Лабораторная работа 3.
Изоповерхности

Хотя бы 2 изоповерхности (не тривиальные), хотя бы 1 комбинированная изоповерхность, хотя бы одно преобразование пространства примененное к изоповерхности – 25.

- +5 баллов за освещение, преломление, отражения;
- +5 баллов за каждую уникальную изоповерхность поверх минимума;
- +5 баллов за каждый вид операций над изоповерхностями;
- +5 баллов за использование материала 1, 2 лабораторных работ.

Базовые операции

Теоретико-множественные операции определяются в аналитическом виде с помощью разработанной В. Л. Рвачевым теории **R-функций**. При этом результирующий объект включает граничные точки, что соответствует операциям трехзначной логики над предикатом принадлежности точки. Существует несколько систем R-функций, каждая из которых имеет свойство замкнутости. Наиболее часто используется следующая система (f1 и f2 - функции, определяющие исходные геометрические объекты):

· для объединения:

```
f1 | f2 = (1 /(1 + a) * (f1 + f2 + sqrt(f1^2 + f2^2 – 2 * a * f1 * f2));
```

· для пересечения:

```
f1 & f2 = (1 /(1 + a) * (f1 + f2 - sqrt(f1^2 + f2^2 – 2 * a * f1 * f2));
```

· для отрицания

```
~f = -f;
```

· для вычитания:

```
f1 \ f2 = f1 & (-f2).
```

Здесь a = a(f1, f2) - произвольная непрерывная функция такая, что:

```
-1 < a(f1, f2) <= 1,
a(f1, f2) = a(f2,f1) = a(-f1,f2) = a(f1,-f2).
```

На практике используют два важных частных случая:

```
1. a = 1; в этом случае
f1 | f2 = max(f1, f2);
f1 & f2 = min(f1, f2).
```

Основное ограничение этих широкоизвестных минимаксных операций заключается в разрывности C1 в точках, где f1 = f2, что может вызвать нежелаемые результаты при последующих операциях над объектом.

```
2. a = 0; в этом случае
f1 | f2 = f1 + f2 + sqrt(f1^2 + f2^2);
f1 & f2 = f1 + f2 - sqrt(f1^2 + f2^2).
```

Эти функции имеют разрывы C1 только в точках, где f1 = f2 = 0 и в то же время достаточно просты, что и обусловливает их наиболее широкое использование. Существуют и системы R-функций, обеспечивающие Ck непрерывность.

Офсеттинг (offsetting) сжимает или расширяет исходный объект. В работе мы обсуждаем три различных формы офсеттинга:

1) офсеттинг постоянного значения

```
Foffset1(f) = f(X) + Const;
```

2) офсеттинг вдоль нормали

```
Foffset2(f) = f(X + D * N),
```

D - заданное расстояние, N - вектор-градиент функции f;

3) офсеттинг постоянного радиуса

```
Foffset3_1(f) = max(f(X")) или
Foffset3_2(f) = min(f(X")),
```

X" - вектор координат точки, принадлежащей сфере заданного радиуса с центром в X.

Декартово произведение - это операция, увеличивающая размерность. В частности, с ее помощью можно генерировать 3D твердое тело как декартово произведение 2D твердого тела и отрезка линии. В терминах R-функций это выражается в виде:

```
f3(x, y, z) = f1(x, y) & f2(z)
```

где f1(x, y) описывает планарное твердое тело и f2(z) = (z - z1) & (z2 - z) описывает отрезок [z1, z2] вдоль оси z.