Семинар 8.

Задача 1. Железнодорожная сортировочная горка, на которую подается простейший поток составов с интенсивностью 2 состава в час, представляет собой одноканальную СМО с неограниченной очередью. Время обслуживания (роспуска) состава на горке имеет показательное распределение со средним значением 20 мин. Найти финальные вероятности состояний и характеристики эффективности СМО.

Задача 2. Условия предыдущей задачи усложняются тем, что в парке прибытия железнодорожной сортировочной горки могут находиться одновременно не более трех составов (включая обслуживаемый). Если состав прибывает в момент, когда в парке прибытия уже находится три состава, он вынужден ожидать своей очереди на внешних путях. За один час пребывания состава на внешних путях станция платит штраф 1000 руб. Определить средний суточный штраф, который придется уплатить за ожидание составов на внешних путях.

Задача 3. Имеется одноканальная СМО с отказами. Поток заявок — простейший с интенсивностью λ . Время обслуживания — не случайное и в точности равно $b= 1 / \mu$. Найти относительную и абсолютную пропускную способность СМО в предельном стационарном режиме.

Задача 4. Имеется одноканальная СМО с отказами. Поток заявок — простейший с интенсивностью λ . Время обслуживания распределено по закону Эрланга 2-го порядка со средним значением b. Найти относительную и абсолютную пропускную способность СМО в предельном стационарном режиме.

Задача 5. Рассматривается одноканальная СМО с отказами; на ее вход поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ. Время обслуживания — показательное с параметром $\mu = 1/b$. Работающий канал может время от времени выходить из строя (отказывать); поток отказов канала — простейший с интенсивностью ν. Восстановление (ремонт) вышедшего из строя канала начинается мгновенно после его отказа; время ремонта — показательное с параметром γ. Заявка, которая обслуживалась в момент выхода канала из строя, покидает СМО необслуженной. Найти финальные вероятности состояний СМО: s0 — канал свободен; s1 — канал занят, исправен; s2 — канал ремонтируется и характеристики СМО: A и Q.

Задача 6. Условия задачи 5 повторяются, но с той разницей, что канал может выходить из строя и в неработающем состоянии (с интенсивностью $\nu' < \nu$).

Задача 7. Рассматривается простейшая одноканальная СМО с ограниченной очередью $r= 2$; работающий канал может иногда выходить из строя (отказывать). Заявка, которая обслуживается в момент отказа канала, становится в очередь, если в ней еще есть свободные места; если нет, она покидает СМО необслуженной. Интенсивность потока заявок λ, потока обслуживаний μ, потока отказов канала у, потока восстановлений (ремонтов) 4. Перечислить состояния СМО и найти для них финальные вероятности, а также характеристики эффективности СМО при $\lambda=2$, $\mu=1$, $\nu=0,5$, $\gamma=1$.

Задача 8. Одноканальная СМО — ЭВМ, на которую поступают заявки (требования на расчеты). Поток заявок — простейший со средним интервалом между заявками $t = 10$ мин. Время обслуживания распределено по закону Эрланга 3-го порядка с математическим ожиданием 8 мин. Определить среднее число m заявок в СМО и среднее число l заявок в очереди, а также средние времена пребывания заявки в системе и в очереди.

Примечание: среднее время ожидания заявок в очереди (формула Поллачека- Хинчина):

Задача 9. Условия предыдущей задачи изменены: поток заявок уже не простейший, а пальмовский, причем интервал между событиями в потоке распределен по обобщенному закону Эрланга 2-го порядка с параметрами λ1 = 1/2; λ2 = 1/8. Найти приближенно характеристики эффективности СМО.

Примечание:

$$\tilde{w} \approx \frac{\rho b(\nu_a^2 + \nu_b^2)}{2(1-\rho)} f(\nu_a)$$

$$f(\nu_a) = \begin{cases} \exp\left[-\dfrac{2(1-\rho)(1-\nu_a^2)^2}{3\rho(\nu_a^2+\nu_b^2)}\right], & \nu_a < 1 \\ \exp\left[-(1-\rho)\dfrac{\nu_a^2 - 1}{\nu_a^2 + 4\nu_b^2}\right], & \nu_a \geq 1. \end{cases}$$