

Семинар 2

1. Две автомашины А и В сдаются в аренду по одной и той же цене. Каждая из них может находиться в одном из двух состояний: S1 - машина работает хорошо, S2 - машина требует ремонта, которые образуют цепь Маркова. Матрицы вероятностей переходов между состояниями за сутки для этих машин равны соответственно:

$$P_A = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,3 \\ 0,8 & 0,2 \end{bmatrix} \quad P_B = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,7 & 0,3 \end{bmatrix}.$$

Определить финальные вероятности состояний для обеих автомашин. Какую автомашину стоит арендовать?

2. В городе N каждый житель имеет одну из трех профессий А, В, С. Дети отцов, имеющих профессии А, В, С сохраняют профессии отцов с вероятностями $3/5$, $2/3$, $1/4$ соответственно, а если не сохраняют, то с равными вероятностями выбирают любую из двух других профессий.

Найти:

- распределение по профессиям в следующем поколении, если в данном поколении профессию А имело 20%, профессию В - 30%, профессию С - 50%;
 - распределение по профессиям, не меняющееся при смене поколений.
3. Классифицировать состояния для марковской цепи, заданной матрицей вероятностей переходов P_1 , записать ее в каноническом виде и найти среднее время перехода из одного состояния в другое внутри замкнутого класса (все возможные варианты).

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

4. (ДЗ) Найти решение задачи 1 для матрицы

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 & 0 \end{bmatrix};$$

5. Найдите вероятность и среднее время перехода из несущественного состояния в замкнутый класс для цепи Маркова, заданной матрицей вероятностей переходов за один шаг

$$P = \begin{bmatrix} 1/3 & 2/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 & 3/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 \end{bmatrix};$$

6. (ДЗ) Найти решение задачи 4 для матрицы

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/4 \\ 1/3 & 0 & 1/3 & 1/6 & 1/6 \end{bmatrix}$$

7. Цепь Маркова задана графом. Найти стационарное распределение вероятностей, если оно существует



8. Рассматривается процесс работы ЭВМ. Поток отказов (сбоев) работающей ЭВМ — простейший с интенсивностью λ . Если ЭВМ дает сбой, то он немедленно обнаруживается, и обслуживающий персонал приступает к устранению неисправности (ремонту). Закон распределения времени ремонта — показательный с параметром μ . В начальный момент ($t = 0$) ЭВМ исправна. Найти: 1) вероятность того, что в момент t ЭВМ будет работать; 2) вероятность того, что за время $(0, t)$ ЭВМ даст хотя бы один сбой; 3) финальные вероятности состояний ЭВМ.