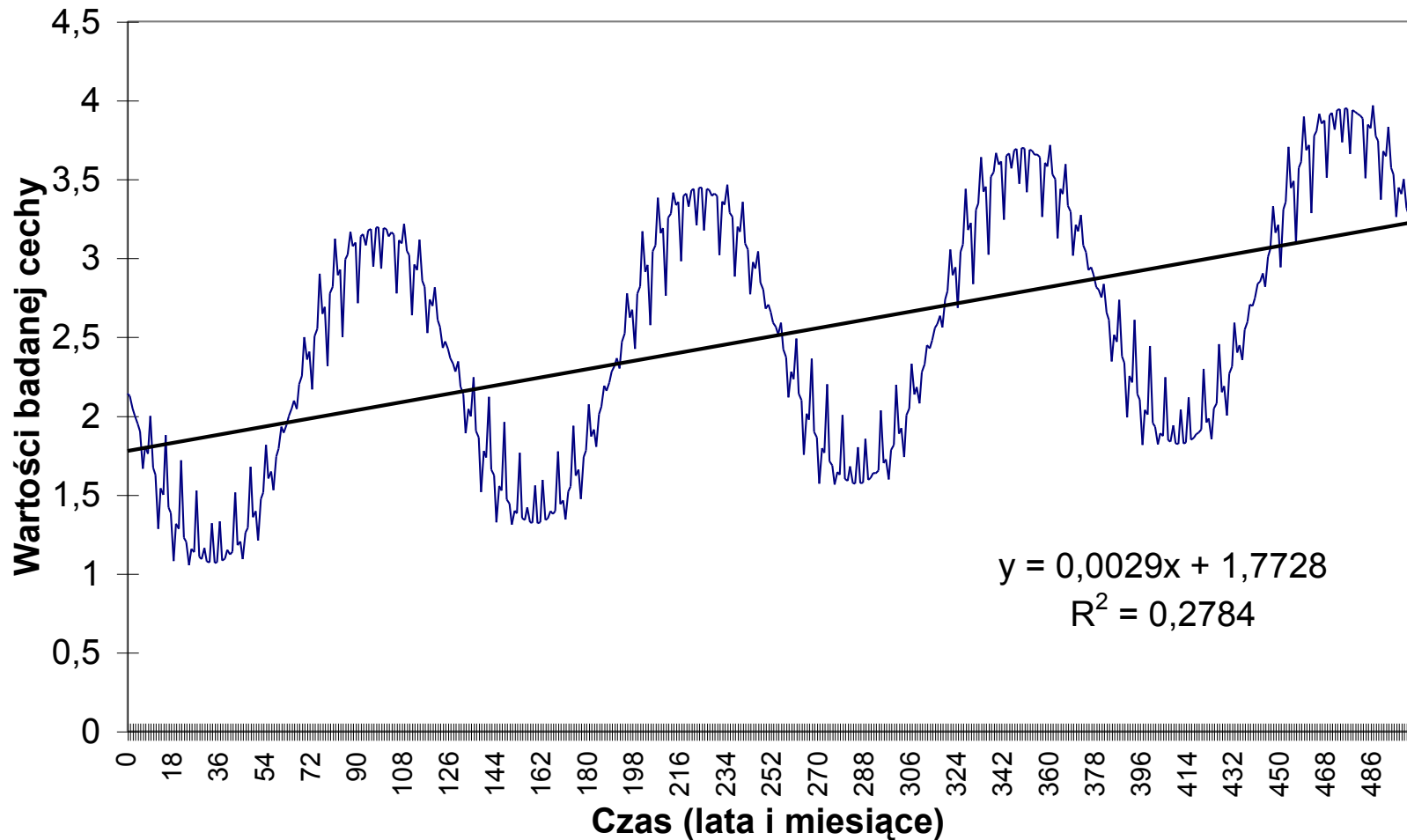


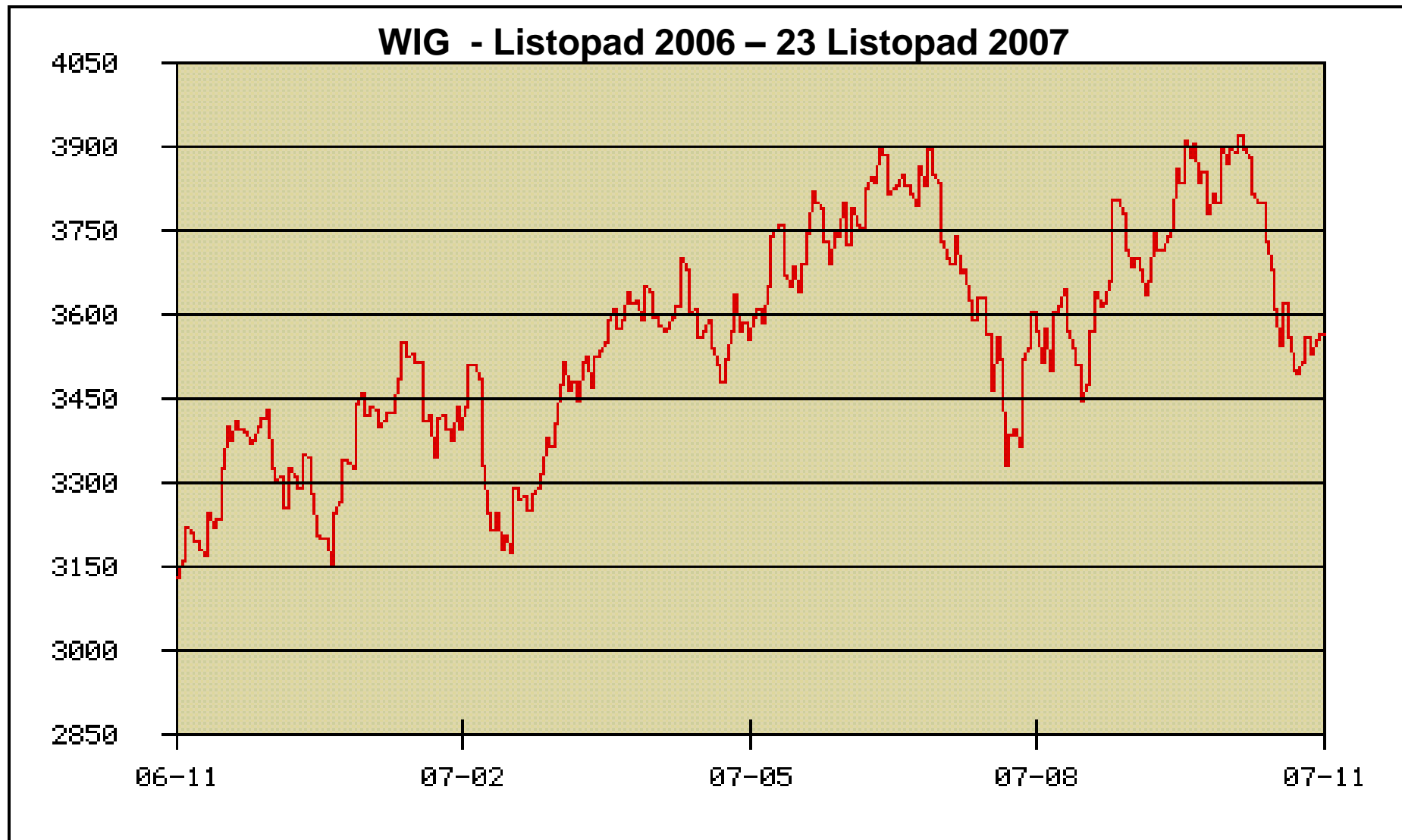
Analiza sezonowości

wahania sezonowe – o cyklu rocznym

Dekompozycja szeregu czasowego



Dekompozycja szeregu czasowego



Wahania okresowe

Punktem wyjścia w analizie sezonowości jest **wyodrębnienie trendu**

Do obliczania wskaźnika wahań okresowych (tzw. wskaźnik okresowości bądź wskaźnik sezonowości) wykorzystuje się wartości empiryczne szeregu czasowego oraz wartości szeregu wygładzonego metodą mechaniczną bądź analityczną.

UWAGA:

Jeżeli analizowane zjawisko charakteryzuje się stałymi bezwzględnymi wahaniami (model addytywny), wówczas uwalnianie szeregu czasowego od trendu następuje przez **odejmowanie wyrazów szeregu wygładzonego od wyrazów szeregu empirycznego.**

Jeżeli analizowane zjawisko charakteryzuje się stałymi względnymi wahaniami (model multiplikatywny), wówczas uwalnianie szeregu czasowego od trendu następuje przez **dzielenie wyrazów szeregu empirycznego przez wyrazy szeregu wygładzonego.**

Wyrównywanie szeregów czasowych

- Wyodrębnianie tendencji rozwojowej zjawiska przez eliminację wahań przypadkowych i okresowych nazywamy wyrównywaniem bądź wygladzaniem szeregu czasowego

- Metody:

- mechaniczne

- Metoda średniej arytmetycznej ruchomej

- analityczne

- Klasyczna Metoda Najmniejszych Kwadratów

Algorytm wyodrębniania wahań sezonowych

Zalóżmy, że szereg czasowy wykazuje wahania okresowe i że w każdym cyklu jest d faz wahań. Ogólny algorytm konstrukcji wskaźnika sezonowości jest następujący:

- 1. Wygładzamy szereg czasowy**
- 2. Uwalniamy szereg czasowy od trendu**
- 3. Eliminujemy wahania przypadkowe**
- 4. Obliczamy czyste wskaźniki wahań okresowych**

Algorytm wyodrębniania wahań sezonowych

1. Wygładzamy szereg czasowy metodą mechaniczną (z d okresów) bądź analityczną;

2. Uwalniamy szereg czasowy od trendu - w tym celu dzielimy wyrazy szeregu empirycznego przez odpowiadające im wyrazy szeregu wygładzonego:

$$s_{ij} = \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}}$$

przy czym otrzymane w ten sposób wartości s_{ij} zawierają wahania okresowe i przypadkowe;

Algorytm wyodrębniania wahań sezonowych

3. **Eliminujemy wahania przypadkowe** z wielkości $s_{ij} = \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}}$ dla jednoimiennych okresów, tj. pochodzących z tej samej fazy wahań, obliczamy średnie arytmetyczne z wyrazów s_{ij}

- otrzymane w ten sposób wartości nazywamy surowymi wskaźnikami wahań sezonowych (bądź okresowych).

Informują one o ile procent poziom zjawiska w danej fazie cyklu jest wyższy (niższy) od poziomu, jaki byłby osiągnięty, gdyby nie było wahań, a rozwój następował zgodnie z trendem;

Algorytm wyodrębniania wahań sezonowych

4. Obliczamy czyste wskaźniki wahań okresowych (zwane oczyszczonymi wskaźnikami sezonowości) S_{io}

- surowe wskaźniki sezonowości S_{is} mnożymy przez wskaźnik korygujący W_k będący ilorazem liczby faz d przez sumę wskaźników surowych, suma tak otrzymanych wskaźników jest równa liczbie faz wahań.

1. Brak trendu

Metoda średnich jednoimiennych podokresów (metoda Kemera)

$$\bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^d y_{ij}}{n} \quad \bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^k y_{ij}}{k}$$

$$n = k \cdot d$$

- **względne wskaźniki sezonowości wyznacza się jako:**

$${}_w S_i = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}}$$

- **bezwzględne wskaźniki sezonowości**

$${}_b S_i = {}_w S_i \cdot \bar{y} - \bar{y}$$

2. Model addytywny

$$y_t = f(t) + g(t) + z(t)$$

$$\hat{y}_t = f(t)$$

$$\text{eliminacja trendu} \quad y_t - \hat{y}_t$$

$$s_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij}$$

wskaźniki sezonowości (bezwzględne, mianowane) liczymy jako średnie z jednoimiennych podokresów

$${}_b S_i = \frac{\sum_{j=1}^k s_{ij}}{k}$$

gdzie: $j=1, \dots, k$ - liczba analizowanych lat

$i=1, \dots, d$ - liczba podokresów sezonowości

Suma bezwzględnych wskaźników sezonowości powinna się równać zero: $\sum_{i=1}^d {}_b S_{is} = 0$

Gdy równość ta nie zachodzi, składniki należy skorygować następująco: ${}_b S_{io} = {}_b S_{is} - \bar{S}$

gdzie:
$$\bar{S} = \frac{1}{k} \sum_i {}_b S_{is}$$

2. Model addytywny

względne - surowe - wskaźniki sezonowości

$${}_w S_{is} = \frac{{}_b S_i + \bar{y}}{\bar{y}}$$

wskaźnik korygujący:

$$w_k = \frac{d}{\sum_{i=1}^d {}_w S_{is}}$$

względne - oczyszczone- wskaźniki sezonowości

$${}_w S_{io} = {}_w S_{is} \cdot w_k$$

bezwzględne - oczyszczone - wskaźniki sezonowości

$${}_b S_{io} = {}_w S_{io} \cdot \bar{y} - \bar{y}$$

3. Model multiplikatywny

$$y_t = f(t) \cdot g(t) \cdot z(t)$$

$$\hat{y}_t = f(t)$$

$$\text{eliminacja trendu} \quad y_t / \hat{y}_t$$

$$s_{ij} = y_{ij} / \hat{y}_{ij}$$

W przypadku modelu multiplikatywnego powinniśmy posługiwać się logarytmami zmiennej Y .

Często jednak przyjmuje się upraszczające założenie, że średnia arytmetyczna nieistotnie różni się od geometrycznej i po wyznaczeniu scentrowanej średniej ruchomej, wskaźniki sezonowości wyznacza się jako ilorazy.

wskaźniki sezonowości (względne, niemianowane) liczymy jako średnie dla jednoimiennych podokresów - są to względne surowe wskaźniki sezonowości

$${}_w S_{is} = \frac{\sum_{j=1}^k s_{ij}}{k}$$

gdzie:

$j=1, \dots, k$ - liczba analizowanych lat

$i=1, \dots, d$ - liczba podokresów sezonowości

3. Model multiplikatywny

Suma względnych wskaźników sezonowości powinna się równać liczbie okresów sezonowości d

Gdy równość ta nie zachodzi, składniki należy skorygować następująco:

względne - oczyszczone- wskaźniki sezonowości ${}_wS_{io} = {}_wS_{is} \cdot w_k$

wskaźnik korygujący: $w_k = \frac{d}{\sum_{i=1}^d {}_wS_{is}}$

bezwzględne - oczyszczone - wskaźniki sezonowości ${}_bS_{io} = {}_wS_{io} \cdot \bar{y} - \bar{y}$

Zastosowanie średnich ruchomych do wyznaczenia trendu skraca szereg oraz utrudnia wnioskowanie w przyszłość za pomocą ekstrapolacji

Sezonowość

Praktyczne rozróżnienie modelu addytywnego i multiplikatywnego nie jest proste.

Graficzna prezentacja szeregu pozwala w przybliżeniu określić, czy wahania periodyczne mają:

- stałą amplitudę (model addytywny)
- czy ich wielkość jest proporcjonalna do poziomemu trendu (model multiplikatywny)

W sytuacji, gdy nie jest znana długość okresu wahań periodycznych, stosuje się analizę **harmoniczną** oraz analizę **periodogramów**.

Jeszcze bardziej złożony przypadek występuje gdy długość okresu wahań periodycznych nie jest stała.

Sezonowość

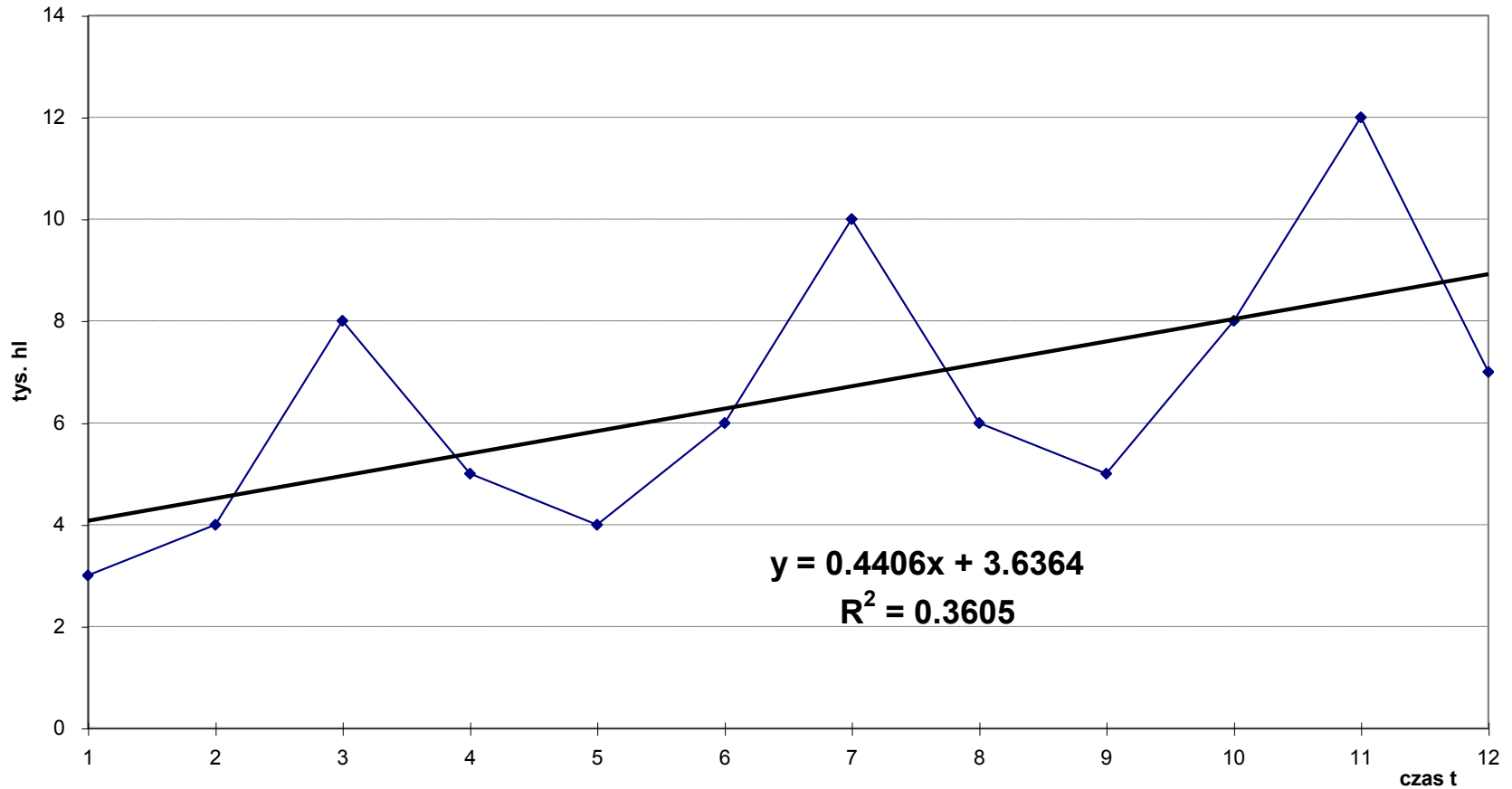
Produkcja piwa w jednym z małych browarów o zasięgu lokalnym kształtowała się następująco:

Produkcja piwa w latach 2003-2005 (w tys.hl)

Lata	kwartały			
	I	II	III	IV
2003	3	4	8	5
2004	4	6	10	6
2005	5	8	12	7

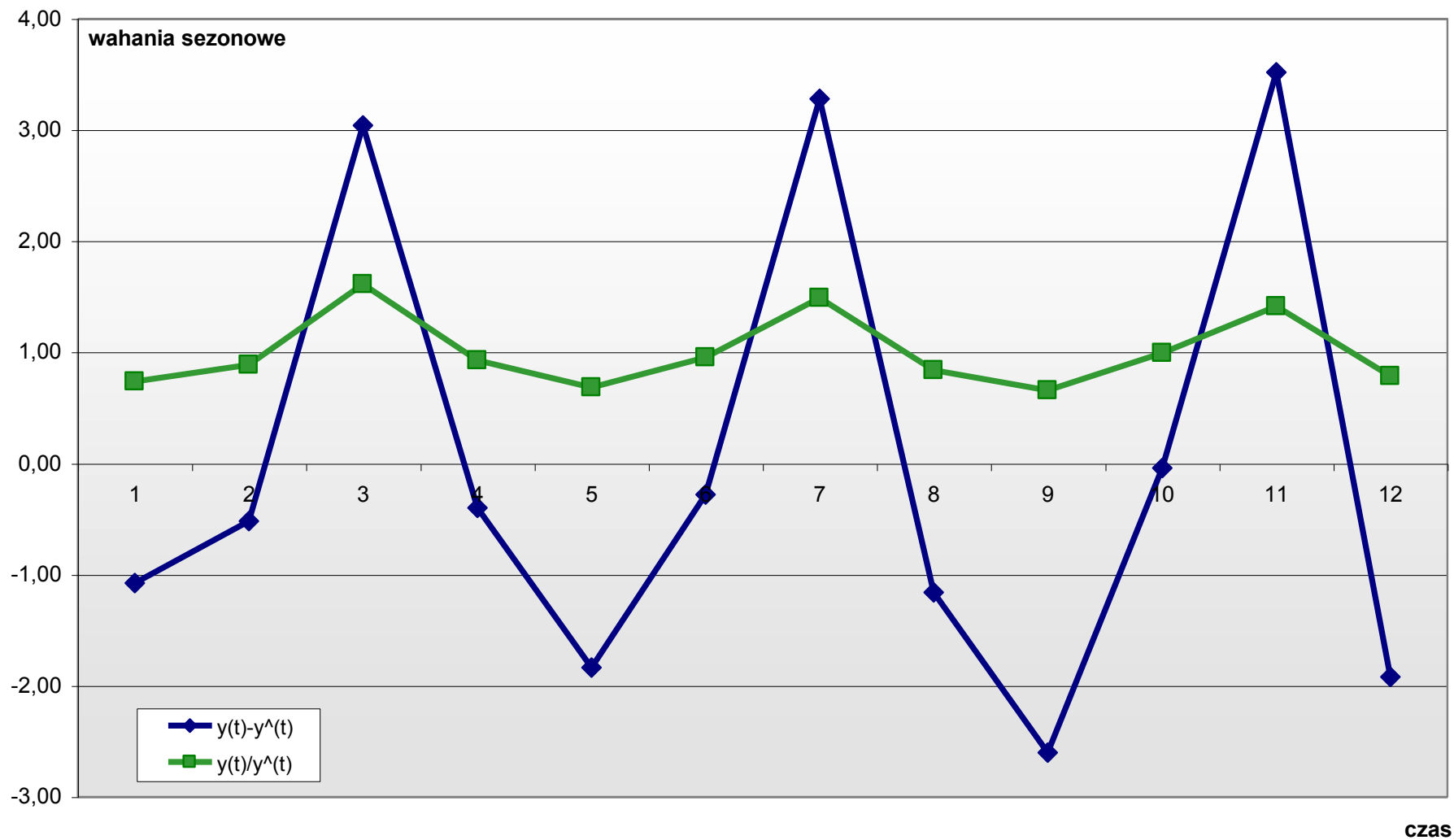
Sezonowość

Produkcja piwa w latach 2003 - 2005



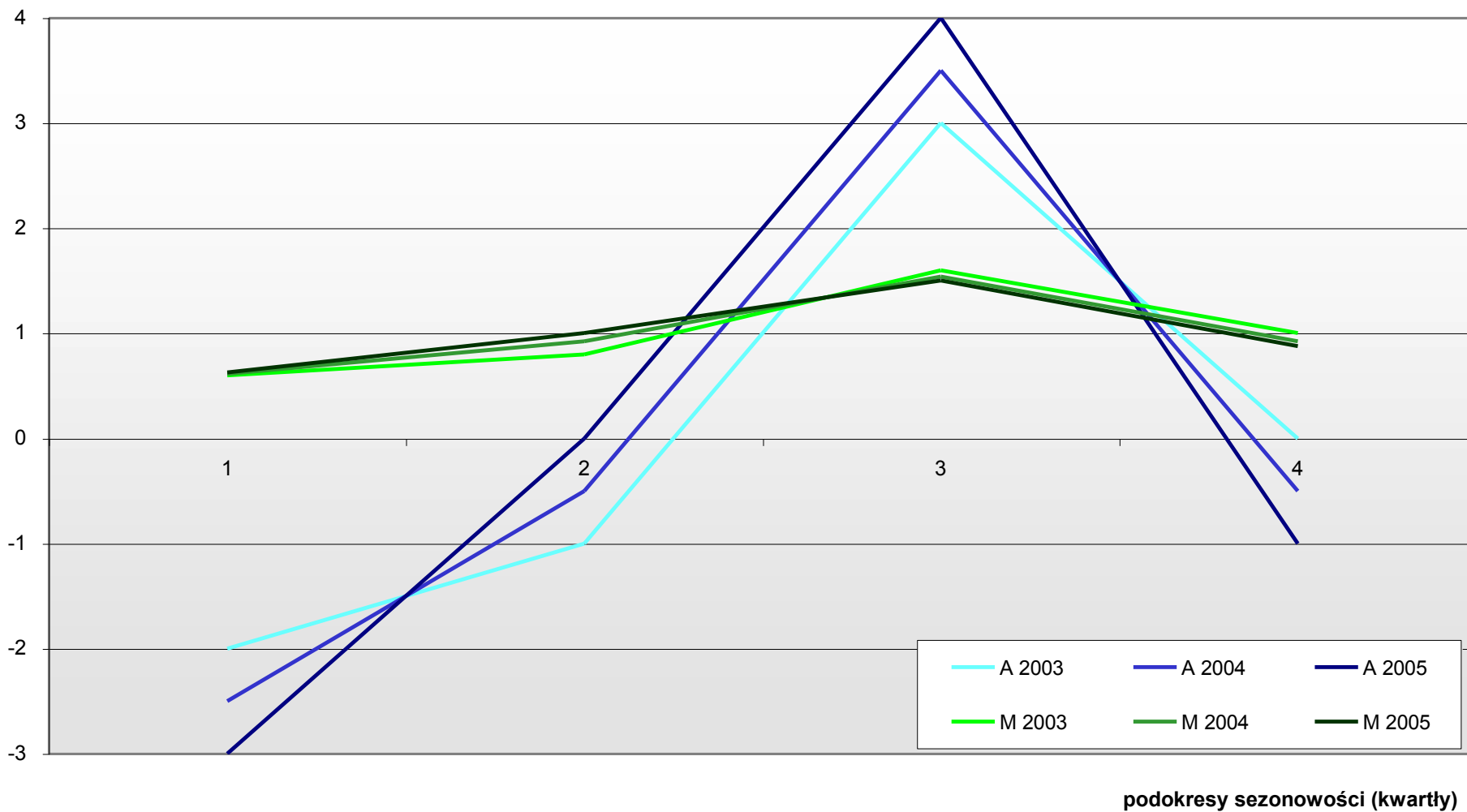
Sezonowość

Szereg czasowy produkcji piwa po eliminacji trendu: model addytywny i multiplikatywny



Sezonowość

Produkcja piwa 2003 - 2005, różnice absolutne i względne



Sezonowość

B) Uwalnianie wyrazów szeregu od trendu

$$S_{ij} = \frac{y_{ij}}{\hat{y}_{ij}}$$

C) Obliczamy surowe wskaźniki sezonowości

Względne wskaźniki sezonowości (surowe)

Kwartał Suma Średnia
jednoimiennych okresów

1	2,079	0,693
2	2,836	0,945
3	4,516	1,505
4	2,549	0,850

3,993

D) Obliczamy czyste wskaźniki sezonowości

Współczynnik koryguj.=1,002

Kwartał Względne wskaźniki
sezonowości (czyste)

$$w_k = \frac{d}{\sum_{i=1}^d w_i S_i}$$

1	0,694
2	0,947
3	1,508
4	0,851

4,000

Sezonowość

Ekstrapolacja trendu z uwzględnieniem wahań sezonowych

Prognozy punktowe wyznaczamy na podstawie równania trendu

kwartaly	na podstawie trendu	po uwzględnieniu sezonowości	po skorygowaniu
I'06	9,369	6,503	6,4663
II'06	9,81	9,289	9,2365
III'06	10,251	15,459	15,372
IV'06	10,692	9,099	9,0475
suma	40,122	40,350	40,122

$$k = \frac{40.122}{40.350}$$

Łączna produkcja piwa zgodnie z prognozą punktową wynosi 40,122 tys. hl, natomiast po uwzględnieniu wahań sezonowych, produkcja ta wynosiłaby 40,350 tys. hl. Wobec tego otrzymane wartości należy ponownie skorygować.

Sezonowość

Oczyszczone, względne wskaźniki sezonowości w latach 2003 - 2005

