

# **ANALIZA DYNAMIKI**

## **METODY INDEKSOWE**

# **ANALIZA DYNAMIKI**

## **METODY STOSOWANE W ANALIZIE KSZTAŁTOWANIA SIĘ POZIOMU ZJAWISKA W CZASIE**

Miary stosowane dla wyrażenia relacji pomiędzy wartością pewnej zmiennej w badanym momencie w stosunku do jej wartości w jakimś momencie w przeszłości – tzw. okresie referencyjnym.

# ANALIZA DYNAMIKI

- **Cel** - analiza rozwoju zjawiska w czasie
- Podstawą analizy są **szeregi dynamiczne**:
  - momentów (średnia chronologiczna)
  - okresów (średnia arytmetyczna)
- **Porównywalność danych** przedstawionych w postaci szeregów dynamicznych wymaga aby:
  - zjawiska były wyrażone w tych samych miarach
  - rodzaje porównywanych szeregów były identyczne
  - badane zjawiska dotyczyły tego samego terytorium
  - przedziały czasowe były tej samej rozpiętości
- **Metody**:
  - indeksowe
  - tendencji rozwojowej
  - analizy sezonowości

# MIERNIKI ANALIZY DYNAMIKI

## 1. Przyrosty

$$\Delta_{n/1} = y_n - y_1$$

$$\Delta_{n/n-1} = y_n - y_{n-1}$$

$$w_{n/1} = \frac{y_n - y_1}{y_1}$$

$$w_{n/n-1} = \frac{y_n - y_{n-1}}{y_{n-1}}$$

## 2. Średnia chronologiczna

$$\bar{S}_{ch} = \frac{0,5y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + 0,5y_n}{n-1}$$

## 3. Średnia geometryczna

$$\bar{i}_g = \bar{S}_{t/t-1} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

## 4. Wskaźniki dynamiki - Indeksy

# MIERNIKI ANALIZY DYNAMIKI

## Średnia chronologiczna – średnia arytmetyczna

Lata	Liczba ludności Polski stan w dniu 31.XII (w mln osób)	Emigracja z Polski (w tys. osób)
1998	38277,0	22,2
1999	38263,0	21,5
2000	38254,0	27,0
2001	38242,2	23,3
2002	38218,5	24,5
2003	38190,6	20,8
2004	38173,8	18,9
2005	38157,1	22,2

**A.** Średnia chronologiczna – gdy zmienna ma charakter zasobu (szereg momentów) np. liczba ludności Polski – przeciętny stan ludności Polski w latach 1998 – 20005 **38 222,74**

**B.** Średnia arytmetyczna - gdy zmienna ma charakter strumieni (szereg okresów) np. liczba osób emigrujących z Polski – **22,55**

### Średnia liczba:

#### A. ludności Polski

$$\frac{0,5 \cdot 38277 + 38263 + 38254 + 38242,2 + 38218,5 + 38190,6 + 38173,8 + 0,5 \cdot 38157,1}{7} = 38222,74$$

#### B. emigrantów

$$\frac{22,2 + 21,5 + 27 + 23,3 + 24,5 + 20,8 + 18,9 + 22,2}{8} = \frac{180,4}{8} = 22,55$$

# KLASYFIKACJA INDEKSÓW

## 1. Przedmiot analizy

- Indeksy cen
- Indeksy ilości
- Indeksy wartości

## 2. Budowa (stopień złożoności zjawiska)

- Indeksy proste – pojedyncze zmienne
- Indeksy złożone – kilka zmiennych

## 3. Okres referencyjny (kryterium podstawy)

- O podstawie stałej
- O podstawie zmiennej (łańcuchowe)

## 4. Rodzaj liczb użytych do opisu zjawiska

- Absolutne
- Względne

# OKRES REFERENCYJNY

## 1. Okres referencyjny

- Okres, w stosunku do którego dokonujemy porównań
- Okres, w którym wartość indeksu wynosi 1 (100%)

## 2. Wybór okresu porównań jest arbitralny

- Możliwie okres jak najbliższy badanemu
- Nie powinien to być okres wyjątkowy (pod względem wartości badanej cechy)

## 3. Indeksy o podstawie stałej

– jednopodstawowe

$$i_t^J = \frac{Y_t}{Y_0}$$

## 3. Indeksy o podstawie zmiennej

- łańcuchowe

$$i_{t-1}^Z = \frac{Y_t}{Y_{t-1}}$$

# ZAMIANA INDEKSU JEDNOPODSTAWOWEGO $i^J$ NA ZMIENNOPODSTAWOWY $i^Z$

$$i_t = \frac{i_t^J}{i_{t-1}^J}$$



# ZAMIANA INDEKSU JEDNOPODSTAWOWEGO $i^J$ NA ZMIENNOPODSTAWOWY $i^Z$

t	$y_t/y_0$ 1999=1	$y_t/y_0$ 2000=1	$y_t/y_{t-1}$	$y_t/y_0$ 2001=1
1	2	3	4	5
1999	1,0	1,250	-	1,111
2000	0,8	1,000	0,800	0,889
2001	0,9	1,125	1,125	1,000
2002	1,1	1,375	1,222	1,222
2003	1,1		1,000	1,222
2004	1,2		1,091	1,333

**Zamiana ciągu indeksów o podstawie stałej  
na ciąg indeksów o podstawie łańcuchowej  
(kolumny 2 → 4)**

**→ należy podzielić indeksy sąsiednie przez  
siebie**

$$i_t^Z = \frac{i_t^J}{i_{t-1}^J}$$

# ZAMIANA INDEKSU ZMIENNOPODSTAWOWEGO $i_J^Z$ NA JEDNOPODSTAWOWY $i^J$

$$i_t^J = \frac{i_{t+1}^J}{i_{t+1}^Z} \quad \text{dla} \quad t < t_0$$

$$i_t^J = i_{t-1}^J \cdot i_{t-1}^Z \quad \text{dla} \quad t > t_0$$

# ZAMIANA INDEKSU ZMIENNOPODSTAWOWEGO $i^Z$ NA JEDNPODSTAWOWY $i^J$

t	$y_t/y_0$ 1999=1	$y_t/y_0$ 2000=1	$y_t/y_{t-1}$	$y_t/y_0$ 2001=1
1	2	3	4	5
1999	1,0	1,250	-	1,111
2000	0,8	1,000	0,800	0,889
2001	0,9	1,125	1,125	1,000
2002	1,1	1,375	1,222	1,222
2003	1,1		1,000	1,222
2004	1,2		1,091	1,333

$$i_t^J = \frac{i_{t+1}^J}{i_{t+1}^Z} \quad t < t_0$$

$$i_t^J = i_{t-1}^J \cdot i_{t-1}^Z \quad t > t_0$$

Zamiana ciągu indeksów łańcuchowych na indeksy  
jednopo podstawowe (2001=1) (kolumny 4 → 5) →

- dla lat wyższych niż podstawa mnożymy kolejne indeksy
- dla lat niższych niż podstawa liczymy odwrotność z odpowiedniego iloczynu:  $y_{99}/y_{01}=1: [y_{00}/y_{99} \times y_{01}/y_{00}]$   
 $y_{99}/y_{01}=1: [y_{01}/y_{99}]$

**ZAMIANA INDEKSU JEDNOPODSTAWOWEGO  $i^J$   
O PODSTAWIE „ $k$ ” NA JEDNOPODSTAWOWY  $i^J$   
O PODSTAWIE „ $l$ ”**

$$i_{t(l)} = \frac{i_{t(k)}}{i_{t(l)}} \cdot 100\%$$

# ZAMIANA INDEKSU JEDNOPODSTAWOWEGO $i^J$ O PODSTAWIE „k” NA JEDNOPODSTAWOWY $i^J$ O PODSTAWIE „l”

t	$y_t/y_0$ 1999=1	$y_t/y_0$ 2000=1	$y_t/y_{t-1}$	$y_t/y_0$ 2001=1
1	2	3	4	5
1999	1,0	1,250	-	1,111
2000	0,8	1,000	0,800	0,889
2001	0,9	1,125	1,125	1,000
2002	1,1	1,375	1,222	1,222
2003	1,1		1,000	1,222
2004	1,2		1,091	1,333

Zamiana ciągu indeksów jednopodstawowych (1999=1) na ciąg indeksów jednopodstawowych (2000=1) (kolumny 2 → 3)

→ wszystkie wskaźniki dzielimy przez indeks, który wyraża relację „nowego” roku podstawowego do „starego” ( $y_{2000}/y_{1999}$ )

$$i_{t(l)} = \frac{i_{t(k)}}{i_{t(l)}} \cdot 100\%$$

# ŚREDNIE TEMPO ZMIAN

- Pierwiastek n-tego stopnia z iloczynu n-czynników
- Średnie tempo zmian przedstawia przeciętne zmiany poziomu zjawiska w całym analizowanym okresie, przy założeniu ich równomiernego rozłożenia w czasie

$$\bar{S}_{t/t-1} = \sqrt[n]{\prod_{t=2}^n i_{t/t-1}} = \sqrt[n]{i_{2/1} \cdot i_{3/2} \cdot \dots \cdot i_{n/n-1}} = \sqrt[n]{\frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \dots \cdot \frac{y_n}{y_{n-1}}}$$

# INDEKSY INDYWIDUALNE

Absolwenci szkół wyższych, Polska 1998 - 2004

t	y <sub>t</sub>	y <sub>t</sub> -y <sub>0</sub>	y <sub>t</sub> -y <sub>t-1</sub>	(y <sub>t</sub> -y <sub>0</sub> )/y <sub>0</sub>	(y <sub>t</sub> -y <sub>t-1</sub> )/y <sub>t-1</sub>	y <sub>t</sub> /y <sub>0</sub>	y <sub>t</sub> /y <sub>t-1</sub>
1998	174,8	0	-	0	-	1	-
1999	215,4	40,6	40,6	0,2323	0,2323	1,2323	1,2323
2000	261,1	86,3	45,7	0,4937	0,2122	1,4937	1,2122
2001	304,0	129,2	42,9	0,7391	0,1643	1,7391	1,1643
2002	342,1	167,3	38,1	0,9571	0,1253	1,9571	1,1253
2003	366,1	191,3	24,0	1,0944	0,0702	2,0944	1,0702
2004	384,0	209,2	17,9	1,1968	0,0489	2,1968	1,0489
2005	391,5	216,7	7,5	1,2397	0,0195	2,2397	1,0195
2006	394,0	219,2	2,5	1,2540	0,0064	2,2540	1,0064

$$\overline{S_{t/t-1}} = \sqrt[8]{1,2323 \cdot 1,2122 \cdot 1,1643 \cdot 1,1253 \cdot 1,0702 \cdot 1,0489 \cdot 1,0195 \cdot 1,0064}$$

$$= \sqrt[8]{\frac{394,0}{174,8}} = 1.1069$$

# PRZEWIDYWANIE POZIOMU ZJAWISKA W PRZYSZŁOŚCI

Znając średniookresowe tempo zmian można prognozować poziom zjawiska:

$$y_t^P = y_n \cdot \bar{S}_{t/t-1}^{n^P - n} = y_n \cdot \bar{i}_g^{n^P - n}$$

$y_n$  - poziom cechy w ostatnim badanym okresie

$n^P$  - numer okresu na który przeprowadzamy prognozę

$n$  - liczba badanych okresów

$\bar{S}_{t/t-1}$  - średniookresowe tempo zmian

Przeciętna stopa wzrostu (spadku) oznacza tempo, które wystąpiłoby, gdyby cały przyrost (spadek) rozłożyć równomiernie na wszystkie jednostki czasu.

Wówczas:

$$y_2 = y_1 + y_1 \cdot r = y_1(1+r)^1$$

$$y_n = y_1(1+r)^{n-1} = y_1 \cdot \bar{i}_g^{n-1}$$

$$r + 1 = \sqrt[n]{\frac{y_n}{y_1}} = \bar{i}_g$$



# PRZEWIDYWANIE POZIOMU ZJAWISKA W PRZYSZŁOŚCI

Znając średniookresowe tempo zmian liczby absolwentów szkół wyższych w Polsce można przewidzieć ich liczbę na rok 2007:

$$y_{2007}^P = y_{2006} \cdot \bar{S}_{t/t-1}^{10-9} = 394 \cdot 1,1069 = 436,13$$

$$\begin{aligned} y_{2007}^P &= y_1 (1 + r)^{n-1} = 174,8 \cdot 1,1069^{(10-1)} = \\ &= 174,8 \cdot 1,1069^9 = 436,13 \end{aligned}$$

# INDEKSY AGREGATOWE: INDEKS CEN

**Indywidualny indeks cen**

$$i_{p(t)} = \frac{p_t}{p_0} \cdot 100\%$$

**Prosty indeks cen (zwykły)**

$$I_{p(t)} = \frac{\sum p_t}{\sum p_0} 100\%$$

**Ważony agregatowy indeks cen:**

$$I_{p(t)} = \frac{\sum p_t q_c}{\sum p_0 q_c} \cdot 100\%$$

# INDEKSY AGREGATOWE: INDEKS WARTOŚCI

Indeks wartości:

$$I_{W(t)} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0} \cdot 100\%$$

Równość indeksowa:

$$I_{W(t)} = I_{p(t)}^L \cdot I_{q(t)}^P = I_{p(t)}^P \cdot I_{q(t)}^L = I_{p(t)}^F \cdot I_{q(t)}^F$$

# INDEKSY AGREGATOWE:

## INDEKS CEN

Indeks cen Laspeyres'a:

$$I_p^L = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0}$$

Indeks cen Paasche'go:

$$I_p^P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t}$$

Indeks cen Fisher'a:

$$I_p^F = \sqrt{I_p^L \cdot I_p^P}$$

# INDEKSY AGREGATOWE: INDEKS ILOŚCI

Indeks ilości Laspeyres'a :

$$I_q^L = \frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Indeks ilości Paasche'go:

$$I_q^P = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_t}$$

Indeks ilości Fisher'a:

$$I_q^F = \sqrt{I_q^L \cdot I_q^P}$$

# INDEKSY AGREGATOWE: RELACJA MIĘDZY INDEKSAMI WEDŁUG: LASPEYRES'A I PAASCHE'GO

$$\frac{I_{q(t)}^P}{I_{q(t)}^L} = 1 + V_{i_p} V_{i_q} r_{i_p i_q} = \frac{I_{p(t)}^P}{I_{p(t)}^L}$$

**Równość Bortkiewicza**

# AGREGATOWE INDEKSY WARTOŚCI - PRZYKŁAD

Papiery wartościowe	Wartość obrotów		Liczba zawieranych		Zmiany ilości	Wartości hipotetyczne	
	2005	2004	2005	2004	2005/2004		
	$q_1P_1$	$q_0P_0$	$q_1$	$q_0$	$q_1/q_0$	$q_0P_1$	$q_1P_0$
Rynek akcji	15693	8743	582	778	0,7481	20977,9	6540,4
Rynek obligacji	448	533	35	113	0,3097	1446,4	165,1
	16141	9276	617	891		22424,3	6705,5

Źródło: <http://www.gpw.pl>

## INDEKSY AGREGATOWE - PRZYKŁAD

$$I_{W(t)} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0} = 1,74$$

$$I_p^L = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} = 2,417$$

$$I_q^L = \frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} = 0,723$$

$$I_p^P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} = 2,407$$

$$I_q^P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0} = 0,720$$

$$I_p^F = 2,412$$

$$I_q^F = 0,721$$



# INDEKSY AGREGATOWE

$$I_V = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_p^L = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_0 q_0 i_p}{\sum p_0 q_0}$$

$$I_p^P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum \frac{p_t q_t}{i_p}}$$

$$i_p = \frac{p_t}{p_0}$$

$$I_V = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_0 p_0}$$

$$I_q^L = \frac{\sum q_t p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum p_0 q_0 i_q}{\sum p_0 q_0}$$

$$I_q^P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_t q_0} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum \frac{p_t q_t}{i_q}}$$

$$i_q = \frac{q_t}{q_0}$$

# **WYBRANE WAŻNE INDEKSY**

**-The Dow Jones Industrial Index**

**-Indeks kosztów utrzymania**

**(Consumer Price Index CPI)**

**-Inflacja**

# The Dow Jones Industrial Average

- **Utworzony przez Charlesa Dow'a & Edwarda Jones'a**
- **Pierwszy raz opublikowany 26 maja 1896 w *The Wall Street Journal***
- **Średnia składa się z 30 największych i najbardziej znanych spółek amerykańskich**

Słowo "industrial - przemysłowy" ma wymiar historyczny – większość z 30 aktualnych komponentów ma niewiele wspólnego z przemysłem

- **Jest to najstarszy indeks nieprzerwanie publikowany**
- **Inne indeksy giełdowe w USA:**
  - **Dow Jones Transportation Average**
  - **Dow Jones Utility Average**
  - **DJ Global Titans**

# The Dow Jones Industrial Average

Dow Jones - Listopad 2006 – 23 Listopad 2007

1 Year Price - DJIA

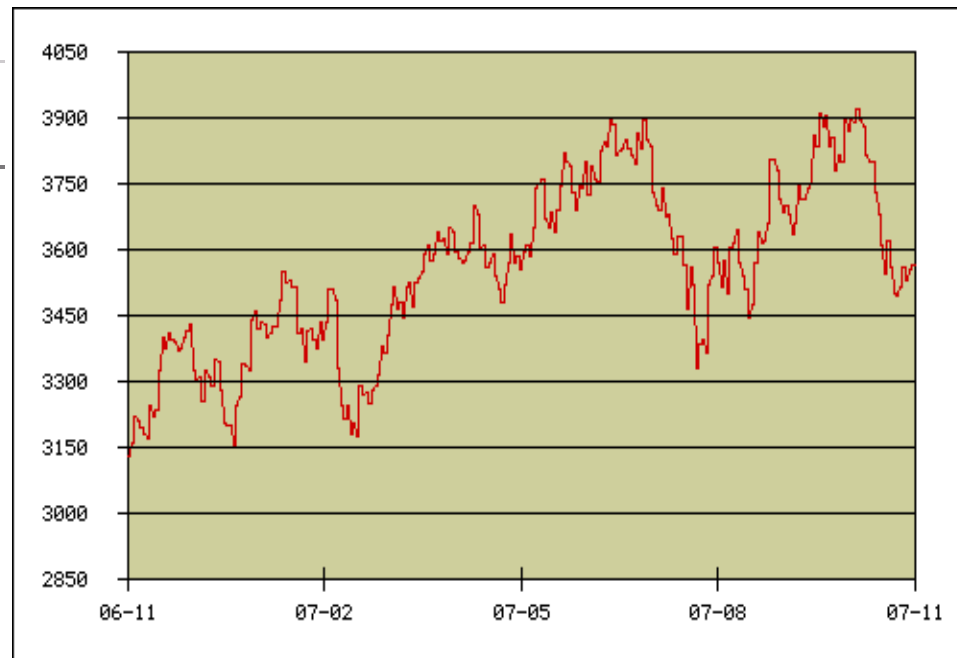


# ODPOWIEDNIKI INDEKSU Dow Jones: NIEMIECKI DAX & POLSKI WIG

DAX - Listopad 2006 – 23 Listopad 2007



WIG - Listopad 2006 – 23 Listopad 2007



# WSKAŹNIK CEN TOWARÓW I USŁUG

## INDEKS KOSZTÓW UTRZYMANIA CPI

- Indeks kosztów utrzymania jest średnią ważoną cen wybranego „koszyka” produktów nabywanych przez gospodarstwa domowe

$$\sum_i waga\ produkту_i \cdot indeks\ ceny\ produkту_i$$

- Gdzie wagą jest udział (proporcja) produktu w wydatkach typowego gospodarstwa domowego, natomiast  $i$  reprezentuje wybrane produkty, których cena jest określana w badaniach GUS

# INFLACJA

- **Inflacja mierzy nieprzerwane zmiany cen**

Inflacja jest obliczana jako procentowa zmiana indeksu cen w jednym momencie w porównaniu do innego.

**Inflacja w indeksie kosztów utrzymania liczona jest następująco:**

$$\left( \frac{\textit{more recent CPI}}{\textit{earlier CPI}} - 1 \right) \cdot 100\%$$

- **Inflacja może być liczona w stosunku do pojedynczego produktu (ceny) oraz dla grupy produktów (cen)**