

## 6. Внешний фотоэффект и эффект Комптона

В классической физике электромагнитное излучение есть непрерывное в пространстве и времени распределение векторов напряженностей электрического  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  и магнитного  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  полей, проявляющих себя посредством взаимодействия с заряженными частицами вещества. Это взаимодействие описывается с помощью силы Лоренца

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{V}\vec{B}],$$

где  $q$  - заряд частицы и  $\vec{V}$  - скорость частицы.

В квантовой теории электромагнитное излучение рассматривается как совокупность **фотонов (квантов)**, обладающих энергией

$$\varepsilon_{\phi} = \hbar\omega = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

и импульсом

$$\vec{p}_{\phi} = \hbar\vec{k} = \frac{\varepsilon_{\phi}}{c} \frac{\vec{k}}{k}.$$

Здесь  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с - **постоянная Планка**,  $\hbar = h/2\pi$ ,  $\omega = 2\pi\nu$  - круговая частота излучения,  $\lambda$  - длина волны,  $\vec{k}$  - волновой вектор,  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число и  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с - скорость света в вакууме. Полное число фотонов определяется энергией электромагнитного излучения. Приведенные выше формулы описывают фотоны плоской монохроматической волны.

Из формулы Эйнштейна

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4,$$

связывающей энергию  $E$ , импульс частицы  $\vec{p}$  и массу  $m$  частицы, следует, что **масса фотона равна нулю**.

Электромагнитное излучение можно рассматривать как объект, одновременно обладающий волновыми свойствами, которые проявляются в таких явлениях как интерференция и дифракция, и корпускулярными свойствами, которые обнаруживаются при взаимодействии электромагнитного излучения с веществом. Волновые и корпускулярные свойства излучения не противоречат, а дополняют друг друга, позволяя выбрать наиболее удобный и адекватный способ описания того или иного физического явления.

В случае взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, когда происходит поглощение, излучение или рассеяние этого излучения, квантовая теория описывает **элементарные акты взаимодействия отдельного фотона с отдельным атомом или электроном**. В каждом таком элементарном акте выполняются законы сохранения энергии, импульса и момента импульса, если фотон электромагнитного излучения и взаимодействующая с ним частица вещества образуют замкнутую систему.

Создание квантовой теории электромагнитного излучения опиралось на такие опытные факты, которые классическая теория Максвелла не могла полностью объяснить и количественно точно описать. К этим опытным фактам относятся **внешний фотоэффект**, открытый Г.Герцем в 1887 г., и **эффект Комптона**, открытый А.Комптоном в 1922 г..

Экспериментальная схема для наблюдения внешнего фотоэффекта, приведенная на рис.7.1, включает в себя вакуумный диод  $D$ , состоящий из стеклянного баллона, из которого откачан воздух, и находящихся в этом баллоне металлических катода  $K$  и анода  $A$ , источник постоянной ЭДС  $\mathcal{E}$ , соединенный электрической цепью через сопротивление  $R$  с катодом  $K$  и анодом  $A$ , и внешний источник электромагнитного излучения, которое через стенки баллона может попадать на поверхность катода. Внешний фотоэффект заключается в том, что при определенных условиях в случае попадания на поверхность катода электромагнитного излучения в данной цепи возникает постоянный электрический ток.

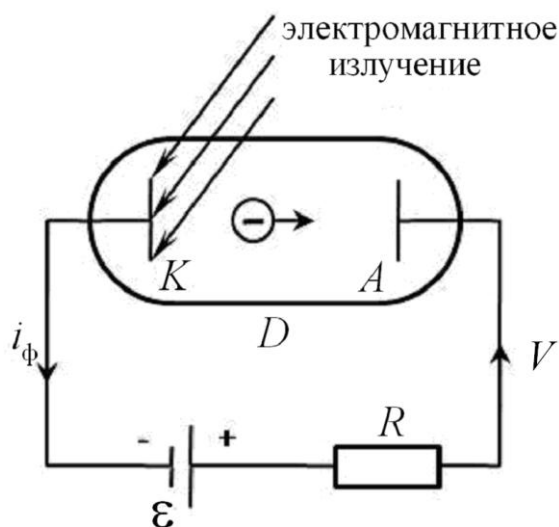


Рис.7.1

Если нет электромагнитного излучения, то в вакуумном диоде отсутствуют носители электрического тока и цепь постоянного тока является разомкнутой. В этом случае ток по цепи не течет несмотря на то, что внутри диода существует постоянное электрическое поле, направленное от положительно заряженного анода  $A$  к отрицательно заряженному катоду  $K$ .

Если включить внешний источник электромагнитного излучения и направить это излучение на поверхность металлического катода, то при выполнении определенных условий электроны проводимости катода, поглощая электромагнитное излучение, могут вылетать с поверхности катода и таким образом становятся носителями тока в вакуумном диоде. Зависимость протекающего в цепи фототока  $i_{\text{ф}}$  от постоянного напряжения  $V$ , поданного на диод, для случая постоянной интенсивности электромагнитного излучения показана на рис.7.2.

Максимальный фототок  $i_{\text{ф.т.}}$  при  $V \rightarrow \infty$  называется током насыщения. Его величина, определяемая мощностью поглощенного излучения, растет с увеличением мощности электромагнитного излучения.

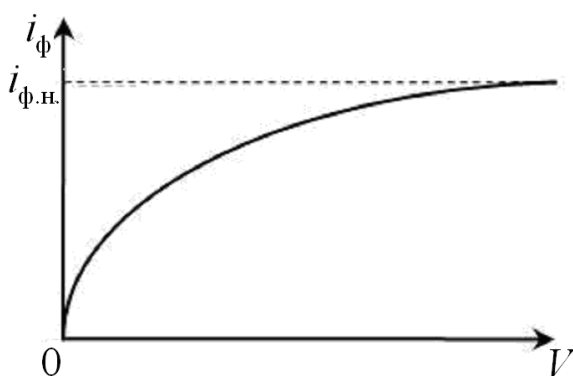


Рис.7.2

Основы квантовой теории внешнего фотоэффекта были заложены А.Эйнштейном в 1905 г., который применил закон сохранения энергии к элементарному акту поглощения фотона свободным электроном проводимости металла. **Уравнение Эйнштейна** для внешнего фотоэффекта имеет вид:

$$\varepsilon_{\text{ф}} = A_{\text{вых}} + \varepsilon_{\text{кин}}.$$

Согласно закону сохранения энергии энергия  $\varepsilon_{\text{ф}}$  поглощенного фотона полностью передается электрону и частично идет на совершение работы выхода  $A_{\text{вых}}$  электрона из металла, а другая часть энергии остается у электрона, вылетевшего с поверхности металла, в виде его кинетической энергии  $\varepsilon_{\text{кин}} = mv^2/2$  на достаточно большом расстоянии от поверхности металла.

В классической теории работа выхода совершается против сил, удерживающих электрон внутри металла. Этими силами являются кулоновские силы притяжения между отрицательно заряженным электроном и положительно заряженными ионами кристаллической решетки металла, электрическое поле которых на время вылета электрона локально оказывается не скомпенсированным.

### Задача №19

Работа выхода электрона для никеля  $A_{\text{вых}} = 4,84$  эВ. Определить длину волны  $\lambda_{\text{гр}}$  излучения, соответствующую так называемой красной границе внешнего эффекта. Красная граница на оси длин волн определяется максимальной длиной волны, при которой еще возможен внешний фотоэффект.

#### Решение

Задача решается с помощью уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$\epsilon_{\text{ф}} = \frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \epsilon_{\text{кин}}. \quad (1)$$

Красная граница определяется условием

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{гр}}} = A_{\text{вых}}, \quad (2)$$

в соответствии с которым для электромагнитного излучения с длинами волн  $\lambda > \lambda_{\text{гр}}$  внешний фотоэффект не наблюдается.

Из уравнения (2) получаем, что

$$\lambda_{\text{гр}} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}} = 2,55 \cdot 10^{-7} \text{ м}. \quad (3)$$

При расчете необходимо перевести электрон-вольты в джоули:  $1\text{эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж.

Ответ:  $\lambda_{\text{гр}} = 2,55 \cdot 10^{-7}$  м.

### Задача №20

Определить максимальную скорость  $v_{\text{max}}$  электрона, вылетающего с поверхности медного электрода, который освещается электромагнитным излучением с длиной волны  $\lambda = 250$  нм. Работа выхода электрона для меди  $A_{\text{вых}} = 4,17$  эВ. Масса электрона  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг.

#### Решение

Задача решается на основе уравнения Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$\epsilon_{\text{ф}} = \frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}. \quad (1)$$

Отсюда получаем, что

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}{m}} = 5,2 \cdot 10^5 \text{ м/с.} \quad (2)$$

Ответ:  $v_{\max} = 5,2 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$

**Эффект Комптона** относится к процессу **рассеяния электромагнитных волн** на свободных электронах, где в результате взаимодействия меняется направление распространения электромагнитной волны. Классическая электродинамика описывает рассеяние как результат излучения электронов, совершающих вынужденные колебания на частоте падающей электромагнитной волны под действием ее электрического поля. Вследствие этого частота рассеянного излучения должна совпадать с частотой падающей электромагнитной волны. Тщательные измерения длины волны рассеянного излучения, выполненные А.Комптоном с сотрудниками, показали, что эта длина волны отличается от длины волны падающего электромагнитного излучения. При этом данное различие зависит от угла рассеяния, т.е. угла между направлениями распространения падающей и рассеянной волнами.

Описанный эффект, получивший имя Комптона, может быть легко объяснен с помощью квантовой теории на основе **законов сохранения энергии и импульса замкнутой системы, состоящей из фотона и свободного электрона**. Допустим, что до взаимодействия свободный электрон покоился. Благодаря взаимодействию с электроном налетающий фотон рассеивается и летит в новом направлении под углом  $\theta$  к его начальному направлению (рис.7.3).

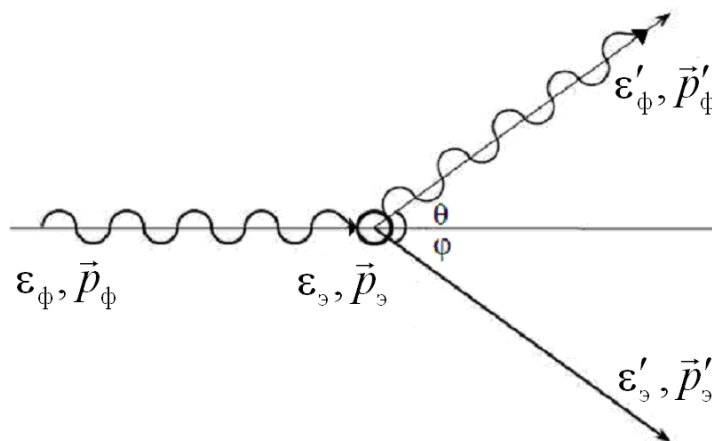


Рис.7.3

Законы сохранения энергии и импульса для элементарного акта взаимодействия фотона и электрона запишутся в виде:

$$\varepsilon_{\phi} + \varepsilon_{\text{э}} = \varepsilon_{\phi}' + \varepsilon_{\text{э}}',$$

$$\vec{p}_{\phi} + \vec{p}_{\text{э}} = \vec{p}_{\phi}' + \vec{p}_{\text{э}}'.$$

Здесь нештрихованные величины относятся к фотону и электрону до процесса рассеяния, а штрихованные величины относятся к фотону и электрону после их взаимодействия. В случае первоначально покоящегося электрона  $\vec{p}_{\text{э}} = 0$ .

Решение приведенной выше системы уравнений как в нерелятивистском, так и в релятивистском случае дает одинаковое выражение для длины волны  $\lambda'$  фотона, рассеянного под углом  $\theta$ ,

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta),$$

где  $0 \leq \theta \leq \pi$  и величина

$$\frac{h}{mc} = \Lambda = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

называется **комптоновской длиной волны электрона**.

Поскольку для электрона величина  $\Lambda$  очень мала, то для наблюдения эффекта Комптона используется коротковолновое рентгеновское излучение. В этом случае относительное изменение  $\Delta\lambda/\lambda$  длины волны рассеянных фотонов становится экспериментально наблюдаемым.

### Задача №21

Фотон с длиной волны  $\lambda = 0,07 \text{ нм}$  рассеивается на свободно покоящемся электроны под углом  $\theta = \pi/2$ . Определить долю энергии  $\Delta\varepsilon_{\phi}/\varepsilon_{\phi}$ , потерянной фотоном, и скорость  $v_{\text{э}}'$  электрона, полученную им в результате рассеяния фотона.

### Решение

Согласно основной формуле для эффекта Комптона

$$\lambda' - \lambda = \Lambda(1 - \cos \theta), \quad (1)$$

поэтому доля энергии, потерянной фотоном,

$$\frac{\Delta\varepsilon_{\phi}}{\varepsilon_{\phi}} = \frac{\varepsilon_{\phi} - \varepsilon_{\phi}'}{\varepsilon_{\phi}} = \frac{hc/\lambda - hc/\lambda'}{hc/\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'} \approx \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda} = \frac{\Lambda}{\lambda}(1 - \cos \theta) = \frac{\Lambda}{\lambda} \approx 0,034. \quad (2)$$

Здесь использовано, что  $\lambda' - \lambda \ll \lambda$ . Относительная погрешность приведенного расчета  $\sim \Lambda/\lambda$ .

На основе закона сохранения импульса можно записать, что

$$\vec{p}'_{\phi} = \vec{p}'_{\phi} + \vec{p}_{\gamma} \quad (3)$$

или

$$\vec{p}'_{\gamma} = \vec{p}_{\phi} - \vec{p}'_{\phi} \quad (4)$$

и

$$p'^2_{\gamma} = (\vec{p}_{\phi} - \vec{p}'_{\phi})^2 = p_{\phi}^2 + p'^2_{\phi} - 2(\vec{p}_{\phi} \vec{p}'_{\phi}) \approx 2p_{\phi}^2, \quad (5)$$

поскольку угол рассеяния  $\theta = \pi/2$  и  $\vec{p}'_{\phi} \perp \vec{p}_{\phi}$ . Из (5) следует, что

$$v'_{\gamma} = \frac{\sqrt{2}p_{\phi}}{m} = \sqrt{2} \frac{h}{m\lambda} = \sqrt{2} \frac{h}{mc\lambda} c = \sqrt{2} \frac{\Lambda}{\lambda} c = 1,44 \cdot 10^7 \text{ м/с}. \quad (6)$$

Здесь используется нерелятивистская формула для импульса электрона, поскольку  $v'_{\gamma} \ll c$ .

Ответ:  $\frac{\Delta\varepsilon_{\phi}}{\varepsilon_{\phi}} = 0,034$ ,  $v'_{\gamma} = \sqrt{2} \frac{\Lambda}{\lambda} c = 1,44 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ .