



## تمرین غیرتحویلی سری صفر

### پرسش ۱

برای هر یک از زبان‌های زیر  $DFA$  طراحی کنید (همه‌ی زبان‌هایی که در ادامه می‌آیند روی الفبای  $\{0, 1\}$  می‌باشند). هم‌چنین برای هر حالت  $DFA$  خود توصیفی بنویسید و اگر سوال محدودیتی برای تعداد حالت‌ها گذاشته است آن را رعایت کنید. در نهایت  $DFA$  ساخته شده را به شکل یک پنج‌تایی مرتب توصیف کنید.

نمونه. هر موقعیت فرد از رشته‌ی  $w$  برابر با ۰ باشد. (اندیس گذاری رشته از صفر)

جواب.



- توصیف حالت  $q_0$  : رشته دارای طول زوج است و در هر موقعیت زوج آن ۰ آمده است.
- توصیف حالت  $q_1$  : رشته دارای طول فرد است و در هر موقعیت زوج آن ۰ آمده است.
- توصیف حالت  $q_3$  : دست کم یک رخداد ۱ در موقعیتی زوج وجود دارد.

تعریف  $DFA$  به شکل یک پنج‌تایی:

$$Q = \{q_0, q_1, q_3\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

•

$$\delta = \{ \begin{array}{l} ((q_0, 0), q_1), \\ ((q_0, 1), q_1), \\ ((q_1, 0), q_0), \\ ((q_1, 1), q_3), \\ ((q_3, 0), q_3), \\ ((q_3, 1), q_3), \end{array} \}$$

$$q_0$$

$$F = \{q_0, q_1\}$$

آ) اندازه‌ی رشته بر 3 تقسیم پذیر است یا آن که با 00 تمام شده است.

ب) هر بلاک چهارتایی از سمبول‌های پشتِ هم شامل زیر رشته‌ی 01 می‌باشد.

پ) دقیقاً یک رخداد زیر رشته‌ی 010 در رشته وجود دارد. توجه شود که باید تعداد حالت‌های  $DFA$  شما کمتر مساوی 10 باشد. هم‌چنین توجه شود که برای نمونه در رشته‌ی 01010 تعداد رخداد 010 برابر دو است و نباید توسط  $DFA$  درست ساخته شده پذیرفته شود.

ت) رشته با 1 شروع شده و با 0 تمام شود.

ث) تعداد رخداد 0 بیشتر مساوی 2 باشد و تعداد رخداد 1 کمتر مساوی 1 باشد.

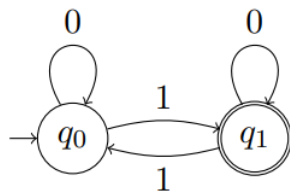
ج) رشته با 01 شروع شده یا تمام شده (یا هر دو).

چ) رشته شامل زیر رشته‌ی 011 است.

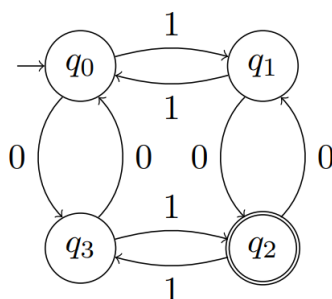
ح) هر زیر رشته‌ی به طول 3 دارای دستِ کم 2 رخداد صفر است.

## پرسش ۲

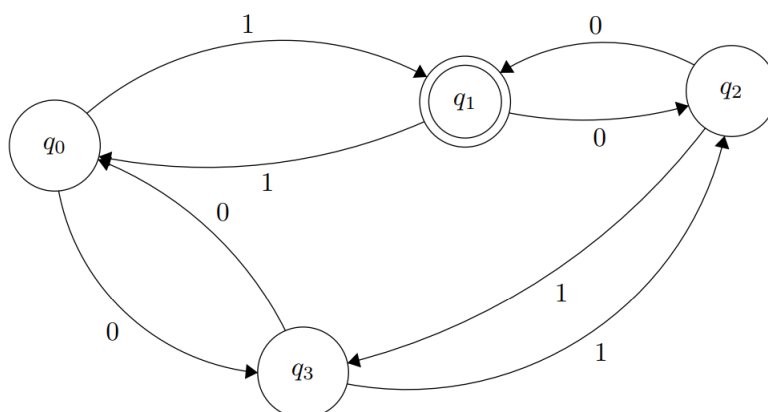
آ) به کمک استقرا اثبات کنید که زبان  $DFA$  زیر شامل رشته‌هایی است که تعداد رخداد های 1 در آن‌ها فرد است.



ب) به کمک استقرا اثبات کنید که زبان  $DFA$  زیر شامل رشته‌هایی است که تعداد رخداد های 1 و 0 در آن‌ها فرد است.



پ) به کمک استقرا ثابت کنید که زبان  $DFA$  زیر شامل رشته‌هایی است که تعداد رخداد های 0 در آن‌ها زوج و تعداد رخداد های 1 در آن‌ها فرد است.



## پرسش ۳

با استقرا نشان دهد  $\hat{\delta}(q, xy) = \hat{\delta}(\hat{\delta}(q, x), y)$  برای هر حالت  $q$  و رشته‌ی  $x$  و  $y$  برقرار است.

## پرسش ۴

بگذاریم  $D$  یک  $DFA$  و  $a$  یک سمبول در الفبای  $D$  باشد به شکلی که برای هر حالت  $q_x$  عبارت  $\delta(q_x, a) = q_x$  برقرار باشد. با استقرا روی  $n$  نشان دهید که برای هر  $n \geq 0$  عبارت  $\hat{\delta}(q_x, a^n) = q_x$  برقرار است به شکلی که  $a^n$  همان تکرار  $n$  بار پشت سر هم  $a$  است.