The background of the image is a spiral-bound notebook with a light beige, textured cover. The spiral binding is visible on the left side. The text is written in a bold, green, serif font with a slight shadow effect.

# **Физика колебаний и волн. Квантовая физика.**

# Лекция № 5

---

## Дифракция волн.

1. Принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Зоны Френеля .
3. Метод векторных диаграмм.
4. Осесимметричные задачи дифракции.
5. Зонная пластинка.

**Дифракция** – совокупность явлений, обусловленных волновой природой света и связанных с перераспределением интенсивности излучения, возникающих при распространении волн в средах с резкими неоднородностями (например, при прохождении через отверстия в непрозрачных экранах, вблизи границ непрозрачных тел или прозрачных тел ).

**Дифракция приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрич. тени.**

*Интерференция и дифракция - явления одной физической природы. Оба заключаются в перераспределении светового потока в результате суперпозиции волн.*

*Принято интерференцией называть перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн от конечного числа дискретных когерентных источников. Если же складываются волны от непрерывно распределенных когерентных источников – это дифракция.*

*Наблюдение дифракции: на пути световой волны помещают непрозрачную преграду, поглощающую часть волны. На экране за преградой при определенных условиях возникает дифракционная картина.*



Различают два вида дифракции:

- **дифракция Френеля** – дифракция в сходящихся лучах;
- **дифракция Фраунгофера** (дифракция в параллельных лучах) - источник света и точка наблюдения расположены от препятствия далеко, падающие на препятствие и идущие в точку наблюдения лучи образуют практически параллельные пучки.

Первое объяснение дифракции света принадлежит французскому физiku **Френелю** (1818 г.). Он показал, что количественное описание дифракции возможно на основе построений **Гюйгенса**, если их дополнить принципом интерференции вторичных волн.

# *Христиан ГЮЙГЕНС*

## *Christiaan Huygens, 1629–1695*

---

*Голландский астроном и физик. Родился в Гааге в семье дипломата. Получил хорошее домашнее образование, затем окончил Лейденский университет. В 1666 году переехал в Париж, где принимал участие в организации Академии наук Франции. Самую большую известность Гюйгенсу принесли работы по оптике и астрономии. Он значительно усовершенствовал конструкцию телескопов и открыл кольца Сатурна. Кроме того, Гюйгенс является изобретателем маятниковых часов.*



## *Огюст Жан Френель (1788 - 1827)*

- 1. Заложил основы теории дифракции света.*
- 2. Исследовал поляризацию света («бипризма Френеля», представление о естественном свете, как сумме плоско поляризованных волн, поперечность световых волн).*
- 3. Заложил основы кристаллооптики.*
- 4. Изучил рефракцию света атмосферой.*
- 5. Разработал систему освещения маяков, в которой важнейшей частью была сконструированная Френелем ступенчатая линза.*





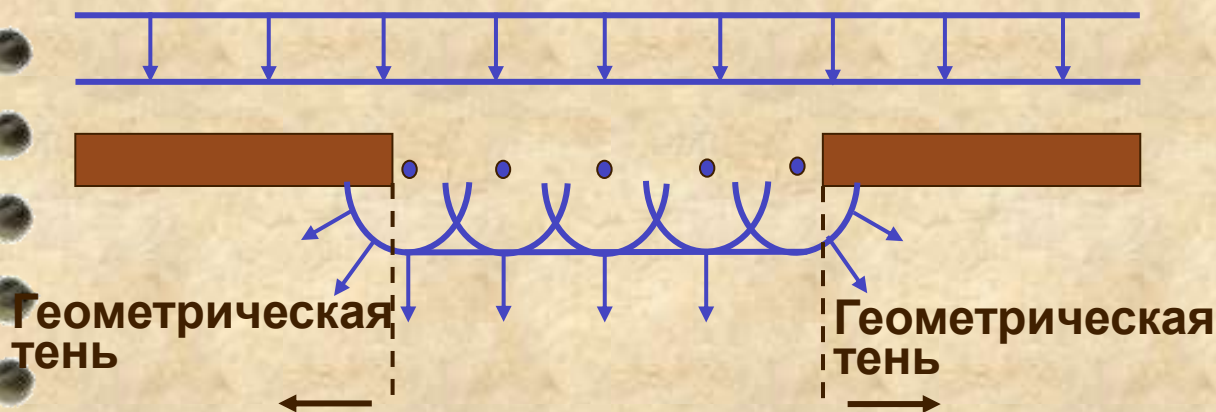
# Принцип Гюйгенса-Френеля.

Проникновение световых волн в область геометрической тени объясняется с помощью принципа Гюйгенса.

В соответствии с этим принципом каждая точка, до которой доходит волновое движение, служит центром *вторичных* волн; огибающая этих волн дает положение фронта волны в следующий момент.

Пусть на плоскую преграду с отверстием падает параллельный ей фронт волны.

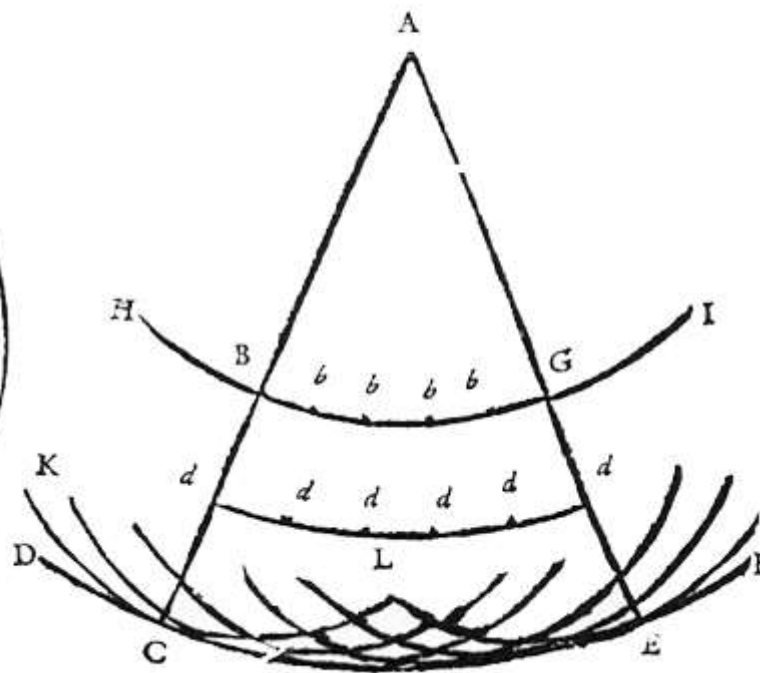
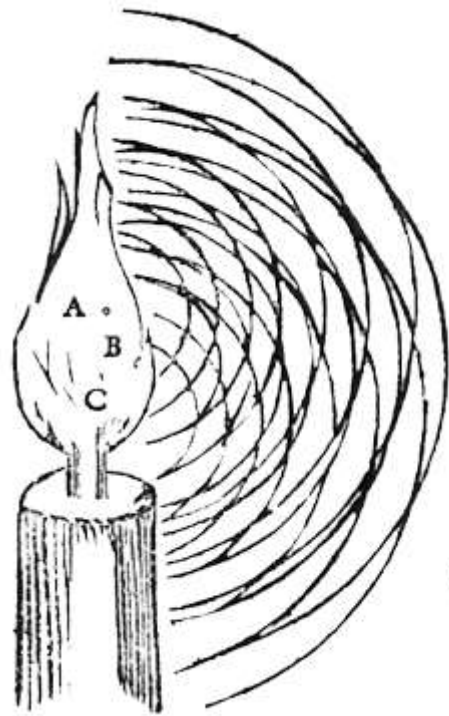
По Гюйгенсу каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит центром вторичных волн, которые в однородной изотропной среде будут сферическими.



За отверстием волна, огибая края преграды, проникает в область геометрической тени.

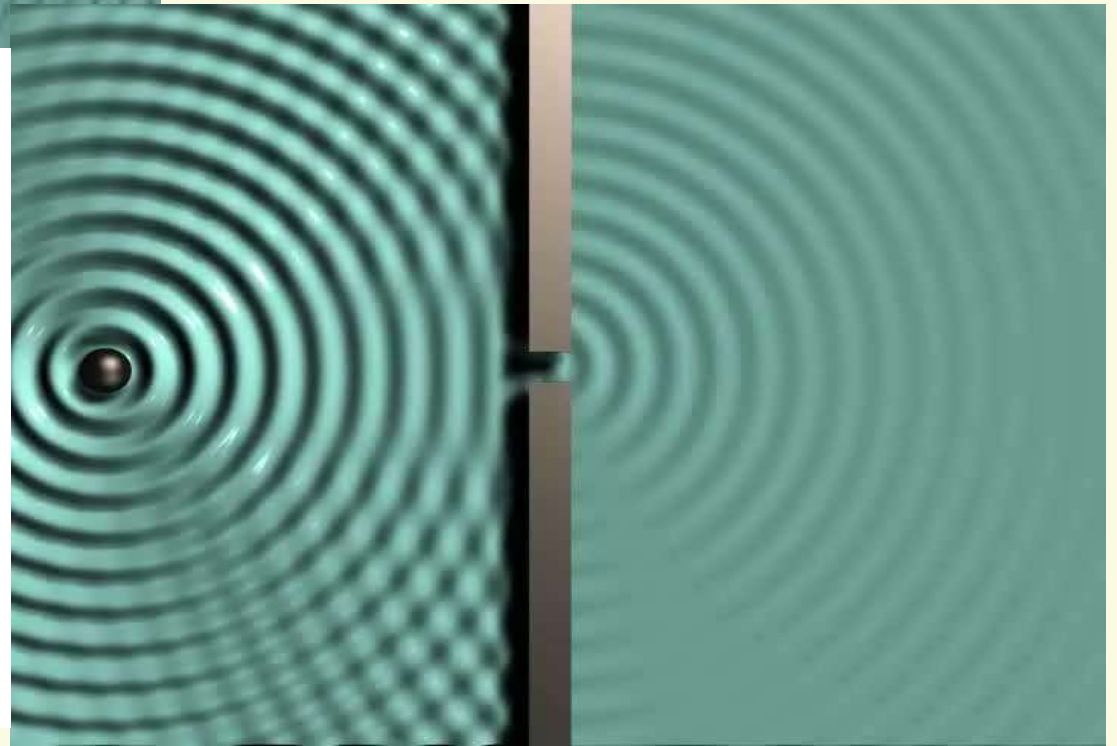
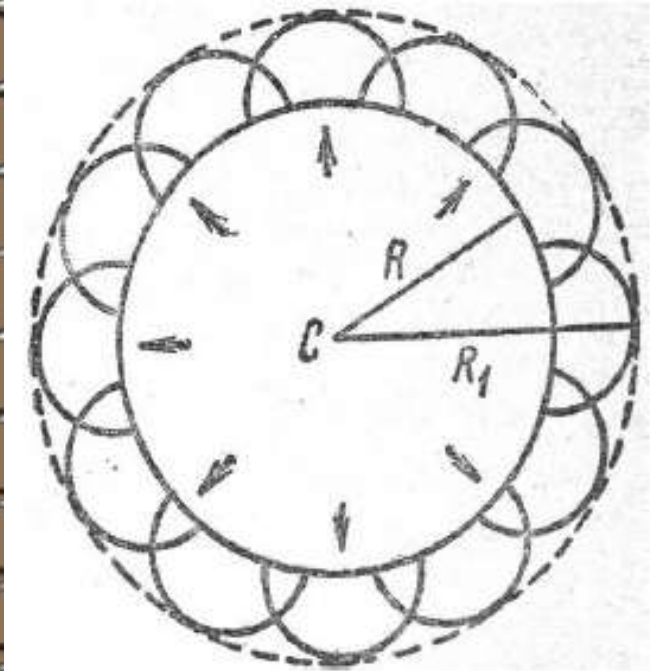


# Принцип Гюйгенса - Френеля.



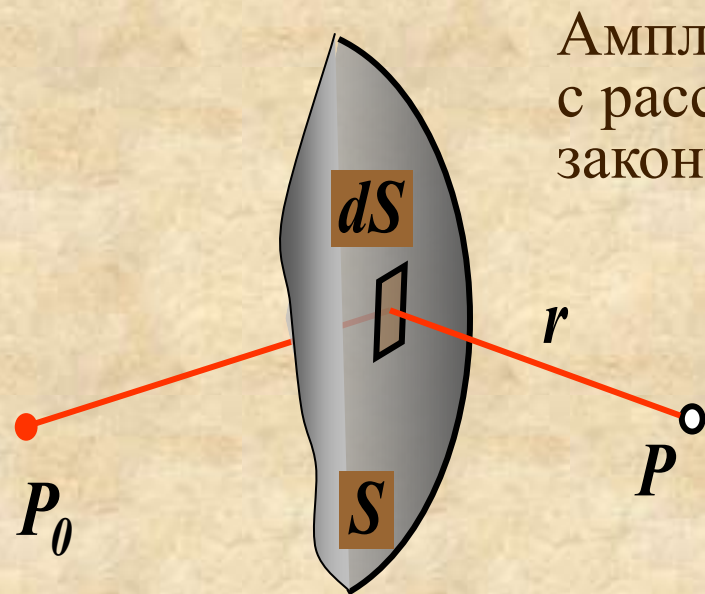
Построение  
огibaющей  
волны и  
пример с  
пламенем  
свечи.  
Рисунки из  
«Трактата о  
свете»  
Х. Гюйгенса  
(1690 г.)

# *Принцип Гюйгенса - Френеля.*



**Принцип Гюйгенса** позволяет решать задачу о направлении распространения волнового фронта. Вопрос об интенсивности световой волны за преградой не затрагивается. Этот недостаток был устранен Френелем.

В соответствии с **принципом Гюйгенса–Френеля** каждый элемент  $dS$  волновой поверхности  $S$  служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента  $dS$ .



Амплитуда сферической волны убывает с расстоянием  $r$  от источника по закону  $1/r$

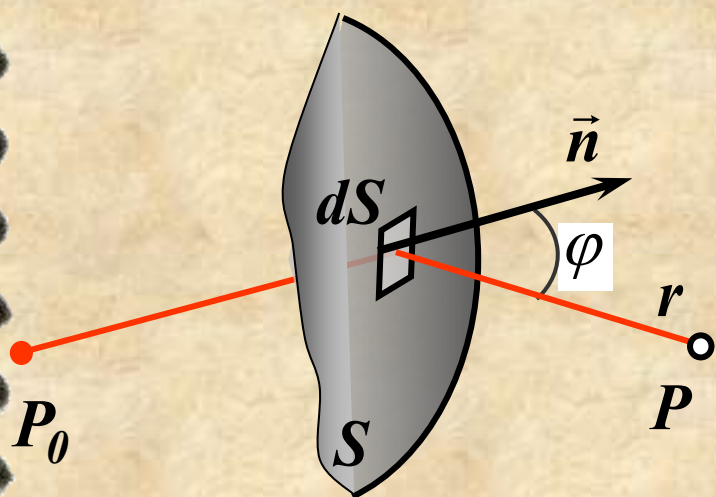
Следовательно, от каждого участка  $dS$  волновой поверхности в точку  $P$ , лежащую перед этой поверхностью, приходит колебание с напряжённостью:

$$dE = \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) f(\alpha) dS$$



## Принцип Гюйгенса-Френеля

$$dE = \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) f(\varphi) dS$$



Коэффициент  $f$  зависит от угла  $\varphi$  между нормалью  $\vec{n}$  к элементу  $dS$  и направлением  $\vec{r}$  от  $dS$  к точке  $P$ . Коэффициент  $f$  монотонно убывает с ростом  $\varphi$ .

При  $\varphi = 0$  этот коэффициент максимален.

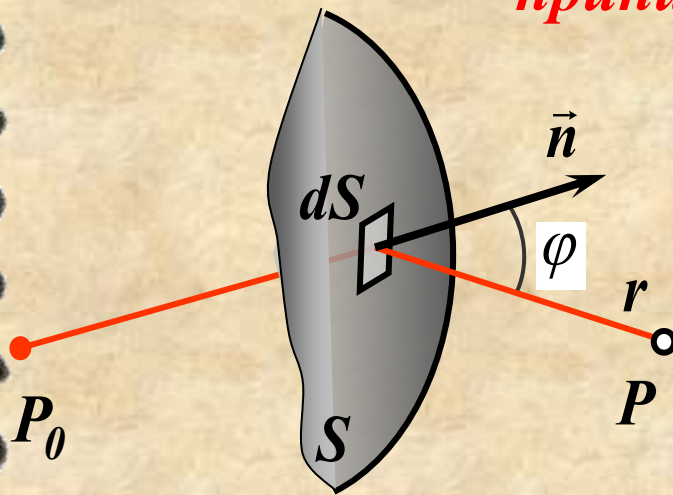
Результирующее колебание в точке  $P$  определяется суперпозицией колебаний  $dE$  от всех элементов  $dS$  волновой поверхности  $S$  :

$$E = \int_S \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) f(\varphi) dS$$



$$E = \int_S \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) f(\varphi) dS$$

Этот интеграл представляет собой **математическую** формулировку **принципа Гюйгенса – Френеля**.



Для определения колебания в точке  $P$ , лежащей перед некоторой поверхностью  $S$ , надо найти колебания, приходящие в эту точку от всех  $dS$  элементов поверхности  $S$  и затем сложить их с учетом амплитуд и фаз.

Источниками (фиктивными) вторичных волн служат бесконечно малые элементы одной волновой поверхности, следовательно, все фиктивные источники действуют синфазно.

Тогда возбуждаемая световая волна может быть представлена как результат суперпозиции **когерентных** вторичных волн, излучаемых фиктивными источниками.

# Зоны Френеля

Определим амплитуду светового колебания, возбуждаемого в точке  $P$  сферической волной, распространяющейся в изотропной однородной среде из точечного источника  $P_0$ .

Волновые поверхности такой волны симметричны относительно прямой  $P_0P$ .

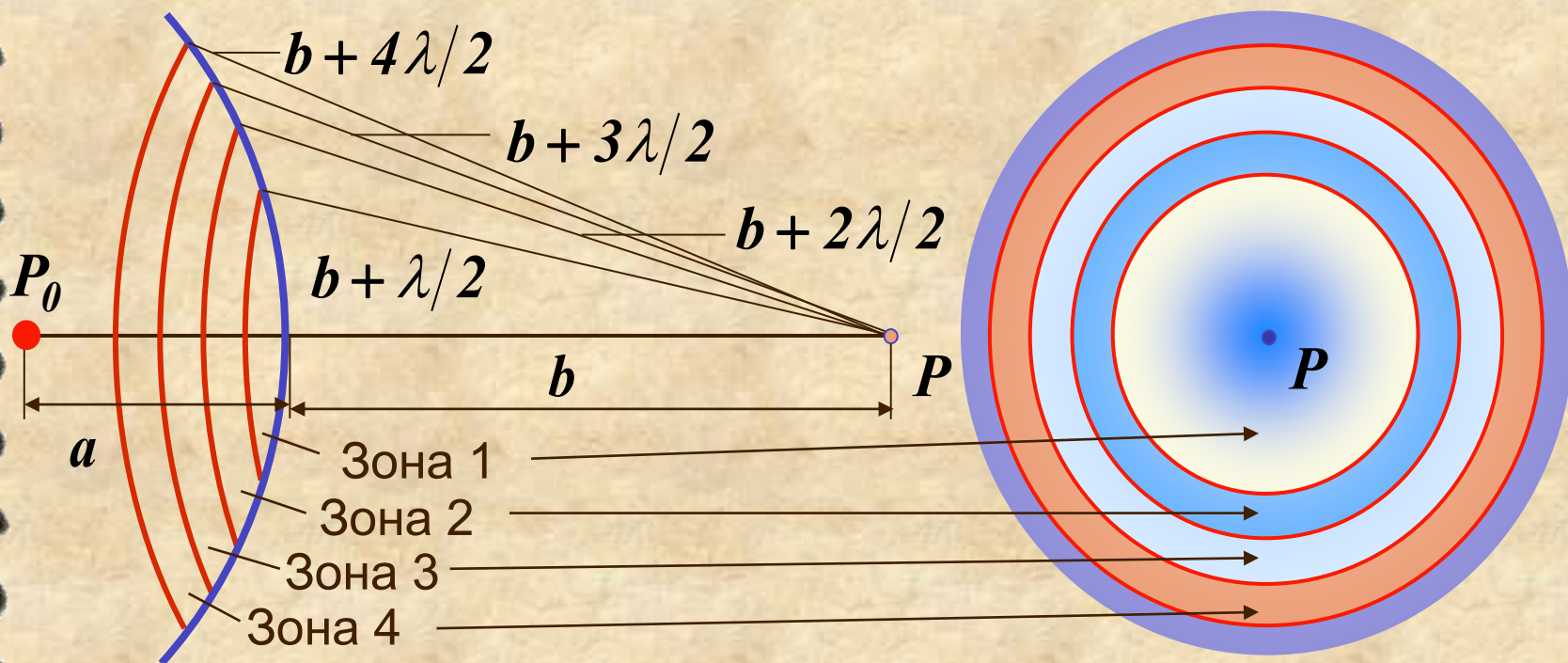


Разобьем волновую поверхность на кольцевые зоны так, чтобы расстояния от краев каждой зоны до  $P$  точки отличались друг от друга на половину длины волны  $\lambda/2$ .

Обладающие таким свойством зоны называются **зонами Френеля**.

$b$  - расстояние от вершины волновой поверхности до точки  $P$ .

# Зоны Френеля



$a$  - расстояние от источника  $P_0$  до вершины рассматриваемой волновой поверхности;  
 $b$  - расстояние от вершины волновой поверхности до точки  $P$ .



## Зоны Френеля

Вычислим площади зон.

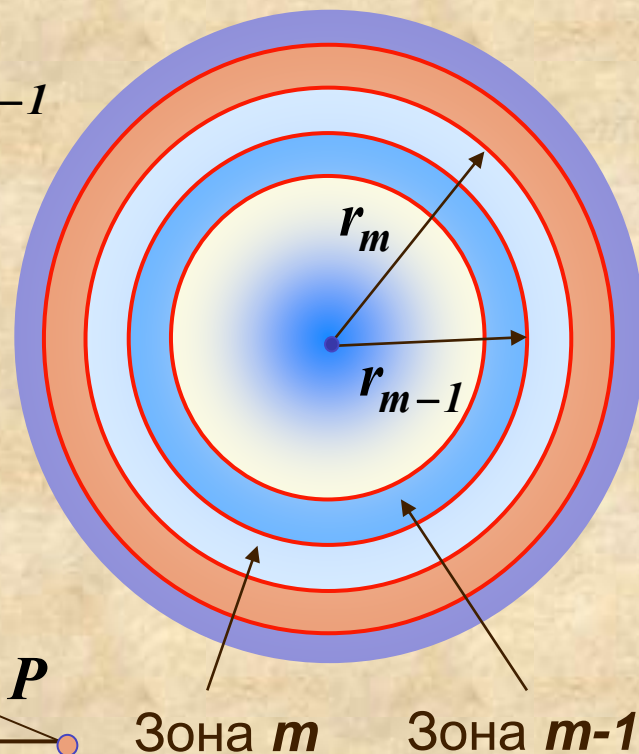
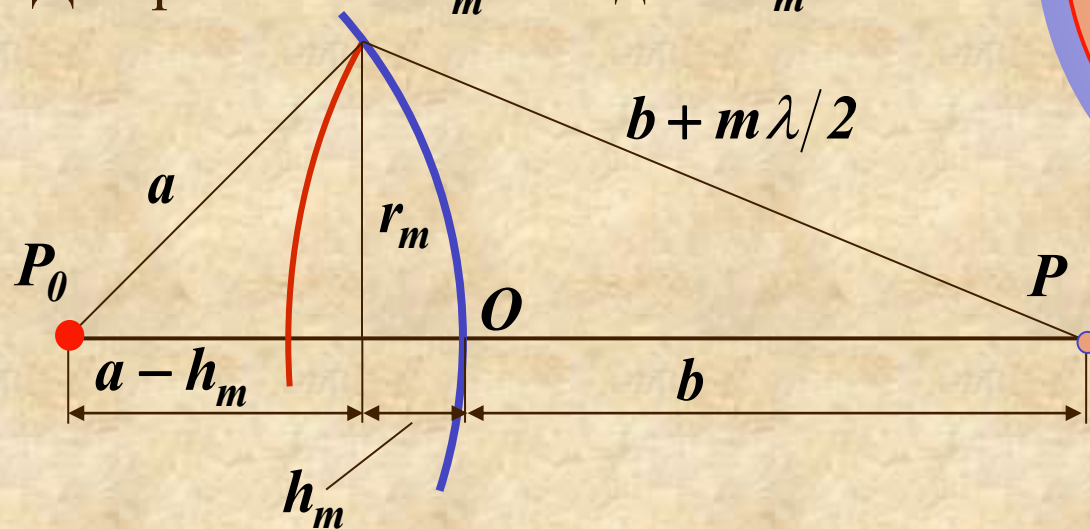
При достаточно малых  $m$  площадь  $\Delta S_m$   $m$ -ой зоны можно вычислить как

$$\Delta S_m = \pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2$$

$r_m$  - внешний радиус  $m$ -ой зоны

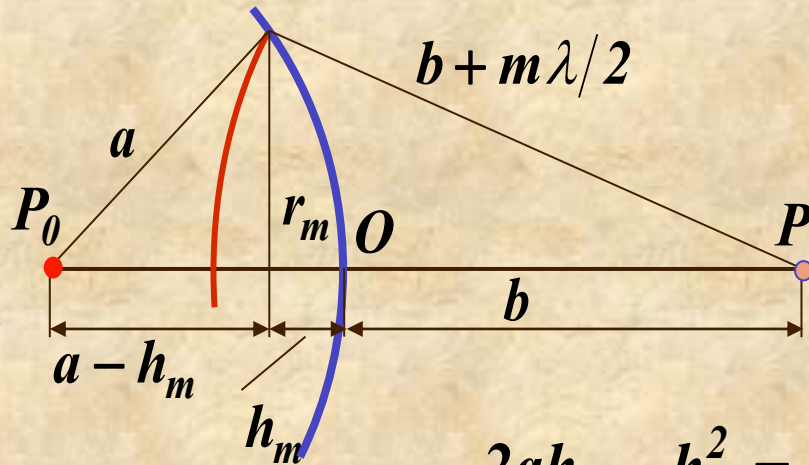
$r_{m-1}$  - внешний радиус  $m-1$ -ой зоны Френеля.

Для расчета  $\Delta S_m$  найдем  $r_m$





## Зоны Френеля



$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2, \quad \text{или}$$

$$r_m^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + h_m)^2$$

$a$  - радиус волновой

поверхности.

Объединим два выражения и возведем скобки в квадрат:

$$2ah_m - h_m^2 = 2bm\lambda/2 + m^2(\lambda/2)^2 - 2bh_m - h_m^2$$

Из этого выражения получим: 
$$h_m = \frac{bm\lambda + m^2(\lambda/2)^2}{2(a + b)}$$

Поскольку мы ограничились рассмотрением малых  $m$ , то можно пренебречь слагаемым с  $m^2$  и упростить полученное выражение:

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a + b)}$$

Теперь можно определить  $r_m$ :

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = 2ah_m - h_m^2$$

## Зоны Френеля

$$r_m^2 = 2ah_m - h_m^2$$

При малых  $m$  высота сегмента  $h_m \ll a$ , тогда

$$r_m^2 = 2ah_m$$

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{(a+b)} m \lambda}$$

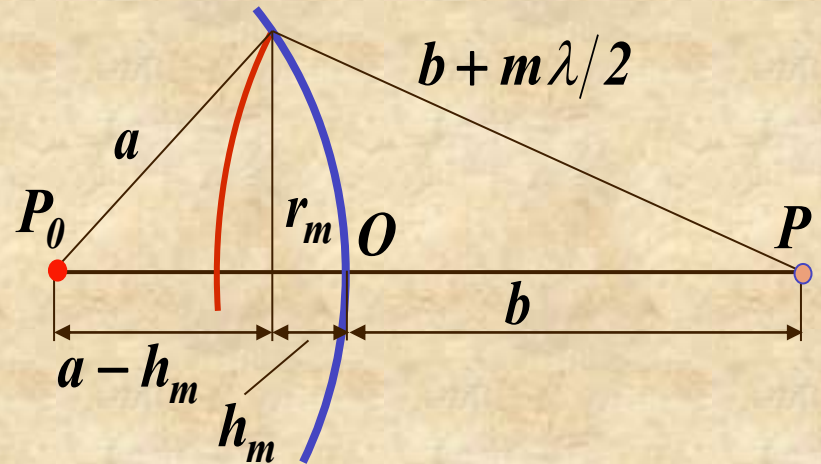
Площадь  $m$ -ой зоны равна:

$$\Delta S_m = \pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2 = \pi \left[ \frac{ab}{(a+b)} m \lambda - \frac{ab}{(a+b)} (m-1) \lambda \right] = \frac{\pi ab}{a+b} \lambda$$

Полученное выражение не зависит от  $m$ . Это значит, что при малых  $m$  площади зон Френеля примерно одинаковы.

Расстояние  $b_m$  от внешнего края  $m$ -ой зоны до точки  $P$  равно  $b_m = b + m\lambda/2$  и медленно растет с номером зоны.

Поскольку волна сферическая, то ее амплитуда зависит от  $b_m$ .



## Зоны Френеля

Следовательно, амплитуда  $A_m$  колебания, возбуждаемого  $m$ -ой зоной в точке  $P$ , монотонно убывает с ростом  $m$ .

Итак, амплитуды колебаний, возбуждаемых зонами Френеля в точке  $P$ , образуют **монотонно убывающую**

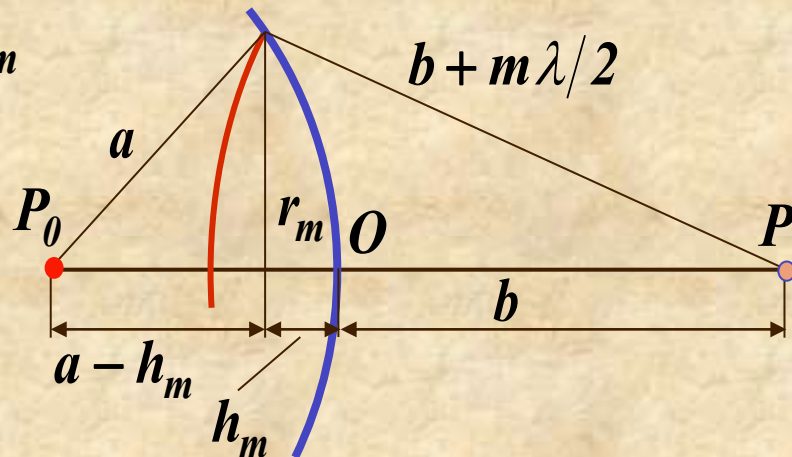
последовательность:  $A_1 > A_2 > A_3 > \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, различаются на  $\pi$ .

Следовательно, амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  может быть представлена в виде:

$$A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Все амплитуды от нечетных зон входят в это выражение с одним знаком, от четных — с другим.



## Зоны Френеля

Амплитуда в  $P$ :

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots =$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) +$$

$$+ \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$



## Зоны Френеля

Общее число зон Френеля, уместяющихся на полусфере, очень велико. Например, при  $a = b = 10$  см и  $\lambda = 0,5$  мкм радиус центральной зоны будет около 0,16 мм, а число зон составляет величину порядка  $10^5$ .

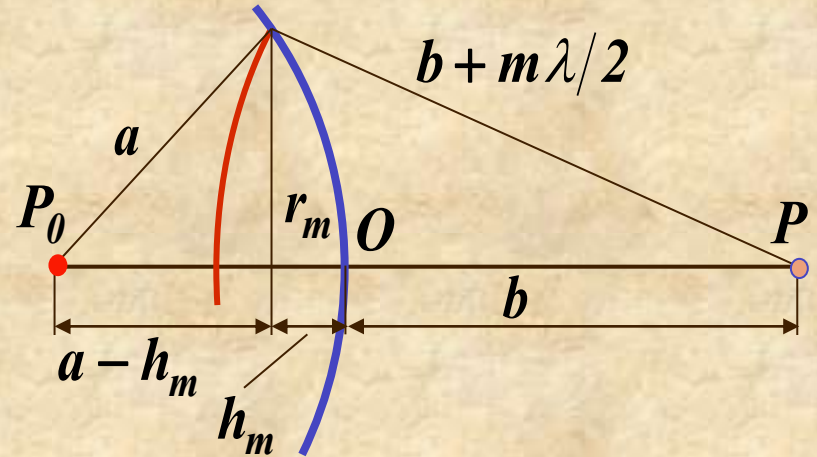
Поэтому допустимо приближение о том, что амплитуда колебания от  $m$ -ой зоны Френеля равно среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон:

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

С учетом этого допущения амплитуда результирующего колебания в точке  $P$  определяется выражением:

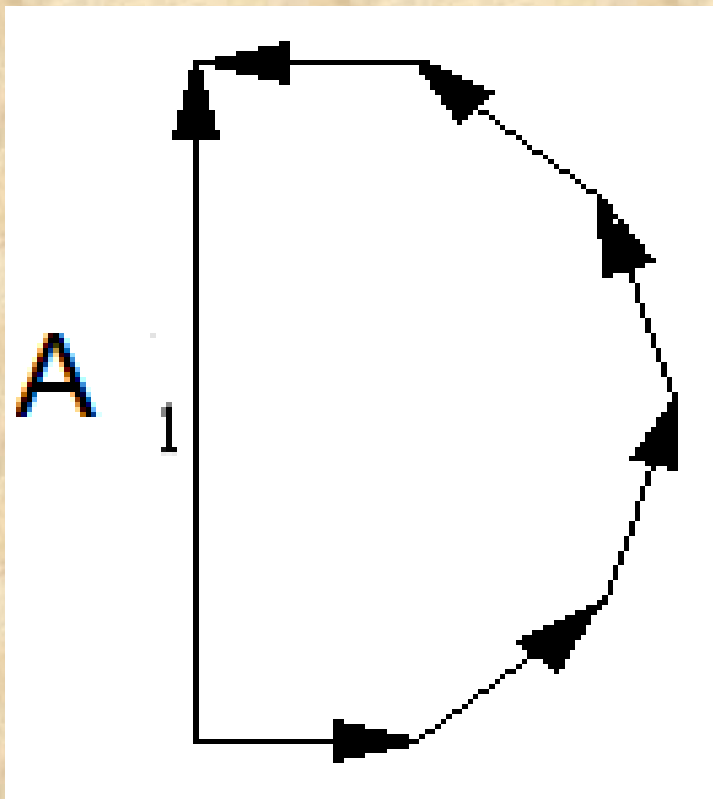
$$A_p = \frac{A_1}{2}$$

Таким образом, действие всей волновой поверхности на точку  $P$  сводится к действию ее участка, меньшего центральной зоны.



## *Метод векторных диаграмм.*

Если зону Френеля разбить на большое количество кольцевых подзон с одинаковой площадью, то векторы, описывающие волновое поле этих подзон в точке наблюдения  $P$ , образуют ломаную линию из векторов одинаковой длины, лежащую на соответствующей полуокружности ( для центральной первой зоны Френеля):

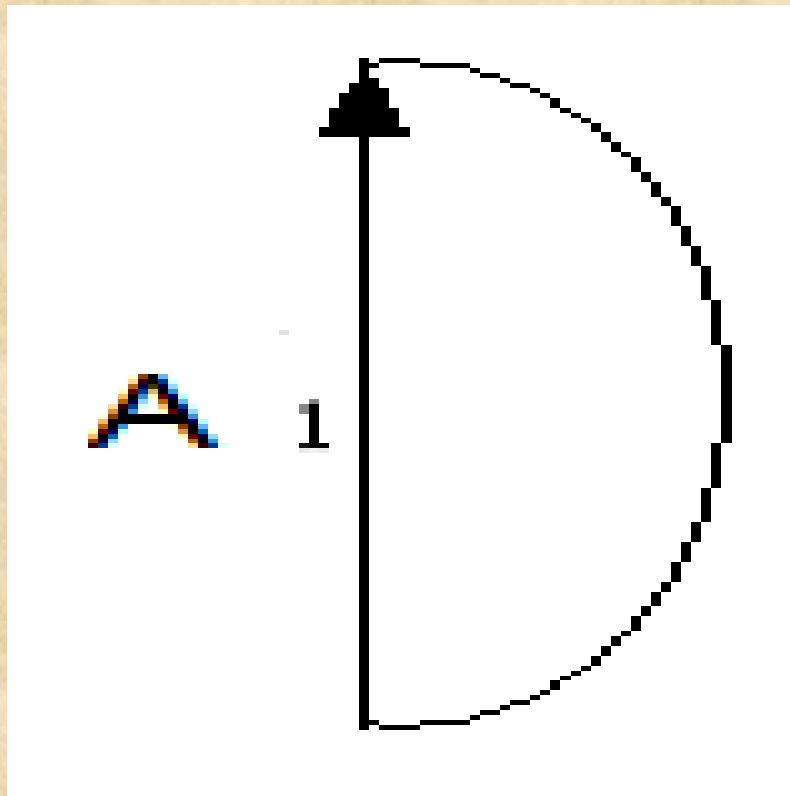


Векторы отдельных подзон, сложенные по правилу треугольника, дают вектор, описывающий волновое поле всей первой зоны Френеля  $A_1$ .

## *Метод векторных диаграмм.*

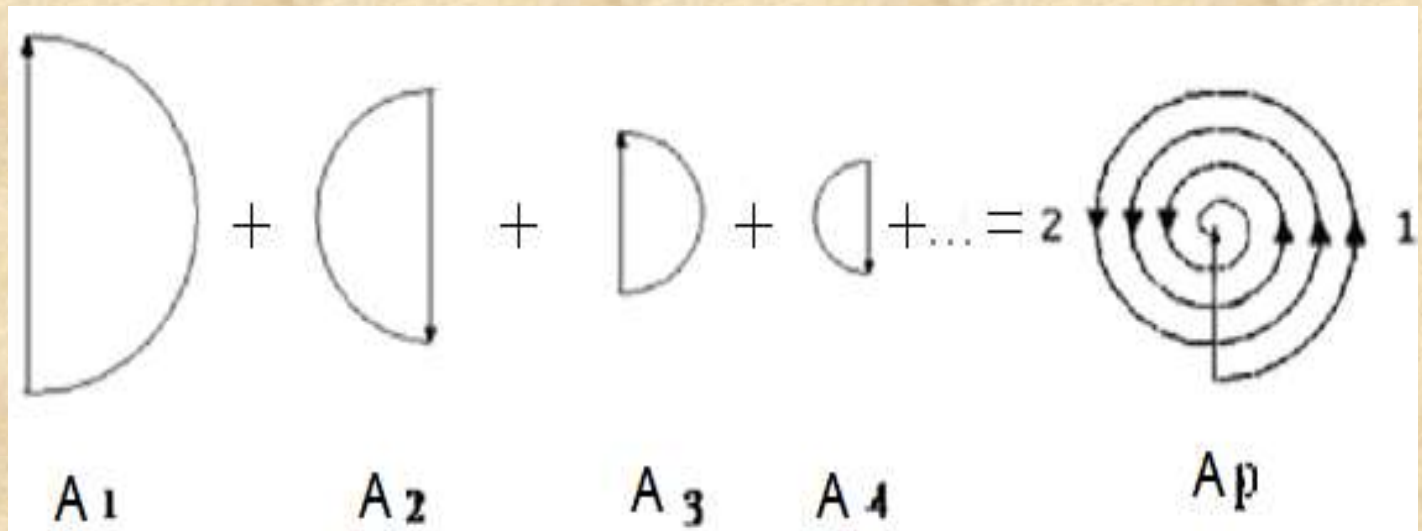
*В пределе, при стремлении ширины малых  
кольцевых зон к нулю ( число их будет при этом  
неограниченно  
возрастать)*

*ломанная линия  
превратится в дугу  
окружности с  
диаметром  $A_1$ .*



## Метод векторных диаграмм.

Количественные результаты для осесимметричных задач дифракции получаются с помощью векторных диаграмм на основе специально построенной спирали, которая более детально описывает волновые поля отдельных зон Френеля. С целью получения этой спирали каждый вектор нечетной зоны Френеля дополняется полуокружностью, расположенной справа от него, а каждый вектор четной зоны Френеля – полуокружностью, расположенной слева от него



Образуется непрерывная спираль (спираль Френеля), которая наматывается на конец результирующего вектора  $A_r$ , описывающего суммарное волновое поле в точке наблюдения  $P$ . Напомним, что длина вектора  $A_r$  в два раза меньше длины вектора  $A_1$ .



## Зоны Френеля

Оценки показывают, что радиус первой зоны Френеля очень мал.

Это означает, что световой поток распространяется  $P_0$  от  $P$  как будто внутри очень узкого канала, т.е. прямолинейно.

Таким образом, принцип Гюйгенса – Френеля объясняет прямолинейное распространение света в однородной среде.

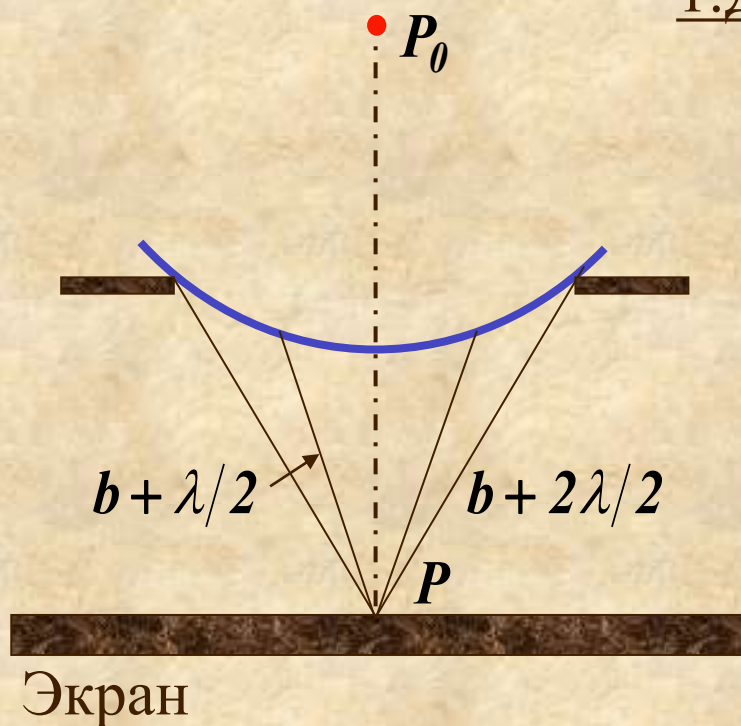
Некоторые дополнительные выводы из *принципа Гюйгенса – Френеля*:

1. Если закрыть все зоны, кроме первой, то амплитуда в точке  $P$  увеличится по сравнению с полностью открытым волновым фронтом в два раза ( $A_p = A_1$ ), а интенсивность в четыре раза ( $I \sim A_p^2$ ).

2. Если отверстие в преграде открывает для точки  $P$  две зоны Френеля, интенсивность в этой точке падает практически до нуля ( $A_p = A_1 - A_2$ ), хотя световой поток оказывается в два раза больше.

## *Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).*

Дифракция Френеля наблюдается в том случае, когда на препятствие падает сферическая или плоская волна, а экран, на котором наблюдается дифракционная картина, находится на конечном расстоянии от препятствия.



### 1. Дифракция на круглом отверстии.

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с круглым отверстием.

Вид картины зависит от числа зон Френеля, которые укладываются на открытой части волновой поверхности в плоскости отверстия.

Это число может быть четным или нечетным в зависимости от размера отверстия и длины волны.

## Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке  $P$  всеми зонами, равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots \pm A_m$$

С учетом принятого ранее допущения это

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

выражение примет вид:

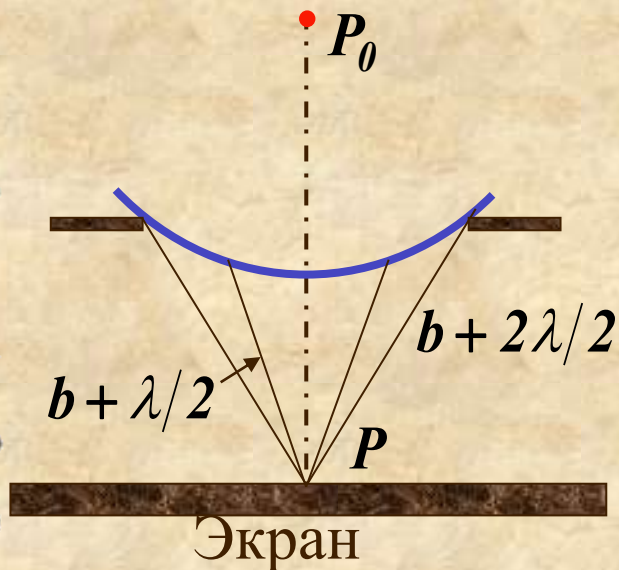
$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

Знак «+» в этом выражении соответствует нечетным, «-» - четным  $m$ .

Если отверстие открывает только одну зону Френеля, то в точке  $P$  будет максимальная интенсивность.

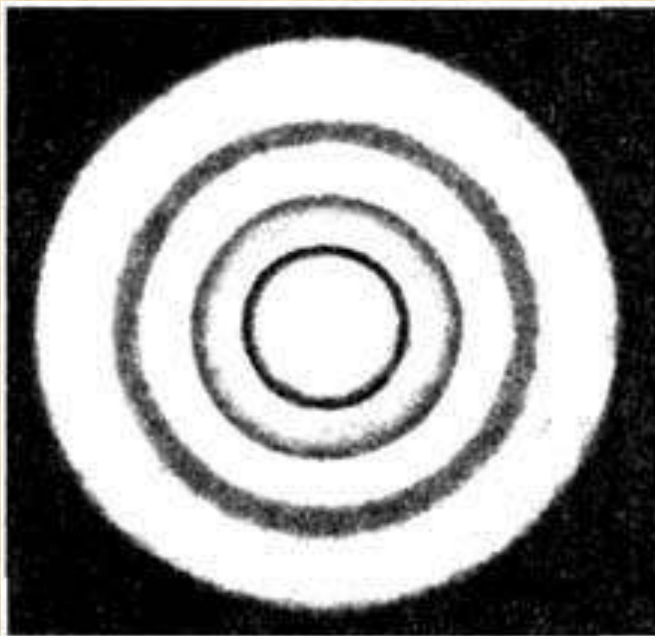
Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то в точке наблюдается максимум, если четное — то минимум.

Наименьшая интенсивность соответствует двум открытым зонам Френеля.

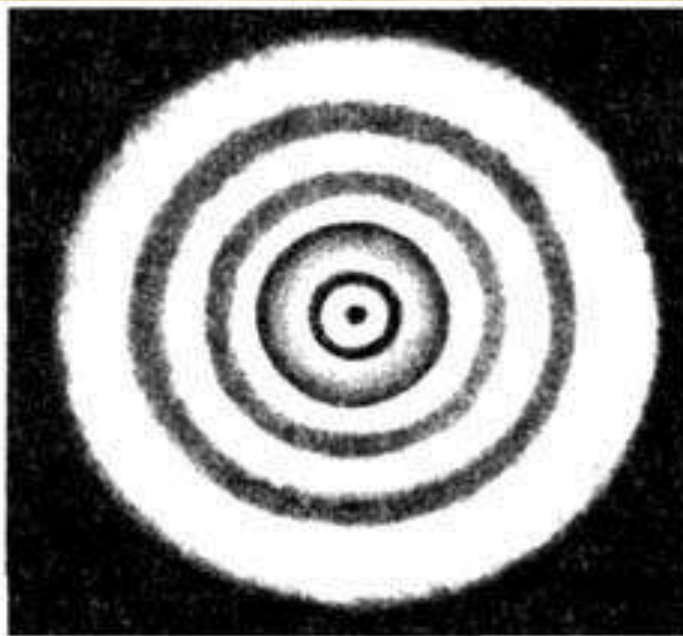




## Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).



*a*



*б*

$$A_p = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}$$

Знак «+» в этом выражении соответствует нечетным открытым зонам Френеля, «-» - четным *m*.

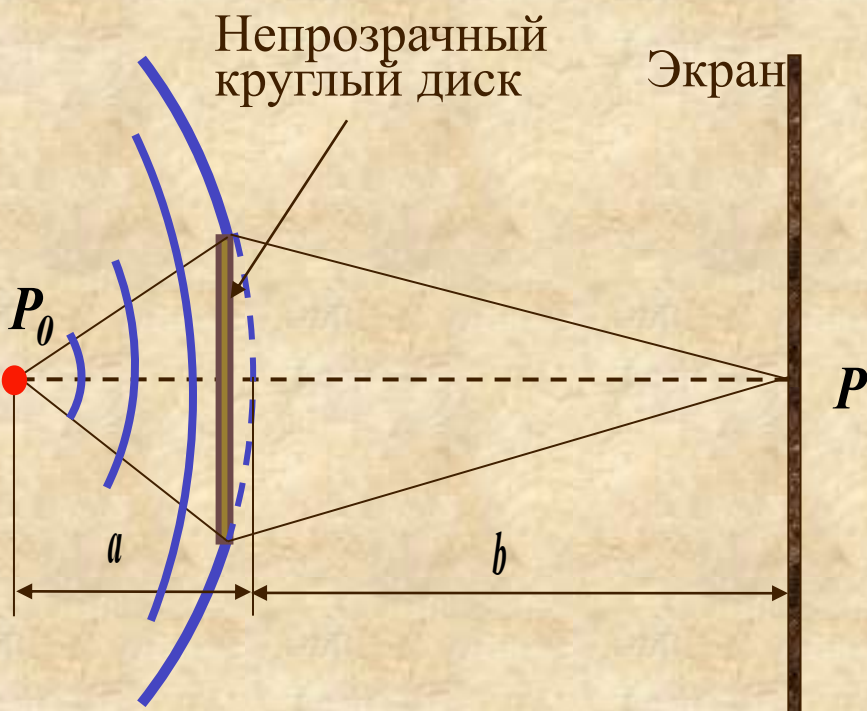
Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то в точке наблюдается максимум (*a*), если четное – то минимум (*б*).



## Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

### 2. Дифракция на диске.

Поставим на пути сферической световой волны от источника  $P_0$  непрозрачный круглый диск.



Если диск закроет  $m$  первых зон Френеля,  $A_p$  амплитуда в точке  $P$  будет равна

$$A_p = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots$$

Преобразовав это выражение, получим:

$$A_p = \frac{A_{m+1}}{2}$$

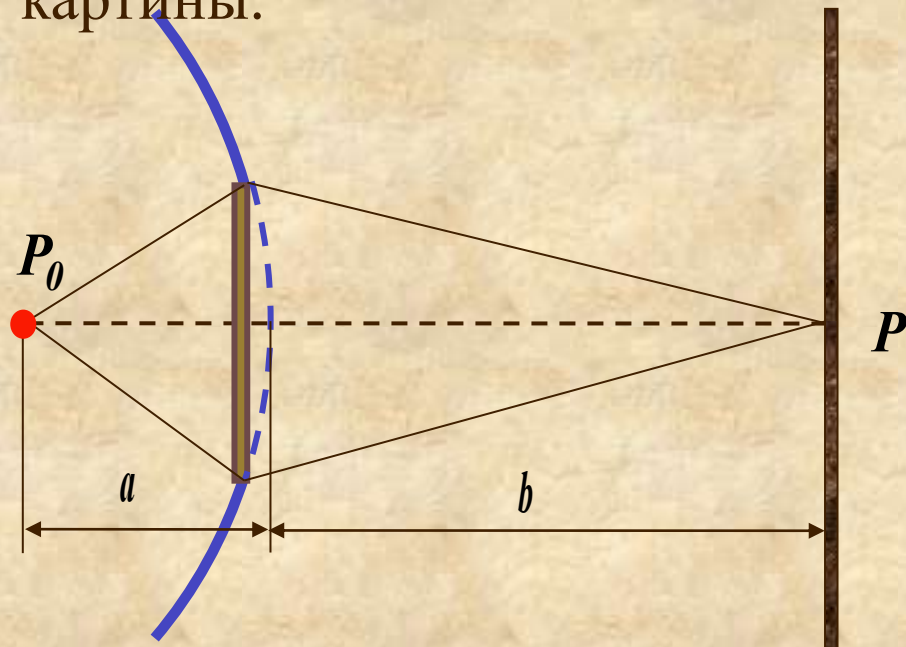
## Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля).

### 2. Дифракция на диске (на круглом экране).

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}$$

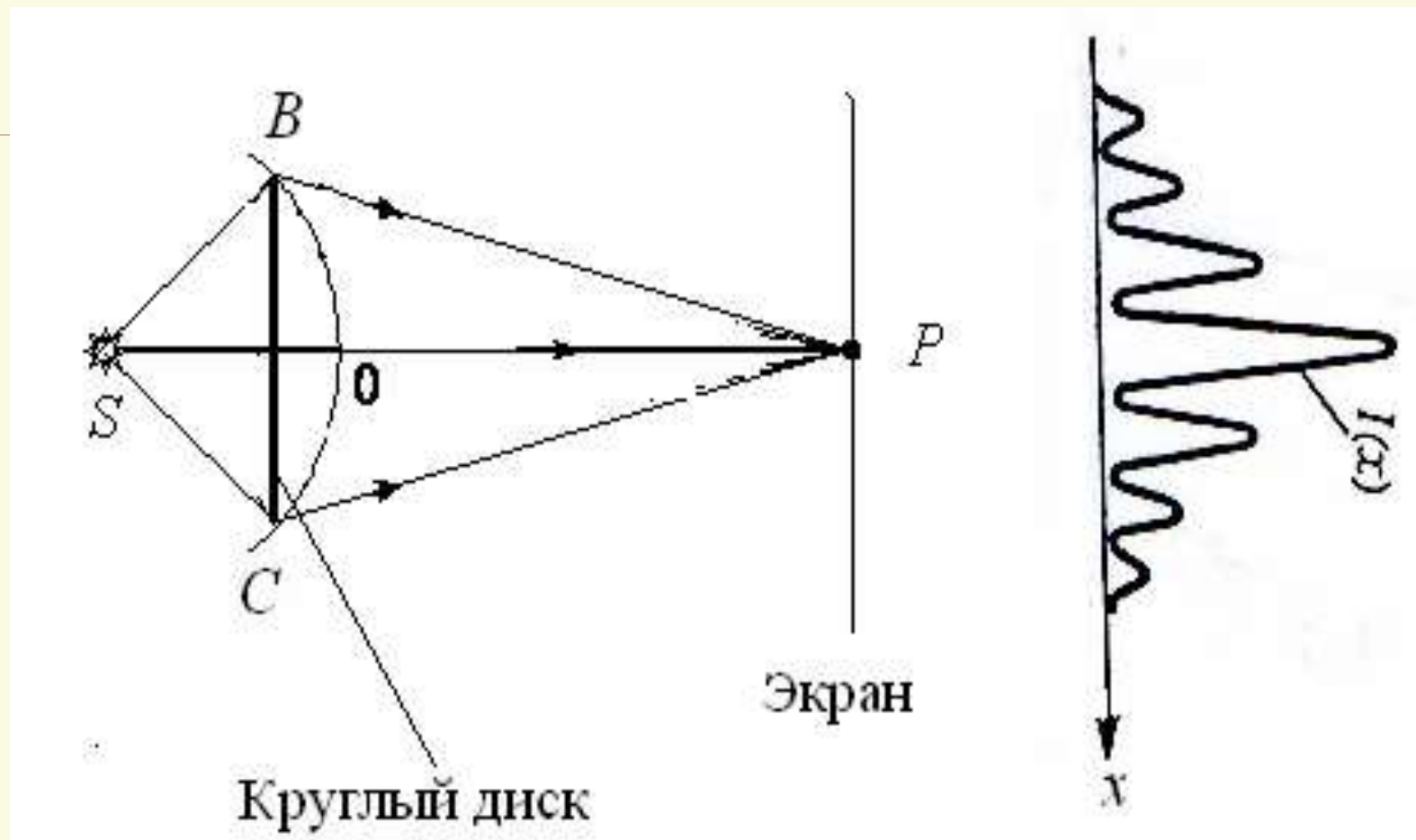
Следовательно, в точке  $P$  всегда наблюдается максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля.

Центральный максимум окружен concentричными с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с ростом расстояния от центра картины.



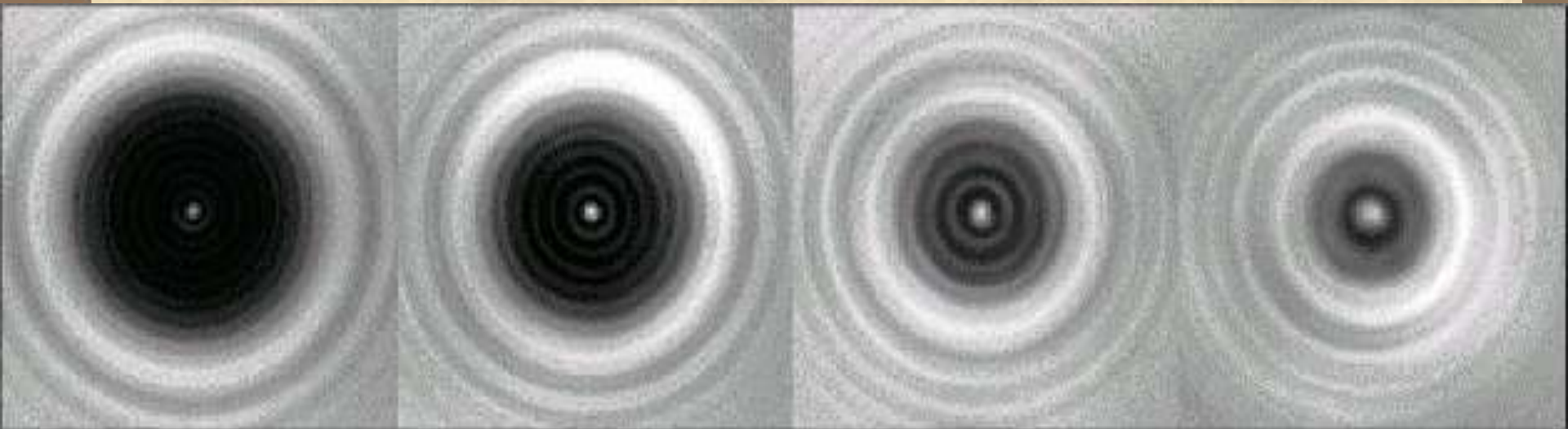
В результате интенсивность центрального максимума уменьшается с увеличением размеров диска.

## 2. Дифракция на диске (на круглом экране).



В т.  $P$  всегда наблюдается светлое пятно, то есть интерференционный максимум (пятно Пуассона).

*Картина дифракции на круглом экране.  
Светлое пятно в центре дифракционной  
картины - **пятно Пуассона***





## ***Зонная пластинка.***

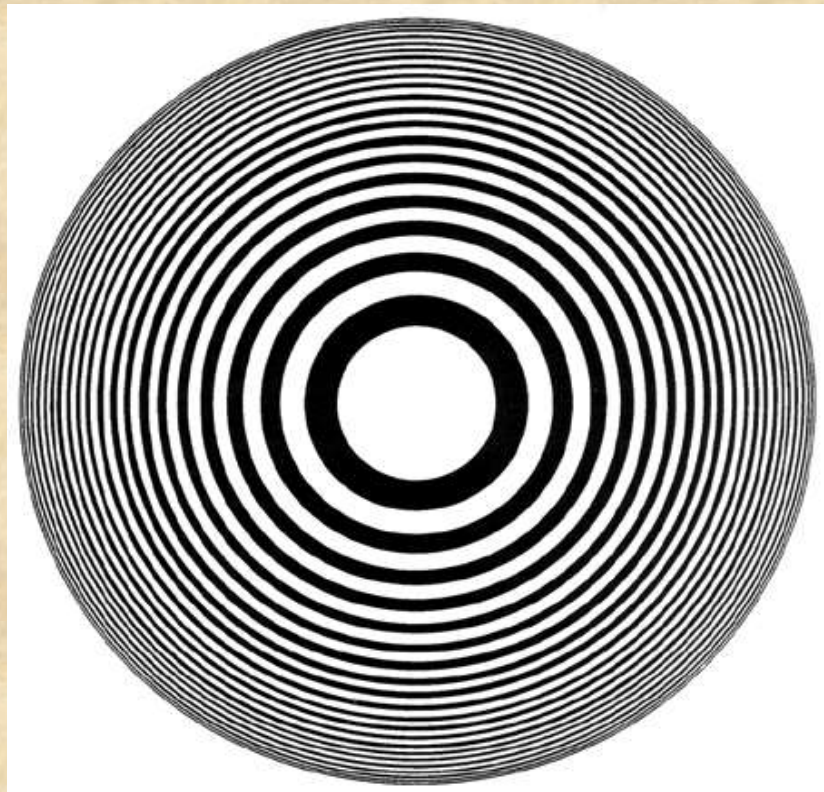
Интенсивность света в точке наблюдения можно увеличить с помощью *зонной пластинки*.

В простейшем случае это стеклянная пластинка, на поверхность которой нанесены по принципу расположения зон Френеля чередующиеся прозрачные и непрозрачные кольца.

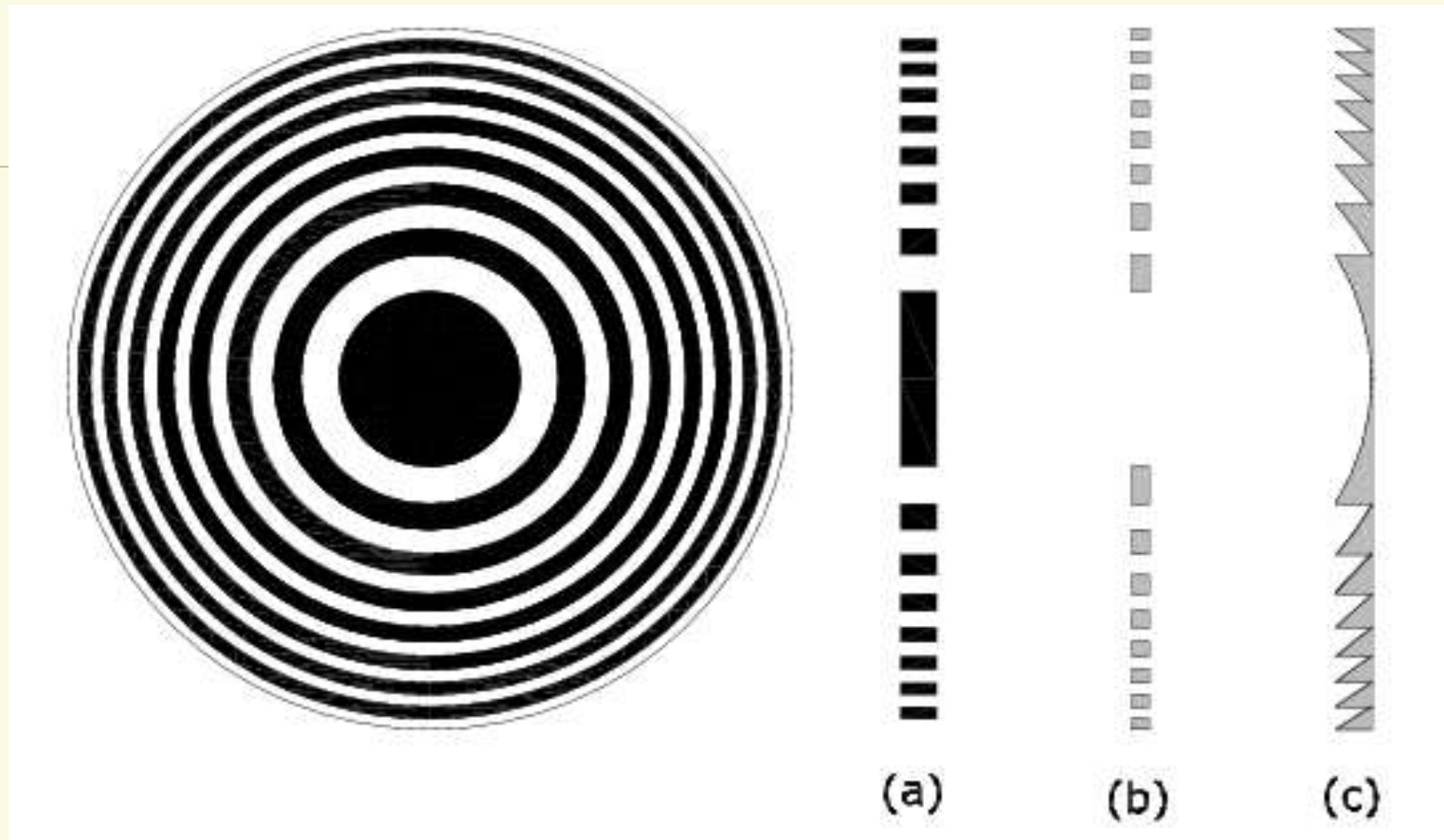
Если установить пластинку в строго определенном месте, то она перекроет все четные или нечетные зоны.

В результате этого интенсивность света в точке наблюдения будет значительно больше, чем при полностью открытом волновом фронте.

Таким образом, зонная пластинка действует подобно собирающей линзе.

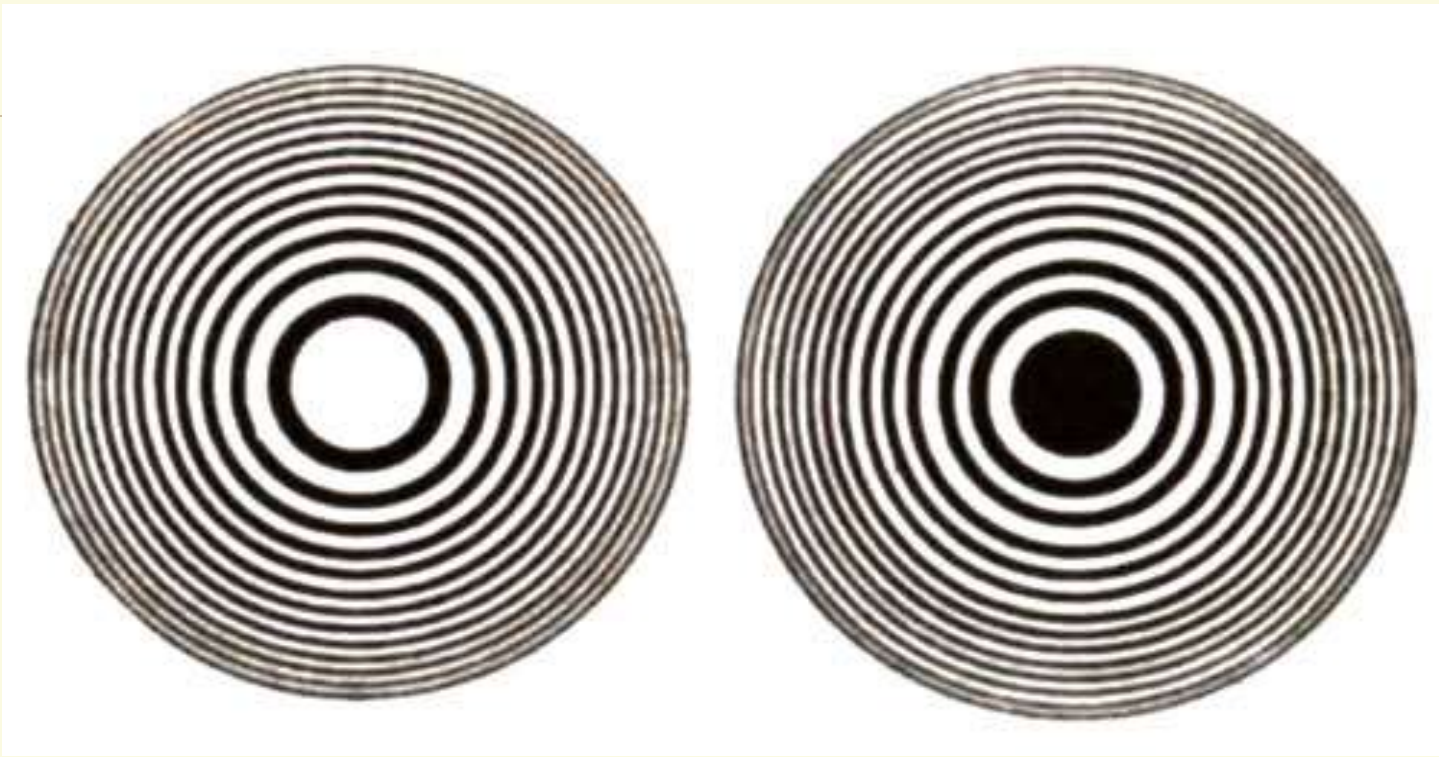


## *Зонная пластинка.*



Волны, приходящие от зон только с четными номерами 2, 4, 6, ... (a):  $A_P = A_2 + A_4 + A_6 + \dots$  (или от зон с только нечетными номерами 1, 3, 5, ... (b):  $A_P = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$ ) будут находиться «в фазе» и, соответственно, усиливать друг друга.

## *Зонная пластинка.*



Зонные пластинки Френеля. Слева - открыты нечетные зоны, справа – чётные.

Хорошим примером, иллюстрирующим метод Френеля, служит опыт с его зонной пластинкой, которая работает как собирающая линза.

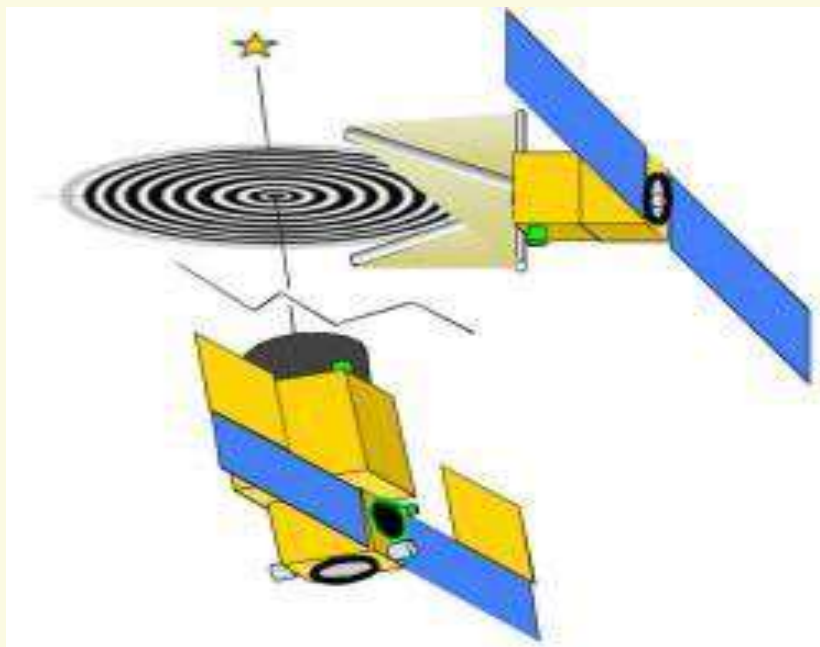




Зонная пластинка Френеля–Соре с успехом применяется в оптике с конца XIX, но пластинка, которой должен быть оснащен телескоп Кёклена имеет свои особенности: чередующиеся прозрачные и непрозрачные отверстия в ней имеют не кольцевую, а строго прямоугольную форму.

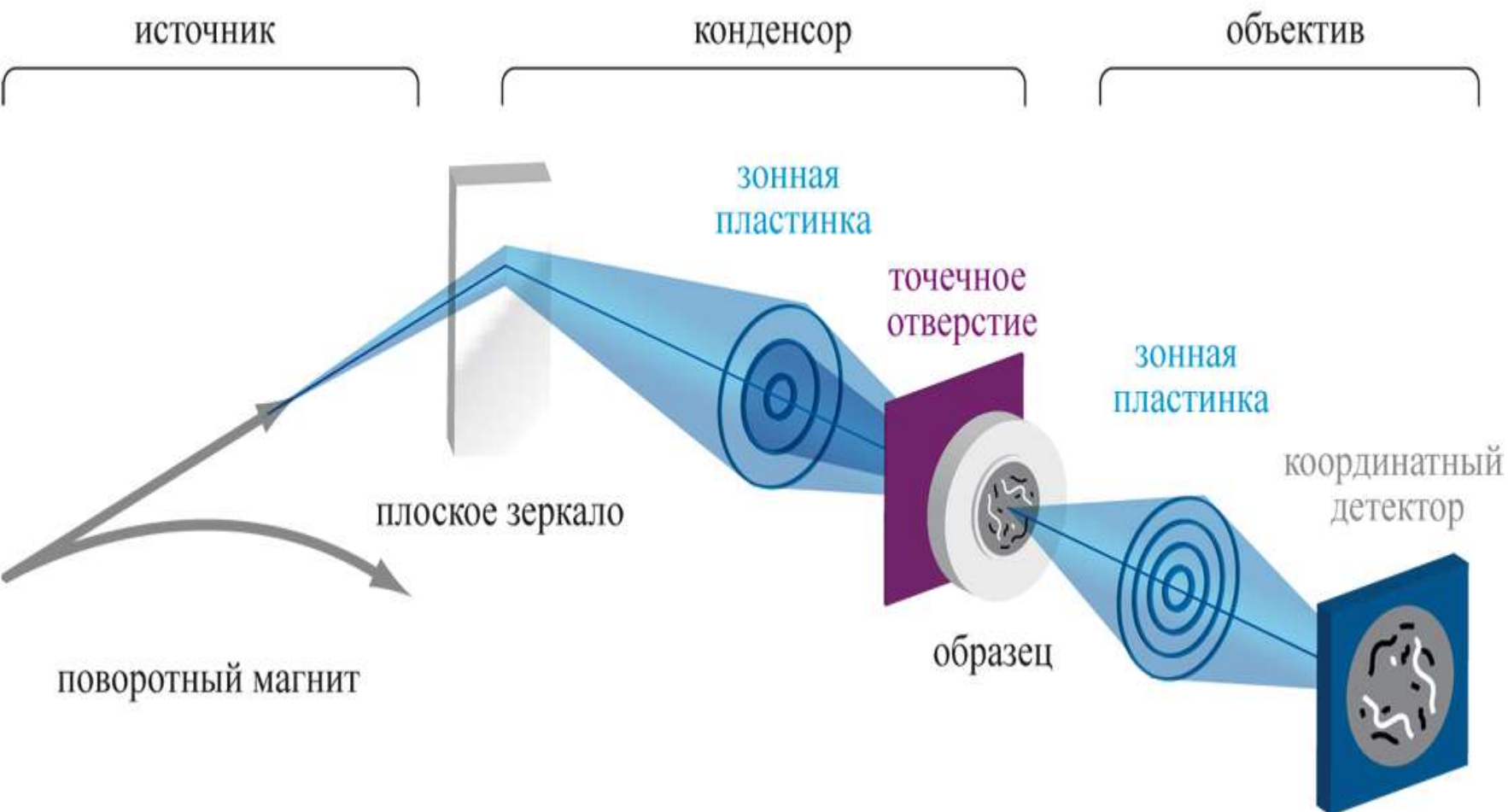


**Орбитальный телескоп на основе 30-метровой зонной пластинки** обладал бы достаточными возможностями для поиска планет «земного размера», находящихся на расстоянии 30 световых лет от нашей планеты. С его помощью можно было бы также исследовать спектр отражаемого планетами света для поиска признаков жизни на этих планетах — к примеру, атмосферного кислорода. В то же время развернуть на околоземной орбите 30-метровый лист фольги будет весьма непросто.



Главная сложность на пути создания орбитального телескопа-дифрактора носит сугубо технический характер. Зонная пластина должна располагаться на одном спутнике, а изображение будет формироваться на другом — в нескольких километрах от первого.

# *Принципиальная схема рентгеновского микроскопа, построенного на зонных пластинках Френеля*





ЛЕКЦІЯ ЗАКОНЧЕНА!