



تمرین غیرتحویلی سری دو

پرسش ۱

برای هریک از زبان‌های زیر عبارت منظم بنویسید.

۱. زبان رشته‌هایی که تعداد a در آن‌ها فرد است. (الفبای $\{a, b\}$)
۲. زبان رشته‌هایی که با b تمام شده و شامل aa نمی‌باشند. (الفبای $\{a, b\}$)
۳. زبان رشته‌هایی که تعداد a ها و تعداد b ها در آن‌ها زوج است. (الفبای $\{a, b\}$)
۴. زبان رشته‌هایی که دستِ کم یک a و دستِ کم یک b دارند. (الفبای $\{a, b, c\}$)
۵. زبان رشته‌هایی که هر دو 0 مجاور پیش از هر دو 1 مجاور ظاهر شده است. برای مثال رشته‌ی زیر

100001010101110111110

عضوی از این زبان است. (الفبای $\{0, 1\}$)

۶. زبان رشته‌هایی که شامل 110 نیستند. (الفبای $\{0, 1\}$)
۷. زبان رشته‌هایی که شامل دستِ کم دو 0 هستند ولی شامل هیچ دو 0 مجاوری نیستند. (الفبای $\{0, 1\}$)
۸. زبان رشته‌هایی که اندازه‌ی آن‌ها بیش از 3 بوده و همواره سومین سمبول در آن‌ها 0 است. (الفبای $\{0, 1\}$)
۹. زبان رشته‌هایی که تعداد 0 ها در آن‌ها ضربی از 3 می‌باشد. (الفبای $\{0, 1\}$)
۱۰. زبان رشته‌هایی که حرف اول و آخر در آن‌ها یکی است. (الفبای $\{0, 1\}$)
۱۱. زبان رشته‌هایی که اندازه‌ای فرد دارند. (الفبای $\{0, 1\}$)
۱۲. زبان رشته‌هایی که با 0 شروع شده و اندازه‌ای فرد دارند، یا با 1 شروع شده و اندازه‌ای زوج دارند. (الفبای $\{0, 1\}$)
۱۳. زبان رشته‌هایی که با aa تمام نمی‌شوند. (الفبای $\{a, b\}$)
۱۴. زبان رشته‌هایی که هر کدام دستِ بالا از دو سمبول متمایز ساخته شده‌اند. برای مثال $ccacaa$ و $abbab$ از دو سمبول متمایز ساخته شده‌اند و عضوی از این زبانند ولی به روشنی $abccba$ عضوی از این زبان نیست. (الفبای $\{a, b, c\}$)

پرسش ۲

برای هریک از زبان‌های زیر عبارت منظم بنویسید.

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \{a^{2n}b^{2m+1} : n \geq 1, m \geq 0\} \\
 L_2 &= \{a^n b^m : n \geq 3, m \text{ is even}\} \\
 L_3 &= \{a^n b^m : (n + m) \text{ is even}\} \\
 L_4 &= \overline{L_2}
 \end{aligned}$$

پرسش ۳

عبارت‌ها منظم زیر چه زبان‌هایی را توصیف می‌کنند؟

۱. $(\emptyset^*)^*$

۲. $a\emptyset$

پرسش ۴

برای هر یک از زبان‌های زیر دو رشته مثال بزنید که عضوی از آن باشند و دو رشته مثال بزنید که عضوی از آن نیستند.

۱. $a(ba)^*b$

۲. $a^* + b^*$

۳. $\Sigma^*a\Sigma^*b\Sigma^*a\Sigma^*$

۴. $(\epsilon + a)b$

۵. $(a + ba + bb)\Sigma^*$

۶. $(0^*0)(0 + 1)(0^*0)$

۷. $0^*10^*10^*10^*$

۸. $0^*(100^*)^*1^*$

۹. $(0 + 10)^*1(1 + 10)^*$

۱۰. $\Sigma\Sigma 0\Sigma^*$

۱۱. $(0 + (10)^*)^*1^*$

۱۲. $(\epsilon + \Sigma)(\epsilon + \Sigma)(\epsilon + \Sigma)(\epsilon + \Sigma)(\epsilon + \Sigma)$

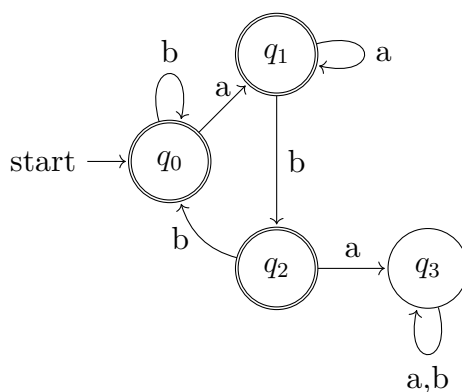
۱۳. $\Sigma^*0\Sigma^* + 1111\Sigma^* + 1 + \epsilon$

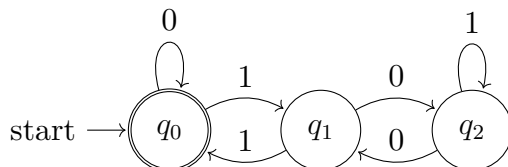
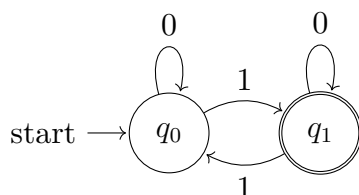
۱۴. $(1\Sigma)^*(1 + \epsilon)$

۱۵. $0^*(100 + 010 + 001)0^*$

پرسش ۵

برای DFA متناظر هر یک از گراف‌های انتقال زیر به صورت قدم به قدم عبارت منظم معادل را به دست بیاورید.





پرسش ۶

برای زبان دلخواه L روی الفبای Σ و رشته‌ی $x \in \Sigma^*$ بگذاریم $put(L, x)$ مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های w باشد، به شکلی که w از درج x در رشته‌ی $w' \in L$ در یک موقعیت دلخواه به دست آمده باشد. به طور دقیق‌تر تعریف می‌کنیم:

$$put(L, x) = \{\alpha x \beta : \alpha \beta \in L\}$$

برای مثال اگر

$$L = \{22873\}$$

$$x = Automata$$

آن‌گاه داریم

$$put(L, x) = \{ Automata22873, 2Automata2873, 22Automata873, 228Automata73, 2287Automata3, 22873Automata \}$$

حال فرض کنیم، L یک زبان منظم است. با این فرض به سوالات زیر پاسخ مناسب دهید.

- برای حالت‌های پایه‌ی $r = \emptyset$ و $r = \epsilon$ و $r = a, a \in \Sigma$ ، عبارت منظم $put(L(r), x)$ را بنویسید.
- فرض کنید $r = r_1 + r_2$ و r'_1 و r'_2 به ترتیب عبارت منظم $put(L(r_1), x)$ و عبارت منظم $put(L(r_2), x)$ باشند. حال به کمک x, r_1, r_2, r'_1, r'_2 عبارت منظم $put(L(r), x)$ را بنویسید.
- فرض کنید $r = r_1 r_2$ و r'_1 و r'_2 به ترتیب عبارت منظم $put(L(r_1), x)$ و عبارت منظم $put(L(r_2), x)$ باشند. حال به کمک x, r_1, r_2, r'_1, r'_2 عبارت منظم $put(L(r), x)$ را بنویسید.
- فرض کنید $r = r_1^*$ و r'_1 عبارت منظم $put(L(r_1), x)$ باشد. حال به کمک x, r, r'_1 عبارت منظم $put(L(r), x)$ را بنویسید.