

## Лабораторная работа 4

### Изучение затухающих колебаний в колебательном контуре

**Цель работы** – изучение колебаний в колебательном контуре в зависимости от активного сопротивления контура и расчет параметров колебательного контура.

**Приборы и принадлежности:**

генератор сигналов ГЗ-112, осциллограф С1-96, измерительный модуль.

Колебательный контур состоит из последовательно соединенных конденсатора **C**, катушки индуктивности **L** и активного сопротивления **R** (рис. 1).

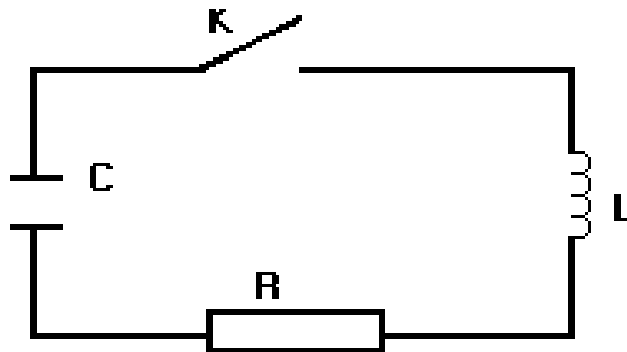


Рис.1

Предполагается, что рассматриваемая электрическая цепь представляет собой линейную систему с постоянными параметрами **L**, **C**, **R**, удовлетворяющую условию квазистационарности, т.е. когда значение тока **I** в данный момент времени одинаково во всех элементах цепи.

Если конденсатору **C** сообщить заряд **q<sub>0</sub>**, а затем замкнуть ключ **K**, то в цепи появится ток. Для данного момента времени **t** заряд конденсатора **q**, напряжение на его пластинах **U** и ток в цепи **I** связаны между собой соотношениями:

$$q = CU, \quad I = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU}{dt}. \quad (1)$$

Согласно второму правилу Кирхгофа

$$IR + U = \mathcal{E}_C, \quad (2)$$

где  $\mathcal{E}_C = -L \frac{dI}{dt}$  – ЭДС самоиндукции в катушке **L**. Подставляя выражения **I** и  $\mathcal{E}_C$  в (2), получим:

$$LC \frac{d^2U}{dt^2} + RC \frac{dU}{dt} + U = 0. \quad (3)$$

Это уравнение можно представить в виде:

$$\frac{d^2U}{dt^2} + 2\beta \frac{dU}{dt} + \omega_0^2 U = 0, \quad (4)$$

где введены обозначения  $2\beta = \frac{R}{L}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ .

Уравнение (4) представляет собой дифференциальное уравнение затухающих колебаний в контуре. Можно сказать, что при не слишком большом сопротивлении  $R$ , когда  $\beta < \omega_0$  или  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , решением уравнения (4) является функция

$$U(t) = U_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) = U_m(t) \cos(\omega t + \varphi), \quad (5)$$

которая описывает затухающие колебания напряжения на конденсаторе контура. В уравнении (5)  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  - частота затухающих колебаний;  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  - частота собственных колебаний идеального контура при  $R=0$ ;  $\beta = \frac{R}{2L}$  - коэффициент затухания;  $U_m(t) = U_0 e^{-\beta t}$  - амплитуда колебаний в момент времени  $t$ . Постоянные величины  $U_0$  и  $\varphi$  определяются из начальных условий. Период затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (6)$$

На рис.2 показана зависимость заряда  $q(t)$  и напряжения  $U(t)$  на конденсаторе колебательного контура от времени.

Характеристикой затухания колебаний в контуре является логарифмический декремент затухания  $\lambda$ , который определяется как логарифм отношения двух любых последовательных амплитуд, отстоящих друг от друга по времени на период  $T$ :

$$\lambda = \ln \frac{U_0 e^{-\beta t}}{U_0 e^{-\beta(t+T)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T. \quad (7)$$

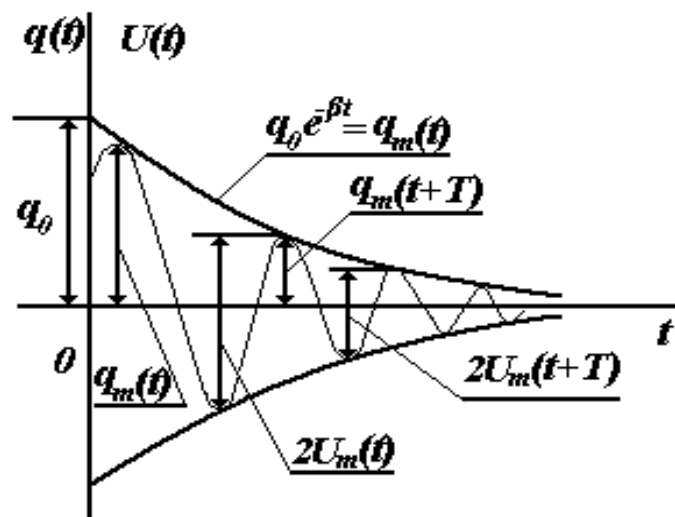


Рис. 2

Если амплитуда колебаний  $U_m(t) = U_0 e^{-\beta t} = U_0 e^{-\frac{\lambda}{T} t}$  за время  $\tau$  уменьшается в  $e$  раз, то

$$\frac{U_m(t)}{U_m(t+\tau)} = e^{\frac{\lambda}{T}\tau} = e, \quad \lambda \frac{\tau}{T} = \lambda n = 1, \quad \lambda = \frac{1}{n}, \quad (8)$$

где  $n = \frac{\tau}{T}$  - число колебаний за время  $\tau$ . Следовательно, логарифмический декремент обратен по величине числу колебаний  $n$ , совершаемых за время, когда амплитуда уменьшается в  $e$  раз.

Подставляя в (7), для случая слабого затухания ( $\beta \ll \omega_0$ ), значения

$\beta = \frac{R}{2L}$  и  $T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ , найдем для  $\lambda$  выражение:

$$\lambda = \pi R \sqrt{\frac{L}{C}} = \pi \frac{R}{\rho}, \quad (9)$$

где величина  $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$  имеет размерность "сопротивления" – и называется "характеристическим сопротивлением" контура.

Колебательный контур часто характеризуется добротностью

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\rho}{R} = \pi n.$$

Добротность контура определяет относительную убыль энергии в процессе колебаний :

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}, \quad (10)$$

где  $W$  – полный запас энергии в контуре;  $\Delta W$  – уменьшение энергии за один период колебаний.

Если активное сопротивление  $R$  контура велико,  $\beta \geq \omega_0$  или  $\frac{R^2}{4L} \geq \frac{1}{LC}$ , то процесс разрядки конденсатора имеет аperiodический характер (колебания отсутствуют). Сопротивление  $R$ , при котором колебательный процесс переходит в аperiodический, называется критическим. Критическое сопротивление  $R_{кр}$  определяется из условия

$$\frac{R_{кр}^2}{4L} = \frac{1}{LC}, \quad R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\rho. \quad (11)$$

### Описание лабораторной установки

Принципиальная схема лабораторной установки приведена на рис. 3.

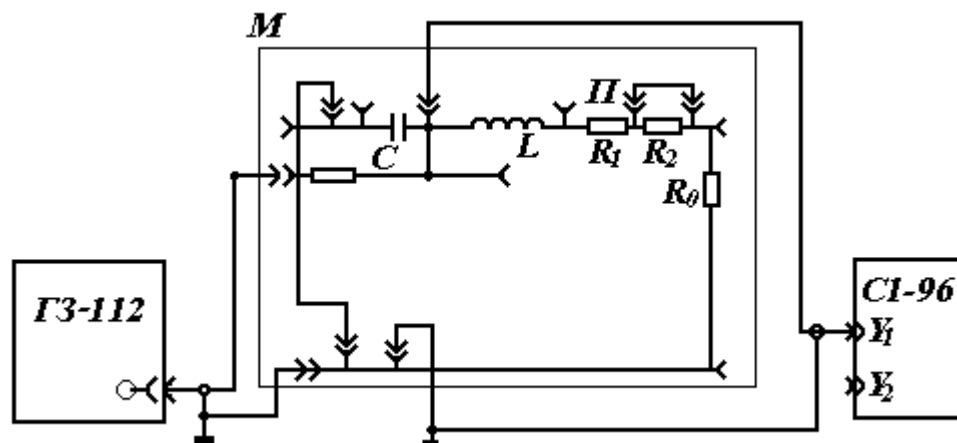


Рис.3

Источником импульсов для периодического возбуждения колебаний в контуре служит генератор ГЗ-112. Элементы исследуемого колебательного контура собраны в кассете М. Напряжение с конденсатора С контура подается на вход канала  $Y_1$  электронного осциллографа С1-96. Сопротивление в цепи колебательного контура  $R = R_0 + R_L + R_{\Pi} + R_{\text{ген}}$ ,

где  $R_L$  – сопротивление катушки;  $R_{\Pi}$  – сопротивление, которое можно изменять с помощью переключки П,  $R_{\text{ген}} = 50 \text{ Ом}$  - сопротивление генератора.

Рабочая часть экрана электронно-лучевой трубки осциллографа: по горизонтали 10 делений, по вертикали 8 делений. Основная приведенная погрешность измерения напряжения  $\pm 4 \%$ . Основная приведенная погрешность измерения временных интервалов  $\pm 5 \%$ .

Сопротивления  $R_0$ ,  $R_L$ , а также значения переменного сопротивления  $R_{\Pi}$  указаны на установке.

### Порядок измерений

1. Соберите электрическую цепь измерительной установки согласно рис.3; включите генератор и осциллограф в сеть, соблюдая меры техники безопасности, и дайте им прогреться в течение 5-7 минут.
2. Изменяя частоту следования возбуждающих импульсов генератора, установив коэффициент отклонения канала  $Y_1$  (переключателем "В/дел") и коэффициент развертки осциллографа, добейтесь устойчивого изображения затухающих колебаний (5-7 периодов) на экране осциллографа с максимальной амплитудой 7-8 делений.
3. Измерьте по осциллограмме длительность периода колебаний  $T$ .
4. Замкните сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  переключкой П ( $R_{\Pi}=0$ ) и проведите измерение размахов напряжения, т.е. удвоенных амплитуд ( $2U_m$ )(рис.2) в делениях шкалы экрана осциллографа для моментов времени  $t$  и  $(t + T)$ , где  $T$  - период колебаний.
5. Вычислите логарифмический декремент затухания по формуле:

$$\lambda = \ln \frac{2U_m(t)}{2U_m(t+T)}.$$

6. Повторите пп. 4-5 с каждым сопротивлением  $R_1$  и  $R_2$  и их последовательным соединением ( $R_1 + R_2$ ).

Результаты занесите в табл.1

Таблица 1

| $R_{\Pi}, \text{кОм}$ | $2U_m(t), \text{дел}$ | $2U_m(t+T), \text{дел}$ | $\lambda$ | $Q = \frac{\pi}{\lambda}$ |
|-----------------------|-----------------------|-------------------------|-----------|---------------------------|
| 0                     |                       |                         |           |                           |
| 1                     |                       |                         |           |                           |
| 2                     |                       |                         |           |                           |
| 3                     |                       |                         |           |                           |

7. Постройте график зависимости логарифмического декремента  $\lambda$  от сопротивления  $R$  и, экстраполируя прямую  $\lambda = \lambda(R)$  до пересечения с осью  $R$ , определите полное сопротивление контура ( $R_L + R_0 + R_{ген}$ ) рис.4.

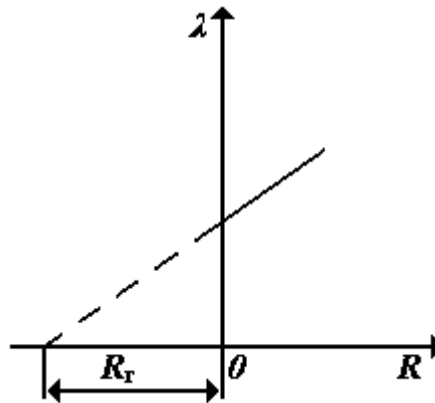


Рис.4

8. Используя график зависимости  $\lambda = \lambda(R)$ , найдите угловой коэффициент  $K$  наклона прямой.

9. Оцените индуктивность катушки контура по формуле  $L = \frac{T}{2K}$ , где  $T$  — период колебаний, измеренный в п.3.

10. Вычислите погрешность измерений логарифмического декремента затухания  $\Delta\lambda$  по формуле:  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{m1}}{U_{m1}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_{m2}}{U_{m2}}\right)^2}$ , а также погрешность измерения периода колебаний  $\Delta T$ .

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте правила Кирхгофа. Объясните, как получено дифференциальное уравнение (4).
2. Дайте определения коэффициента затухания, логарифмического декремента и добротности колебательного контура.
3. Что представляет собой критическое сопротивление колебательного контура?
4. Что называется характеристическим сопротивлением колебательного контура?

## Приложение.

### Инструкция по подготовке установки для лабораторной работы 4 Изучение затухающих колебаний в колебательном контуре

#### 1. Состав установки

- 1.1 Панель монтажная с элементами RLC и гнездами для подключения кабелей и установки перемычек.
- 1.2. Осциллограф универсальный двулучевой (ОСУ-20).
- 1.3. Генератор низкочастотный ГЗ-112/1.

#### 2. Подготовка приборов для работы

- 2.1. Подготовка осциллографа (рис.1).

2.1.1. Осциллограф должен быть отключен от сети, кнопка **POWER(1)** – **отжата**.

2.1.2. Переключатели входов **CH1(2)** и **CH2(3)** поставить в положение **GND**.

2.1.3. Ручки **POSITION**  $\updownarrow$ (4,5) **POSITION**  $\leftrightarrow$ (6) установить в **среднее положение**.

2.1.4. Ручку яркости **INTEN(7)** - в **правое крайнее положение**.

2.1.5. Ручку **FOCUS(8)** – в **правое крайнее положение**.

2.1.6. Ручку усиления **Volt/div(9)** первого канала – в **положение «1»**.

2.1.7. Центральные маленькие ручки (10,12) – в **правое крайнее положение**.

2.1.8. Ручку усиление **Volt/div (11)** второго канала – в **положение «5»**.

2.1.9. Переключатель рода развертки **MODE(13)** в положение **AUTO**.

2.1.10. Переключатель источника синхронизации **TRIGGER SOURCE(14)** – в положение **CH1**.

2.1.1.1. Переключатель времени развертки **Time/div (15)** установить в положение **0,5 ms – 0,1 ms**.

2.1.1.2. Переключатель лучей **MODE(16)** – в положение **CH1**.

- 2.2. Подготовка генератора (рис.2)

2.2.1. Генератор должен быть отключен от сети. Тумблер **СЕТЬ(1)** - в положение **ВЫКЛЮЧЕНО**.

2.2.2. Ручка **МНОЖИТЕЛЬ(2)** - в положение «1» или «10».

2.2.3. Переключатель формы входного сигнала(3) – в положение 


2.2.4. Переключатель **ОСЛАБЛЕНИЕ(4)** – в положение «0» или «10».

2.2.5. Ручка регулировки входного сигнала(5) – в **среднем положении**.

#### 3. Соединение панели монтажной (рис.3) с приборами

3.1. Соединить кабелем гнездо осциллографа **CH1(17)** с гнездами панели  $\perp$ (5) и **У2-1(9)**.

3.2. Замкнуть перемычкой(8) гнезда  $\perp$ (1) и (3).

3.3. Соединить кабелем гнездо выхода генератора(6) с гнездами панели  $\perp$ (1) и (2) 

3.4. Замкнуть резисторы(6) перемычкой(7).

#### 4. Включение установки

4.1. Вставить вилки приборов в сетевые розетки и включить соответствующие сетевые выключатели осциллографа и генератора и прогреть их в течении 2-3 минут.

4.2. Положение появившейся на экране осциллографа линии развертки откорректировать ручками **POSITION**(4,6).

4.3. Перевести переключатель **CH1**(2) в положение **AC**.

4.4. Плавно вращая ручки изменения **частоты** (7), добиться изображения затухающих колебаний (пример на рис.5).

4.5. Устойчивости и качества изображения добиваться **ручками** (15 и 18) осциллографа и **ручками** (4,5,7) генератора.

4.6. Изменять коэффициент затухания перестановкой **перемычки** (7) на панели.

4.7. Перейти к измерениям.

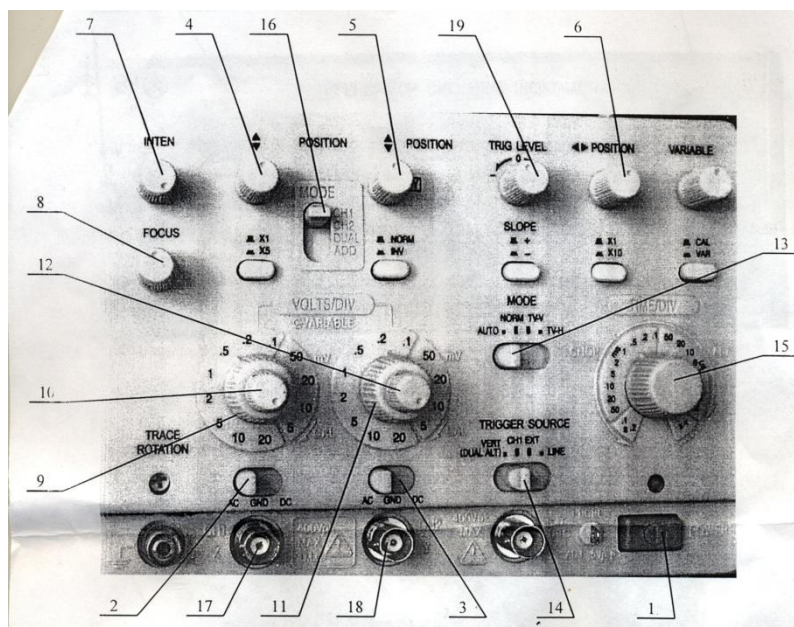


Рис. 1. Панель управления осциллографа ОСУ-20

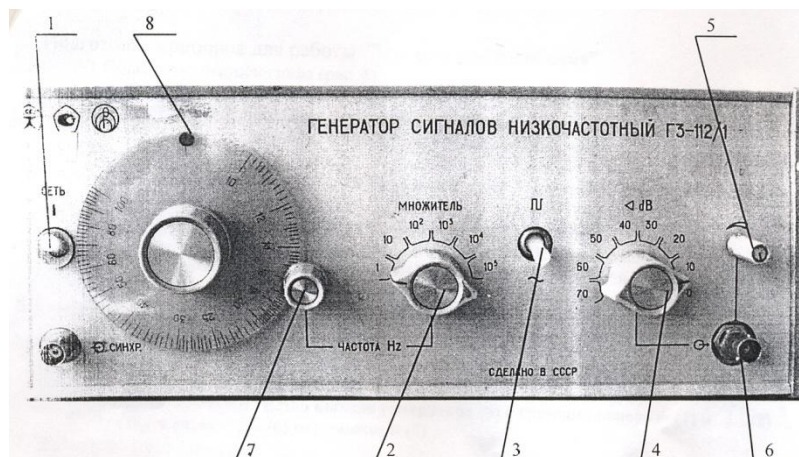


Рис. 2. Генератор ГЗ-112/1



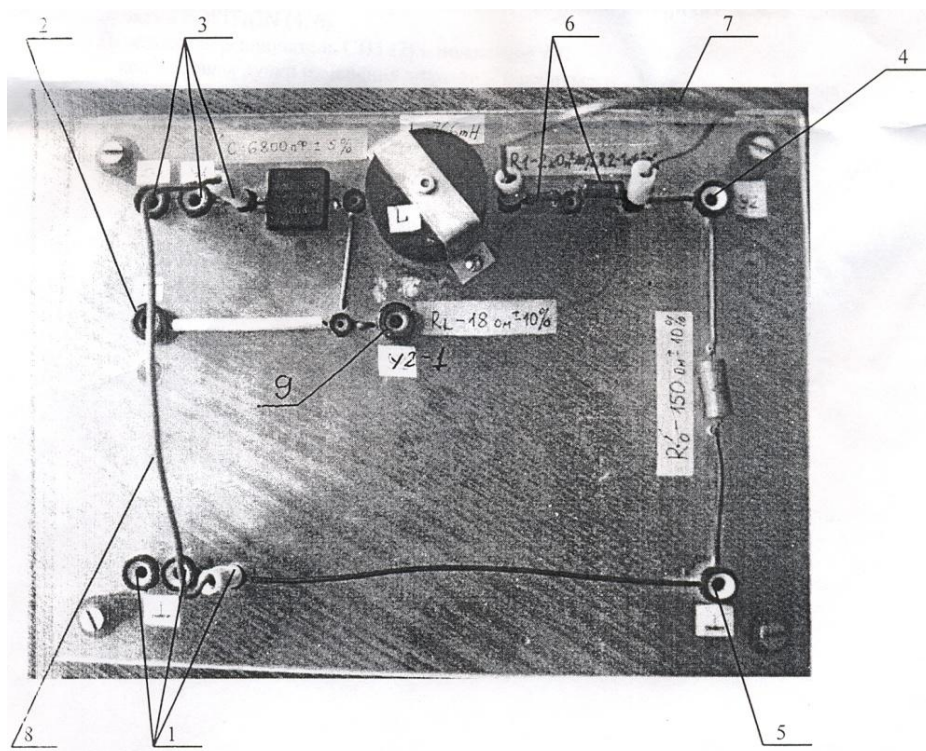


Рис. 3. Панель монтажная

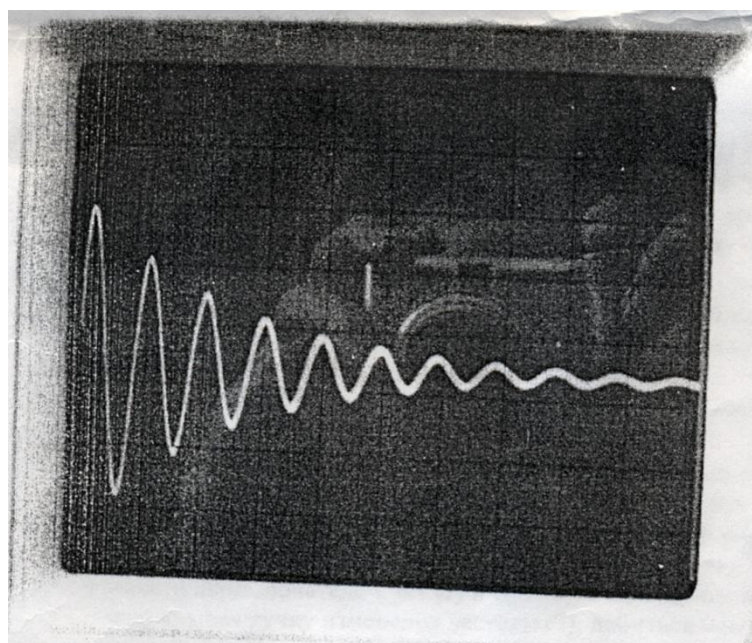


Рис. 4. Пример осциллограммы затухающих колебаний