

Семинар 3

Задача 1

Рассматривается процесс работы ЭВМ. Поток отказов (сбоев) работающей ЭВМ — простейший с интенсивностью λ . Если ЭВМ дает сбой, то он немедленно обнаруживается, и обслуживающий персонал приступает к устранению неисправности (ремонту). Закон распределения времени ремонта — показательный с параметром μ . В начальный момент ЭВМ исправна. Найти: 1) вероятность того, что в момент t ЭВМ будет работать; 2) вероятность того, что за время $(0, t)$ ЭВМ даст хотя бы один сбой; 3) финальные вероятности состояний ЭВМ.

Задача 2

В условиях предыдущей задачи неисправность ЭВМ обнаруживается не сразу, а по прошествии некоторого времени, имеющего показательное распределение с параметром ν .

Написать и решить уравнения Колмогорова для вероятностей состояний. Найти финальные вероятности состояний (непосредственно по графу состояний). Принять $\lambda=1$, $\nu=6$, $\mu=2$.

Задача 3

Дублированная СМО с восстановлением (классическая задача теории надежности).

Некоторое устройство в процессе работы может выходить из строя. Имеется резервное устройство, которое в случае неисправности основного автоматически включается в работу. В этот же момент начинается восстановление основного. Предполагается, что резерв ненагруженный, т. е. во время работы основного устройства резервное не может потерять работоспособность.

Дано: λ — интенсивность потока отказов, μ — интенсивность восстановления.

Тогда $1/\lambda$ — ожидаемая наработка на отказ, т. е. среднее время работы устройства до его отказа, $1/\mu$ — ожидаемое время восстановления неисправного устройства, т. е. среднее время устранения неисправности.

Изначально система находится в состоянии S_0 — работает основное устройство. В случае выхода из строя основного устройства система переходит в состояние S_1 — работает резервное устройство. Если во время работы резервного устройства было восстановлено основное, система возвращается в S_0 .

Если же до восстановления основного устройства вышло из строя резервное, система переходит в состояние S_2 , что фактически означает прекращение работы системы.

Найти вероятность безотказной работы системы.

Задача 4

Электронное техническое устройство (ЭТУ) состоит из двух одинаковых взаимозаменяемых узлов. Для работы ЭТУ достаточно, чтобы работал хотя бы один узел. При выходе из строя одного из узлов ЭТУ продолжает нормально функционировать за счет работы другого узла. Поток отказов каждого узла — простейший с параметром λ . При выходе из строя узла он сразу начинает ремонтироваться. Время ремонта узла — показательное с параметром μ . В начальный момент (при $t=0$) оба узла работают. Найти следующие характеристики работы ЭТУ:

- 1) вероятности состояний как функции времени: S_0 — исправны оба узла; S_1 — исправен один узел, другой ремонтируется; S_2 — ремонтируются оба узла (ЭТУ не работает);
- 2) вероятность $p(t)$ того, что за время t ЭТУ ни разу не прекратит работу;
- 3) финальные вероятности состояний ЭТУ;
- 4) для предельного (стационарного) режима ЭТУ среднее относительное время, в течение которого ЭТУ будет работать;