1. Первое начало термодинамики. Теплоемкость газов. Тепловые машины

Согласно первому началу термодинамики при обратимых процессах энергообмена между системой и окружающей средой количество теплоты Q, полученное системой, расходуется на изменение внутренней энергии $U_2 - U_1$ системы и совершение макроскопической работы A_{12}

$$Q = U_2 - U_1 + A_{12} \ .$$

Здесь макроскопическая работа определяется формулой

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} pdV \ ,$$

где p – давление, V – объем, индексы 1 и 2 обозначают соответственно начальное и конечное равновесное состояние системы.

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа зависит только от температуры T газа и описывается выражением

$$U = \frac{3}{2}\nu RT \ ,$$

где ν - число молей газа, $R = 8{,}31\,Дж/(моль \cdot K)$ - универсальная газовая постоянная.

Уравнение состояние идеального газа (уравнение Клапейрона - Менделеева) имеет вид

$$pV = \nu RT \ ,$$

где $\nu = m/\mu$. m – масса газа, μ - молярная масса.

Задача №1

Определить изменение внутренней энергии ΔU_μ одного моля идеального одноатомного газа при изобарном изменении его объема от $V_1 = 10л$ $(1л = 10^{-3}м)$ до $V_2 = 20л$, если давление газа $p = 5атм$ $(1атм = 10^5\,Па)$.

Решение

Задача решается на основе формулы для внутренней энергии 1 моля идеального одноатомного газа

$$U_\mu = \frac{3}{2}RT \qquad (1.1.1)$$

с использованием уравнения Клапейрона – Менделеева при $\nu = 1$.

$$pV = RT \ . \qquad (1.1.2)$$

Согласно (1.1.1) изменение внутренней энергии

$$\Delta U_\mu = \frac{3}{2}R \cdot \Delta T \qquad (1.1.3)$$

обусловлено изменением температуры ΔT газа. Из уравнения (1.1.2) следует, что при постоянном давлении

$$\Delta T = \frac{p}{R} \cdot \Delta V \quad , \qquad (1.1.4)$$

где $\Delta V = V_2 - V_1$.

Подставляя (1.1.4) в (1.1.3), получим

$$\Delta U_\mu = \frac{3}{2} R \cdot \frac{p}{R} \cdot \Delta V = \frac{3}{2} p \cdot \Delta V = 7,5 \cdot 10^3 \, Дж \quad . \qquad (1.1.5)$$

В процессе изобарного расширения газ совершил работу

$$A_{12} = p(V_2 - V_1) = 5 \cdot 10^3 \, Дж$$

и получил извне количество теплоты

$$Q = \Delta U_\mu + A_{12} = 12,5 \cdot 10^3 \, Дж \quad .$$

Ответ: $\Delta U_\mu = 7,5 \cdot 10^3 \, Дж$.

Согласно определению теплоемкость системы

$$C = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad ,$$

где ΔQ - бесконечно малое количество теплоты, полученное системой, и ΔT - соответствующее бесконечно малое изменение температуры системы. На основе первого начала термодинамики теплоемкость C можно записать в виде

$$C = \frac{dU}{dT} + p\frac{dV}{dT} \quad .$$

Теплоемкость системы при постоянном объеме V определяется формулой

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \quad ,$$

а теплоемкость при постоянном давлении p - выражением

$$C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad .$$

Следует отметить, что теплоемкость зависит не только от свойств системы, но и условий теплопередачи.

Задача №2

Вычислить молярную теплоемкость C_μ идеального газа для случая процесса, где давление p меняется согласно закону $p = \beta V$. Здесь β - положительная постоянная и V – объем газа. Считать, что молярная теплоемкость газа при постоянном объёме C_V не зависит от температуры газа.

Решение

Задача решается на основе определения теплоемкости идеального газа

$$C_\mu = C_{\mu V} + p\left(\frac{dV}{dT}\right)_p \qquad (1.2.1)$$

и уравнения Клапейрона – Менделеева для 1 моля

$$pV = RT \quad . \qquad (1.2.2)$$

Здесь используется, что внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры *T*.

С учетом условия задачи уравнение Клапейрона – Менделеева принимает вид

$$\beta V^2 = RT \ . \qquad (1.2.3)$$

Отсюда находим, что

$$2\beta V \left(\frac{dV}{dT}\right)_p = R \qquad (1.2.4)$$

и

$$p\left(\frac{dV}{dT}\right)_p = \frac{R}{2} \ . \qquad (1.2.5)$$

Подставляя (1.2.5) в определение теплоемкости (1.2.1), получим

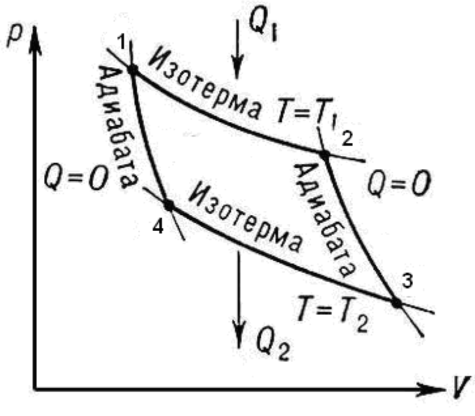
$$C_\mu = C_{\mu V} + \frac{R}{2} \ .$$

Ответ: $C_\mu = C_{\mu V} + \dfrac{R}{2}$.

Конструкция любой тепловой машины содержит нагреватель, рабочее тело и холодильник. Рабочее тело получает от нагревателя количество теплоты Q_1, которое частично расходуется на совершение макроскопической работы A_{12}, а оставшееся количество теплоты Q_2 отдается холодильнику. В соответствии с первым началом термодинамики

$$Q_1 = A_{12} + Q_2 \ .$$

Затем цикл повторяется. Цикл Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат, изображенных на диаграмме *pV*.



Здесь 1 – начальное равновесное состояние рабочего тела. Участок 12 – изотермическое расширение рабочего тела при температуре нагревателя T_1, где рабочее тело получает от нагревателя количество теплоты Q_1. Участок 23– адиабатное расширение рабочего тела. Участок 34-изотермическое сжатие рабочего тела при температуре холодильника $T_2 < T_1$, где рабочее тело отдает холодильнику количество теплоты $Q_2 < Q_1$. Участок 41 – адиабатное сжатие рабочего тела и переход его в начальное состояние 1. Все процессы происходят обратимым образом и рабочее тело в любой точке цикла находится в равновесном состоянии. В этом случае выполняется равенство Клаузиуса

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \;,$$

а коэффициент полезного действия идеальной тепловой машины описывается формулами

$$\eta = \frac{A_{12}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

(определение к.п.д. $\rightarrow$ использование первого начала термодинамики $\rightarrow$ использование равенства Клаузиуса для идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно).

Задача№3

Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает теплоту от нагревателя с температурой $t_1 = 200\ °\text{C}$ $(T = t\ °\text{C}{+}273)$ и отдает теплоту холодильнику с температурой $t_2 = 12\ °\text{C}$, совершая за один цикл работу $A_{12} = 10 МДж$. Определить количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

Решение

Задача решается с помощью следующих формул, описывающих идеальную тепловую машину, работающую по циклу Карно,

$$A_{12} = Q_1 - Q_2 \tag{1.3.1}$$

И равенства Клаузиуса для обратимых процессов

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \;, \tag{1.3.2}$$

где Q_1 и Q_2 - количество теплоты, полученное от нагревателя с температурой T_1, и отданное холодильнику с температурой T_2, соответственно.

Исключая из системы уравнений (1.3.1) и (1.3.2) Q_1, получим

$$Q_2 = \frac{T_2}{T_1 - T_2} A_{12} = 15{,}5 МДж \;. \tag{1.3.3}$$

Ответ: $Q_2 = 15{,}5 МДж$ **.**