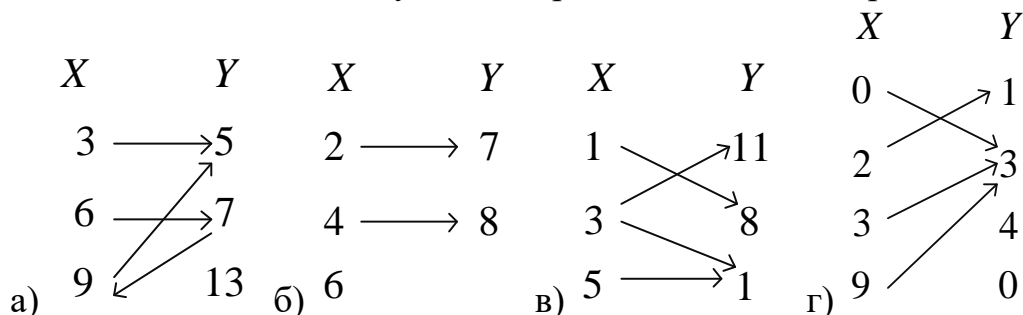


## Занятие 2

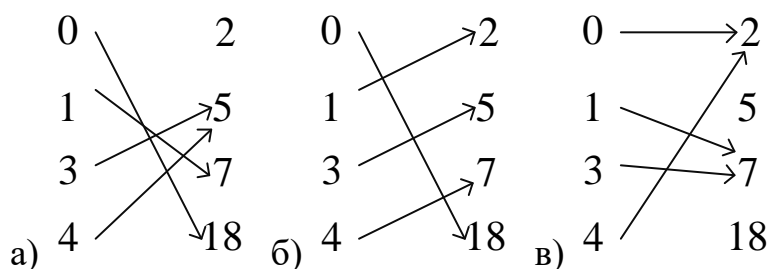
### Отображения множеств

**Задача 1.** Какие из следующих картинок задают отображения?



**Задача 2.** Нарисуйте все возможные отображения из множества  $\{7, 8, 9\}$  в множество  $\{0, 1\}$ .

**Задача 3.** Для отображения  $f : \{0, 1, 3, 4\} \rightarrow \{2, 5, 7, 18\}$ , заданного картинкой, найдите  $f[\{0, 3\}]$ ,  $f[\{1, 3, 4\}]$ ,  $f^{-1}(2)$ ,  $f^{-1}[\{2, 5\}]$ ,  $f^{-1}[\{5, 18\}]$ .

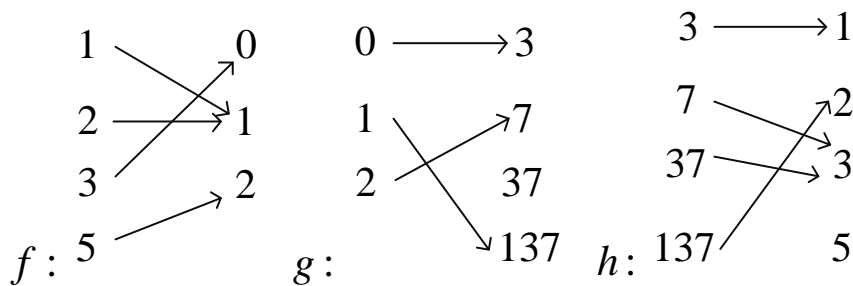


**Задача 4.** Пусть  $f : X \rightarrow Y$ ,  $A_1, A_2 \subset X$ ,  $B_1, B_2 \subset Y$ . Всегда ли верно, что:

- а)  $f[X] = Y$ ; б)  $f^{-1}[Y] = X$ ; в)  $f[A_1 \cup A_2] = f[A_1] \cup f[A_2]$ ;  
 г)  $f[A_1 \cap A_2] = f[A_1] \cap f[A_2]$ ; д)  $f^{-1}[B_1 \cup B_2] = f^{-1}[B_1] \cup f^{-1}[B_2]$ ;  
 е)  $f^{-1}[B_1 \cap B_2] = f^{-1}[B_1] \cap f^{-1}[B_2]$  ж)  $f[A_1] \subset f[A_2] \Rightarrow A_1 \subset A_2$ ;  
 з)  $f^{-1}[B_1] \subset f^{-1}[B_2] \Rightarrow B_1 \subset B_2$ ?

**Задача 5.** Докажите, что для произвольных отображений  $f : X \rightarrow Y$ ,  $g : Y \rightarrow Z$  и  $h : Z \rightarrow W$  выполняется следующее:  $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$  (то есть скобки в выражении  $h \circ g \circ f$  можно не писать).

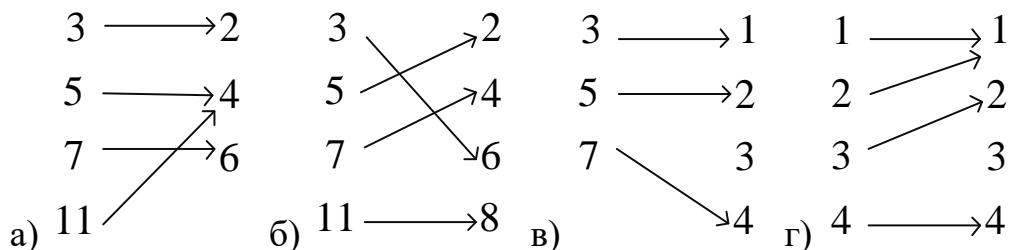
**Задача 6.** Пусть  $f : \{1, 2, 3, 5\} \rightarrow \{0, 1, 2\}$ ,  $g : \{0, 1, 2\} \rightarrow \{3, 7, 37, 137\}$ ,  $h : \{3, 7, 37, 137\} \rightarrow \{1, 2, 3, 5\}$  – отображения, показанные на рисунке:



Нарисуйте картинки для следующих отображений:

а)  $g \circ f$ ; б)  $h \circ g$ ; в)  $f \circ h \circ g$ ; г)  $g \circ h \circ f$ .

**Задача 7.** Про каждое из отображений, изображенных на рисунке, выясните, является ли оно биективным:



**Задача 8.** Нарисуйте все биективные отображения а) из множества  $\{1, 2\}$  в множество  $\{3, 4, 5, 6\}$ ; б) из множества  $\{1, 2, 3\}$  в множество  $\{4, 5, 6\}$ .

**Задача 9.** Пусть  $f: X \rightarrow Y$ ,  $g: Y \rightarrow Z$ . Верно ли, что если  $f$  и  $g$  биективны, то и  $g \circ f$  биективно?

**Задача 10.** Докажите, что следующие свойства отображения  $f: X \rightarrow Y$  эквивалентны:

- 1)  $f$  – биекция; 2)  $f$  – сюръективно и инъективно; 3)  $f$  обратимо, то есть существует такое отображение  $g: Y \rightarrow X$ , что  $gf = Id_X$ ,  $fg = Id_Y$ , где  $Id_M: M \rightarrow M$ ,  $m \mapsto m$  – тождественное отображение.

**Задача 11.** Про каждые два из следующих множеств выясните, существует ли между ними биекция: а) множество натуральных чисел; б) множество четных натуральных чисел; в) множество натуральных чисел без числа 3; г) множество целых чисел.

**Задача 12.** Автомат складывает чёрные и красные карточки в две стопки. Класть карточку на другую карточку того же цвета запрещено. 36 и 37 карточки, выложенные автоматом – красные, а 2017 карточка чёрная. Какого цвета 2018-я выложенная карточка?

**Задача 13.** Автомат меняет любые три монеты на любые пять по вашему выбору, а любые пять на любые три. Сможете ли вы обменять у него 200 монет достоинством в 1 рубль на 200 монет достоинством в один forint. Отдав ему при обмене ровно 2018 монет?