



## نمونه تمرین

شماره دانشجویی: -

نام و نام خانوادگی: امید یعقوبی

می‌خواهیم نشان دهیم که ماشین تورینگ محاسبه‌گری مانند  $f$  وجود ندارد به شکلی که هر زمان  $W_x$  با تعریف زیر:

$$W_x = \{w \in \Sigma^* : M_x \text{ halts on } w\}$$

ناهی باشد،  $f(x)$  برابر کوچکترین عضو  $W_x$  باشد. ( $M_x$  همان  $x$  امین ماشین تورینگ است).

اثبات با برهان خلف فرض کنیم  $f$  محاسبه‌پذیر باشد. نشان می‌دهیم در این صورت  $HP \in R$  برقرار است، که این به روشنی تناقض است.

به کمک ماشین محاسبه‌گر  $f$  که نام آن را  $M_f$  می‌گذاریم، یک decider با نام  $HP_{TM}$  می‌سازیم به شکلی که

$$HP_{TM}(\langle M, w \rangle) = 1 \Leftrightarrow M \text{ halts on } w$$

برقرار باشد:

$$HP_{TM}(\langle M, w \rangle) := \begin{cases} 1- \text{ If } \langle M, w \rangle \text{ is not a pair s.t. } M \text{ is a TM and } w \text{ is a String then REJECT} \\ 2- \text{ Build a new machine } T(x) = \begin{cases} \text{ If } (x \geq 2) \text{ then ACCEPT} \\ \text{ If } (x = 1) \text{ then do:} \\ \quad 1- \text{ Simulate } M \text{ on input } w \\ \quad 2- \text{ ACCEPT} \end{cases} \\ 3- \text{ Compute } M_f(T) \\ 4- \text{ If } M_f(T) = 1 \text{ then ACCEPT} \\ 5- \text{ Otherwise REJECT} \end{cases}$$

توجه شود که ساخت ماشین  $T$  از روی ورودی  $\langle M, w \rangle$  به صورت الگوریتمیک در زمان متناهی قابل انجام است. به عبارتی یک توصیف از ماشین  $T$  می‌سازیم و هرگز آن را اجرا نمی‌کنیم که این توصیف وابسته به ورودی  $\langle M, w \rangle$  است. مشاهده شود که  $W_t \neq \emptyset$  و  $\langle M, w \rangle \in HP \Leftrightarrow 1 \in W_t$  در نتیجه  $HP_{TM}$  زبان  $HP$  را تصمیم می‌گیرد، که این تناقض است. ■