

Завдання до розрахунково-графічної роботи

Завдання 1. Знайти матрицю $C = A^2 - (BA)^T + 3AB$, якщо A, B – задані матриці.

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 5 & -6 & 4 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 2 & -4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 8 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 3 & 4 & -2 \\ 8 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 0 & 9 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8. A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ 8 & -2 & 4 \\ 3 & -7 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 1 & 3 \\ 6 & 8 & 1 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 6 \\ 2 & 0 & 4 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 2 & -7 & 8 \\ 5 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 8 & 2 & 6 \\ 4 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$12. A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 8 \\ 4 & 3 & 5 \\ 8 & -3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 5 \\ 2 & 7 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$13. A = \begin{pmatrix} -6 & 3 & 3 \\ -5 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$14. A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 8 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 7 \\ 3 & 3 & -2 \\ 1 & 5 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$16. A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 4 \\ 2 & 8 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 6 \\ -3 & 4 & 8 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$17. A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 2 \\ 3 & -8 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 7 & 2 & 1 \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 9 & -3 & 3 \\ 0 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{array}{ll}
\mathbf{19.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 9 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 5 \\ -6 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}. & \mathbf{20.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -8 & 2 \\ 4 & 6 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 6 \\ 2 & 5 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{21.} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 2 \\ 6 & 4 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}. & \mathbf{22.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -7 \\ 4 & 3 & -6 \\ 3 & 7 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{23.} \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -3 \\ 5 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 8 & 8 & 3 \\ 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}. & \mathbf{24.} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 0 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 7 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{25.} \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 9 \\ -3 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 3 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}. & \mathbf{26.} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 8 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 5 & 4 & -3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{27.} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 5 \\ 6 & 2 & 2 \end{pmatrix}. & \mathbf{28.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 8 & 7 & 3 \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -6 & 6 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{29.} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 5 & 5 & 1 \\ 9 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 5 \\ 9 & -2 & 5 \\ 2 & 9 & 3 \end{pmatrix}. & \mathbf{30.} \quad A = \begin{pmatrix} -5 & 6 & 9 \\ 0 & 7 & 3 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 9 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.
\end{array}$$

Завдання 2. Обчислити визначники.

$$\mathbf{1.} \quad \text{a) } \Delta = \begin{vmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \end{vmatrix},$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 7 & 3 \\ 6 & 0 & 7 & 1 \\ 4 & 5 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 14 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$\mathbf{2.} \quad \text{a) } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -7 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{vmatrix},$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} -2 & 5 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \\ -5 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

$$\mathbf{3.} \quad \text{a) } \Delta = \begin{vmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -3 & 5 & 3 \\ 1 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 4 & -1 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & -1 \\ -3 & 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}.$$

$$4. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -4 & 1 & -2 \\ 4 & -7 & 3 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix},$$

$$5. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -9 & 3 & -7 \\ -3 & 4 & 4 \\ 5 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$6. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 8 & -3 & -2 \\ -7 & 2 & 3 \\ 1 & 9 & 3 \end{vmatrix},$$

$$7. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \end{vmatrix},$$

$$8. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -7 \\ 3 & 6 & 3 \\ 1 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$9. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 9 & 4 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$10. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -5 & 3 & -1 \\ -3 & 4 & 2 \\ 7 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$11. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & -8 & 5 \end{vmatrix},$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 8 & 2 & 1 \\ -3 & -2 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 & -3 \\ 5 & -1 & -3 & 3 \\ 4 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & -3 & 2 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 4 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & 7 & -3 \\ -2 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} -3 & -1 & 7 & 3 \\ 3 & 2 & 4 & 9 \\ 4 & -1 & 5 & 8 \\ 1 & -3 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & 3 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 & -1 \\ 5 & 0 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 2 & -3 \\ -1 & 4 & -2 & -7 \end{vmatrix}.$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 2 \\ 6 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & 3 & -2 \end{vmatrix}.$$

$$12. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ -1 & 4 & 5 \\ 3 & -4 & 1 \end{vmatrix},$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ -5 & -1 & -7 & -4 \end{vmatrix}.$$

$$13. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -5 & -3 & -2 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 5 & 4 \\ -2 & -3 & -1 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$14. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -4 & -1 \\ 3 & 5 & 7 \\ 1 & 3 & -9 \end{vmatrix},$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 2 & 6 \\ 5 & 1 & 5 & -3 \\ -2 & -8 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$15. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix},$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$16. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 3 & -2 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & -1 & 1 \\ 9 & 4 & 3 & 2 \\ -7 & 5 & -1 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$17. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 9 & -2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & -8 & 7 \end{vmatrix},$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 5 & -2 & 4 \\ 2 & -4 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 0 & 7 \end{vmatrix}.$$

$$18. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 8 & 3 & -3 \\ 1 & 7 & -3 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix},$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & -4 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$19. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -4 & 4 & -8 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & 6 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$20. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -7 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & 8 \\ 4 & -8 & 1 \end{vmatrix},$$

$$21. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -4 & 3 & -3 \\ -3 & 4 & 3 \\ 1 & -6 & 1 \end{vmatrix},$$

$$22. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -2 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 9 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix},$$

$$23. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 5 & -5 \\ 3 & -5 & -8 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix},$$

$$24. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -3 & 4 & 3 \\ 7 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$25. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 7 \\ -6 & 5 & 4 \\ 1 & 9 & -3 \end{vmatrix},$$

$$26. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & -4 & -2 \\ -3 & 9 & 2 \\ 1 & -8 & 2 \end{vmatrix},$$

$$27. \text{ a) } \Delta = \begin{vmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 4 & 2 & -6 \\ 1 & 5 & 9 \end{vmatrix},$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ 6 & -2 & -2 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 5 & 1 \\ -4 & -2 & 6 & 6 \end{vmatrix}.$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 2 & -3 \\ 6 & 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & 7 \\ 5 & -3 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & -3 & 3 \\ 2 & -1 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -1 & -5 \\ -2 & 0 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 4 \\ 1 & -2 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -5 & 6 \end{vmatrix}.$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} -3 & 1 & 1 & 4 \\ -1 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 6 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -3 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$28. \text{ а) } \Delta = \begin{vmatrix} 5 & 2 & -2 \\ -5 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix},$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -5 & -7 \end{vmatrix}.$$

$$29. \text{ а) } \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 3 & -5 & 7 \\ 1 & -8 & -2 \end{vmatrix},$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} -2 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 6 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$30. \text{ а) } \Delta = \begin{vmatrix} 6 & 8 & -1 \\ -3 & 4 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix},$$

$$\text{б) } \Delta = \begin{vmatrix} -1 & 5 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ -5 & 7 & 0 & -4 \end{vmatrix}.$$

Завдання 3. Розв'язати матричне рівняння $A \cdot X \cdot B = D$, якщо матриця $D = C^2 - 2B + A^T$, а A, B, C – задані матриці.

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$3. A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$4. A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$5. A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$7. A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$8. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 9 \end{pmatrix}.$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$12. A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$13. A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$14. A = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$16. A = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$17. A = \begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$18. A = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$19. A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$20. A = \begin{pmatrix} -7 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$21. A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$22. A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

$$23. A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$24. A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$25. A = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$26. A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$27. A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

$$28. A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -7 & -9 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

$$29. A = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$30. A = \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Завдання 4. Розв'язати систему лінійних рівнянь:

а) матричним методом; б) за правилом Крамера.

$$1. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 - 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 8. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_1 - x_2 + 5x_3 = 16, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases} \quad 4. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 3. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 6, \\ x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} -x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 3, \\ -3x_1 + x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 9. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 4. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 3. \end{cases} \quad 10. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 5. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -3, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = -4. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 9. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ 5x_1 - x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 10, \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 7. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 2, \\ x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 1. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 8, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 - x_3 = 6, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} -x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -2. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5, \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 10. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 5, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 3. \end{cases}$$

Завдання 5. Дослідити сумісність систему лінійних рівнянь, а у разі сумісності знайти її загальний розв'язок.

$$1. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 - 7x_3 = 0, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1, \\ -x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 2. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -4, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -5, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 4. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -5, \\ 2x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 9, \\ -4x_1 + 6x_2 - x_3 = 24. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2, \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1, \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 10, \\ -x_1 + 7x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = -2, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -3, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 = 8. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 5, \\ -x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -3, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 6. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x_1 + 5x_2 - 3x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 + 2x_4 = -1, \\ -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 6. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 = 6, \\ 2x_1 + 2x_3 - 5x_4 = 4. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 7, \\ 6x_1 - 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 5, \\ -3x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 2. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 7x_1 + 11x_2 - x_4 = 13. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 7, \\ -x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -1. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 7, \\ x_1 - 7x_2 + 8x_3 - 5x_4 = -5. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 4, \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 5, \\ 5x_1 + 10x_2 + 17x_3 - 5x_4 = 21. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 = 7, \\ 5x_1 - 8x_2 + 7x_3 + 7x_4 = 17. \end{cases}$$

$$21. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 10x_4 = 15. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + 5x_2 - 3x_3 + x_4 = -1, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 = -2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 - 7x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 8. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} -x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -4, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 1. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -2, \\ 6x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 4, \\ -3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -5. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} 5x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 4, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -1, \\ 3x_1 - 7x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -6. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 + x_4 = 3, \\ 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 6x_1 - 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 8. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - x_4 = 12. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 = 3, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 = 4. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 3, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 6, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -1. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -1, \\ -3x_1 + 3x_2 - 5x_3 + 4x_4 = 9. \end{cases}$$

Завдання 6. Довести, що вектори \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} утворюють базис та знайти координати вектора \vec{d} у цьому базисі.

1. $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-1; 3; 2)$, $\vec{c} = (7; -3; 5)$, $\vec{d} = (6; 10; 17)$.

2. $\vec{a} = (9; 1; 3)$, $\vec{b} = (4; 7; 8)$, $\vec{c} = (2; -4; 1)$, $\vec{d} = (1; -13; -13)$.

3. $\vec{a} = (8; 2; 3)$, $\vec{b} = (3; -2; 1)$, $\vec{c} = (4; 6; 10)$, $\vec{d} = (7; 4; 11)$.

4. $\vec{a} = (3; 9; 2)$, $\vec{b} = (10; 3; 1)$, $\vec{c} = (1; 4; 2)$, $\vec{d} = (19; 30; 7)$.

5. $\vec{a} = (2; 4; 1)$, $\vec{b} = (5; 3; 1)$, $\vec{c} = (1; 3; 6)$, $\vec{d} = (24; 20; 6)$.

6. $\vec{a} = (4; 8; 5)$, $\vec{b} = (1; 7; 3)$, $\vec{c} = (3; 4; 2)$, $\vec{d} = (7; 32; 14)$.

7. $\vec{a} = (-1; 2; -3)$, $\vec{b} = (6; 4; 2)$, $\vec{c} = (4; 7; 2)$, $\vec{d} = (14; 18; 6)$.

8. $\vec{a} = (6; 8; 5)$, $\vec{b} = (1; 4; 3)$, $\vec{c} = (3; 1; 4)$, $\vec{d} = (21; 18; 33)$.
9. $\vec{a} = (-2; 7; -4)$, $\vec{b} = (2; 7; 3)$, $\vec{c} = (3; 7; 2)$, $\vec{d} = (16; 14; 27)$.
10. $\vec{a} = (4; 3; 5)$, $\vec{b} = (-3; -4; 2)$, $\vec{c} = (7; 2; 1)$, $\vec{d} = (-2; 5; 13)$.
11. $\vec{a} = (1; 3; 2)$, $\vec{b} = (-1; -3; 2)$, $\vec{c} = (3; 2; 1)$, $\vec{d} = (8; 3; 9)$.
12. $\vec{a} = (1; 3; 2)$, $\vec{b} = (-1; -3; 2)$, $\vec{c} = (7; 2; 1)$, $\vec{d} = (12; 17; 3)$.
13. $\vec{a} = (4; 1; 2)$, $\vec{b} = (-1; 4; 2)$, $\vec{c} = (4; 2; 1)$, $\vec{d} = (-1; 2; 4)$.
14. $\vec{a} = (-1; 3; 5)$, $\vec{b} = (-3; -4; 2)$, $\vec{c} = (7; 2; 1)$, $\vec{d} = (7; -1; 11)$.
15. $\vec{a} = (4; -3; 5)$, $\vec{b} = (-3; 4; 2)$, $\vec{c} = (-1; 2; 1)$, $\vec{d} = (-2; 8; 17)$.
16. $\vec{a} = (2; 3; 4)$, $\vec{b} = (-1; -4; 2)$, $\vec{c} = (6; 2; 1)$, $\vec{d} = (9; -1; 19)$.
17. $\vec{a} = (4; 3; 1)$, $\vec{b} = (-3; -3; 2)$, $\vec{c} = (3; 2; 1)$, $\vec{d} = (-2; 1; 3)$.
18. $\vec{a} = (2; 1; 5)$, $\vec{b} = (-3; -1; 2)$, $\vec{c} = (1; 2; 3)$, $\vec{d} = (-7; -5; 10)$.
19. $\vec{a} = (-4; -3; -5)$, $\vec{b} = (3; 4; -2)$, $\vec{c} = (7; 2; 1)$, $\vec{d} = (-2; 5; 13)$.
20. $\vec{a} = (4; 3; -5)$, $\vec{b} = (-3; -4; 2)$, $\vec{c} = (-7; 2; 1)$, $\vec{d} = (12; 0; -9)$.
21. $\vec{a} = (-2; 4; 7)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$, $\vec{c} = (1; 0; 1)$, $\vec{d} = (-1; 2; 4)$.
22. $\vec{a} = (6; 12; -1)$, $\vec{b} = (1; 3; 0)$, $\vec{c} = (2; -1; 1)$, $\vec{d} = (0; -1; 2)$.
23. $\vec{a} = (1; -4; 4)$, $\vec{b} = (2; 1; -1)$, $\vec{c} = (0; 3; 2)$, $\vec{d} = (6; 3; 12)$.
24. $\vec{a} = (-9; 5; 5)$, $\vec{b} = (4; 1; 1)$, $\vec{c} = (2; 0; -3)$, $\vec{d} = (-5; 4; -8)$.
25. $\vec{a} = (-5; 5; 5)$, $\vec{b} = (-2; 0; 1)$, $\vec{c} = (1; 3; -1)$, $\vec{d} = (11; -1; -12)$.
26. $\vec{a} = (13; 2; 7)$, $\vec{b} = (5; 1; 0)$, $\vec{c} = (2; -1; 3)$, $\vec{d} = (3; -3; 2)$.
27. $\vec{a} = (-19; -1; 7)$, $\vec{b} = (0; 1; 1)$, $\vec{c} = (-2; 0; 1)$, $\vec{d} = (-3; 2; 2)$.
28. $\vec{a} = (3; -3; 4)$, $\vec{b} = (1; 0; 2)$, $\vec{c} = (0; 1; 1)$, $\vec{d} = (2; -1; 4)$.
29. $\vec{a} = (3; 3; -1)$, $\vec{b} = (3; 1; 0)$, $\vec{c} = (-1; 2; 1)$, $\vec{d} = (-1; 0; 2)$.
30. $\vec{a} = (-1; 7; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$, $\vec{c} = (2; 0; 3)$, $\vec{d} = (6; 1; -1)$.

Завдання 7. Задані вектори \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} і \vec{d} із завдання 6. Визначити:

- 1) напрямні косинуси векторів $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b}$ і $\vec{n} = 2\vec{c} - \vec{d}$;
- 2) скалярний добуток $\vec{m} \cdot \vec{n}$;
- 3) проекцію вектора \vec{m} на напрям вектора \vec{n} : $pr_{\vec{n}} \vec{m}$;
- 4) векторний добуток $\vec{m} \times \vec{n}$;
- 5) мішаний добуток $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

Завдання 8. Вершини піраміди знаходяться у точках A_1, A_2, A_3, A_4 .

Знайти:

1) кут між ребрами A_1A_2 і A_1A_4 ;

2) площу грані $A_1A_2A_3$;

3) об'єм піраміди $A_1A_2A_3A_4$.

1. $A_1(0; 3; 2), A_2(-1; 3; 6), A_3(-2; 4; 2), A_4(0; 5; 4)$.
2. $A_1(-1; 2; 0), A_2(-2; 2; 4), A_3(-3; 3; 0), A_4(-1; 4; 2)$.
3. $A_1(2; 2; 3), A_2(1; 2; 7), A_3(0; 3; 3), A_4(-2; 4; 5)$.
4. $A_1(0; -1; 2), A_2(-1; -1; 6), A_3(-2; 0; 2), A_4(0; 1; 4)$.
5. $A_1(3; 0; 2), A_2(2; 0; 6), A_3(1; 1; 2), A_4(3; 2; 4)$.
6. $A_1(0; 2; -1), A_2(-1; 2; 3), A_3(-2; 3; 7), A_4(0; 4; 2)$.
7. $A_1(2; 3; 2), A_2(1; 3; 6), A_3(0; 4; 2), A_4(2; 5; 4)$.
8. $A_1(-1; 0; 2), A_2(-2; 0; 6), A_3(-3; 1; 2), A_4(-1; 2; 4)$.
9. $A_1(2; 0; 3), A_2(1; 0; 7), A_3(0; 1; 3), A_4(2; 2; 5)$.
10. $A_1(2; -1; 2), A_2(1; -1; 6), A_3(0; 0; 2), A_4(2; 1; 4)$.
11. $A_1(0; 7; 2), A_2(0; 2; 7), A_3(4; 2; 5), A_4(1; 5; 0)$.
12. $A_1(4; 4; 10), A_2(4; 10; 2), A_3(2; 8; 4), A_4(9; 6; 4)$.
13. $A_1(4; 6; 5), A_2(6; 9; 4), A_3(2; 10; 10), A_4(7; 5; 9)$.
14. $A_1(3; 5; 4), A_2(8; 7; 4), A_3(5; 10; 4), A_4(4; 7; 8)$.
15. $A_1(10; 6; 6), A_2(-2; 8; 2), A_3(6; 8; 9), A_4(7; 10; 3)$.
16. $A_1(5; 2; 6), A_2(5; 7; 4), A_3(4; 10; 9), A_4(1; 8; 2)$.
17. $A_1(6; 9; 3), A_2(4; 6; 11), A_3(4; 9; 5), A_4(6; 6; 5)$.
18. $A_1(5; 3; 1), A_2(5; 7; 7), A_3(7; 2; 2), A_4(2; 3; 7)$.
19. $A_1(10; 5; 5), A_2(8; 6; 4), A_3(8; 10; 7), A_4(5; 6; 8)$.
20. $A_1(6; 5; 8), A_2(7; 7; 3), A_3(8; 4; 1), A_4(3; 5; 8)$.
21. $A_1(-1; 2; 1), A_2(-2; 2; 5), A_3(-3; 3; 1), A_4(-1; 4; 3)$.
22. $A_1(-2; 1; -1), A_2(-3; 1; 3), A_3(-4; 2; -1), A_4(-2; 3; 1)$.
23. $A_1(1; 1; 2), A_2(0; 1; 6), A_3(-1; 2; 2), A_4(1; 3; 4)$.
24. $A_1(-1; -2; 1), A_2(-2; -2; 5), A_3(-3; -3; 1), A_4(-1; 0; 3)$.
25. $A_1(2; -1; 1), A_2(1; -1; 5), A_3(0; 0; 1), A_4(2; 1; 3)$.
26. $A_1(-1; 1; -2), A_2(-2; 1; 2), A_3(-3; 2; -2), A_4(-1; 3; 0)$.
27. $A_1(1; 2; 1), A_2(0; 2; 5), A_3(-1; 3; 1), A_4(1; 4; 3)$.
28. $A_1(-2; -1; 1), A_2(-3; -1; 5), A_3(-4; 0; 1), A_4(-2; 1; 3)$.

29. $A_1(1; -1; 2)$, $A_2(0; -1; 6)$, $A_3(-1; 0; 2)$, $A_4(1; 1; 4)$.
 30. $A_1(1; -2; 1)$, $A_2(0; -2; 5)$, $A_3(-1; -1; 1)$, $A_4(1; 0; 3)$.

Завдання 9. Задані три послідовні вершини A , B , C паралелограма $ABCD$. Визначити:

- 1) рівняння сторони AD ;
- 2) рівняння висоти, проведеної з вершини B на сторону AD та довжину цієї висоти;
- 3) площу паралелограма $ABCD$;
- 4) кут між діагоналями паралелограма.

- | | |
|---|--|
| 1. $A(-2; 1)$, $B(2; 2)$, $C(3; -2)$. | 2. $A(1; 5)$, $B(4; 1)$, $C(1; -3)$. |
| 3. $A(-3; 2)$, $B(2; 1)$, $C(-1; -3)$. | 4. $A(2; 4)$, $B(3; 0)$, $C(0; -2)$. |
| 5. $A(-2; 3)$, $B(3; 2)$, $C(0; -2)$. | 6. $A(-1; 4)$, $B(2; 0)$, $C(-1; -3)$. |
| 7. $A(-2; 1)$, $B(2; 5)$, $C(5; -1)$. | 8. $A(-2; 5)$, $B(1; 2)$, $C(-1; -2)$. |
| 9. $A(5; 3)$, $B(3; -3)$, $C(-1; -1)$. | 10. $A(-2; 3)$, $B(2; 1)$, $C(-1; -3)$. |
| 11. $A(1; 4)$, $B(-2; -1)$, $C(4; -2)$. | 12. $A(-1; 3)$, $B(3; 5)$, $C(4; -1)$. |
| 13. $A(-6; 1)$, $B(-5; 5)$, $C(1; 3)$. | 14. $A(-3; 1)$, $B(4; 2)$, $C(2; -3)$. |
| 15. $A(-4; -3)$, $B(-3; 1)$, $C(2; -1)$. | 16. $A(1; 1)$, $B(4; 5)$, $C(5; -1)$. |
| 17. $A(-2; -2)$, $B(1; 2)$, $C(4; 1)$. | 18. $A(-1; -1)$, $B(-2; 3)$, $C(2; 4)$. |
| 19. $A(-1; -2)$, $B(3; 1)$, $C(5; -3)$. | 20. $A(1; -2)$, $B(-1; 2)$, $C(3; 4)$. |
| 21. $A(-1; -2)$, $B(3; 4)$, $C(5; -1)$. | 22. $A(1; 1)$, $B(-1; 4)$, $C(2; 7)$. |
| 23. $A(-3; -1)$, $B(-1; 1)$, $C(2; -3)$. | 24. $A(-3; -2)$, $B(-2; 3)$, $C(1; 1)$. |
| 25. $A(-1; 3)$, $B(4; 2)$, $C(-1; -1)$. | 26. $A(-3; -2)$, $B(-1; 4)$, $C(2; 3)$. |
| 27. $A(-5; 1)$, $B(-4; 4)$, $C(3; 2)$. | 28. $A(-1; 1)$, $B(2; 4)$, $C(3; 2)$. |
| 29. $A(-3; -3)$, $B(-2; 2)$, $C(4; -1)$. | 30. $A(-1; 4)$, $B(2; 7)$, $C(4; 5)$. |

Завдання 10. Задані рівняння площини π_1 , прямої l_1 і точка M_1 . Знайти:

- 1) рівняння площини π_2 , що проходить через пряму l_1 і точку M_1 ;
- 2) рівняння площини π_3 , що проходить через точку M_1 перпендикулярно до прямої l_1 ;
- 3) рівняння прямої l_2 , що проходить через точку M_1 паралельно до прямої l_1 ;
- 4) точку Q , яка симетрична точці M_1 відносно площини π_1 ;

5) відстань від точки M_1 до площини π_1 ;

6) відстань від точки M_1 до прямої l_1 .

- | | | |
|-------------------------------------|---|-------------------|
| 1. $\pi_1 : x + 3y - 4z - 13 = 0;$ | $l_1 : \frac{x+2}{2} = \frac{y+6}{-1} = \frac{z}{1};$ | $M_1(2; -1; 3).$ |
| 2. $\pi_1 : x - 3y + z + 7 = 0;$ | $l_1 : \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1};$ | $M_1(5; 1; 2).$ |
| 3. $\pi_1 : x + y - 2z - 6 = 0;$ | $l_1 : \frac{x}{0} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-3};$ | $M_1(1; 1; 1).$ |
| 4. $\pi_1 : 3x - 2y + z - 14 = 0;$ | $l_1 : \frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{4};$ | $M_1(1; 1; -1).$ |
| 5. $\pi_1 : 2x - y + z + 7 = 0;$ | $l_1 : \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2};$ | $M_1(1; -1; 2).$ |
| 6. $\pi_1 : 4x - y + z - 1 = 0;$ | $l_1 : \frac{x}{3} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-1}{2};$ | $M_1(5; 1; 0).$ |
| 7. $\pi_1 : x - 3y + 2z - 6 = 0;$ | $l_1 : \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{1};$ | $M_1(0; 2; -1).$ |
| 8. $\pi_1 : 2x - 3y + z + 6 = 0;$ | $l_1 : \frac{x-1}{6} = \frac{y}{-6} = \frac{z-2}{3};$ | $M_1(4; -4; 2).$ |
| 9. $\pi_1 : 2x + 3y - z - 1 = 0;$ | $l_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{-4};$ | $M_1(-1; -2; 5).$ |
| 10. $\pi_1 : 5x + 2y - 3z - 5 = 0;$ | $l_1 : \frac{x}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{2};$ | $M_1(-4; 1; 5).$ |
| 11. $\pi_1 : 6x + y - z + 5 = 0;$ | $l_1 : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2};$ | $M_1(5; 0; -3).$ |
| 12. $\pi_1 : x - 3y + 2z + 4 = 0;$ | $l_1 : \frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3};$ | $M_1(1; -9; 5).$ |
| 13. $\pi_1 : x - 3y + 4z + 2 = 0;$ | $l_1 : \frac{x}{0} = \frac{y-5}{-4} = \frac{z+2}{3};$ | $M_1(2; -4; 9).$ |
| 14. $\pi_1 : x + 6y - z + 6 = 0;$ | $l_1 : \frac{x-3}{-3} = \frac{y}{0} = \frac{z-2}{4};$ | $M_1(3; 4; -5).$ |
| 15. $\pi_1 : 3x - 2y + z + 3 = 0;$ | $l_1 : \frac{x}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{4};$ | $M_1(8; -7; 1).$ |
| 16. $\pi_1 : 4x + 3y - z + 3 = 0;$ | $l_1 : \frac{x-1}{3} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{-6};$ | $M_1(4; 0; -7).$ |
| 17. $\pi_1 : 5x - y - z + 6 = 0;$ | $l_1 : \frac{x}{8} = \frac{y-1}{5} = \frac{z-3}{0};$ | $M_1(7; -5; -8).$ |

- | | | |
|------------------------------------|--|-------------------|
| 18. $\pi_1: 2x - 4y + 3z - 3 = 0;$ | $l_1: \frac{x+4}{-5} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{8};$ | $M_1(-2; 4; -2).$ |
| 19. $\pi_1: x - 4y - 2z - 4 = 0;$ | $l_1: \frac{x}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1};$ | $M_1(-6; 5; 6).$ |
| 20. $\pi_1: 3x - y + 2z + 5 = 0;$ | $l_1: \frac{x}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{5};$ | $M_1(5; 0; 4).$ |
| 21. $\pi_1: x + 3y + 5z + 6 = 0;$ | $l_1: \frac{x-2}{0} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{4};$ | $M_1(2; 4; 3).$ |
| 22. $\pi_1: 4x - 3y + z - 1 = 0;$ | $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3};$ | $M_1(3; -5; 0).$ |
| 23. $\pi_1: x + y - 3z - 5 = 0;$ | $l_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1};$ | $M_1(0; -4; 8).$ |
| 24. $\pi_1: 3x - y - z - 3 = 0;$ | $l_1: \frac{x}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{5};$ | $M_1(-5; 4; 0).$ |
| 25. $\pi_1: x - 3y + z - 3 = 0;$ | $l_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+2}{-3};$ | $M_1(0; 9; -3).$ |
| 26. $\pi_1: 2x + 2y - 3z - 6 = 0;$ | $l_1: \frac{x}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{5};$ | $M_1(0; -5; 6).$ |
| 27. $\pi_1: 2x + y + z + 4 = 0;$ | $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2};$ | $M_1(5; 3; 1).$ |
| 28. $\pi_1: x + 2y - z + 3 = 0;$ | $l_1: \frac{x+8}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1};$ | $M_1(0; 8; -5).$ |
| 29. $\pi_1: 4x + y + 2z + 6 = 0;$ | $l_1: \frac{x-5}{0} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1};$ | $M_1(0; 7; 4).$ |
| 30. $\pi_1: x + 3y - 3z + 5 = 0;$ | $l_1: \frac{x}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1};$ | $M_1(6; 5; -4).$ |

Завдання 11. Звести задані рівняння кривих до канонічного вигляду, визначити їх тип; знайти півосі, фокуси, ексцентриситет та рівняння директрис.

- | | |
|--|--|
| 1. а) $4x^2 + y^2 - 8x + 4y + 4 = 0;$ | б) $x^2 - 4y^2 + 8x + 16y - 4 = 0.$ |
| 2. а) $4x^2 + 9y^2 - 40x + 64 = 0;$ | б) $x^2 + 10x - 6y + 43 = 0.$ |
| 3. а) $x^2 - 9y^2 + 36y - 72 = 0;$ | б) $9x^2 + 4y^2 + 72x - 8y + 112 = 0.$ |
| 4. а) $4x^2 + 25y^2 - 24x + 50y - 39 = 0;$ | б) $y^2 - 2x - 12y + 28 = 0.$ |
| 5. а) $9x^2 + 4y^2 - 36x + 8y + 4 = 0;$ | б) $x^2 - 25y^2 - 2x - 24 = 0.$ |
| 6. а) $25x^2 - 4y^2 - 100x = 0;$ | б) $4x^2 + 9y^2 + 8x + 36y - 104 = 0.$ |
| 7. а) $x^2 - 4y^2 - 2x - 24y - 51 = 0;$ | б) $x^2 + 6x - 6y + 3 = 0.$ |

8. а) $x^2 + 9y^2 + 2x + 36y + 1 = 0$; б) $y^2 - 8x - 10y + 17 = 0$.
 9. а) $16x^2 + 9y^2 - 96x + 72y + 144 = 0$; б) $x^2 - 2x - 2y - 1 = 0$.
 10. а) $9x^2 + y^2 + 36x - 6y + 36 = 0$; б) $x^2 + 8x - 2y + 28 = 0$.
 11. а) $4x^2 + 25y^2 - 16x + 100y + 16 = 0$; б) $4x^2 - y^2 + 24x + 2y + 31 = 0$.
 12. а) $4x^2 + 9y^2 - 54y + 45 = 0$; б) $x^2 - 9y^2 - 8x - 18y - 2 = 0$.
 13. а) $9x^2 - 25y^2 + 54x - 100y - 244 = 0$; б) $y^2 - 4x + 2y + 9 = 0$.
 14. а) $9x^2 + y^2 + 54x + 45 = 0$; б) $x^2 - 8x - 4y + 12 = 0$.
 15. а) $4x^2 - 9y^2 - 72y - 180 = 0$; б) $16x^2 + 25y^2 - 160x + 200y + 400 = 0$.
 16. а) $4x^2 + 9y^2 + 16x - 18y - 11 = 0$; б) $x^2 + 2x - 12y + 25 = 0$.
 17. а) $x^2 + 14x - 2y + 29 = 0$; б) $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$.
 18. а) $25x^2 + 4y^2 + 40y = 0$; б) $16x^2 - 9y^2 + 64x - 36y - 116 = 0$.
 19. а) $x^2 - 16y^2 + 14x + 64y - 31 = 0$; б) $25x^2 + 4y^2 - 40y = 0$.
 20. а) $25x^2 - 4y^2 - 100x - 8y - 4 = 0$; б) $9x^2 + 16y^2 + 54x - 63 = 0$.
 21. а) $y^2 - 6x - 2y - 17 = 0$; б) $x^2 - 4y^2 - 8x + 16y - 4 = 0$.
 22. а) $16x^2 + 9y^2 + 54y - 63 = 0$; б) $x^2 - 9y^2 + 8x - 54y - 74 = 0$.
 23. а) $16x^2 + y^2 - 32x + 10y + 25 = 0$; б) $y^2 - 10x + 6y - 11 = 0$.
 24. а) $y^2 - 14x - 4y + 18 = 0$; б) $9x^2 - y^2 + 54x + 8y + 29 = 0$.
 25. а) $x^2 + 4y^2 - 8x - 24y + 48 = 0$; б) $9x^2 - 4y^2 + 18x - 24y - 63 = 0$.
 26. а) $25x^2 + 16y^2 + 50x - 128y - 119 = 0$; б) $x^2 - 4y^2 + 8x + 16y - 16 = 0$.
 27. а) $y^2 - 16x + 4y + 36 = 0$; б) $4x^2 - 25y^2 + 8x + 100y - 196 = 0$.
 28. а) $4x^2 + y^2 - 24x - 2y + 21 = 0$; б) $25x^2 - 16y^2 - 100x - 32y - 316 = 0$.
 29. а) $y^2 - 4x + 16y + 48 = 0$; б) $4x^2 - 9y^2 + 8x + 72y - 284 = 0$.
 30. а) $9x^2 + 25y^2 + 36x + 100y - 89 = 0$; б) $9x^2 - 16y^2 + 64y - 208 = 0$.

Завдання 12. Знайти границі функцій.

1. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{3x^2 - 5x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+5} - \sqrt{7x+2}}{1 + 3x - 4x^2}$;
 в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 3x + 5} - \sqrt{x^2 + 5x - 6} \right)$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 2x}{\cos 4x - 1}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 4}{x^2 + 3} \right)^{2x^2}$.
 2. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^3 - 3x^2 + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1-5x} + x - 1}{3 - 5x - 2x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^4 - 4x^2 + 5} - \sqrt{x^4 + 5x - 1} \right)$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\sin^2 6x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 6x + 3}{x^2 + 3} \right)^{3x-1}$.

3. а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 6x + 9}{x^3 - 8x + 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - 4 - x^2}{4 - \sqrt{6x + 4}}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 6x + 5} - 2x + 1)$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos 4x} - 1}{x \sin 8x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 - 3x}{5 - 3x} \right)^{2x-4}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{2x^2 - x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5 + x - 4x^2}{\sqrt{1 - 3x} - 2\sqrt{-x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 4x + 10} - 3x)$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{x \sin^2 6x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 4}{x^2 - x + 2} \right)^{4x-5}$.

5. а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 12x - 16}{2x^2 - 7x - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{2 - \sqrt{6 + x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4}{\sqrt{x^2 - x + 3} - \sqrt{x^2 - 3x - 7}} \right)$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{\cos 5x - \cos x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x + 3}{7 - 2x} \right)^{\frac{4x}{1-x^2}}$.

6. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - x - 3}{x^3 + 4x - 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6x - x^2 - 9}{\sqrt{2x + 3} - x}$; в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 5x - 4} - \sqrt{x^2 - x + 6})$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 8x}{1 - \cos 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2x + 5}{2 - x} \right)^{\frac{3x}{x^2-1}}$.

7. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x - 2}{x^3 + 5x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{12 + x} + x}{3 - 2x - x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x - 3} + x)$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \operatorname{tg} 2x}{x^2 \sin 6x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x + 3}{2x + 1} \right)^{\frac{2x}{4-x^2}}$.

8. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 8x - 3}{x^3 - 7x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{8 - 4x} + 2x}{2x^2 + 3x - 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + x - 2}} \right)$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x - \sin 5x}{\sin 6x}$; д) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1 - 2x}{7 + x} \right)^{\frac{x}{x^2-4}}$.

9. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{2 + 5x - 3x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{5 - x}}{5 - 2x - 3x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 1 - \sqrt{4x^2 + x - 5})$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\operatorname{tg} 4x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 5x + 4} \right)^{2x}$.

10. а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 - 4}{2 - 3x - 2x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{-4x} - \sqrt{5 + x}}{6 + 2x - 4x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3x - 2 - \sqrt{9x^2 + 2x + 3}} \right)$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 2x + \sin 6x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 - x^2}{4 - x^2} \right)^{2x^2}$.

11. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x + 5}{3 - 4x - 7x^2}$; **б)** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - x^2 - 4}{5 - \sqrt{17 + 4x}}$; **в)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 2} - x - 1)$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 8x}{x \operatorname{tg} 2x}$; **д)** $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{2x + 3}{15 - x} \right)^{\frac{x}{4-x}}$.
12. a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 4x^2 - 9}{12 + x - x^2}$; **б)** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - \sqrt{10x + 6}}{6x - x^2 - 9}$; **в)** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 5} + 2x - 3)$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 2x}{1 - \cos 6x}$; **д)** $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2 - 5x}{7 - 5x} \right)^{10x-1}$.
13. a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 14x - 8}{8x - x^2 - 16}$; **б)** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 + 2x - x^2}{\sqrt{13 - x} - \sqrt{1 + 3x}}$; **в)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{x + 2 - \sqrt{x^2 + 4x - 5}} \right)$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos^3 2x}$; **д)** $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x - 1}{x^2 - 2x + 3} \right)^{3x}$.
14. a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^3 + 3x^2 - 4}$; **б)** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5 - \sqrt{9x + 7}}{8 - x^3}$; **в)** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{16x^2 - 2x - 5} + 4x} \right)$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos 6x}}{x \sin 3x}$; **д)** $\lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{x + 11}{3 - x} \right)^{\frac{2x}{x+4}}$.
15. a) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 5x^2 - 16}{2x^2 + 9x + 4}$; **б)** $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2 - 7x - 4x^2}{2x + \sqrt{6 - 5x}}$; **в)** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x - 2 + \sqrt{25x^2 + 6x - 1})$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^4 2x}{x \operatorname{tg} 16x}$; **д)** $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5}{x^2 - 2} \right)^{x^2}$.
16. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 + x - 5x^2}{x^3 + 3x^2 - 4}$; **б)** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 + x - x^2}{\sqrt{10} - \sqrt{3x + 1}}$; **в)** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 + 3x - 1}} \right)$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 4x}{8x^2}$; **д)** $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - 3x^2}{1 + 5x^2} \right)^{\frac{1}{2x^2}}$.
17. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 3x^2 + x - 1}{3x^2 + 2x - 1}$; **б)** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{9 - x}}{4x^2 - 7x - 2}$; **в)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - \sqrt{x^2 + 2x})$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 9x}{x \sin 12x}$; **д)** $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{3x - 9} \right)^{6x-1}$.
18. a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 - x - 6}{3 + 5x - 2x^2}$; **б)** $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{\sqrt{2 - 3x} - \sqrt{x + 10}}$;
в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5x^2 - 6x + 2} - \sqrt{5x^2 + 3x}} \right)$; **г)** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{\cos^4 8x - 1}$; **д)** $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x}{x^2 + 3x + 2} \right)^{4x-1}$.

19. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2+3x-5x^2}{x^3-5x^2+3x+1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x+2}-\sqrt{8-2x}}{1-x^3}$;
в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3}(\sqrt{3x^2-2}-\sqrt{3x^2+x-6})$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sqrt{\cos x}-1}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2-3}{4x^2+2} \right)^{1-2x^2}$.
20. а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2+4x-4}{x^3+3x^2+x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{3x+\sqrt{7-2x}}$;
в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2x^2+x}-\sqrt{2x^2+3x+5}} \right)$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 7x}{\operatorname{tg} 5x}$; д) $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{2x+9}{3x+12} \right)^{\frac{2x}{x+3}}$.
21. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+2x^2-6x-4}{3x^2-7x+2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+8}-\sqrt{17-x}}{3+2x-x^2}$;
в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3x^2-x}-\sqrt{3x^2+4x}} \right)$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - \cos 10x}{\operatorname{tg}^2 x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-9} \right)^{6x-1}$.
22. а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2+3x-2x^2}{x^3-x^2-x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-\sqrt{3x+4}}{64-x^3}$;
в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-2x}(\sqrt{4-2x}-\sqrt{7-2x})$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x-1}{x \operatorname{tg} 16x}$; д) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{2x+7}{1-x} \right)^{\frac{1}{x^2-4}}$.
23. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-5x-12}{6x-x^2-9}$; б) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3+64}{\sqrt{5-x}-\sqrt{13+x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{3x}(\sqrt{3x-2}-\sqrt{3x+5})$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x^2}{\cos^3 12x-1}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-x^2}{2x^2+1} \right)^{\frac{1}{2x^2}}$.
24. а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3+5x^2-12}{4x^2+5x-6}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-\sqrt{7-3x}}{x^3-1}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{7}(\sqrt{7x^2+x-5}-\sqrt{7x^2+10})$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 4x}{\cos 2x - \cos 6x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x+1}{1-5x} \right)^{\frac{1}{x}}$.
25. а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3-4x^2-6x+5}{10x-x^2-25}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+3x}-\sqrt{7+6x}}{x^3+1}$;
в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{5x}(\sqrt{5x+2}-\sqrt{5x-3})$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 9x - \sin 5x) \operatorname{ctg} 8x$; д) $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{4x+5}{2x+3} \right)^{\frac{4}{1-x^2}}$.
26. а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{10-3x-x^2}{x^3+4x^2-3x+10}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{8x+48}-4x}{4-x^2}$;
в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-6x}(\sqrt{10-6x}-\sqrt{4-6x})$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x - \cos 8x) \operatorname{ctg}^2 8x$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2-5x^2}{7x^2+2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

27. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - x^2 - 1}{x^3 + 6x^2 - 5x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x + \sqrt{x + 39}}{2x^2 + 5x - 3}$; в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{8x} (\sqrt{8x - 3} - \sqrt{8x + 2})$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(\sin x - \sin 7x) \operatorname{ctg} 3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6 - x}{2x - 3} \right)^{\frac{x}{x^2 - 9}}$.

28. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{6x^2 + 5x - 1}{x^3 + 8x^2 - 7}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{20 - 3x} + \sqrt{2x - 5}}{5 + 4x - x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x} (\sqrt{5 - x} - \sqrt{7 - x})$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(1 - \cos 4x) \operatorname{ctg}^2 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 2}{5x - 1} \right)^{1 - 2x}$.

29. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x - x^2 - 6}{x^3 - 2x^2 - 4x + 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{\sqrt{16 + 3x} - \sqrt{-2x - 9}}{10 - 3x - x^2}$;
 в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{6x} (\sqrt{6x + 1} - \sqrt{6x - 3})$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos 4x} - 1}{x \operatorname{tg} 8x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x + 2}{5x - 1} \right)^{\frac{2x}{1 - x^2}}$.

30. а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 - 12x - 9}{x^2 + 6x + 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x + 2} - x}$; в) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-12x} (\sqrt{1 - 3x} - \sqrt{4 - 3x})$;
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{\cos^3 x - 1}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3 - 2x}{1 - 2x} \right)^{1 - x}$.

Завдання 13. Дослідити функції на неперервність та встановити характер точок розриву. Зобразити схематично графіки цих функцій в околі точок розриву.

1. а) $f(x) = \frac{1}{\frac{4}{5^{x-2}} + 3}$; б) $f(x) = \begin{cases} 3x - 2, & x \leq -2, \\ -x^2 - 4, & -2 < x < 0, \\ 4 \sin x, & x \geq 0. \end{cases}$

2. а) $f(x) = \frac{4}{x} + 2^{\frac{3}{x+1}}$; б) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & x \leq -1, \\ 3x + 2, & -1 < x \leq 0, \\ 1 - 2 \cos 4x, & x > 0. \end{cases}$

3. а) $f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$; б) $f(x) = \begin{cases} 4/x, & x \leq -4, \\ x^2 - 17, & -4 < x \leq 0, \\ \sin 2x + 1, & x > 0. \end{cases}$

4. а) $f(x) = \frac{|x - 3|}{9 - x^2}$; б) $f(x) = \begin{cases} -x - 2, & x < -1, \\ 2 - x^2, & -1 \leq x \leq 2, \\ \sin(4 - x^2) - x, & x > 2. \end{cases}$

$$5. a) f(x) = \frac{1-x}{x^2-5x+4};$$

$$6. a) f(x) = \frac{4}{2+3^{\frac{1}{x-4}}};$$

$$7. a) f(x) = \frac{x+1}{x^2-x-2};$$

$$8. a) f(x) = \frac{|x+4|}{x^2-16};$$

$$9. a) f(x) = \frac{x+2}{x^2+5x+6};$$

$$10. a) f(x) = \frac{3}{x} - 7^{\frac{10}{x+5}};$$

$$11. a) f(x) = \frac{25-x^2}{x^2-6x+5};$$

$$12. a) f(x) = \frac{x^2+3x+2}{x^2-4};$$

$$13. a) f(x) = \frac{x^3-8}{x^2-5x+6};$$

$$14. a) f(x) = \frac{1-x^3}{x^2+7x-8};$$

$$б) f(x) = \begin{cases} \ln(3-2x), & x \leq 1, \\ x^2-4, & 1 < x \leq 3, \\ 5\cos(x-3), & x > 3. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq -2, \\ 4-x^2, & -2 < x < 1, \\ 6\ln x + 3, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+7}, & x < -3, \\ -12/x, & -3 \leq x \leq -1, \\ \ln x^2 + 1, & x > -1. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{-x}, & x < -4, \\ x^2-3, & -4 \leq x < 0, \\ \sin x - 3\cos x, & x \geq 0. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} 2/(x^2+1), & x \leq -1, \\ 4+3x, & -1 < x \leq 3, \\ \sqrt{x^2-9}, & x > 3. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} 4/|x|, & x \leq -2, \\ x+4, & -2 < x \leq 2, \\ \sin(4-x^2), & x > 2. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} 5-3x, & x \leq 0, \\ \sqrt{x^2-10x+29}, & 0 < x < 5, \\ \sin(x-5)+2, & x \geq 5. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} 2/x^2, & x \leq -1, \\ 3x+5, & -1 < x < 0, \\ 3\cos 6x, & x \geq 0. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x), & x \leq -1, \\ x^2-2, & -1 < x \leq 3, \\ \ln(x/3), & x > 3. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} 2x-3, & x < -3, \\ 1-x^2, & -3 \leq x < 1, \\ \sin(\pi x), & x \geq 1. \end{cases}$$

$$15. a) f(x) = \frac{2}{4^{\frac{1}{x-3}} + 7};$$

$$16. a) f(x) = \frac{|x-4|}{x^2 - 3x - 4};$$

$$17. a) f(x) = \frac{4-x^2}{x^2 - 3x + 2};$$

$$18. a) f(x) = \frac{4}{x} + \frac{|x-1|}{x-1};$$

$$19. a) f(x) = -\frac{2}{x^2} + \frac{x-3}{|x-3|};$$

$$20. a) f(x) = \frac{x^2 - 36}{x^2 - 7x + 6};$$

$$21. a) f(x) = \frac{4}{x^3} + \frac{|x+2|}{x+2};$$

$$22. a) f(x) = \frac{8x}{(x+1)^2} - \frac{x}{|x|};$$

$$23. a) f(x) = \frac{1}{2^{\frac{3}{x+2}} + 5};$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 4x-3, & x \leq 1, \\ 2/(x^2+1), & 1 < x \leq \sqrt{3}, \\ \sin\left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}}x\right), & x > \sqrt{3}. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x-2, & x < 0, \\ x^2-4, & 0 \leq x \leq 2, \\ \ln(x-1), & x > 2. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^2-18, & x \leq -4, \\ x+\sqrt{-x}, & -4 < x \leq 0, \\ \sin x + 2\cos x, & x > 0. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 2/x, & x < -2, \\ 5-x^2, & -2 \leq x \leq 1, \\ 4x+\ln x, & x > 1. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^3-1, & x \leq 0, \\ 1-\sqrt{x^2+4}, & 0 < x \leq 3, \\ \ln(2x-5), & x > 3. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 4/x, & x \leq -4, \\ 2x+7, & -4 < x < 1, \\ \ln(3x), & x \geq 1. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 2/x^2, & x \leq -1, \\ 3x+1, & -1 < x < 0, \\ \cos(4x), & x \geq 0. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 8/x^3, & x \leq -2, \\ x^2-5, & -2 < x < 0, \\ \ln(x+1), & x \geq 0. \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^3-1, & x \leq 1, \\ 2/x^2, & 1 < x \leq 2, \\ \sin\left(\frac{\pi}{12}x\right), & x > 2. \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll}
24. \text{ a) } f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^3 - 27}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \leq 0, \\ 3 - x^3, & 0 < x < 1, \\ 2x - 3 \ln x, & x \geq 1. \end{cases} \\
25. \text{ a) } f(x) = \frac{2}{x^2} + 2^{\frac{3}{x+4}}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 8/(x^2 + 4), & x \leq -2, \\ 3x + 5, & -2 < x < 0, \\ 4 \sin x + 5 \cos x, & x \geq 0. \end{cases} \\
26. \text{ a) } f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{1 - x^3}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 6, & x \leq -3, \\ 2x + 9, & -3 < x \leq 1, \\ e^{x-1} + 5, & x > 1. \end{cases} \\
27. \text{ a) } f(x) = \frac{|x-6|}{x^2 - 5x - 6}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 2/(x^2 + 1), & x \leq 1, \\ 5 - 4x, & 1 < x < 3, \\ 2 \ln\left(\frac{x}{3}\right) - 3x, & x \geq 3. \end{cases} \\
28. \text{ a) } f(x) = \frac{x}{x+3} + \frac{x+1}{|x+1|}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 2x + 9, & x \leq -4, \\ x^2 - 4, & -4 < x \leq -2, \\ \ln(2x + 5), & x > -2. \end{cases} \\
29. \text{ a) } f(x) = \frac{|x-7|}{x^2 - 6x - 7}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 3/x^2, & x < -1, \\ 4x + 7, & -1 \leq x \leq 0, \\ 2e^x, & x > 0. \end{cases} \\
30. \text{ a) } f(x) = \frac{x-1}{x+2} + \frac{|x+5|}{x+5}; & \text{б) } f(x) = \begin{cases} 6x - 5, & x \leq 1, \\ 4 - 5x^2, & 1 < x < 2, \\ 4 - 20e^{x-2}, & x \geq 2. \end{cases}
\end{array}$$

Завдання 14. Знайти похідні y' функцій у п. а)-г) і похідну y'' в п. д).

$$\begin{array}{ll}
1. \text{ а) } y = \frac{1}{\sqrt{2}} \ln(\sqrt{2} \operatorname{tg} x + \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 x}) + \frac{1}{e^{\operatorname{ctg} x}}; & \text{б) } y = \left(\arcsin \frac{x}{\sqrt{3}} \right)^{x^2}; \\
\text{в) } \begin{cases} x = \ln \frac{1-t}{1+t}, \\ y = \sqrt{1-t^2}; \end{cases} & \text{г) } 2^x + 2^y = \sin xy; \quad \text{д) } y = e^{3x} \cos 2x. \\
2. \text{ а) } y = \arcsin(e^{-x}) - \sqrt{1 - e^{2x}} + \frac{1}{\sin^3 x}; & \text{б) } y = \left(\operatorname{tg} \frac{1}{x^2} \right)^{\sqrt{x}};
\end{array}$$

- В) $\begin{cases} x = 2t - \sin 2t, \\ y = \sin^3 t; \end{cases}$ Г) $y = 2xy + \operatorname{arctg} y;$ Д) $y = \frac{3x+1}{x^2+2x}.$
3. а) $y = -\frac{1}{2}e^{-\operatorname{ctg} x^2}(x^4 + 2x^2 + 2) + \frac{1}{\cos^4 x};$ б) $y = x^{3\sin\sqrt{x}};$
- В) $\begin{cases} x = t + 0,5\sin 2t, \\ y = \cos^3 t; \end{cases}$ Г) $\sin(x+y) + \cos y = 0;$ Д) $y = x^2 \ln(2x+1).$
4. а) $y = e^{\sin x} \left(x - \frac{1}{\cos x} \right) + \ln \sin \left(1 + \frac{1}{x} \right);$ б) $y = x^{\sin^2 3x};$
- В) $\begin{cases} x = \operatorname{ctg}(2e^t), \\ y = \ln(\operatorname{tg} e^t); \end{cases}$ Г) $y^2 = x \sin 2y;$ Д) $y = \cos^2(3x+1).$
5. а) $y = \ln \sin \frac{2x+1}{x+1} + 2^{3x} \cos 2x;$ б) $y = (e^x + 2)^{\ln^2 x};$
- В) $\begin{cases} x = t + \ln \cos t, \\ y = t - \ln \sin t; \end{cases}$ Г) $x \ln y + \frac{y^2}{x} = 2;$ Д) $y = x^2 \sqrt{1-x^2}.$
6. а) $y = x - e^{-x} \arcsin e^x - \ln(1 + \sqrt{1-e^{2x}});$ б) $y = (\ln(x^2+1))^{\sin^3 x};$
- В) $\begin{cases} x = \arcsin(t^2-1), \\ y = \arccos 2t; \end{cases}$ Г) $x + y + \sqrt{xy} = 2;$ Д) $y = e^{\sqrt{2x}}(\sqrt{2x}-1).$
7. а) $y = \frac{e^{x^3}}{x^3+1} + \ln \sqrt[4]{\frac{1+2x}{1-2x}};$ б) $y = \left(\cos \frac{1}{x} \right)^{\sqrt{x^2+2x+3}};$
- В) $\begin{cases} x = \ln \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}, \\ y = \arcsin \frac{1-t^2}{1+t^2}; \end{cases}$ Г) $x \sin y - \cos(x-y) = 0;$ Д) $y = \frac{\cos x}{2-3\sin x}.$
8. а) $y = \ln \frac{x^2}{1-x^2} + \frac{x^6+x^3-2}{\sqrt{1-x^3}};$ б) $y = x^{\cos \sqrt[3]{x}};$
- В) $\begin{cases} x = \operatorname{ctg} t, \\ y = \frac{1}{\cos^2 t}; \end{cases}$ Г) $x^3 - 2xy + y^2 = 1;$ Д) $y = 3^{\arccos 2x}.$
9. а) $y = \ln^2(x + \cos x) + \operatorname{tg}(e^{-\sin x});$ б) $y = \left(\frac{1}{x} \right)^{\cos 2x};$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \frac{2-t}{2+t^2}, \\ y = \frac{t^2}{2+t^2}; \end{cases} \quad \text{Г)} \quad x^4 + 3xy + y^2 = 0; \quad \text{Д)} \quad y = \sin e^{2x}.$$

$$\mathbf{10.} \quad \text{а)} \quad y = x - \ln(1 + e^x) - 2(\operatorname{arctg} e^{x^2})^2; \quad \text{б)} \quad y = (\operatorname{ctg} e^{3x})^{\sqrt{x}};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = 2 \cos^3 2t, \\ y = \sin^3 2t; \end{cases} \quad \text{Г)} \quad x^2 y - xy^2 + (x - y)^3 = 0; \quad \text{Д)} \quad y = \operatorname{arcctg} e^{-x}.$$

$$\mathbf{11.} \quad \text{а)} \quad y = \arccos(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}) + \operatorname{arctg} e^{-x}; \quad \text{б)} \quad y = (\ln(x^2 - 1))^{\cos x^3};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}; \end{cases} \quad \text{Г)} \quad \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} + 1 = 0; \quad \text{Д)} \quad y = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}.$$

$$\mathbf{12.} \quad \text{а)} \quad y = x^2 + \frac{8}{e^{x/4} + 1} + \ln^3(1 + \cos x); \quad \text{б)} \quad y = (\cos 2x)^{\sin^4 x};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \arcsin \sqrt{1-t^2}, \\ y = \arccos^2 t; \end{cases} \quad \text{Г)} \quad 2^x + 2^y = 2^{x+y}; \quad \text{Д)} \quad y = \frac{2 + e^x}{3 + e^x}.$$

$$\mathbf{13.} \quad \text{а)} \quad y = \log_2(\sqrt{x} + \sqrt{x+1}) + \frac{x-1}{(x^2+5)^{3/2}}; \quad \text{б)} \quad y = (\sqrt{x})^{\operatorname{tg} e^x};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = (1 + \cos^2 t)^2, \\ y = \frac{\cos t}{\sin^2 t}; \end{cases} \quad \text{Г)} \quad x^4 + y^4 + 3xy = 0; \quad \text{Д)} \quad y = \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}.$$

$$\mathbf{14.} \quad \text{а)} \quad y = \sqrt[3]{\ln^2 x + 5} + \frac{1}{2} \ln \operatorname{tg} x + \ln \cos x; \quad \text{б)} \quad y = (\ln x)^{\sqrt{x^2+2}};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1-t}{1+t}}, \\ y = \sqrt{1-t^2}; \end{cases} \quad \text{Г)} \quad x + y + \operatorname{arctg} 3x + \arcsin 2y = 0; \quad \text{Д)} \quad y = \sqrt{3x^3 - x^2}.$$

$$\mathbf{15.} \quad \text{а)} \quad y = \frac{5}{(x^2 - x + 1)^4} + \sin^3(\cos 4x); \quad \text{б)} \quad y = (e^{3x})^{\cos \sqrt{x}};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \operatorname{arctg} e^{t/2}, \\ y = \sqrt{e^t + 1}; \end{cases} \quad \text{Г)} \quad xy^2 - y \ln x = 2; \quad \text{Д)} \quad y = \sin 2x + \cos^2 2x.$$

$$\mathbf{16.} \quad \text{а)} \quad y = 5^{\sin(x+5)} + \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x}; \quad \text{б)} \quad y = (\operatorname{tg} \sqrt{x})^{\cos^3 2x};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \ln \operatorname{ctg} t, \\ y = \frac{1}{\cos^2 t}; \end{cases} \quad \text{r)} \quad e^{3x} + e^{2y} = 2xy; \quad \text{д)} \quad y = \frac{1}{\sin x + \cos 3x}.$$

$$17. \quad \text{a)} \quad y = \ln \left(1 + \frac{1}{\cos x} \right) + \sqrt{\sin \sqrt{x}}; \quad \text{б)} \quad y = (\operatorname{arctg} \sqrt{x})^{2x^3+1};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}), \\ y = t\sqrt{t^2 + 1}; \end{cases} \quad \text{r)} \quad x^2 + y + 2\cos(x + y) = 0; \quad \text{д)} \quad y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}.$$

$$18. \quad \text{a)} \quad y = \frac{3\cos x}{\sqrt{\cos 2x}} + \arccos \frac{2-x}{x\sqrt{2}}; \quad \text{б)} \quad y = (\sqrt{x} + 2)^{\ln^3 \sin x};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin \left(\frac{t^3}{3} + t \right); \end{cases} \quad \text{r)} \quad e^y \operatorname{arctg} x + y + x = 0; \quad \text{д)} \quad y = \frac{1}{\ln 2} x^3 \log_2 x.$$

$$19. \quad \text{a)} \quad y = \cos^4(5x + 1) + x^2 \cdot \sqrt[3]{1 + 2x}; \quad \text{б)} \quad y = (\operatorname{tg} 2x)^{2x+1};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t, \\ y = \frac{1}{\sin^2 t}; \end{cases} \quad \text{r)} \quad e^y \operatorname{tg} x + x^2 + y = 0; \quad \text{д)} \quad y = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}}.$$

$$20. \quad \text{a)} \quad y = \arcsin \frac{2x}{x^2 + 1} + \log_5(x + \sqrt{x^2 + 9}); \quad \text{б)} \quad y = (e^{\sqrt{x}})^{\operatorname{arctg} x^3};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \operatorname{arctg} \frac{t+1}{t-1}, \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2}; \end{cases} \quad \text{r)} \quad (x+y)\sin x + \cos xy = 0; \quad \text{д)} \quad y = \ln \frac{1-x}{1+x}.$$

$$21. \quad \text{a)} \quad y = \frac{(x^2 - 3)\sqrt{x^2 - 3}}{9x^3} + \frac{1}{1+e^x} - \ln(1+e^x); \quad \text{б)} \quad y = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3}x^3 \right)^{\arccos \sqrt{x}};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t, \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{1+t}; \end{cases} \quad \text{r)} \quad \operatorname{ctg}(x+y) - \cos(x+y) = 0; \quad \text{д)} \quad y = \sin^3 2x.$$

$$22. \quad \text{a)} \quad y = \frac{x-1}{(x^2+5)\sqrt{x^2+5}} + 2\sqrt[5]{x^2} - 4\ln(2+\sqrt{x}); \quad \text{б)} \quad y = (2x^2 - 3x + 1)e^{-x^2};$$

$$\text{B)} \begin{cases} x = \frac{2t+t^2}{1+t^3}, \\ y = \frac{2t-t^2}{1+t^3}; \end{cases} \quad \text{r)} \quad x^2 + y^3 - \operatorname{arctg} y = 0; \quad \text{д)} \quad y = x^2 \arcsin \sqrt{x}.$$

$$23. \quad \text{a)} \quad y = \ln^3(1 + \cos x) + e^{-2x} \arcsin(e^{2x});$$

$$\text{б)} \quad y = \left(e^{\sqrt{x^2 + 2x + 4}} \right)^{\arctg x^3};$$

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x = 2 \ln \operatorname{ctg} t + \operatorname{ctg} t, \\ y = \operatorname{tg} t + \operatorname{ctg} t; \end{cases} \quad \text{г)} \quad 2y^2 x + e^{y/x} = 0;$$

$$\text{д)} \quad y = x^4 \arctg \frac{1}{x}.$$

$$24. \quad \text{a)} \quad y = \frac{\sqrt{(x^2 + 1)^3}}{3x^3} + \ln(1 - \sqrt{1 - e^{2x}});$$

$$\text{б)} \quad y = \left(\sqrt{\frac{x}{2}} - 1 \right)^{\ln \cos x};$$

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x = \frac{1+t}{t^2}, \\ y = \frac{3}{2t^2} + \frac{2}{t}; \end{cases} \quad \text{г)} \quad 2x^2 + y^4 + \sin xy = 0;$$

$$\text{д)} \quad y = \frac{\sin x}{\sqrt{\operatorname{ctg} 3x}}.$$

$$25. \quad \text{a)} \quad y = 2\sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}} + \frac{2}{\ln 2}(\sqrt{2^x - 1} - \operatorname{arctg} \sqrt{2^x - 1}); \quad \text{б)} \quad y = (\sin^3 x)^{\cos 2x};$$

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x = \frac{1 + \ln t}{t^2}, \\ y = \frac{3 + 2 \ln t}{t}; \end{cases} \quad \text{г)} \quad x \ln(1 + y^2) + y \ln(1 + x^2) = 0; \quad \text{д)} \quad y = \cos^2 \left(\ln \frac{1}{x} \right).$$

$$26. \quad \text{a)} \quad y = \frac{1}{\ln 4} \ln \frac{1 + 2^x}{1 - 2^x} + \frac{2}{3} \sqrt{(\operatorname{arctg} e^x)^3};$$

$$\text{б)} \quad y = (\sqrt{x^3})^{\operatorname{ctg} e^x};$$

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x = \frac{1+t^3}{t^2-1}, \\ y = \frac{t}{t^2-1}; \end{cases} \quad \text{г)} \quad \sqrt{\frac{x}{2}} + \sqrt{\frac{y}{2}} + 3xy = 0;$$

$$\text{д)} \quad y = \sqrt{1 - 4x} \operatorname{ctg} \frac{x}{2}.$$

$$27. \quad \text{a)} \quad y = \frac{x+7}{6\sqrt{x^2 + 2x + 1}} + \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} + 1});$$

$$\text{б)} \quad y = (\ln x)^{x^2 - 1};$$

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x = t(t \cos t - 2 \sin t), \\ y = t(t \sin t + 2 \cos t); \end{cases} \quad \text{г)} \quad e^x \sin y - e^{-y} \cos x = 0;$$

$$\text{д)} \quad y = \sqrt[5]{\cos^2(1 - 5x)}.$$

$$28. \quad \text{a)} \quad y = 2\sqrt{e^x + 1} + \ln \frac{\sqrt{e^x + 1} - 1}{\sqrt{e^x + 1} + 1};$$

$$\text{б)} \quad y = (e^{\cos 3x})^{\sin \sqrt{x}};$$

$$\text{в)} \quad \begin{cases} x = t\sqrt{t^2 + 1}, \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{t^2 + 1}}{t}; \end{cases} \quad \text{г)} \quad \ln xy + e^{-y/x} = 2;$$

$$\text{д)} \quad y = \sin^2 x \ln x.$$

$$29. \quad \text{a)} \quad y = \ln(\arccos \sqrt{1 - e^{4x}}) + \frac{x^2 + 2}{2\sqrt{1 - x^4}};$$

$$\text{б)} \quad y = (\operatorname{ctg} \sqrt{x})^{\sin 3x};$$

$$\begin{aligned}
\text{в)} \quad & \begin{cases} x = \ln(1-t^2), \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2}; \end{cases} \quad \text{г)} \quad 2^x + 2^y - \cos xy = 0; \quad \text{д)} \quad y = (x^2 + 1) \operatorname{tg} 2x. \\
30. \quad \text{а)} \quad & y = \ln(\arcsin \sqrt{1-e^{2x}}) + \frac{3x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + 2}}; \quad \text{б)} \quad y = (\arcsin \sqrt{x})^{x^3+1}; \\
\text{в)} \quad & \begin{cases} x = \arccos^3 t, \\ y = \arcsin \sqrt{1-t^2}; \end{cases} \quad \text{г)} \quad (x+y)^2 + e^{x+2y} = 5; \quad \text{д)} \quad y = \ln(x^4 + 2 \cos x).
\end{aligned}$$

Завдання 15. Записати рівняння дотичної та нормалі в точці $M_0(x_0; y_0)$ до кривої, заданої рівнянням $F(x, y) = 0$.

1. $6x^2 - xy - y^2 + 18x - 8y = 0$, $M_0(-2; 0)$.
2. $e^y = e - xy$, $M_0(0; 1)$.
3. $(x+y)^2 = 1 + 2x^2$, $M_0(2; 1)$.
4. $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = 1$, $M_0(8; 8)$.
5. $\sqrt{x^2 + y^2} + x - 2y = 0$, $M_0(3; 4)$.
6. $xy - e^x \sin y - \pi = 0$, $M_0(1; \pi)$.
7. $4x^3 y^2 - 7x + 9y^3 + y = 0$, $M_0(0; 0)$.
8. $x^3 + y^3 + 3xy = 0$, $M_0(1; 1)$.
9. $\sin(x+y) - 2\sin 2x + 3\cos y = 0$, $M_0\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
10. $\sqrt{\frac{x}{3}} + \sqrt{\frac{y}{3}} = 1$, $M_0(8; 2)$.
11. $y \ln x - x \ln y = \ln xy$, $M_0(e; e)$.
12. $\cos xy - x^2 - 2 = 0$, $M_0(0.5; \pi)$.
13. $(y^2 - x^2)^3 - x^2 y - y - x = 0$, $M_0(0; 0)$.
14. $x^2 + 2xy^2 + 3y^4 = 5$, $M_0(1; -1)$.
15. $x \ln(1+y^2) + y \ln(1+x^2) = 0$, $M_0(1; 1)$.
16. $e^x + e^y - 2^{xy} - 1 = 0$, $M_0(0; 0)$.
17. $2y - \frac{\pi}{2} \sin y = x$, $M_0\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
18. $x + \operatorname{arctg} \frac{y}{2} - y = 0$, $M_0(1; 0)$.
19. $e^y + xy^3 - e = 0$, $M_0(0; 1)$.
20. $y^5 - x^5 - 2xy - 2 = 0$, $M_0(1; 1)$.
21. $x^2 y - xy^2 + (x-y)^3 = 0$, $M_0(2; 1)$.
22. $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y - xy = 0$, $M_0(0; 0)$.
23. $\operatorname{tg}(x+y) - xy = 0$, $M_0\left(\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
24. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$, $M_0\left(\frac{9}{5}; 4\right)$.
25. $(x+y)^2 + (x-3y)^3 = 0$, $M_0(4; 1)$.
26. $y^4 - x^4 - 6xy - 2 = 0$, $M_0(1; 2)$.
27. $x^2 - 2xy + 3y^2 - 2y - 1 = 0$, $M_0(1; 3)$.
28. $2^x + 2^y = 2^{x+y}$, $M_0(1; 1)$.
29. $x + y + \operatorname{arctg} 3x + \arcsin 2y = 0$, $M_0(0; 0)$.
30. $(4-x)y^2 - x^3 = 0$, $M_0(2; 2)$.

Завдання 16. Обчислити границі функцій за допомогою правила Лопіталя.

1. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{x^2};$

2. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x}}{\ln(x^2 + 1)};$

3. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3};$

4. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos 2x};$

5. а) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln 3x};$

6. а) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \sin 2x}{\ln \sin 5x};$

7. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{e^{3x} - 3x - 1};$

8. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\cos 2x - \cos 8x};$

9. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x + e^{-5x} - 1}{x \sin 4x};$

10. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{1 - \cos 4x};$

11. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 6x}{e^x + e^{-x} - 2};$

12. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x - \arcsin x};$

13. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \sin(\pi x)}{\ln(3 - 2x^2)};$

14. а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 5x};$

15. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \cos(x - 3)}{\ln(4 - x)};$

16. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg 2x}{\arcsin 5x};$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}.$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right).$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right).$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1} \right).$

б) $\lim_{x \rightarrow +0} \sqrt{x} e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}.$

б) $\lim_{x \rightarrow +0} x^2 \ln(2x).$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{\ln(x-1)} - \frac{1}{x-2} \right).$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \sin(2x - 1) \operatorname{tg}(\pi x).$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right) \ln(2 - x).$

б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \cos x \operatorname{tg}(5x).$

б) $\lim_{x \rightarrow +0} \sqrt[3]{x} \ln(3x).$

б) $\lim_{x \rightarrow 3-0} \ln(3 - x) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi x}{6}\right).$

б) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \ln(2x - 4) \operatorname{tg}(x - 2).$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg}(2x).$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right).$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \operatorname{ctg} x}.$

$$17. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{x \sin x};$$

$$18. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \ln(3-x)}{\sin^2(x-2)};$$

$$19. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^2}-1}{1+\ln x-x};$$

$$20. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^3 x - \cos x}{\sin^2 x};$$

$$21. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x - 4 \sin x}{x^3};$$

$$22. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(3-2x)}{\sin(\pi x)};$$

$$23. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 7x}{2x^2};$$

$$24. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1-2x)^3 - (1+2x)^3}{x^2 \sin x};$$

$$25. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x}{\ln(e^x - 1)};$$

$$26. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \arctg(2x)}{x^3};$$

$$27. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x \cos 2x}{(1+x)^3 - (1-x)^3};$$

$$28. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln(\sin 3x) + 1}{\ln(2x)};$$

$$29. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln x}{\ln \operatorname{ctg} x};$$

$$30. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(2x^2+1)^2 - (2x^2-1)^2}{x^2 \sin x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}(2x) \ln(\operatorname{tg} x).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x} - \operatorname{ctg} x \right).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1+0} \ln(x-1) \operatorname{tg}(\pi x).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} \right).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x \ln(\sin 2x).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} x e^{\frac{1}{x}}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} (\sin x \cdot \ln x).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-3x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{ctg} x.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +0} (\operatorname{tg} x \cdot \ln x).$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 e^{-2x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x}.$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \cos x \cdot \ln \operatorname{tg} x.$$

Завдання 17. Дослідити функції і побудувати їх графіки.

$$1. \text{ a) } y = \frac{x^3}{(x-2)^2};$$

$$\text{б) } y = (x-1)^2(x+2).$$

$$2. \text{ a) } y = \frac{4-x^3}{x^2};$$

$$\text{б) } y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 1.$$

$$3. \text{ a) } y = \frac{2x-3}{(x-3)^2};$$

$$\text{б) } y = x^4 - 2x^2 + 2.$$

$$4. \text{ a) } y = \frac{3x^3}{x^2 + 1};$$

$$5. \text{ a) } y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2};$$

$$6. \text{ a) } y = \frac{(x+2)^2}{x-2};$$

$$7. \text{ a) } y = \frac{x^3}{x^2 - 4};$$

$$8. \text{ a) } y = \frac{1}{x^2 - 2x - 3};$$

$$9. \text{ a) } y = \frac{x^3}{2(x+1)^2};$$

$$10. \text{ a) } y = \frac{2x-1}{(x-1)^2};$$

$$11. \text{ a) } y = \frac{32 - x^3}{x^2};$$

$$12. \text{ a) } y = \frac{4x^2}{x-1};$$

$$13. \text{ a) } y = \frac{x^2 - 2x + 6}{x-3};$$

$$14. \text{ a) } y = \frac{(x+2)^2}{x-1};$$

$$15. \text{ a) } y = \frac{x^3}{x^2 - 9};$$

$$16. \text{ a) } y = \frac{1}{x^2 - 6x + 8};$$

$$17. \text{ a) } y = \frac{x^3}{(x+2)^2};$$

$$18. \text{ a) } y = \frac{2x+1}{(x+1)^2};$$

$$19. \text{ a) } y = \frac{x^3 - 1}{x^2};$$

$$\text{б) } y = 8x(x-1)^3.$$

$$\text{б) } y = x^3 + 6x^2 + 9x.$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2.$$

$$\text{б) } y = 2x^3 + 9x^2 + 12x.$$

$$\text{б) } y = (x+1)^2(x-2).$$

$$\text{б) } y = -x^4 - 5x^2 + 4.$$

$$\text{б) } y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 4.$$

$$\text{б) } y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x.$$

$$\text{б) } y = x^3 - 3x^2 - 24x - 28.$$

$$\text{б) } y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - 8x + 1.$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{5}(x^3 - 6x^2 + 25).$$

$$\text{б) } y = -x^4 - 5x^2 + 9.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{4x - x^2}.$$

$$\text{б) } y = (x-3)^2(x+2).$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{4}(x^4 - 8x^3 + 7).$$

$$\text{б) } y = (x-3)(x+2)^3.$$

$$20. \text{ a) } y = \frac{2x^2}{x+4};$$

$$21. \text{ a) } y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x-1};$$

$$22. \text{ a) } y = \frac{(x+5)^2}{x-2};$$

$$23. \text{ a) } y = \frac{x^3}{(x-3)^2};$$

$$24. \text{ a) } y = \frac{2x+3}{(x+3)^2};$$

$$25. \text{ a) } y = \frac{3x^3}{x^2+2};$$

$$26. \text{ a) } y = \frac{x^2+3x+6}{x+2};$$

$$27. \text{ a) } y = \frac{(x+1)^2}{x-4};$$

$$28. \text{ a) } y = \frac{x^3}{x^2-16};$$

$$29. \text{ a) } y = \frac{1}{x^2+6x+8};$$

$$30. \text{ a) } y = \frac{2x^3}{x^2+1};$$

$$\text{б) } y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}.$$

$$\text{б) } y = \sqrt{-x^2+x+2}.$$

$$\text{б) } y = 2x^3 + 9x^2 + 12x.$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{4}(x^4 - 4x^3 + 7).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{3+2x-x^2}.$$

$$\text{б) } y = (x-1)^3(x+2).$$

$$\text{б) } y = x^3 - 6x^2 + 12x + 4.$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{4}(x^3 + 3x^2 - 9x + 1).$$

$$\text{б) } y = \sqrt{5+4x-x^2}.$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{4}(x^4 + 4x^3 + 11).$$

$$\text{б) } y = (x-1)(x+2)^3.$$

Рекомендована література

1. Завало С.Т. Курс алгебри: навч. посіб./ С.Т. Завало. – Київ: Вища школа, 1985. – 503с.
2. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре: учеб. пособ./ А.Г. Курош. – Москва: Наука, 1973. – 431 с.
3. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч.-метод. посіб./ [Г.В. Понеділок, О.З. Слюсарчук, І.О. Бобик та ін.] – Львів.: Ліга – прес., 2003. – 282с.
4. Веселовська О.В. Вища математика: елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії, диференціальне числення функції однієї змінної: навч. посіб./ О.В. Веселовська, М.І. Вовк, Л.В. Гошко. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2013. – 184 с.
5. Рибицька О.М. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч.-метод. посіб./ О.М. Рибицька, Д.М. Білонога, П.І. Каленюк. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2013. – 124 с.
6. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т.1.: учеб. пособ./ П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – Москва: Высшая школа, 1986. – 304 с.
7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре.: учеб. пособ./ И.В. Проскуряков. – Москва: Наука, 1974. – 383с.
8. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії: навч. посіб./ [Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, Д.В. Уханська та ін.] – Львів: Видавництво “Растр-7”, 2009. – 258 с.
9. Сухорольський М. А. Практикум та задачі з математичного аналізу : навч. посіб. / М. А. Сухорольський, П. І. Каленюк, В. О. Коломієць, Л. В. Гошко. — К. : Освіта України, 2012. — 421 с.
10. Білонога Д.М., Каленюк П.І. Алгебра та геометрія: навч. посіб./ [Д.М. Білонога, П.І. Каленюк. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівської політехніки”, 2014. – 340 с.
11. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособ. /— М : Наука. 1985. — 363 с.
12. Дубовик В. П. Вища математика : навч. посіб. / В.П. Дубовик, І. І. Юрик. — К. : АСК, 2005. — 648 с.
13. Лютий О. І. Збірник задач з вищої математики : навч. посіб. / О.І. Лютий, О. І. Макаренко. — К. : КНЕУ, 2003. — 305 с.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

ВИЩА МАТЕМАТИКА, ЧАСТИНА 1
(лінійна алгебра, аналітична геометрія, диференціальне числення
функції однієї змінної)

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ

до розрахунково-графічної роботи
для студентів інженерно-технічних спеціальностей

Укладачі: Мусій Роман Степанович
Сухорольський Михайло Антонович
Кучма Марія Іванівна
Кшановський Іван Павлович
Івасик Галина Володимирівна

Редактор
Комп'ютерне верстання

Здано у видавництво 14.09.2015. Підписано до друку 19.09.2015.
Формат 60×84/16. Папір офсетний. Друк на різнографі.
Умовн. друк. арк. 4,23. Обл.-вид. арк. 4,25.
Наклад 100 прим. Зам. 90447.

Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”
Реєстраційне свідоцтво серії ДК № 751 від 27.12.2001 р.
Поліграфічний центр Видавництва
Національного університету “Львівська політехніка”
вул. Ф. Колесси, 2, Львів, 79000