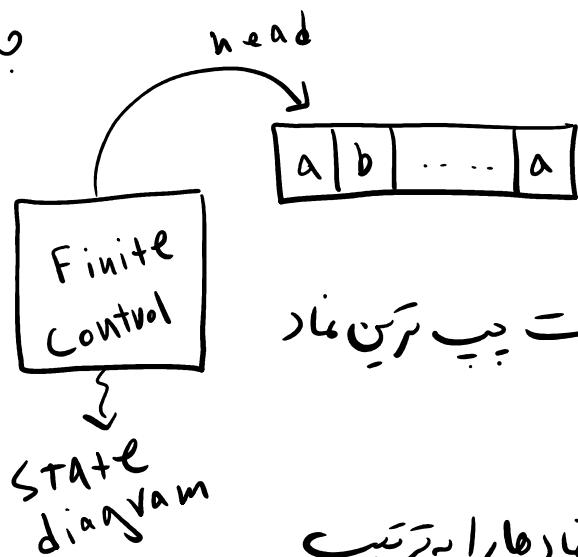
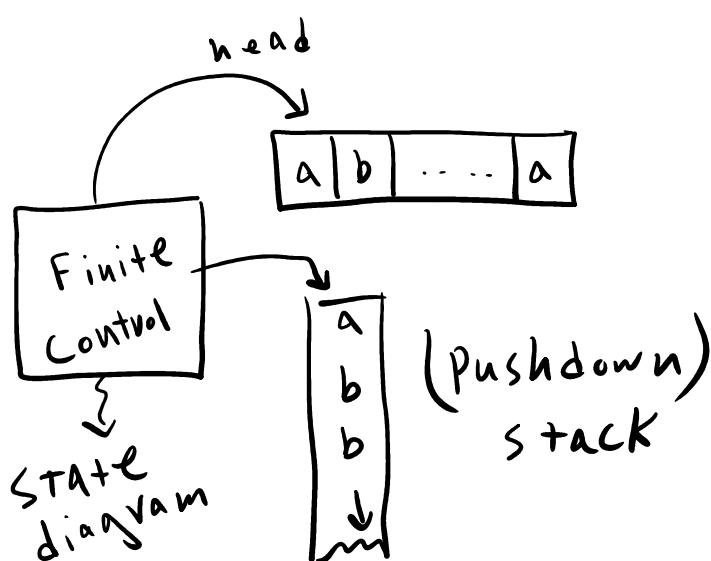


امید بیوکی  
جلسی ۴ حل میکنی  
کمپیوچر



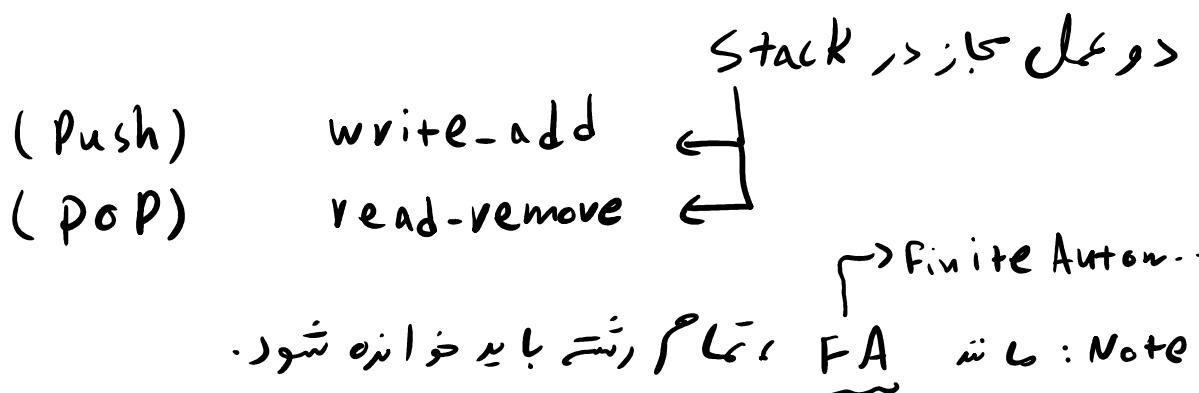
- \* از سمت پایین راهی سمت پایین مادر از روی خارج میشود
- \* از سمت پایین بر اساس نادهای این رتبه صدای اینم [ عقب گردندار ]



{ PDA      [ تغییر  
stack میتواند NFA باشد \*

Note : برخلاف NFA ها حافظه ای که در آن جا داریم متناهی نیست.  
حافظه متناهی در آنها داریم. ولی حافظه ای ممکن است حدودیت  
آسیت.

محدودیت: در بالای است می‌توان نوشت و باید خواند.  
هر کارکترهایی باید با است اضافه شود، محتوای است  
بست پاپین pushdown می‌شوند.



Formal defn

$$PDA \sim (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z, F)$$

قدار اولیه stack ای ای و و دی

$$\delta: Q \times \Sigma \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q, \Gamma^*)$$

↑      ↑      ↑  
curr state    curr input symbol    TOP(stack)  
new state

[Popping sym]

Notation:  
 $\Sigma_\epsilon \stackrel{\text{def}}{=} \Sigma \cup \{\epsilon\}$

new symbols  
on top of  
the stack  
[pushing syms]

چندین آیاں برای عدم بعدی وجود دارد.

$$\delta(q, a, \underline{c}) = \underbrace{\{(r_1, d), (rr, e)\}}_{(q, a, c)}$$

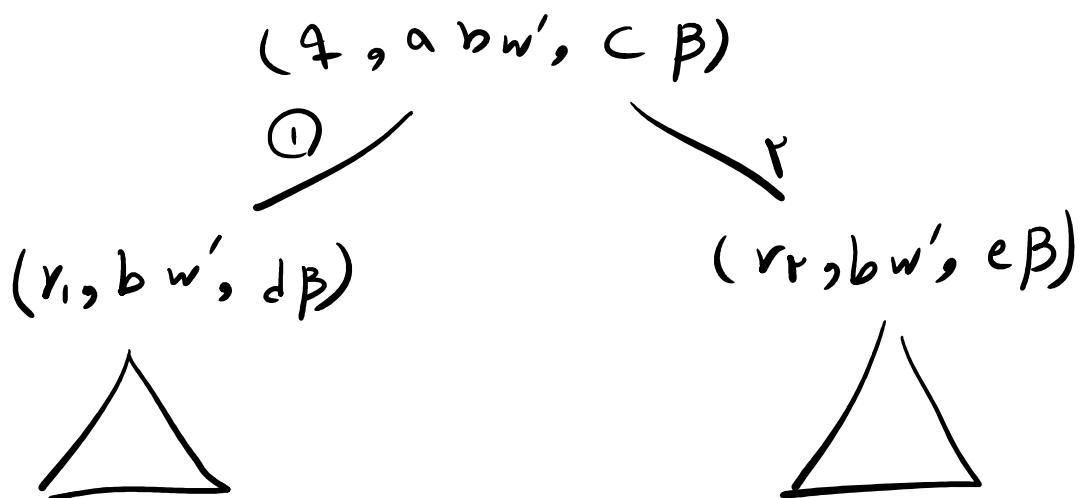
مجموعه‌ی قدرمحدودی برای  $(q, a, c)$

[ $\rightarrow$  حرکت با ۴ داریم.] حرکت لاشن بدون خواندن عبارت از ورودی

PDA Configuration:  $(q, w, v)$   
 حالت فعلی  $\leftarrow$   $q$   
 باسیمه نهاد ورودی  $\leftarrow$   $w$   
 stack فعلی  $\leftarrow$   $v$

① انتساب  $(q, abw', c\beta) \xrightarrow{} (r_1, bw', d\beta)$

② انتساب  $(q, abw', c\beta) \xrightarrow{} (rr, bw', e\beta)$



[ $c_1, C_F \vdash c_r$  از  $C_1$  از  $C_F$ ]  $C_1 \xrightarrow{*} C_F$  : notation

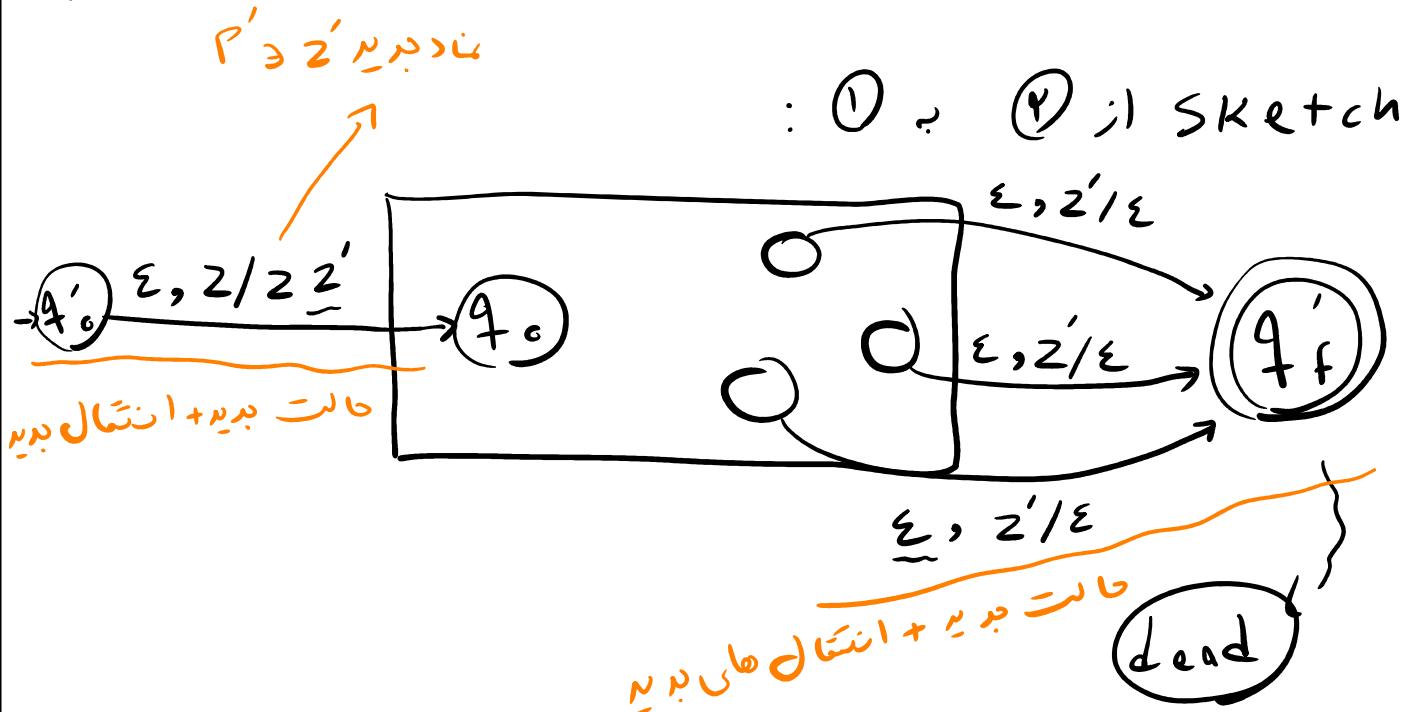
\* اگر وجود دانه باشد انتساب های ممکن که ب  $A^{cc}$  منتهی شود سے  
 $\text{reg} \leftarrow " " " "$  نداشته باشد . " " "

زبان یک PDA : دو رویکرد داری

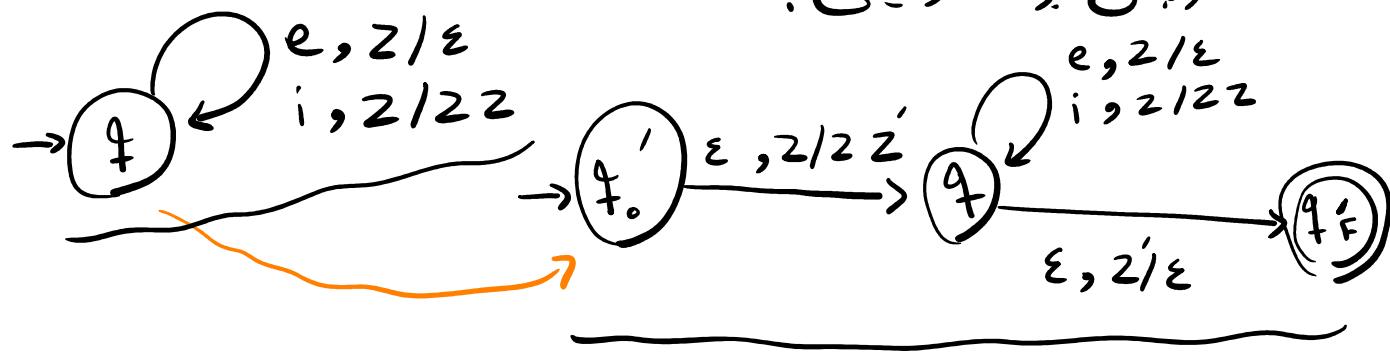
$\boxed{\text{شرط معرف رشته برای طور دارد.}}$

۱ پذیرشی با حالت نهایی      ۲ پذیرشی با استک خالی

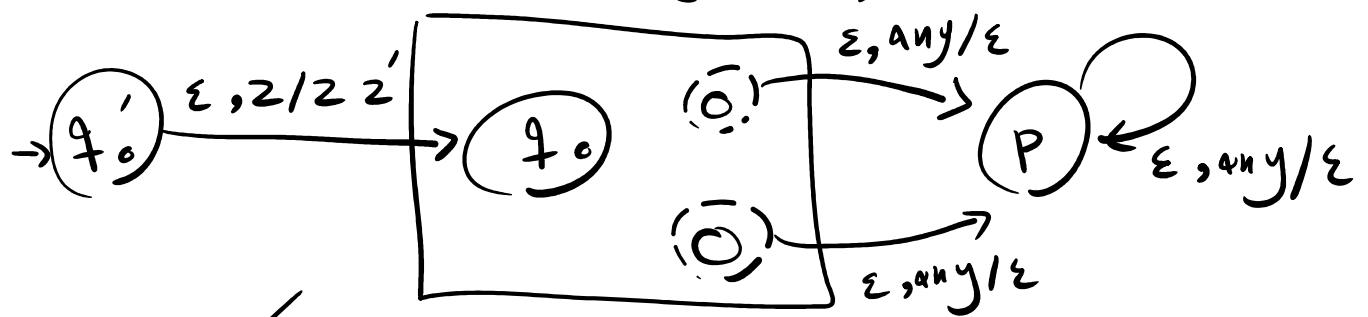
$L(P) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \mid (q_0, w, z) \xrightarrow{*} (q, \epsilon, \alpha), q \in F\}$   
 $N(P) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \mid (q_0, w, z) \xrightarrow{*} (\epsilon, \epsilon, \epsilon)\}$   
 $\hookrightarrow N \leadsto \text{"null stack"}$



مثال: جَكْ کردن match بودن if، else ها در یک زبان برنامه نویسی.



$R \rightsquigarrow R'; \text{ sketch}$



<لیل وجود> : ماشین حلبی رشته را معرف کرده و استار را  
حالی ترده وی چون برای <z>, ک تعریف  
نشده، پس استار را در راشن محادل نمایند  
حالی کنند.

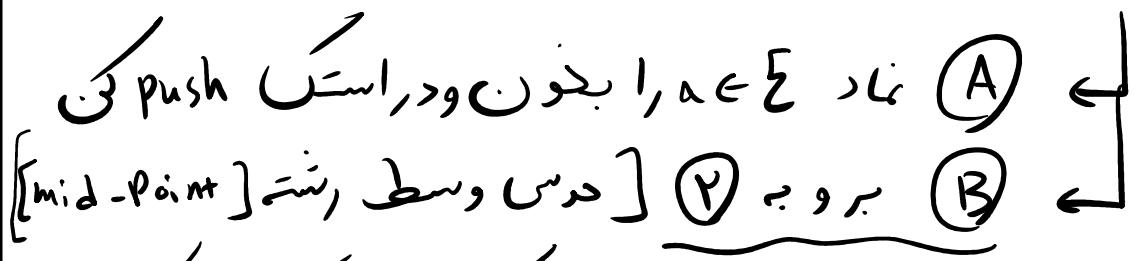
$$B = \{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$$

و

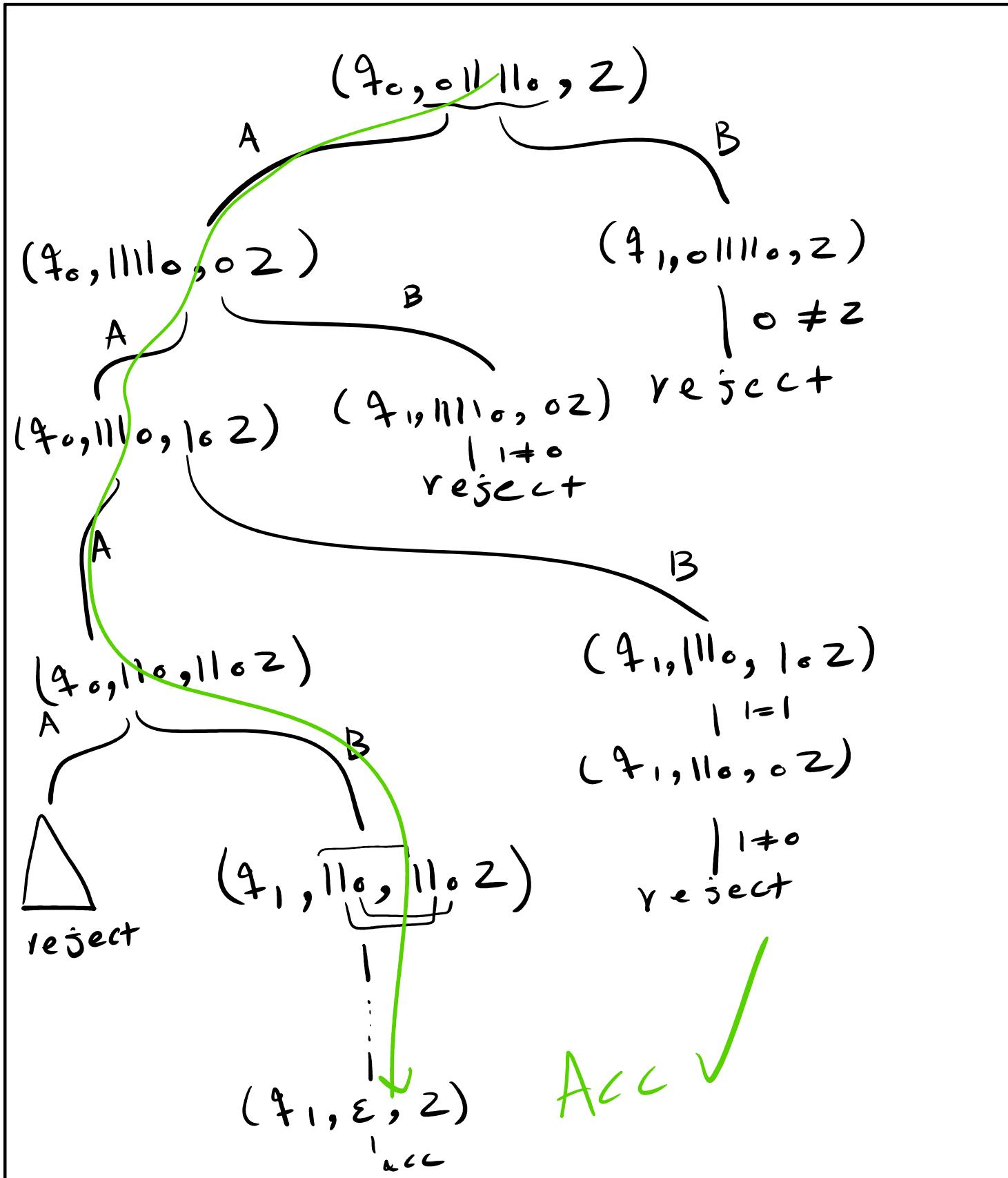
بدون آن راسانست  
Non-determinism

توصیف سلخن بالای PDA برای  $B$ :

① دو انتخاب می‌قطعی



② هنگام دورودی را بخوان و با بالای است مقادیر کن اگر بی  
نباشد reject کن، اگر نه برو به ②



مثال:  $B \in \text{Regular}$  و  $A \in \text{CFL}$  کنیم  
 $\underline{A \cap B \in \text{CFL}}$  نشان دهیم

ابتدا برای  $A \cap B$  یک PDA مساری داریم

PDA های  $P \triangleq (Q_p, \Sigma, \Gamma, \delta_p, q_{0p}, Z, F_p)$  بگذاریم که  $A \in \text{CFL}$  باشد.

DFA های  $D \triangleq (Q_D, \Sigma, \delta_D, q_{0D}, F_D)$  را بگذاریم که  $B \in \text{CFL}$  باشد.

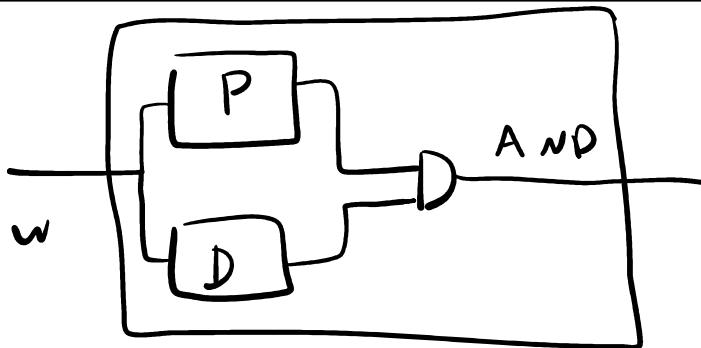
$P' \triangleq (Q_p \times Q_D, \Sigma, P, \delta_{p'}, [q_{0p}, q_{0D}], F_p \times F_D)$

$(\underline{[q_K, \delta_D(q_j, a)]}, \beta) \in \underline{\delta_{p'}([q_i, q_j], a, b)}$

for all  $\underline{q_K, \beta}$  s.t.  $(\underline{q_K, \beta}) \in \underline{\delta_p(q_i, a, b)}$

$\underline{\beta \in P^*}$  ایده ماشین  $P'$  اجرای معکوس  $P$  و  $D$  است.

$w \in L(P') \iff w \in L(P) \wedge w \in L(D)$



ایدهٔ سوال بدل

بخش ۲: فرض کنیم  $B \in \text{Regular}$  و  $A \in \text{CFL}$  مانند:

$$C \triangleq \{ \underline{n} \in \underline{\Sigma}^* \mid \exists \underline{v} \in \underline{B}, \underline{n} = \underline{w}\underline{v}, \underline{n} \in \underline{A} \}$$

نشان دهید  $C \in \text{CFL}$

\* ماشین بعنوان اکن تغیر می‌نماییم

ایده: حدس نقطهٔ میانی (Mid-Point)

لئے حدس میزینم لا شروع شده است یا نه. اگر حدس شروع بود  
مانند ماشین قبل حرکت مانند درخواست این صورت تهنا با  
پ حرکت مانند.

$$Q_{P''} \triangleq Q_P \times Q_D \times \{0, 1\}$$

لـ  $\hookrightarrow$  نـ  $\leftarrow$  مـ  $\rightarrow$  شـ  $\rightarrow$  مـ  $\leftarrow$  نـ  $\rightarrow$  لـ

$$f_{\circ p}'' \stackrel{\Delta}{=} \underbrace{[f_{\circ p}, f_{\circ D}, Q]}$$

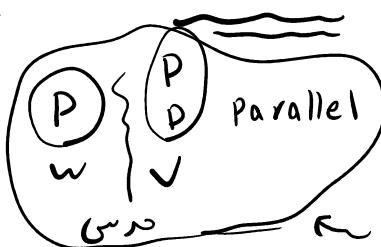
$$F_p'' \triangleq F_p \times F_D \times \{1\}$$

$$([q_k, \delta_D(q_j, a), l], B) \in \delta_p''([q_i, q_j, l], a, b)$$

for all  $\underline{f}_K, \underline{\beta} \in \underline{f}^*$  s.t.  $(\underline{f}_K, \underline{\beta}) \in \underline{\delta}_p(\underline{f}_i, \underline{a}, \underline{b})$

$$\left\{ \left( \left[ q_K, q_{o_D}, o \right], \beta \right), \left( \left[ q_K, \delta_o(q_{o_D}, a), l \right], \beta \right) \right\} \subseteq \delta_p'' \left( \left[ \underline{q_i}, \underline{q_{o_D}}, \underline{o} \right], \underline{a}, \underline{b} \right)$$

for all  $\hat{q}_k, \beta \in \Gamma^*$  s.t.  $(\hat{q}_k, \beta) \in \delta_p(\underline{q_i}, \underline{a}, \underline{b})$



راهنمایی سوال ۱۶۲

$$L_1 = \{ w \in \Sigma^* \mid |w|_a \leq \underbrace{|w|_b}_{\approx} \leq 2 |w|_a \} \quad [\text{Edited}]$$

، ابتدا بالای است و ملت.

رشته با ط شروع شده ①

برای هر ط حذف اندیگی a یا دو a وجود داشته باشد.

غیر عطی Push(a) ① A ↘ }  
Push(aa) ② B ↘ }

Push(b) ③ رشته با ط شروع شده

اگر a حذف نماید و بالای است a

غیر عطی Push(aa) ① A ←  
Push(αaa) ② B ←

Push(bb) اگر ط حذف نماید و بالای است ط باند

pop(α) اگر ط حذف نماید و بالای است a بود

۶ اگر  $a$  خواندید و بالای استک طبود، من تواند برای هم طیک  $a$  یادو  $a$  وجود داشته باشد. پس دو انتخاب نیز عطی دارید:

$\left[ \text{یک } a \text{ به یک طور} \right] \text{POP}(b) \quad A \leftarrow$

• برو به حالت جدید و نظر از یک  $a$  اضافه کنی و  
 $\underline{\text{POP}}(b)$  نمایدنی بالای استک بجای هست و

• حال در حالت بعدی باید یک  $a$  به بالای استک اضافه کنی  
 بدون خواندن صفحه حرفی، به بالای استک  $b$  باشد  
 $\text{push}$   $a$  به استک بالای آنها را کن. اگر هم بالای استک طبود  $(b)$  بود.

۷ رئیسه  $q_f \in F$  شده و بالای استک  $b$  است. به حالت  $F$  برو.

$$L_2 = \left\{ w \in \Sigma^* \mid \underline{2|w|_a} \neq \underline{3|w|_b} \right\}$$

راهنمای سوال ۱۲ ب

۱) اگر  $a$  خواندنی و بالای استک  $=$  یا  $a$  بود:  $\text{Push}(aaa)b$ ,  $\text{Push}(aa z)$ :

۲) اگر  $b$  خواندنی و بالای استک  $=$  یا  $b$  بود:  $\text{Push}(bbb bbb)b$ ,  $\text{Push}(bbb b b z)$ :

۳) اگر  $a$  خواندنی و بالای استک  $=$  یا  $a$  بود.  $\text{Pop}(b)$  و برودریک حالت دیگر و در آن  $\Rightarrow$  اگر بالای استک  $=$  یا  $a$  بود یک  $a$  به بالای آن اضافه کن. اگر هم بالای استک  $=$  یا  $b$  بود:  $\text{Pop}(b)$ . [چون  $a$  را ب استک اضافه نمایند.]

۴) اگر ماتنه حالت (۳) این بار  $b$  خواندنی و بالای استک  $=$  یا  $b$  بود، پس از  $\text{Pop}(a)$  برودر حالت جدید اگر بالای استک عبارت  $a$  بود، دو عدد  $b$  به بالای استک اضافه کن. اگر  $a$  بود، ممکن است زیر آن باز هم  $a$  باشد. اگر  $aa$  بالای استک بود فقط دوبار [به لک یک حالت جدید]  $\text{Pop}(a)$  انجام می ریم و بازگشت به حالت اولیه را رازم. اگر  $az$  یا  $ab$  بود یک  $(\text{Pop}(a))$  داریم و یک  $(bz)$   $\text{Push}(bb)$   $\text{Push}(a)$  داریم. چون  $b$  سه تا طرابه  $stack$  اضافه می شوند.

۵) اگر رشته کام شد و استک خالی نبود یعنی  $|w|_a \neq |w|_b$   
پس بهایی  $F \in F$  می رویم