y+10}, \quad (x,y) \in D,$$

$$f_2(y/x) = \frac{1/5}{2/5 - 2/25x} = \frac{5}{10-2x}, \quad (x,y) \in D.$$

в) Математичні сподівання складових X та Y обчислимо наступним чином:

$$M(X) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x f_1(x) dx = \int\limits_0^5 x \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{25}x\right) dx = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{2}{25} \cdot \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^5 = \frac{5}{3};$$

$$M(Y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} y f_2(y) dy = \int\limits_{-2}^{0} y \left(\frac{1}{2}y + 1\right) dy = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{y^3}{3} - \frac{y^2}{2}\right) \Big|_{-2}^{0} = -\frac{2}{3}.$$

г) Умовні математичні сподівання $M(X/Y)$ та $M(Y/X)$ (вони ж і функції регресії X на Y і Y на X) обчислимо за формулами:

$$M(X/y) = M(X/Y=y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} x f_1(x/y) dx;$$

$$M(Y/x) = M(Y/X=x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} y f_2(y/x) dy.$$

Тому

$$M(X/y) = \int\limits_0^{\frac{5}{2}y+5} x \cdot \frac{2}{5y+10} dx = \frac{2}{5y+10} \cdot \frac{x^2}{2}\Big|_0^{\frac{5}{2}y+5} = \frac{5y+10}{4}, \ -2 \le y \le 0;$$

$$M(Y/x) = \int\limits_{\frac{2}{5}x-2}^{0} y \cdot \frac{5}{10-2x} dy = \frac{5}{10-2x} \cdot \frac{y^2}{2}\Big|_{\frac{2}{5}x-2}^{0} = \frac{2x-10}{10}, \ 0 \le x \le 5.$$

д) Кореляційний момент знайдемо за формулою

$$K(X,Y) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} (x - M(X))(y - M(Y)) f(x,y) dx dy.$$

Отже,

$$K(X,Y) = \int\limits_0^5 dx \int\limits_{\frac{2}{5}x-2}^{0} \left(x - \frac{5}{3}\right)\left(y + \frac{2}{3}\right)\frac{1}{5}dy =$$

$$= \frac{1}{5}\int\limits_0^5 \left(x - \frac{5}{3}\right)\left[\left(\frac{y^2}{2} + \frac{2}{3}y\right)\Bigg|_{y=\frac{2}{5}x-2}^{y=0}\right]dx =$$

$$= \frac{1}{5}\int\limits_0^5 \left(-\frac{2}{25}x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{106}{45}x + \frac{22}{9}\right)dx =$$

$$= \frac{1}{5}\left(-\frac{2}{25}\cdot\frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}\cdot\frac{x^3}{3} - \frac{106}{45}\cdot\frac{x^2}{2} + \frac{22}{9}\cdot x\right)\Bigg|_0^5 = -\frac{7}{18}.$$

Оскільки $K(X,Y) \neq 0$, то випадкові величини X та Y залежні.

Варіант №1

1. Кидають два гральні кубики і записують кількості очок, які випали на їх гранях. Знайти ймовірність того, що із записаних цифр можна скласти: а) два різні двоцифрові числа; б) лише одне парне двоцифрове число.

2. Студент знає відповіді на 30 із 40 питань програми. На іспиті він отримує білет, у якому 10 навмання вибраних питань програми. Яка ймовірність того, що він складе іспит з оцінкою "відмінно якщо для цього потрібно відповісти не менше, ніж на 9 питань білета?

3. У трьох партіях 90%, 80% і 70% доброякісних виробів відповідно. Навмання вибирають по одному виробу із кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них: а) хоча б один недоброякісний виріб; б) лише один недоброякісний виріб?

4. Пасажир може звернутися за квитком в одну з трьох кас.Ймовірності звернення в кожну з кас залежать від їх місцезнаходження і співвідносяться як 2:3:5. Ймовірності наявності квитків у цих касах відповідно дорівнюють 0.8; 0.1; 0.2. Знайти ймовірність того, що пасажир придбав квиток в одній з кас? В якій з кас найімовірніше був куплений цей квиток?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 4. Навмання з партії беруть 9 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 9 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.1 Яка ймовірність того, що із 400 покупців, що завітали до магазину, покупку здійснять: *а)* 40 покупців; *б)* від 50 до 80 покупців.

6. Із дев'яти кульок, серед яких є 4 пофарбовані, навмання вибирають 5 кульок. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості пофарбованих кульок серед відібраних .

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$:

X	-2	1	2	5
p(x)	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a(6x - 3x^2), & x \in (0,2), \\ 0, & x \notin (0,2) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(1 < X < 4)$.

9. Задано функцію розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{x^3+2x}{12}, & 0 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(x^2+4x+4)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-4 < X < -2.9)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	0	1
-3	1/24	1/8	1/48
-1	1/6	3/48	1/24
2	1/8	1/12	1/6
3	1/12	1/24	1/24

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 2$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 0$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y =$

2) і $M(Y/X=0)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(Y \geq X)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 2X + Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(0;3)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №2

1. На книжковій полиці навмання розташовано 8 томів збірки творів. Яка ймовірність того, що а) перший том збірки займає місце ліворуч від другого і поруч з ним; б) перший том займає місце ліворуч від другого, але не обов'язково поруч?

2. У групі навчається 8 студентів, що мають високий рейтинг, 11 – середній і 6 – низький. За списком навмання відібрано 7 студентів. Яка ймовірність того, що серед них виявиться не більше двох студентів з низьким рейтингом?

3. У трьох партіях 85%, 90% і 70% доброякісних виробів відповідно. Навмання вибирають по одному виробу із кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них а) хоча б один недоброякісний виріб; б) лише один недоброякісний виріб?

4. З 18 стрільців 5 влучають в мішень з ймовірністю 0.8; 7 – з ймовірністю 0.7; 4 – з ймовірністю 0.6 і 2 – з ймовірністю 0.2. Знайти ймовірність того, що навмання вибраний стрілець у мішень не влучив. До якої з груп найімовірніше належить цей стрілець?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 4. Навмання з партії беруть 7 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 7 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.1. Яка ймовірність того, що із 500 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 50 покупців; *б)* від 60 до 100 покупців.

6. Із 11 приладів, серед яких 6 потребують додаткового регулювання, навмання вибирають 7 приладів. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості приладів, які потребують додаткового регулювання, серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$:

X	-1	0	1
p(x)	$\frac{25}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{10}{36}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}(x^2 + 3x), & x \in (-2, 0), \\ 0, & x \notin (-2, 0) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-3 < X < -1)$.

9. Задано функцію розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 2 - \frac{2}{x}, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2+12x+9)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-1.6 < X < -1.2)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	-1	2	4
0	1/18	1/12	1/36	1/18
2	1/18	1/9	1/18	1/12
3	1/6	1/18	5/36	1/9

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 3$ і умовний розподіл Y, якщо $X = -2$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 3)$ і $M(Y/X = -2)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X + Y \geq 3)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X^2 - Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0),\ A(-4; 0),\ B(0; 2)$. Записати щільність розподілу

$f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №3

1. Абонент забув дві останні цифри номера телефону. Яка ймовірність того, що він набере правильно номер, якщо: а) набиратиме дві останні цифри навмання; б) відомо, що дві останні цифри є парними і різними?

2. До збірної команди відібрано 9 спортсменів першого і 7 – другого розрядів. Яка ймовірність того, що серед шести навмання відібраних членів збірної команди виявиться не менше чотирьох спортсменів-першорозрядників?

3. В трьох партіях 75%, 85% і 95% доброякісних виробів відповідно. Навмання вибирають по одному виробу із кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них: а) хоча б один недоброякісний виріб; б) лише один недоброякісний виріб?

4. У магазин надходять електролампи, які виготовляються на трьох заводах. Перший завод виготовляє 30% від загальної кількості, другий – 45%, а третій – решту. Продукція першого заводу складає 70% стандартних ламп, другого – 60%, а третього – 80%. Знайти ймовірність того, що куплена в магазині лампа виявиться стандартною. На якому заводі найімовірніше виготовлена ця лампа?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 4. Навмання з партії беруть 6 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед $6n$ навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.1. Яка ймовірність того, що із 600 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 60 покупців; *б)* від 70 до 120 покупців.

6. Із коробки, в якій 8 кольорових і 4 простих олівці навмання беруть 8 олівців. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості кольорових олівців серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$:

X	2	4	6	8
p(x)	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^2}, & x \in (1,2), \\ 0, & x \notin (1,2) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(0 < X < \frac{3}{2})$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le e^3, \\ \frac{1}{2}, & e^3 < x \le e^5, \\ 1, & x > e^5. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(x^2-4x+4)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(0.2 < X < 1.3)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	0	1	3
-2	1/10	1/6	1/24
1	1/10	1/20	1/10
3	3/20	1/15	1/20
4	1/30	1/24	1/10

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 1$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 0$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 1)$ і $M(Y/X = 0)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X - Y \ge 0)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 3XY$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(-1;0),\ B(0;3)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №4

1. У ліфт дев'ятиповерхового будинку заходять 5 пасажирів. Вважається, що кожен з них може вийти на будь-якому поверсі від другого до дев'ятого включно. Знайти ймовірність того, що всі пасажири вийдуть з ліфта: а) на четвертому поверсі; б) до четвертого поверху включно.

2. Серед 13 однотипних виробів 8 виготовлені на першому, а решта – на другому заводі. Знайти ймовірність того, що серед трьох навмання взятих виробів будуть вироби двох заводів.

3. У трьох партіях 70%, 95% і 90% доброякісних виробів відповідно. Навмання вибирають по одному виробу із кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них а) хоча б один недоброякісний виріб; б) лише один недоброякісний виріб?

4. У магазин надходить продукція, яка виготовляється на трьох заводах у співвідношенні $\frac{1}{5} : \frac{3}{10} : \frac{1}{2}$, а відсоток стандартних виробів відповідно складає 80%, 60%, 70%. Яка ймовірність того, що навмання куплений в магазині виріб буде стандартним? Що імовірніше: він виготовлений на першому чи на другому заводі?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 4. Навмання з партії беруть 5 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 5 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.1. Яка ймовірність того, що із 700 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 70 покупців; *б)* від 80 до 140 покупців.

6. З книжкової полиці, на якій 6 збірок прозових творів і 4 збірки поезій, беруть навмання 6 книг. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості збірок поезій серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$:

X	-3	-1	0	1	2
p(x)	0.2	0.4	0.1	0.2	0.1

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{1+x^2}, & x \in (-1,1), \\ 0, & x \notin (-1,1) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(0 < X < 2)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -1, \\ \frac{x^2}{8} + \frac{x}{2} + \frac{3}{8}, & -1 < x \le 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2-12x+9)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(1.5 < X < 1.9)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	2	3	4
-5	1/12	1/36	1/12	1/8
-1	1/18	1/24	1/6	1/9
0	1/12	1/18	1/8	1/24

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -4$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 3$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -4)$ і $M(Y/X = 3)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(2X - Y \ge 0)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X - Y^2$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(4;0),\ B(0;-2)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №5

1. Зі скриньки, що містить 9 перенумерованих кульок з номерами від 1 до 9, виймають послідовно 4 кульки. Знайти ймовірність того, що: а) з'являться послідовно кульки з номерами 9, 8, 7, 6; б) з'являться кульки з номерами 9, 8, 7, 6 у будь-якій послідовності.

2. У групі навчається 7 студентів, що мають високий рейтинг, 11 – середній і 5 – низький. За списком навмання відібрано 9 студентів. Яка ймовірність того, що в більшості з них буде високий рейтинг?

3. У трьох партіях 60%, 50% і 80% доброякісних виробів відповідно. Навмання вибирають по одному виробу із кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них: а) хоча б один недоброякісний виріб; б) лише один недоброякісний виріб?

4. Партія деталей виготовлена трьома робітниками. Перший робітник виготовив $\frac{2}{5}$ партії, другий – $\frac{1}{3}$ партії, а решту – третій. Ймовірність браку для кожного з робітників відповідно дорівнює 1%, 5%, 10%. Яка ймовірність того, що навмання вилучена деталь буде бракованою? Які ймовірності того, що цю деталь виготовив перший, другий, третій робітник?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 4 : 3. Навмання з партії беруть 9 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 9 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.1. Яка ймовірність того, що із 800 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 80 покупців; *б)* від 90 до 160 покупців.

6. Із дев'яти виробів, серед яких 5 вищої якості, взято навмання 5 виробів. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості виробів вищої якості серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	0	1	2	3
p(x)	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{12}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x}, & x \in (e, e^3), \\ 0, & x \notin (e, e^3) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(1 < X < e^2)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \frac{3x^2 - x^3}{4}, & 0 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2+4x+1)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-1.3 < X < -0.8)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	0	5
-3	1/60	1/20	1/60
-2	1/20	1/30	1/30
1	1/10	1/10	1/10
3	3/10	1/20	3/20

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -3$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 0$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -3)$ і $M(Y/X = 0)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X - Y > 0)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X^2 - 2Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(-3;0),\ B(0;1)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №6

1. Числа від 1 до 9 записано в рядку випадковим чином. Знайти ймовірність того, що: а) цифру 1 записано перед 2 і поруч з нею; б) цифри 1 і 2 записано поруч.

2. На курсах іноземних мов 10 осіб вивчають англійську, а 7 – німецьку мови. За списком навмання вибрано 9 осіб. Яка ймовірність того, що більшість з них вивчає німецьку мову?

3. Ймовірність влучення в ціль першою і другою гарматою відповідно дорівнюють 0.7 і 0.9. Знайти ймовірність влучення при одному залпі(з обох гармат) а) хоча б однією гарматою; б) лише однією гарматою.

4. У кожній з двох скриньок містяться чотири чорних і шість білих кульок. З першої скриньки навмання виймають одну кульку і перекладають її у другу скриньку, після чого з неї навмання виймається кулька. Знайти ймовірність того, що ця кулька білого кольору. Для якого кольору перекладеної кульки найімовірніше витягнути кульку білого кольору?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 4 : 3. Навмання з партії беруть 8 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 8 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.1. Яка ймовірність того, що із 900 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 90 покупців; *б)* від 100 до 180 покупців.

6. На спортивній базі зберігаються 5 пар лиж марки "Фішер" і 7 пар лиж марки "Антей". Для учнівської лижної команди відібрано навмання 8 пар лиж. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості пар лиж марки "Фішер" серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-6	-5	1	2
p(x)	0.4	0.15	0.2	0.25

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{3}, & x \in (-2, 1), \\ 0, & x \notin (-2, 1) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(0 < X < 3)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -2, \\ 1 - \frac{x^2 - x}{6}, & -2 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2+8x+4)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-0.9 < X < -0.6)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-6	-4	1	2
0	1/12	1/18	1/30	1/18
2	1/9	1/15	1/9	1/12
4	1/36	1/12	5/36	3/20

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 4$ і умовний розподіл Y, якщо $X = -6$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 4)$ і $M(Y/X = -6)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X \leq Y)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 2X + Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0),\ A(4; 0),\ B(0; 2)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №7

1. У ліфт дев'ятиповерхового будинку заходять 5 пасажирів. Вважається, що кожен з них може вийти на будь-якому поверсі від другого до дев'ятого включно. Знайти ймовірність того, що всі пасажири вийдуть з ліфта: а) на різних поверхах; б) вище від третього поверху.

2. Семеро дівчат і восьмеро юнаків, які стали переможцями конкурсу, здобули право за допомогою жеребкування розіграти між собою 6 призів. Яка ймовірність того, що серед власників призів будуть не менше двох дівчат і не менше двох юнаків?

3. Ймовірність влучення в ціль першою і другою гарматою відповідно дорівнюють 0.8 і 0.9. Знайти ймовірність влучення при одному залпі(з обох гармат): а) хоча б однією гарматою; б) лише однією гарматою.

4. У першій скриньці містяться три чорних і сім білих кульок, а в другій

– п'ять чорних і три білих кульки. З першої скриньки навмання виймають дві кульки і перекладають їх у другу, після чого з другої скриньки навмання виймається кулька. Знайти ймовірність того, що ця кулька чорного кольору. Нехай витягнута кулька чорного кольору; знайти ймовірність того, що в другу скриньку були перекладені кульки різних кольорів.

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 4 : 3. Навмання з партії беруть 7 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 7 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.14. Яка ймовірність того, що із 400 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 50 покупців; *б)* від 60 до 100 покупців.

6. Із десяти виробів, серед яких 5 виробів нового зразка, взято навмання 6 виробів. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості виробів нового зразка серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-2	-1	0	1	2
p(x)	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a\sin(x), & x \in (\pi, 2\pi), \\ 0, & x \notin (\pi, 2\pi) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(\frac{\pi}{2} < X < \frac{3\pi}{2})$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{2}{\pi}\operatorname{arctg} x + \frac{1}{2}, & -1 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2-4x+1)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-0.3 < X < 0.2)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-5	-2	1
-4	1/12	1/36	1/4
-2	1/12	1/24	1/72
0	1/36	1/18	1/6
4	1/8	1/12	1/24

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 4$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 1$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 4)$ і $M(Y/X = 1)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(2X - Y \geq 0)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X - Y^2$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0)$, $A(-3; 0)$, $B(0; -1)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №8

1. Кидають два гральні кубики і записують кількості очок, які випали на їх гранях. Знайти ймовірність того, що із записаних цифр можна скласти: а) лише одне непарне двоцифрове число; б) лише ті двоцифрові числа, які менші від 40.

2. Студент знає відповіді на 27 із 35 питань програми. На іспиті він отримує білет, у якому 10 навмання вибраних питань програми. Яка ймовірність того, що він складе іспит з оцінкою "добре якщо для цього потрібно відповісти на 7 або 8 питань білета?

3. Ймовірність влучення в ціль першою і другою гарматою відповідно дорівнюють 0.75 і 0.95. Знайти ймовірність влучення при одному залпі(з обох гармат): а) хоча б однією гарматою; б) лише однією гарматою.

4. Партія деталей виготовлена двома робітниками. Перший робітник виготовив $\frac{7}{15}$ партії, а другий – $\frac{8}{15}$ партії. Ймовірність браку для кожного з робітників відповідно становить 3%, 5%. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь буде стандартною? Яким з робітників найвірогідніше виготовлена ця деталь?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 4 : 3. Навмання з партії беруть 5 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 5 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.14. Яка ймовірність того, що із 500 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 70 покупців; *б)* від 80 до 120 покупців.

6. Із одинадцяти виробів, серед яких 4 вироби нового зразка, взято навмання 7 виробів. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості виробів нового зразка серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	1	2	3
p(x)	$\frac{125}{216}$	$\frac{76}{216}$	$\frac{15}{216}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} ae^{2x}, & x \in (0,2), \\ 0, & x \notin (0,2) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-2 < X < 1)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{x^2}{3} + 2x, & 0 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1, & x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2-8x+4)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(1.1 < X < 1.4)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	0	1	4
-1	5/36	1/36	1/12	1/18
1	1/6	1/9	1/18	1/12
3	1/18	1/12	1/9	1/36

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 1$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 0$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 1)$ і $M(Y/X = 0)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X > Y)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X^2 - Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0)$, $A(3; 0)$, $B(0; 2)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №9

1. На книжковій полиці навмання розташовано 8 томів збірки творів. Яка ймовірність того, що а) перший і другий томи займають на полиці місця поряд; б) перший і другий томи відділені на полиці одним іншим томом збірки?

2. У групі навчається 7 студентів, що мають високий рейтинг, 13 – середній і 6 – низький. За списком навмання відібрано 8 студентів. Яка ймовірність того, що серед них виявиться не менше, ніж 5, але не більше, ніж 7, студентів з середнім рейтингом?

3. Ймовірність влучення в ціль першою і другою гарматою відповідно дорівнюють 0.9 і 0.85. Знайти ймовірність влучення при одному залпі(з обох гармат): а) хоча б однією гарматою; б) лише однією гарматою.

4. Про відхилення технологічного процесу від норми можуть повідомити сигналізатори лише одного з двох типів. Сигналізатори першого типу спрацьовують з ймовірністю 0.8, а другого – з ймовірністю 0.6, але перших сигналізаторів втричі менше, ніж других. Знайти ймовірність того, що в разі відхилення технологічного процесу від норми буде подано сигнал. Сигналізатором якого типу найімовірніше він поданий?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 3 : 2. Навмання з партії беруть 8 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 8 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.14. Яка ймовірність того, що із

600 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 80 покупців; *б)* від 90 до 140 покупців.

6. Туристичний клуб придбав для своїх членів 7 рюкзаків вітчизняного і 5 імпортного виробництва. Для учасників туристичного походу було відібрано навмання 8 рюкзаків. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості вітчизняних рюкзаків серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-3	-2	2	3
p(x)	0.36	0.2	0.12	0.32

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} 6x + a, & x \in (0, \frac{1}{3}), \\ 0, & x \notin (0, \frac{1}{3}) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-1 < X < \frac{1}{6})$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -5, \\ 1 - \frac{x^2}{25}, & -5 < x \le 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(x^2+6x+9)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-4.4 < X < -3.4)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	3	4
-3	4/27	1/54	1/9
0	1/27	2/27	2/9
1	1/9	2/27	1/18
3	1/27	1/27	2/27

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 0$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 4$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 0)$ і $M(Y/X = 4)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|X| \ge$

Y); *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X + 2Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(0;4)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №10

1. Абонент забув дві останні цифри номера телефону. Яка ймовірність того, що він набере правильно номер, якщо: а) відомо, що дві останні цифри однакові; б) відомо, що дві останні цифри є парними?

2. Заняття гуртка художньої самодіяльності відвідують 8 студентів першого і 10 – другого курсів. Яка ймовірність того, що серед семи навмання вибраних учасників гуртка виявиться не менше двох студентів другого курсу?

3. Ймовірність влучення в ціль першою і другою гарматою відповідно дорівнюють 0.85 і 0.75. Знайти ймовірність влучення при одному залпі (з обох гармат): а) хоча б однією гарматою; б) лише однією гарматою.

4. У магазині 250 телевізорів, виготовлених першим і другим заводами, причому телевізорів першого заводу на 50 штук більше, ніж другого. Ймовірності їх безвідмовної роботи протягом року відповідно дорівнюють 0.8 і 0.9. Навмання куплений в магазині телевізор виявився бракованим. Яким із заводів найімовірніше виготовлений цей телевізор?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як $3 : 2$. Навмання з партії беруть 7 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 7 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.14. Яка ймовірність того, що із 700 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: а*)* 90 покупців; *б)* від 105 до 160 покупців.

6. Із десяти кульок, серед яких є 6 пофарбованих, навмання вибирають 6 кульок. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості пофарбованих кульок серед відібраних .

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-1	0	2	3
p(x)	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{18}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2a, & x \in (0,1), \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(\frac{1}{2} < X < 2)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{x^2}{2}\frac{x}{2}, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(0.25x^2+0.5x+0.25)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-0.4 < X < 1)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-3	1	4
-10	1/36	1/18	5/28
0	1/9	5/36	1/12
3	1/42	1/21	1/18
5	1/12	1/9	1/12

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 5$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 1$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 5)$ і $M(Y/X = 1)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X \leq Y)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X + 2Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0),\ A(3; 0),\ B(0; -2)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$;

в) математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №11

1. Підкидають три гральні кубики. Знайти ймовірність того, що а) на їх гранях випадуть однакові кількості очок; б) на їх гранях випадуть різні кількості очок.

2. Серед 10 однотипних виробів 4 виготовлені на першому, а решта – на другому заводі. Знайти ймовірність того, що серед трьох навмання взятих виробів будуть вироби двох заводів.

3. Радіостанції R_1, R_2, R_3 незалежно одна від одної передають по одному сигналу на радіостанцію R_4. Ймовірності прийому сигналу радіостанцією R_4 від станцій R_1, R_2, R_3 відповідно дорівнюють 0.4, 0.5, 0.6. Знайти ймовірність того, що станцією R_4 буде прийнято: а) хоча б один сигнал; б) лише один сигнал.

4. На складі є мікросхеми, які виготовлені на першому і другому заводах, причому продукції першого заводу на 20% більше, ніж другого. Ймовірності бракованих мікросхем для цих заводів відповідно дорівнюють 0.05 і 0.04. Знайти ймовірність того, що навмання взята на складі мікросхема не буде бракованою. Яким із заводів найімовірніше виготовлена ця мікросхема?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 3 : 2. Навмання з партії беруть 6 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 6 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.14. Яка ймовірність того, що із 800 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 100 покупців; *б)* від 120 до 180 покупців.

6. Із 11 приладів, серед яких 5 потребують додаткового регулювання, навмання вибирають 7 приладів. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості приладів, які потребують додаткового регулювання, серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-7	-1	2	4
p(x)	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{7}{13}$	$\frac{1}{13}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} ax, & x \in (-1, 0), \\ 0, & x \notin (-1, 0) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-4 < X < -\frac{1}{2})$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \frac{1}{36}(x^2 + x^3), & 0 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(x^2-6x+9)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(1.7 < X < 2.6)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-3	-1	0	2
-5	1/45	2/15	2/45	8/45
2	1/45	1/45	2/15	2/45
3	1/15	8/45	4/45	1/15

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -5$ і умовний розподіл Y, якщо $X = -1$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -5)$ і $M(Y/X = -1)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|Y| \ge |X|)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = |X| - Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0),\ A(1; 0),\ B(0; -4)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №12

1. Кидають два гральні кубики і записують кількості очок, які випали на їх гранях. Знайти ймовірність того, що із записаних цифр можна скласти: а) лише парні двоцифрові числа; б) лише ті двоцифрові числа, які менші від 30 або більші від 40.

2. У групі навчається 6 студентів, що мають високий рейтинг, 13 – середній і 5 – низький. За списком навмання відібрано 8 студентів. Яка ймовірність того, що не менше, ніж у половини з них буде високий рейтинг?

3. Радіостанції R_1, R_2, R_3 незалежно одна від одної передають по одному сигналу на радіостанцію R_4. Ймовірності прийому сигналу радіостанцією R_4 від станцій R_1, R_2, R_3 відповідно дорівнюють 0.9, 0.7, 0.8. Знайти ймовірність того, що станцією R_4 буде прийнято: а) хоча б один сигнал; б) лише один сигнал.

4. Перший робітник за зміну виготовив $\frac{2}{5}$ партії деталей, а решту – другий. Ймовірність браку для першого робітника становить 0.1, а для другого – 0.15. Знайти ймовірність того, що навмання взята деталь виявиться бракованою. Яким з робітників найвірогідніше виготовлена ця деталь?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 3 : 2. Навмання з партії беруть 5 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 5 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.14. Яка ймовірність того, що із 900 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 120 покупців; *б)* від 130 до 200 покупців.

6. Із коробки, в якій 8 кольорових і 4 простих олівці навмання беруть 8 олівців. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості простих олівців серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$:

X	-2	-1	3	4	5
p(x)	0.1	0.3	0.15	0.2	0.25

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{16}, & x \in (0,4), \\ 0, & x \notin (0,4) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(1 < X < 5)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2, \\ \frac{x^3-4x}{48}, & 2 < x \le 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(0.25x^2-0.5x+0.25)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ і обчислити $P(1.7 < X < 3.2)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X,Y)

Y X	-2	0	2
-3	1/28	1/7	1/28
-1	1/14	1/14	1/28
1	3/56	3/28	1/56
5	1/7	3/14	1/14

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -1$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 2$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -1)$ і $M(Y/X = 2)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|Y| < X)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 5X + 4Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X,Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0)$, $A(-2;0)$, $B(0;3)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №13

1. Зі скриньки, у якій знаходиться 8 перенумерованих кульок навмання послідовно виймають 5 кульок, повертаючи щоразу вибрану кульку до скриньки; номери вийнятих кульок записують. Знайти ймовірність того, що: а) виявляться записаними всі однакові цифри; б) виявляться записаними всі різні цифри.

2. На курсах іноземних мов 9 осіб вивчають німецьку, а 6 – іспанську мови. За списком навмання вибрано 8 осіб. Яка ймовірність того, що серед них іспанську мову вивчають не менше осіб, ніж німецьку?

3. Радіостанції R_1, R_2, R_3 незалежно одна від одної передають по одному сигналу на радіостанцію R_4. Ймовірності прийому сигналу радіостанцією R_4 від станцій R_1, R_2, R_3 відповідно дорівнюють 0.7, 0.6, 0.9. Знайти ймовірність того, що станцією R_4 буде прийнято: а) хоча б один сигнал; б) лише один сигнал.

4. У двох скриньках містяться по дві чорних і три білих кульки, а в третій – три чорних і три білих кульки. Знайти ймовірність того, що з навмання взятої скриньки буде витягнута біла кулька. З якої із скриньок найімовірніше витягнута ця кулька?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 3. Навмання з партії беруть 8 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 8 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.16. Яка ймовірність того, що із 400 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 60 покупців; *б)* від 70 до 120 покупців.

6. З поміж десяти книг, серед яких є 6 збірок поезій, беруть навмання 5 книг. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості збірок поезій серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$:

X	-1	2	5	10
p(x)	$\frac{5}{32}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{32}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a(2x-1), & x \in (1,2), \\ 0, & x \notin (1,2) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(\frac{3}{2} < X < 3)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -2, \\ x^2+4x+4, & -2 < x \le -1, \\ 1, & x > -1. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2+16x+16)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ і обчислити $P(-2.6 < X < -2.1)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	-1	0	2
-3	1/20	1/16	1/10	2/15
1	1/48	1/9	1/6	1/12
3	1/18	1/12	1/15	1/15

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -3$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 2$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -3)$ і $M(Y/X = 2)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X + Y \le 0)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 2X + 4Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0)$, $A(4;0)$, $B(0;1)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №14

1. Зі скриньки, що містить 9 перенумерованих кульок з номерами від 1 до 9, виймають послідовно 4 кульки. Знайти ймовірність того, що: а) всі номери вийнятих кульок будуть не меншими від 3; б) серед вийнятих кульок не буде кульки з номером 3.

2. Семеро студентів першого курсу і шестеро студентів другого курсу, які стали переможцями конкурсу, здобули право за допомогою жеребкування розіграти між собою 4 призи. Яка ймовірність того, що серед власників призів будуть і першокурсники, і другокурсники?

3. Радіостанції R_1, R_2, R_3 незалежно одна від одної передають по одному сигналу на радіостанцію R_4. Ймовірності прийому сигналу радіостанцією R_4 від станцій R_1, R_2, R_3 відповідно дорівнюють 0.8, 0.5, 0.7. Знайти ймовірність того, що станцією R_4 буде прийнято: а) хоча б один сигнал; б) лише один сигнал.

4. У першій скриньці відношення білих кульок до чорних як 4:5, а в другій скриньці білих кульок в 2 рази більше, ніж чорних. Знайти ймовірність того, що з навмання взятої скриньки витягнута біла кулька. З якої із скриньок найімовірніше витягнути цю білу кульку?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 3. Навмання з партії беруть 6 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 6 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.16. Яка ймовірність того, що із 500 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 80 покупців; *б)* від 90 до 160 покупців.

6. Із одинадцяти виробів, серед яких 7 вищої якості, взято навмання 5виробів. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості виробів вищої якості серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-4	0	4
p(x)	$\frac{19}{70}$	$\frac{97}{140}$	$\frac{1}{28}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a(2x+3x^2), & x \in (0,2), \\ 0, & x \notin (0,2) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-1 < X < 1)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2, \\ \frac{1}{6}(x^2 - 3x + 2), & 2 < x \le 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(2.25x^2+3x+1)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ і обчислити $P(-0.4 < X < 0.2)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	1	3
-3	1/9	1/18	1/6
-1	1/15	1/10	1/12
0	1/15	1/20	1/20
3	1/20	1/15	2/15

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -1$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 3$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -1)$ і $M(Y/X = 3)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|X| \le Y)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X^2 - 2Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0)$, $A(-2;0)$, $B(0;-3)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №15

1. Числа від 1 до 9 записано в рядку випадковим чином. Знайти ймовірність того, що: а) цифра 1 є першою, а цифра 9 – останньою в рядку; б) на парних місцях в рядку записано парні числа.

2. У скриньці знаходиться 12 однакових запасних деталей для ремонтування приладів першого типу і 9 – для ремонтування приладів другого типу. Навмання вибирають 6 деталей. Яка ймовірність того, що за допомогою них можна відремонтувати принаймні по 2 прилади першого і другого типів?

3. Радіостанції R_1, R_2, R_3 незалежно одна від одної передають по одному сигналу на радіостанцію R_4. Ймовірності прийому сигналу радіостанцією R_4 від станцій R_1, R_2, R_3 відповідно дорівнюють 0.6, 0.7, 0.8. Знайти ймовірність того, що станцією R_4 буде прийнято: а) хоча б один сигнал; б) лише один сигнал.

4. Є шість однакових скриньок. В одній міститься дві білих і одна чорна кульки, в двох інших – по три білих і дві чорних кульки, а в решта трьох – по дві чорних і по одній білій кульці. Навмання вибирається скринька, а з неї кулька. Знайти ймовірність того, що ця кулька виявиться білою. З якої із скриньок найімовірніше витягнута ця кулька?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 3. Навмання з партії беруть 5 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 5 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.16. Яка ймовірність того, що із 600 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 90 покупців; *б)* від 100 до 180 покупців.

6. На спортивній базі зберігаються 7 пар лиж марки "Фішер" і 5 пар лиж марки "Антей". Для учнівської лижної команди відібрано навмання 8 пар лиж. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості пар лиж марки "Фішер" серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$:

X	2	4	6	8	10	12
p(x)	0.1	0.3	0.2	0.1	0.1	0.2

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2a+3}{4x^2}, & x \in (1,3), \\ 0, & x \notin (1,3) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(2 < X < 4)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -1, \\ \frac{1}{15}(x^3 + 2x + 3), & -1 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2-16x+16)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ і обчислити $P(1.5 < X < 2)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-6	-3	0	2
-2	1/7	1/21	2/21	1/14
1	1/42	1/28	1/14	4/21
6	1/7	1/28	1/21	2/21

знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -2$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 0$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -2)$ і $M(Y/X = 0)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X + Y > 0)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 2X - Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0)$, $A(-4; 0)$, $B(0; 1)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №16

1. У ліфт дев'ятиповерхового будинку заходять 5 пасажирів. Вважається, що кожен з них може вийти на будь-якому поверсі від другого до дев'ятого включно. Знайти ймовірність того, що: а) всі пасажири вийдуть з ліфта на одному і тому самому поверсі; б) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одному і тому самому поверсі.

2. Студент знає відповіді на 19 із 27 питань програми. На іспиті він отримує білет, у якому 9 навмання вибраних питань програми. Яка ймовірність того, що він складе іспит з оцінкою "задовільно якщо для цього потрібно відповісти на 4, 5 або 6 питань білета?

3. Для сигналізації про аварію встановлено два незалежні один від одного сигналізатори. Ймовірність того, що при аварії увімкнеться перший сигналізатор дорівнює $p_1 = 0.95$, а другий $p_2 = 0.85$. Знайти ймовірність того, що: а) не увімкнеться хоча б один сигналізатор; б) увімкнеться лише один сигналізатор.

4. У групі спортсменів вісім лижників, сім велосипедистів і п'ять бігунів. Ймовірність виконати норматив для лижника 0.8; для велосипедиста – 0.7; а для бігуна – 0.6. Знайти ймовірність того, що навмання вибраний спортсмен не виконав норматив? Хто найімовірніше норматив не виконав: лижник, велосипедист, бігун?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 2 : 1. Навмання з партії беруть 7 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 7 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.16. Яка ймовірність того, що із 700 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 100 покупців; *б)* від 120 до 200 покупців.

6. Із дванадцяти виробів, серед яких 5 виробів нового зразка, взято навмання 4 вироби. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості виробів нового зразка серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	1	2	3	4
p(x)	$\frac{7}{17}$	$\frac{3}{17}$	$\frac{2}{17}$	$\frac{5}{17}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{4+x^2}, & x \in (0,2), \\ 0, & x \notin (0,2) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-1 < X < 1)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ \frac{9}{8}\left(1 - \frac{1}{x^2}\right), & 1 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(2.25x^2-3x+1)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(1 < X < 1.7)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-3	1	3
-4	2/21	4/21	3/70
-2	4/35	1/35	1/21
0	1/42	6/35	2/35
1	3/35	1/21	2/21

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -4$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 1$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -4)$ і $M(Y/X = 1)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|Y| \leq X)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = |X| - Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0)$, $A(-3; 0)$, $B(0; 2)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №17

1. Абонент забув дві останні цифри номера телефону. Яка ймовірність того, що він набере правильно номер, якщо: а) відомо, що дві останні цифри є непарні; б) відомо, що дві останні цифри є різні?

2. У групі навчається 6 студентів, що мають високий, 8 – середній і 5 – низький рейтинг. За списком навмання відібрано 7 студентів. Яка ймовірність того, що серед них виявиться більше чотирьох студентів з високим рейтингом?

3. Для сигналізації про аварію встановлено два незалежні один від одного сигналізатори. Ймовірність того, що при аварії увімкнеться перший сигналізатор дорівнює $p_1 = 0.8$, а другий $p_2 = 0.9$. Знайти ймовірність того, що: а) не увімкнеться хоча б один сигналізатор; б) увімкнеться лише один сигналізатор.

4. Спортивна команда складається із спортсменів першого, другого і третього розрядів у відношенні 6:9:5. Ймовірності здобути призові місця для спортсменів цих розрядів відповідно становлять 0.8; 0.6; 0.5.Знайти ймовірність того, що навмання вибраний спортсмен здобув призове місце? Спортсменом якого розряду найімовірніше він є?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 2 : 1. Навмання з партії беруть 6 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 6 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.16. Яка ймовірність того, що із 800 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 120 покупців; *б)* від 130 до 220 покупців.

6. Із одинадцяти виробів, серед яких 7 виробів нового зразка, взято навмання 4 вироби. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості виробів нового зразка серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$:

X	-7	0	5	7
p(x)	0.5	0.25	0.15	0.1

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a(1-2x), & x \in (-2,0), \\ 0, & x \notin (-2,0); \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-4 < X < -1)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -2, \\ \frac{1}{9}(3x - 2x^2 + 14), & -2 < x \le -1, \\ 1, & x > -1. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2+24x+36)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$ і обчислити $P(-3.5 < X < -3)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-5	-1	0	3
1	1/12	1/18	2/15	1/15
2	1/24	1/18	5/72	1/20
3	1/9	1/10	1/6	1/15

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 3$ і умовний розподіл Y, якщо $X = -1$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 3)$ і $M(Y/X = -1)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X \geq Y)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = |X| - |Y|$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0)$, $A(-1; 0)$, $B(0; -3)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №18

1. Кидають два гральні кубики і записують кількості очок, які випали на їх гранях. Знайти ймовірність того, що із записаних цифр можна скласти: а) лише непарні двоцифрові числа; б) лише ті двоцифрові числа, які не менші від 20 але не більші від 50.

2. Збірну команду інституту складають 8 спортсменів першого і 5 – другого розрядів. Яка ймовірність того, що серед трьох навмання відібраних членів збірної команди будуть спортсмени обидвох розрядів?

3. Для сигналізації про аварію встановлено два незалежні один від одного сигналізатори. Ймовірність того, що при аварії увімкнеться перший сигналізатор дорівнює $p_1 = 0.99$, а другий $p_2 = 0.9$. Знайти ймовірність того, що в разі аварії: а) не увімкнеться хоча б один сигналізатор; б) увімкнеться лише один сигналізатор.

4. У скриньку, що містить 4 кульки (кількість білих кульок у скриньці рівноможлива), опущено білу кульку. Знайти ймовірність того, що навмання витягнута кулька буде білою? Знайти ймовірність того, що в скриньці спочатку було 3 білих кульки?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 2 : 1. Навмання з партії беруть 4 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 4 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.16. Яка ймовірність того, що із

900 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 130 покупців; *б)* від 150 до 240 покупців.

6. Зі складу, на якому зберігаються 6 телевізорів марки "Електрон" і 4 телевізори марки "Соні відібрано навмання 4 телевізори для відправлення до магазину. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості телевізорів марки "Електрон" серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-4	-1	1	5
p(x)	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{25}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a\sin 2x, & x \in (0, \frac{\pi}{2}), \\ 0, & x \notin (0, \frac{\pi}{2}); \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(0 < X < \pi/4)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -2, \\ 1 + \frac{4}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{x}{2}, & -2 < x \le 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(9x^2+18x+9)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-0.7 < X < -0.4)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	1	3
-3	1/15	1/20	2/15
-2	1/12	1/9	1/15
0	1/18	1/21	1/12
3	1/28	1/6	1/10

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 3$ і умовний розподіл Y, якщо $X = -2$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 3)$ і $M(Y/X = -2)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X \leq Y)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X^2 + Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0)$, $A(-3;0)$, $B(0;-2)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №19

1. На книжковій полиці навмання розташовано 8 томів збірки творів. Яка ймовірність того, що а) перші 3 томи розташовані поруч "за порядком 1, 2, 3" зліва направо; б) перші 3 томи розташовані поруч (у довільному порядку)?

2. Серед 12 виробів є 3 вироби першого, а решта – другого ґатунку. Яка ймовірність того, що серед п'яти навмання взятих виробів будуть вироби обидвох ґатунків?

3. Для сигналізації про аварію встановлено два незалежні один від одного сигналізатори. Ймовірність того, що при аварії увімкнеться перший сигналізатор дорівнює $p_1 = 0.8$, а другий $p_2 = 0.95$. Знайти ймовірність того, що: а) не увімкнеться хоча б один сигналізатор; б) увімкнеться лише один сигналізатор.

4. Зі скриньки, що містить 6 білих і 4 чорних кульки загублено кульку невідомого кольору. Після цього з неї навмання витягається кулька. Знайти ймовірність того, що витягнута кулька білого кольору? При якому кольорі загубленої кульки найімовірніше витягнути білу кульку?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 2. Навмання з партії беруть 7 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 7 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.18. Яка ймовірність того, що із 400 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 70 покупців; *б)* від 80 до 140 покупців.

6. На спортивній базі зберігаються 7 пар лиж марки "Фішер" і 4 пари лиж марки "Антей". Для учнівської лижної команди відібрано навмання 4 пари лиж. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості пар лиж марки "Антей" серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-2	1	2
p(x)	$\frac{30}{131}$	$\frac{53}{131}$	$\frac{48}{131}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} ax^2, & x \in (0,2), \\ 0, & x \notin (0,2) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-1 < X < 1)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ \frac{1}{2+\ln 2}(\ln x + 2x - 2), & 1 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(4x^2-24x+36)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(2.6 < X < 3)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X,Y)

Y X	-4	-3	0	4
-1	3/80	1/6	1/30	3/16
2	1/16	1/15	1/10	1/12
4	9/80	1/20	3/40	1/40

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -1$ і умовний розподіл Y, якщо $X = -3$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -1)$ і $M(Y/X = -3)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|X + Y| \le 2)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 2X - Y^2$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X,Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(1;0),\ B(0;-3)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$;

в) математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №20

1. Числа від 1 до 9 записано в рядку випадковим чином. Знайти ймовірність того, що: а) кожна з трьох парних цифр у рядку не більша від 3; б) цифри 1, 2, 3 розташовані в рядку поруч.

2. У групі навчається 8 студентів, що мають високий рейтинг і 12 середній. За списком навмання відібрано 10 студентів. Яка ймовірність того, що в більшості з них буде високий рейтинг?

3. Для сигналізації про аварію встановлено два незалежні один від одного сигналізатори. Ймовірність того, що при аварії увімкнеться перший сигналізатор дорівнює $p_1 = 0.75$, а другий $p_2 = 0.85$. Знайти ймовірність того, що в разі аварії: а) не увімкнеться хоча б один сигналізатор; б) увімкнеться лише один сигналізатор.

4. Зі скриньки, що містить 8 білих і 12 чорних кульок загублено дві кульки, одна з яких чорна, а інша – невідомого кольору. Знайти ймовірність того, що навмання витягнута зі скриньки кулька чорна? При якій умові найімовірніше витягнути чорну кульку коли друга загублена кулька біла чи чорна?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 2. Навмання з партії беруть 5 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 5 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.18. Яка ймовірність того, що із 500 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 90 покупців; *б)* від 100 до 170 покупців.

6. Зі скриньки, в якій зберігаються 4 вироби, виготовлені на першому заводі, і 5 виробів, виготовлені на другому заводі, навмання вибирають 4 вироби. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості виробів першого заводу серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-2	0	1	3	4
p(x)	0.3	0.2	0.15	0.2	0.15

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a(2-x-x^2), & x \in (-2,1), \\ 0, & x \notin (-2,1) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-1 < X < 5)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -2, \\ x + \frac{1}{x} + \frac{5}{2}, & -2 < x \le -1, \\ 1, & x > -1. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(9x^2-18x+9)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(1.3 < X < 1.7)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X,Y)

Y X	-2	3	5
-3	1/42	1/14	2/21
-1	3/56	2/21	1/28
0	3/14	1/21	3/28
4	1/56	4/21	1/21

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 0$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 5$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 0)$ і $M(Y/X = 5)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X \le Y)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 2X + 3Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X,Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(2;0),\ B(0;4)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №21

1. Зі скриньки, що містить 9 перенумерованих кульок з номерами від 1 до 9, виймають послідовно 4 кульки. Знайти ймовірність того, що: а) не буде кульок з номерами 8 і 9; б) серед вийнятих кульок виявиться кулька з номером 9.

2. Шестеро дівчат і п'ятеро юнаків, які стали переможцями конкурсу, здобули право за допомогою жеребкування розіграти між собою 4 призи. Яка ймовірність того, що серед власників призів будуть і дівчата, і юнаки?

3. Прилад складається з трьох вузлів – першого, другого і третього, які за час роботи приладу можуть незалежно один від одного виходити з ладу. Надійність (ймовірність безвідмовної роботи) для першого вузла дорівнює $p_1 = 0.9$, другого – $p_2 = 0.7$, третього – $p_3 = 0.85$. Знайти ймовірність того, що: а) відмовив хоча б один вузол; б) один вузол відмовив, а інші – ні.

4. Зі скрині, що містять 8 білих і 14 чорних кульок загублені дві кульки невідомого кольору. Після цього зі скрині навмання витягається кулька. Знайти ймовірність того, що ця кулька чорного кольору? При якому кольорі загублених кульок найімовірніше витягнути чорну кульку?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як $3:1$. Навмання з партії беруть 8 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 8 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.18. Яка ймовірність того, що із 600 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 100 покупців; *б)* від 115 до 200 покупців.

6. Із 11 приладів, серед яких 4 потребують додаткового регулювання, навмання вибирають 5 приладів. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості приладів, які потребують додаткового регулювання, серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-1	0	1	2
p(x)	$\frac{7}{47}$	$\frac{11}{47}$	$\frac{15}{47}$	$\frac{14}{47}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x+2}, & x \in (0,2), \\ 0, & x \notin (0,2) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(1 < X < 4)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -1, \\ \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x^3, & -1 < x \le 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(0.25x^2+x+1)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-3.3 < X < -1.6)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X,Y)

Y X	-3	0	1	2
2	1/15	1/32	1/18	1/10
3	1/9	1/6	1/24	1/12
5	1/15	2/15	3/32	1/20

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 5$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 1$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 5)$ і $M(Y/X = 1)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X + Y \ge 4)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X - 7Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X,Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(3;0),\ B(0;1)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №22

1. Абонент забув дві останні цифри номера телефону. Яка ймовірність того, що він набере правильно номер, якщо а) відомо, що дві останні цифри є парними і однаковими; б) відомо, що одне з двох останніх цифр є 3?

2. У скриньці знаходиться 7 однакових деталей для ремонтування приладів першого типу і 5 для ремонтування деталей другого типу. Навмання вибирають 4 деталі. Яка ймовірність того, що за допомогою них можна відремонтувати як прилад першого, так і прилад другого типу?

3. Прилад складається з трьох вузлів – першого, другого і третього, які за час роботи приладу можуть незалежно один від одного виходити з ладу. Надійність (ймовірність безвідмовної роботи) для першого вузла дорівнює $p_1 = 0.75$, другого – $p_2 = 0.8$, третього – $p_3 = 0.9$. Знайти ймовірність того, що: а) відмовив хоча б один вузол; б) один вузол відмовив, а інші – ні.

4. В першій скриньці 3 білих і 7 чорних кульок, в другій – 5 білих і 5 чорних кульок, а в третій тільки білі кульки. Знайти ймовірність того, що з навмання взятої скриньки буде витягнута біла кулька? Знайти ймовірності того, що ця кулька витягнута з першої скриньки, з другої скриньки?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 3 : 1. Навмання з партії беруть 6 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 6 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.18. Яка ймовірність того, що із 700 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 110 покупців; *б)* від 130 до 220 покупців.

6. На спортивній базі зберігаються 6 комплектів для гри в настільний теніс вітчизняного і 5 імпортного виробництва. Для учнівської команди відібрано навмання 7 комплектів для гри в настільний теніс. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості вітчизняних комплектів серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-6	-4	-2	2
p(x)	$\frac{1}{24}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} ae^{-x}, & x \in (0,1), \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-2 < X < 1/2)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ \frac{4}{7}\left(x - \frac{1}{x^2}\right), & 1 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(x^2+x+0.25)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-2.6 < X < -1.6)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-2	2	4
-3	1/6	1/28	1/12
-1	1/9	1/15	1/18
0	1/12	2/15	1/10
3	1/20	1/15	1/21

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -1$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 2$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -1)$ і $M(Y/X = 2)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|X + Y| \le 3)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = |X| - |Y|$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0),\ A(-1; 0),\ B(0; 4)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №23

1. Зі скриньки, у якій знаходиться 8 перенумерованих кульок навмання послідовно виймають 5 кульок, повертаючи щоразу вибрану кульку до скриньки; номери вийнятих кульок записують. Знайти ймовірність того, що: а) серед записаними не виявиться цифри 1; б) серед записаних виявиться лише одна цифра 1.

2. У скриньці знаходиться 6 однотипних запасних деталей для ремонтування приладів першого типу і 8 для ремонтування другого типу. Навмання вибирають 4 деталі. Яка ймовірність того, що за допомогою них можна відремонтувати як прилад першого, так і прилад другого типу?

3. Прилад складається з трьох вузлів – першого, другого і третього, які за час роботи приладу можуть незалежно один від одного виходити з ладу. Надійність (ймовірність безвідмовної роботи) для першого вузла дорівнює $p_1 = 0.6$, другого – $p_2 = 0.5$, третього – $p_3 = 0.8$. Знайти ймовірність того, що: а) відмовив хоча б один вузол; б) один вузол відмовив, а інші – ні.

4. У скриньку, що містить 6 кульок (гіпотези про кількість білих кульок рівноможливі) покладено кульку білого кольору. Після цього з неї навмання вийнято одну кульку. Знайти ймовірність того, що ця кулька буде білою? Яка ймовірність того, що витягнута кулька білого кольору, якщо спочатку у скрині серед 6 кульок були дві кульки білого кольору?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 3 : 1. Навмання з партії беруть 5 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 5 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.18. Яка ймовірність того, що із 800 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 130 покупців; *б)* від 150 до 260 покупців.

6. З книжкової полиці, на якій є по 6 збірок прозових творів і поезій, беруть навмання 4 книги. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості збірок поезій серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-2	-1	2	3
p(x)	$\frac{11}{45}$	$\frac{16}{45}$	$\frac{13}{45}$	$\frac{1}{9}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a(2x-3), & x \in (2,4), \\ 0, & x \notin (2,4) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-2 < X < 3)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le -1, \\ \frac{1}{9}(x^3+1), & -1 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(0.25x^2-x+1)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(0.9 < X < 2.6)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X,Y)

Y X	-2	0	1	2
-3	1/24	5/48	1/9	1/12
1	5/48	5/72	1/18	1/12
2	1/16	5/36	1/12	1/16

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 2$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 0$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y=2)$ і $M(Y/X=0)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X > Y)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 5X - 3Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X,Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(4;0),\ B(0;-1)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №24

1. Кидають два гральні кубики і записують кількості очок, які випали на їх гранях. Знайти ймовірність того, що із записаних цифр можна скласти: а) два різні парні двоцифрові числа; б) лише одне двоцифрове число.

2. Студент знає відповіді на 23 із 30 питань програми. На іспиті він отримує білет, у якому 8 навмання вибраних питань програми. Яка ймовірність того, що він складе іспит з оцінкою "добре якщо для цього потрібно відповісти на 6 або 7 питань білета?

3. Прилад складається з трьох вузлів – першого, другого і третього, які за час роботи приладу можуть незалежно один від одного виходити з ладу. Надійність (ймовірність безвідмовної роботи) для першого вузла дорівнює $p_1 = 0.8$, другого – $p_2 = 0.7$, третього – $p_3 = 0.85$. Знайти ймовірність того, що: а) відмовив хоча б один вузол; б) один вузол відмовив, а інші – ні.

4. У скрині 5 кульок, з яких 2 чорні, а колір інших кульок невідомий (гіпотези щодо кількості кульок чорного кольору серед невідомих рівноможливі). У цю скриню покладено чорну кульку. Знайти ймовірність того, що навмання витягнута кулька буде чорного кольору? При умові, що витягнута кулька чорного кольору, яка ймовірність цієї події, якщо спочатку в скрині було 3 чорних кульки?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 3 : 1. Навмання з партії беруть 4 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 4 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.18. Яка ймовірність того, що із 900 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 150 покупців; *б)* від 170 до 280 покупців.

6. Із дванадцяти виробів, серед яких 8 вищої якості, взято навмання4 вироби. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості виробів вищої якості серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	0	1	4	8
p(x)	0.05	0.3	0.4	0.25

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a\cos 2x, & x \in (0, \frac{\pi}{4}), \\ 0, & x \notin (0, \frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-\pi/6 < X < \pi/6)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 4, \\ \frac{1}{6}(x^2 - 7x + 12), & 4 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(x^2-x+1)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-1.6 < X < -0.5)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-5	1	2
-4	5/84	1/7	1/28
0	5/28	1/21	1/14
1	2/21	5/84	5/42
3	1/21	3/28	1/28

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 0$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 2$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 0)$ і $M(Y/X = 2)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X - Y > 1)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X - Y^2$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(2;0),\ B(0;-3)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №25

1. Числа від 1 до 9 записано в рядку випадковим чином. Знайти ймовірність того, що: а) цифра 1 і 9 є крайніми цифрами в рядку; б) на парних місцях в рядку записано непарні числа.

2. У групі навчається 7 студентів, що мають високий, 12 – середній і 8 – низький рейтинг. За списком навмання відібрано 6 студентів. Яка ймовірність того, що серед них виявиться не менше чотирьох студентів, у яких рейтинг не нижчий від середнього?

3. Прилад складається з трьох вузлів – першого, другого і третього, які за час роботи приладу можуть незалежно один від одного виходити з ладу. Надійність (ймовірність безвідмовної роботи) для першого вузла дорівнює $p_1 = 0.65$, другого – $p_2 = 0.55$, третього – $p_3 = 0.95$. Знайти ймовірність того, що: а) відмовив хоча б один вузол; б) один вузол відмовив, а інші – ні.

4. У магазині 30% виробів першого заводу, 45% виробів другого заводу і решта – третього. Відсоток високоякісних виробів становлять 60%, 80%, 90%. Яка ймовірність того, що навмання куплений в магазині вибір буде високоякісний? Яким заводом найімовірніше виготовлений цей виріб?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як $4 : 1$. Навмання з партії беруть 7 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 7 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.2. Яка ймовірність того, що із 400 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 80 покупців; *б)* від 90 до 160 покупців.

6. На спортивній базі зберігаються по 6 пар лиж марок "Фішер" і "Антей". Для учнівської лижної команди відібрано навмання 8 пар лиж. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості пар лиж марки "Антейр" серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-10	-2	2	10
p(x)	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a+2}{x}, & x \in (e^2, e^4), \\ 0, & x \notin (e^2, e^4) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(0 < X < e^3)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ \frac{1}{27}(2x^3 + 3x^2 - 1), & 1 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(2.25x^2+6x+4)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-0.9 < X < -0.3)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-4	-2	0	1
-3	1/15	1/24	1/18	2/15
-2	5/72	1/9	1/20	1/18
1	1/15	1/12	1/10	1/6

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -2$ і умовний розподіл Y, якщо $X = -4$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -2)$ і $M(Y/X = -4)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(Y \ge X)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = 2X - Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(2;0),\ B(0;-4)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №26

1. Зі скриньки, у якій знаходиться 8 перенумерованих кульок навмання послідовно виймають 5 кульок, повертаючи щоразу вибрану кульку до скриньки; номери вийнятих кульок записують. Знайти ймовірність того, що: а) серед записаними виявиться хоча б одна цифра 1; б) не всі записані цифри будуть різними.

2. Збірну команду інституту складають 6 спортсменів першого і 8 – другого розрядів. Яка ймовірність того, що три навмання відібрані члени збірної команди матимуть однаковий розряд?

3. Студент розшукує потрібну для навчання книгу в трьох бібліотеках. У першій бібліотеці він може знайти книгу з ймовірністю $p_1 = 0.7$, а для двох інших бібліотек ймовірності становлять відповідно $p_2 = 0.8, \;\; p_3 = 0.65$. Знайти ймовірність того, що: *а)* студент знайде книгу хоча б в одній бібліотеці; *б)* студент знайде книгу лише в одній бібліотеці.

4. Кількість виробів, що надходять у продаж з трьох заводів відносяться відповідно як 5:3:2. Ймовірність високоякісних виробів, виготовлених цими заводами, становить відповідно 0.8; 0.9; 0.95. Яка ймовірність того, що навмання куплений виріб буде високоякісний? Що ймовірніше: цей куплений виріб виготовлено на другому чи на третьому заводі?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 4 : 1. Навмання з партії беруть 6 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 6 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.2. Яка ймовірність того, що із 500 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 100 покупців; *б)* від 110 до 200 покупців.

6. Туристичний клуб придбав для своїх членів 7 рюкзаків вітчизняного і 5 імпортного виробництва. Для учасників туристичного походу було відібрано навмання 8 рюкзаків. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості імпортних рюкзаків серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-4	-1	1	4
p(x)	0.19	0.46	0.2	0.15

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x)=\begin{cases} ax(4-x), & x\in(1,3),\\ 0, & x\notin(1,3)\end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-2<X<2)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 2,\\ \frac{1}{2-\ln 2}\left(x-\ln\frac{x}{2}-2\right), & 2<x\le 4,\\ 1, & x>4.\end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x)=ke^{-(2.25x^2+9x+9)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-1.6<X<-0.9)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X,Y)

Y X	-3	-1	2
-4	3/48	1/6	1/96
-1	1/24	1/96	1/12
0	1/12	1/8	5/48
4	1/8	5/48	1/12

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y=0$ і умовний розподіл Y, якщо $X=-1$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y=0)$ і $M(Y/X=-1)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|X|<|Y|)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z=XY$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X,Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(3;0),\ B(0;-1)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №27

1. Підкидають три гральні кубики. Знайти ймовірність того, що а) на гранях хоча б двох кубиків випадуть однакові кількості очок; б) на гранях хоча б двох кубиків випадуть різні кількості очок.

2. Серед 13 виробів є 10 вироби першого, а решта – другого ґатунку. Яка ймовірність того, що серед шести навмання взятих виробів будуть вироби обидвох ґатунків?

3. Студент розшукує потрібну для навчання книгу в трьох бібліотеках. У першій бібліотеці він може знайти книгу з ймовірністю $p_1 = 0.9$, а для двох інших бібліотек ймовірності становлять відповідно $p_2 = 0.75,\ \ p_3 = 0.85$. Знайти ймовірність того, що: *а)* студент знайде книгу хоча б в одній бібліотеці; *б)* студент знайде книгу лише в одній бібліотеці.

4. У скриньці 1000 деталей першого сорту, 600 деталей другого сорту і 400 деталей – третього. Відсоток бракованих деталей серед них відповідно становлять 2%, 3%, 5%. Яка ймовірність того, що навмання вибрана деталь стандартна? Яка ймовірність того, що вибрана стандартна деталь є деталлю другого сорту?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як $4 : 1$. Навмання з партії беруть 5 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 5 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.2. Яка ймовірність того, що із 600 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 120 покупців; *б)* від 130 до 220 покупців.

6. Зі складу , на якому зберігаються 4 телевізори марки "Електрон" і 6 телевізорів марки "Соні відібрано навмання 4 телевізори для відправлення до магазину. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості телевізорів марки "Електрон" серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-2	-1	2	3
p(x)	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{13}{45}$	$\frac{1}{9}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{9+x^2}, & x \in (-3,0), \\ 0, & x \notin (-3,0) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-4 < X < -1)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ \frac{1}{8}(x^2-1), & 1 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(2.25x^2-6x+4)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(1.7 < X < 2.4)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-1	0	1	2
-3	1/54	4/27	1/18	7/54
1	1/27	1/9	1/6	1/9
4	2/27	1/54	2/27	3/54

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 1$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 0$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 1)$ і $M(Y/X = 0)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|X+Y| > 3)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = X^2 - 2Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(-1;0),\ B(0;-4)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №28

1. Абонент забув дві останні цифри номера телефону. Яка ймовірність того, що він набере правильно номер, якщо а) відомо, що з двох останніх цифр одна парна, а інша непарна; б) відомо, що дві останні цифри не менші від 7 кожна?

2. У групі навчається 19 студентів, дев'ятеро з них мають високий, а решта – середній рейтинг. За списком навмання відібрано 12 студентів. Яка ймовірність того, що в більшості з них буде високий рейтинг?

3. Студент розшукує потрібну для навчання книгу в трьох бібліотеках. У першій бібліотеці він може знайти книгу з ймовірністю $p_1 = 0.85$, а для двох інших бібліотек ймовірності становлять відповідно $p_2 = 0.55$, $p_3 = 0.75$. Знайти ймовірність того, що: *а)* студент знайде книгу хоча б в одній бібліотеці; *б)* студент знайде книгу лише в одній бібліотеці.

4. На складі 400 мікросхем, виготовлених на першому заводі, 200 – на другому і 400 – на третьому. Ймовірність бракованої продукції цих заводів відповідно становить 1%, 2%, 1%. Яка ймовірність того, що навмання вибрана мікросхема виявиться бракованою. На якому заводі, найімовірніше, вироблена ця мікросхема?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 1. Навмання з партії беруть 7 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 7 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.2. Яка ймовірність того, що із 700 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 140 покупців; *б)* від 150 до 240 покупців.

6. З книжкової полиці, на якій є по 6 збірок прозових творів і поезій, беруть навмання 4 книги. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості збірок прозових творів серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-5	0	5	7
p(x)	0.18	0.28	0.32	0.22

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} 4x - a, & x \in (0, \frac{1}{2}), \\ 0, & x \notin (0, \frac{1}{2}) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-2 < X < 1/4)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ \frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{x}\right), & 1 < x \le 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(0.25x^2+1.5x+2.25)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-3.8 < X < -2.3)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-6	-4	1
-3	1/18	1/9	1/8
-2	1/6	1/18	1/72
0	1/72	1/36	5/72
4	13/72	5/72	1/9

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -3$ і умовний розподіл Y, якщо $X = -4$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -3)$ і $M(Y/X = -4)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X + Y > 3)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = -2X - Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0; 0),\ A(-4; 0),\ B(0; -1)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №29

1. На книжковій полиці навмання розташовано 8 томів збірки творів. Яка ймовірність того, що а) два вибрані томи збірки розташовані на полиці поряд; б) два вибрані томи збірки відділені на полиці одним іншим томом збірки?

2. П'ятеро студентів першого курсу і восьмеро студентів другого курсу, які стали переможцями конкурсу, здобули право за допомогою жеребкування розіграти між собою 6 призів. Яка ймовірність того, що серед власників призів будуть не менше двох першокурсників і не менше двох другокурсників?

3. Студент розшукує потрібну для навчання книгу в трьох бібліотеках. У першій бібліотеці він може знайти книгу з ймовірністю $p_1 = 0.8$, а для двох інших бібліотек ймовірності становлять відповідно $p_2 = 0.9, \ \ p_3 = 0.65$. Знайти ймовірність того, що: *а)* студент знайде книгу хоча б в одній бібліотеці; *б)* студент знайде книгу лише в одній бібліотеці.

4. Сировина на підприємство надходить від трьох постачальників у кількісному співвідношенні 8:7:5. Високоякісна сировина у цих поставках становить відповідно 50%, 60%, 80%. Знайти ймовірність того, що навмання вибрана партія сировини виявиться високоякісною. Від якого постачальника вона найвірогідніше отримана?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 5 : 1. Навмання з партії беруть 6 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 6 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.2. Яка ймовірність того, що із 800 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 160 покупців; *б)* від 170 до 260 покупців.

6. Із 10 приладів, серед яких 4 потребують додаткового регулювання, навмання вибирають 5 приладів. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості приладів, які потребують додаткового регулювання, серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	-6	-4	-3	0	1	2
p(x)	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} a + 2x, & x \in (0, \frac{1}{2}), \\ 0, & x \notin (0, \frac{1}{2}) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(3/8 < X < 5)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0, \\ \frac{1}{4}(3x^3 + x^2), & 0 < x \le 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(x^2+3x+2.25)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(-0.8 < X < 0.2)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X, Y)

Y X	-1	0	2	5
-4	$1/6$	$5/84$	$1/12$	$1/14$
2	$11/84$	$1/14$	$1/21$	$1/7$
3	$1/21$	$5/42$	$1/42$	$1/28$

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = 3$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 5$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = 3)$ і $M(Y/X = 5)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(|X| \ge |Y|)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = -X + Y^2$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X, Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(-2;0),\ B(0;4)$. Записати щільність розподілу $f(x, y)$ системи випадкових величин (X, Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання

$M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X, Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

Варіант №30

1. Кидають два гральні кубики і записують кількості очок, які випали на їх гранях. Знайти ймовірність того, що із записаних цифр можна скласти: *а)* два різні непарні двоцифрові числа; *б)* лише ті двоцифрові числа, які не більші від 20 або не менші від 40.

2. У скриньці знаходиться 8 однакових запасних деталей для ремонтування приладів першого типу і 11 – для ремонтування приладів другого типу. Навмання вибирають 6 деталей. Яка ймовірність того, що за допомогою них можна відремонтувати принаймні по 2 прилади першого і другого типів?

3. Студент розшукує потрібну для навчання книгу в трьох бібліотеках. У першій бібліотеці він може знайти книгу з ймовірністю $p_1 = 0.75$, а для двох інших бібліотек ймовірності становлять відповідно $p_2 = 0.95$, $p_3 = 0.6$. Знайти ймовірність того, що: *а)* студент знайде книгу хоча б в одній бібліотеці; *б)* студент знайде книгу лише в одній бібліотеці.

4. Є три однакові з вигляду скриньки. В першій скриньці 10 білих і 5 чорних кульок, в другій – 8 білих і 8 чорних кульок, а в третій тільки чорні. Знайти ймовірність того, що з навмання вибраної скриньки витягнута кулька буде білого кольору? З якої із скриньок найімовірніше витягнути цю кульку?

5. *а)* У партії однотипних деталей кількості стандартних і бракованих відносяться як 6 : 1. Навмання з партії беруть 5 деталей. Знайти найімовірніше число k_0 появи стандартних деталей серед 5 навмання взятих і обчислити відповідну ймовірність.

б) Ймовірність того, що покупець, який завітав до взуттєвого магазину, здійснить покупку, дорівнює в середньому 0.2. Яка ймовірність того, що із 900 покупців, що завітали до магазину покупку здійснять: *а)* 180 покупців; *б)* від 190 до 280 покупців.

6. Зі скриньки, в якій зберігаються 5 виробів, виготовлені на першому заводі, і 4 вироби, виготовлені на другому заводі, навмання вибирають 4 вироби. Скласти ряд розподілу і побудувати функцію розподілу випадкової величини X - кількості виробів першого заводу серед відібраних.

7. За заданим законом розподілу дискретної випадкової величини X зна-

йти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$:

X	1	2	4	5
p(x)	0.14	0.42	0.19	0.25

8. Для якого значення параметра a функція

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ax^2}, & x \in (1,2), \\ 0, & x \notin (1,2) \end{cases}$$

є щільністю розподілу неперервної випадкової величини X. Обчислити ймовірність $P(-1 < X < 3/2)$.

9. Задана функції розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 1, \\ \frac{1}{14}(2x^2 - x - 1), & 1 < x \le 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

Знайти щільність розподілу $f(x)$ і числові характеристики $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$.

10. Для якого значення k функція $f(x) = ke^{-(0.25x^2-1.5x+2.25)}$ є щільністю розподілу випадкової величини X? Знайти $M(X),\ D(X),\ \sigma(X)$ і обчислити $P(2.4 < X < 4)$.

11. Для заданого розподілу системи випадкових величин (X,Y)

Y X	1	2	3
-3	19/76	5/38	3/38
-2	1/38	1/19	2/19
0	5/76	5/38	1/19
2	1/76	3/76	1/19

Знайти: *а)* розподіли складових X та Y; *б)* умовний розподіл X, якщо $Y = -2$ і умовний розподіл Y, якщо $X = 2$; *в)* умовні математичні сподівання $M(X/Y = -2)$ і $M(Y/X = 2)$; *г)* коефіцієнт кореляції r_{XY}; *д)* обчислити ймовірність $P(X + Y \ge 2)$; *е)* знайти закон розподілу випадкової величини $Z = -6X + Y$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

12. Система випадкових величин (X,Y) розподілена рівномірно у трикутнику з вершинами $O(0;0),\ A(2;0),\ B(0;3)$. Записати щільність розподілу $f(x,y)$ системи випадкових величин (X,Y). Знайти: *а)* щільність розподілів $f_1(x)$ і $f_2(x)$ складових X та Y; *б)* умовні щільності розподілів $f_1(x/y)$ і $f_2(y/x)$; *в)* математичні сподівання $M(X)$ і $M(Y)$; *г)* умовні математичні сподівання $M(X/y)$ і $M(Y/x)$ (лінії регресії X на Y і Y на X); *д)* кореляційний момент $K(X,Y)$. Чи залежні випадкові величини X та Y?

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ
до розрахунково-графічної роботи
для студентів економічних спеціальностей

Укладачі Вовк Мирослава Іванівна
Зашкільняк Іванна Михайлівна
Іванел Віссаріон Константинович
Крупка Зеновій Іванович
Куриляк Іван Йосипович
Луцев Євген Миколайович
Олексів Ігор Ярославович
Сорокатий Микола Іванович
Тимошенко Надія Миколаївна
Бугрій Наталія Володимирівна
Андрусяк Іванна Володимирівна
Кшановський Іван Павлович

Редактор ....
Комп'ютерне складання ....

Здано у видавництво Підписано до друку
Формат 70×100/16. Папір офсетний.
Друк на різографі. Умовн. друк. арк. 2.92. Обл.-вид. арк. 2.00.

Тираж 150 прим. Зам. 50045.

Видавництво Національного університету "Львівська політехніка"

Поліграфічний центр

Видавництва Національного університету "Львівська політехніка"

вул. Ф. Колесси, 2, 79000, Львів