Лабораторная работа 2

Исследование процесса разрядки конденсатора

Цель работы – исследование процесса разрядки конденсатора на активное сопротивление, определение времени релаксации, оценка емкости конденсатора.

Приборы и принадлежности: лабораторная установка, источник питания, микроамперметр, исследуемый конденсатор, секундомер.

Электрический конденсатор или просто конденсатор – это устройство, способное накапливать и отдавать (перераспределять) электрические заряды. Конденсатор состоит из двух или более проводников (обкладок), разделенных слоем диэлектрика. Как правило, расстояние между обкладками, равное толщине диэлектрика, мало по сравнению с линейными размерами обкладок, поэтому электрическое поле, возникающее при подключении обкладок к источнику с напряжением **U**, практически полностью сосредоточено между обкладками. В зависимости от формы обкладок конденсаторы бывают плоские, цилиндрические, сферические.

Основной характеристикой конденсатора является его емкость **C**, которая численно равна заряду **q** одной из обкладок при напряжении, равном единице:

$\boldsymbol{C = \frac{q}{U}}$. Пусть конденсатор емкостью **C** включен в электрическую цепь (рис.1),

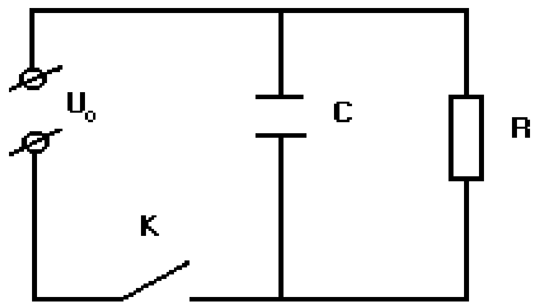

Рис.1

содержащую источник постоянного напряжения $\mathbf{U_0}$, ключ **K** и резистор (активное сопротивление) **R**. При замыкании ключа **K** конденсатор зарядится до напряжения $\mathbf{U_0}$. Если затем ключ **K** разомкнуть, то конденсатор начнет разряжаться через резистор **R** и в цепи возникнет электрический ток **I.** Этот ток изменяется со временем. Считая процессы, происходящие в цепи, квазистационарными, применим для данной цепи законы постоянного тока.

Найдем зависимость разрядного тока **I** от времени **t**. Для этого воспользуемся вторым правилом Кирхгофа применительно к цепи **RC** (рис.2).

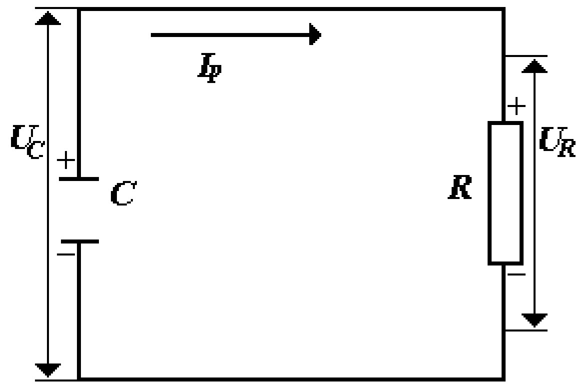

Рис.2

Тогда получим:

$$-U_c + U_R = 0, \quad \frac{q}{C} = IR, \qquad (1)$$

где **I** – электрический ток в цепи; **q** – заряд конденсатора **C**. Подставив в уравнение (1) значение силы тока $I = -\frac{dq}{dt}$, получим дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}, \qquad (2)$$

После интегрирования уравнения (2) находим

$$q(t) = q_o e^{-t/\tau}, \qquad (3)$$

где q_0 – начальное значение заряда конденсатора; τ = **RC** – постоянная, имеющая размерность времени. Она называется временем релаксации. Через время τ, заряд на конденсаторе убывает в е раз.

Продифференцировав уравнение (3), найдем закон изменения разрядного тока **I(t)**: $I(t) = \frac{q_0}{\tau} e^{-t/\tau}$,

или $$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad (4)$$

где $I_0 = \frac{q_0}{\tau}$ - начальное значение силы тока, т.е. тока при **t** = 0.

На рис.3 построены две зависимости разрядного тока **I** от времени **t**, соответствующие двум различным значениям активного сопротивления R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$).

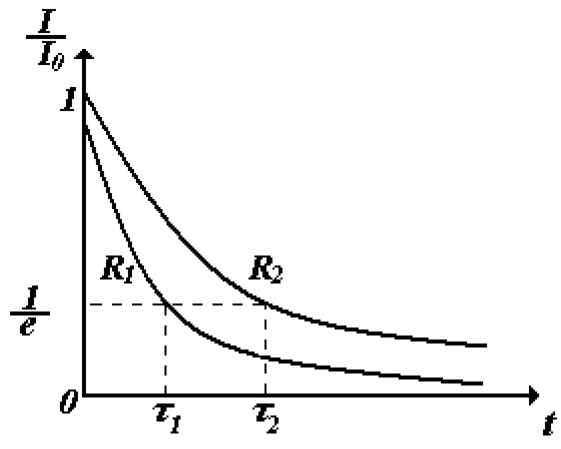

Рис.3

Описание лабораторной установки

В данной лабораторной работе предлагается исследовать процесс разрядки конденсатора на экспериментальной установке, схема которой приведена на рис.4.

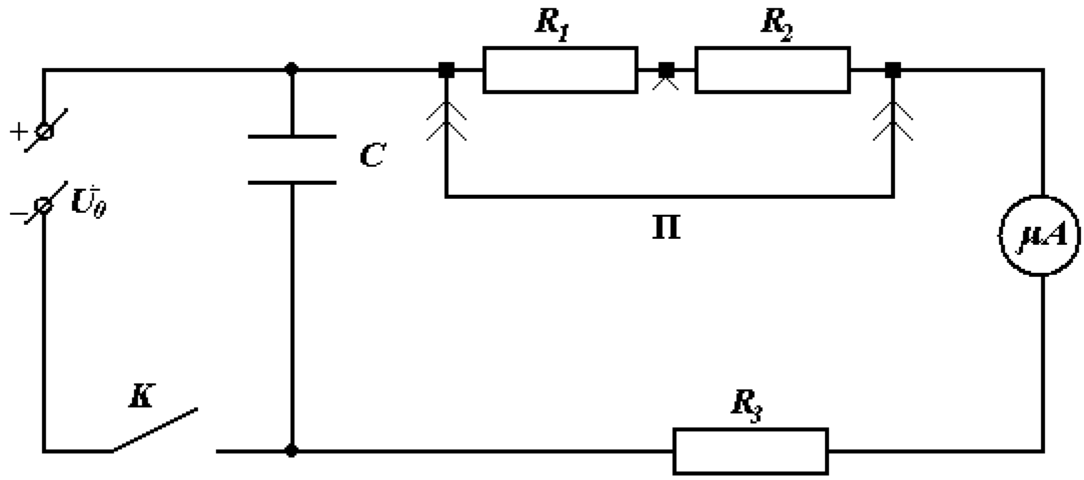

Рис.4

Она состоит из источника постоянного напряжения $\mathbf{U_0}$, емкости **С**, резисторов $\mathbf{R}_1$, $\mathbf{R}_2$, $\mathbf{R}_3$ и микроамперметра. Так как резисторы $\mathbf{R}_1$, $\mathbf{R}_2$, $\mathbf{R}_3$ включены последовательно, активное сопротивление цепи можно изменять при помощи перемычки П, замыкая поочередно накоротко резисторы $\mathbf{R}_1$, $\mathbf{R}_2$ или оба вместе.

Порядок измерений. Обработка результатов измерений

1. Соберите электрическую цепь по схеме рис.4 и по заданию преподавателя выберите необходимое значение сопротивления цепи **R**.
2. Замкните ключ **K** и зарядите конденсатор **С** до напряжения $\mathbf{U_0}$. При полной зарядке конденсатора микроамперметр покажет максимальное значение тока $\mathbf{I_0}$.
3. Разомкните ключ **K** и одновременно включите секундомер. Измерьте время $\mathbf{t_0}$, в течение которого показания микроамперметра уменьшатся в 10 раз. Определите интервал времени $\boldsymbol{\Delta}\,\mathbf{t} \approx \frac{\mathbf{t_0}}{10}$, через который будет фиксироваться сила тока **I**.
4. Вновь замкните ключ **K** и зарядите конденсатор.
5. Разомкните ключ **K** и зафиксируйте показания микроамперметра через интервалы времени $\mathbf{\Delta t}$, $\mathbf{2\Delta t}$, $\mathbf{3\Delta t}$ и т.д. до времени $\mathbf{10\ \Delta t}$. Такие измерения проделайте три раза, и результаты занесите в табл.1 для каждого набора сопротивлений **R**.

   Вычислите $\bar{I}$ (среднее значение тока) и отношение $\frac{\bar{I}}{I_o}$.

R= Таблица 1

t,c	0	Δt	2Δt	3Δt	4Δt	5Δt	6Δt	7Δt	8Δt	9Δt	10Δt
I_1											
I_2											
I_3											
$\bar{I}$											
$\frac{\bar{I}}{I_o}$											

6. По результатам измерений постройте график зависимости отношения $\frac{\bar{I}}{I_o}$ от времени (см.формулу 4), и определите из графика постоянную $\boldsymbol{\tau = RC}$. Оцените погрешность $\boldsymbol{\sigma_\tau}$ (см. приложение 1).
7. Зная значения $\boldsymbol{\tau}$ и **R**, найдите емкость конденсатора $\boldsymbol{C} = \frac{\tau}{R}$. Оцените погрешность $\boldsymbol{\sigma_c}$.
8. Запишите окончательный результат с погрешностью: $C \pm \boldsymbol{\sigma_C}$
9. Оцените емкость конденсатора другим способом.
   Для этого изобразите на графике в полулогарифмическом масштабе зависимость
   $$\boldsymbol{ln\frac{I_0}{\bar{I}} = \frac{1}{RC}t} \qquad (5)$$
   для каждого значения сопротивления **R**.

   Формула (4) показывает, что график должен иметь вид прямой линии с наклоном $\boldsymbol{K = \frac{1}{RC}}$.
   Наклон прямой (5) позволяет, таким образом, определить емкость конденсатора
   $$\boldsymbol{C = \frac{1}{KR}} \qquad (6)$$
10. Оцените погрешность $\boldsymbol{\sigma_c}$ и запишите окончательный результат: $C \pm \boldsymbol{\sigma_C}$

Контрольные вопросы

1. Какое устройство называется конденсатором?
2. Дайте определение емкости конденсатора.
3. Сформулируйте правила Кирхгофа.
4. Выведите формулы (3) и (4).
5. Получите выражения для емкостей плоского и сферического конденсаторов.

Приложение.

В лабораторной работе 2 Исследование процесса разрядки конденсатора из экспоненциальной кривой $\frac{\bar{I}}{I_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}$ определяется время релаксации τ и погрешность ее измерения. Т.к. $ln\frac{\bar{I}}{I_0} = -\frac{t}{\tau}$, следует, что $\tau = \frac{t}{ln\left(\frac{I_0}{I}\right)}$ или $\tau = t$ при отношении токов $\frac{\bar{I}}{I_0} = \frac{1}{e}$. Проведя горизонтальную линию через все экспериментальные кривые, можно определить значение τ для различных значений сопротивлений (см. рис. 3).

Погрешность измерений τ в различных точках экспоненциальных кривых различна и для ее определения, прежде всего, требуется проанализировать в какой точке кривой эта погрешность максимальна.

Среднеквадратичная погрешность:

$$\sigma_\tau = \frac{1}{ln\left(\frac{I_0}{I}\right)}\sigma_t + \frac{t}{\left[ln\left(\frac{I_0}{I}\right)\right]^2}\frac{1}{\frac{I_0}{I}}\frac{I_0}{I^2}\sigma_I.$$

Относительная погрешность:

$$\varepsilon_\tau = \frac{\sigma_\tau}{\tau} = \frac{\sigma_t}{t} + \frac{1}{ln\left(\frac{I_0}{I}\right)}\frac{\sigma_I}{I}.$$

Анализ этой формулы показывает, что максимальная погрешность измерения τ будет также при токе $\frac{\bar{I}}{I_0} = \frac{1}{e}$. В этом случае (значение e принимается ≈ 3).

$$\varepsilon_\tau = \frac{\sigma_t}{t\left(при\ \frac{\bar{I}}{I_0} = \frac{1}{e}\right)} + e\frac{\sigma_I}{I_0} = \frac{\sigma_t}{t\left(при\ \frac{\bar{I}}{I_0} = \frac{1}{e}\right)} + 3\frac{\sigma_I}{I_0}.$$

Среднеквадратичная погрешность: $\sigma_\tau = \varepsilon_\tau \tau$ [1].

Расчет погрешности τ можно провести для одной из построенных кривых, т.е. найти τ_R для одного значения R: $\tau_R = \tau \pm \sigma_\tau$.

При расчете погрешности емкости конденсатора необходимо в формулу относительной погрешности $\frac{\sigma_\tau}{\tau}$ добавить относительную погрешность $\frac{\sigma_R}{R}$,

---

[1] При расчете относительной погрешности ε_I погрешность σ_I можно принять равной половине выбранного интервала времени, а $\sigma_I = \sqrt{\sigma_{сист}^2 + \sigma_{сл}^2}$, где $\sigma_{сист}$= половине цены деления амперметра, а $\sigma_{сл}$= максимальной разности $|I - \bar{I}|$ для интервала времени соответствующего отношению токов
$\frac{\bar{I}}{I_0} = \frac{1}{e}$.

$$\boldsymbol{\varepsilon_c = \frac{\sigma_C}{C} = \frac{\sigma_t}{t} + 3\frac{\sigma_I}{I_0} + \frac{\sigma_R}{R}}.$$

Относительная погрешность сопротивления промаркирована на сопротивлении. В этом случае среднеквадратичная погрешность

$\boldsymbol{\sigma_C = \varepsilon_C C_{cp}}$, где $\boldsymbol{C_{cp}}$ – определяется из всех экспериментальных кривых как $\boldsymbol{C_{cp}} = \sum \frac{\tau_i}{R_i}$, и можно записать результат в виде $\boldsymbol{C = C_{cp} \pm \sigma_C}$.