



Andrzej Bąk

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
e-mail: andrzej.bak@ue.wroc.pl

PORZĄDKOWANIE LINIOWE OBIEKTÓW METODĄ HELLWIGA I TOPSIS – ANALIZA PORÓWNAWCZA

LINEAR ORDERING OF OBJECTS USING HELLWIG AND TOPSIS METHODS – A COMPARATIVE ANALYSIS

DOI: 10.15611/pn.2016.426.02

Streszczenie: Przedmiotem porządkowania liniowego mogą być takie obiekty, jak kraje (ze względu na poziom rozwoju gospodarczego), przedsiębiorstwa (ze względu na kondycję finansową), produkty (ze względu na walory użytkowe). Takie charakterystyki, jak poziom rozwoju gospodarczego, kondycja finansowa, walory użytkowe są zmiennymi, których realizacje nie są bezpośrednio mierzalne. Zmienne te są agregatami, których wartości są generowane przez obserwacje zmiennych diagnostycznych, które są bezpośrednio mierzalne. Uzyskane realizacje zmiennej syntetycznej umożliwiają uporządkowanie obiektów wielowymiarowych w sensie relacji preferencji (dominacji). W obszarze ekonomii pierwsza metoda porządkowania liniowego została przedstawiona przez Z. Hellwiga w 1968 r., natomiast na gruncie teorii decyzji przez C.L. Hwanga i K. Yoon w 1981 r. Celem artykułu jest porównanie wyników porządkowania liniowego (rankingów) otrzymywanych za pomocą tych metod oraz prezentacja procedur obliczeniowych w języku R umożliwiających prowadzenie analiz porównawczych.

Słowa kluczowe: porządkowanie liniowe, metoda Hellwiga, metoda TOPSIS, program R.

Summary: The subject of linear ordering can be objects such as countries (due to the level of economic development), business (due to financial condition), products (due to usability). Such characteristics as the level of economic development, financial condition, usability are variables whose realizations are not directly measurable. These variables are aggregates whose values are generated by observations of diagnostic variables that are directly measurable. The estimated realisations of synthetic variable allow for ordering multi-dimensional objects in terms of preference relations (domination). In the area of economics first linear ordering method was presented by Z. Hellwig in 1968, while that on the decisions theory by C.L. Hwang and Yoon K. in 1981. The purpose of this article is to compare the results of linear ordering (ranking) obtained by these methods and the presentation of computational procedures in R allow conducting comparative analyzes.

Keywords: linear ordering, Hellwig method, TOPSIS method, R program.

1. Wstęp

Metody porządkowania liniowego są wykorzystywane w badaniach ekonomicznych w celu ustalenia kolejności lub klasyfikacji obiektów, takich jak kraje (ze względu na poziom rozwoju gospodarczego), przedsiębiorstwa (ze względu na kondycję finansową), produkty (ze względu na walory użytkowe) itp.

Idea porządkowania liniowego obiektów wielowymiarowych opiera się na pojęciu porządkującej relacji binarnej (zwrotnej, antysymetrycznej, przechodniej i spójnej). Z aksjomatów tej relacji wynika, że jest możliwe stwierdzenie, który z dwóch dowolnych obiektów zbioru jest pierwszy (lepszy), a który drugi (gorszy), a także, czy są one identyczne. Przedmiotem porządkowania liniowego mogą być np. takie obiekty, jak kraje (ze względu na poziom rozwoju gospodarczego), przedsiębiorstwa (ze względu na kondycję finansową), produkty (ze względu na walory użytkowe) itp. Takie charakterystyki jak poziom rozwoju gospodarczego, kondycja finansowa, walory użytkowe są zmiennymi, których realizacje nie są bezpośrednio mierzalne. Zmienne takie są agregatami, których wartości są generowane przez obserwacje zmiennych diagnostycznych, które są bezpośrednio mierzalne (funkcje agregujące mogą mieć różną postać analityczną). Uzyskane realizacje zmiennej syntetycznej umożliwiają uporządkowanie obiektów wielowymiarowych w sensie relacji preferencji (dominacji).

Celem artykułu jest prezentacja dwóch historycznie pierwszych metod porządkowania liniowego opracowanych w dwóch różnych obszarach badawczych oraz porównanie wyników porządkowania obiektów za pomocą tych procedur.

Pierwsza metoda porządkowania liniowego została zaproponowana przez Z. Hellwiga (w latach 1967–1968) na gruncie ekonomii (taksonomii), natomiast druga przez C.L. Hwanga i K. Yoona (w latach 1980–1981) na gruncie teorii decyzji (wielokryterialnego podejmowania decyzji).

W obliczeniach porównawczych wykorzystano pakiety programu R – `pllord` [Bąk 2015] i `topsis` [Yazdi 2015]. Program R [R Development Core Team 2015] jest niekomercyjnym projektem w zakresie analizy danych powszechnie wykorzystywanym m.in. w statystycznych i ekonometrycznych badaniach ekonomicznych.

2. Taksonomia i teoria decyzji

W literaturze przedmiotu prezentowanych jest wiele definicji i interpretacji pojęcia „taksonomia”. Stosowane są także terminy bliskoznaczne, takie jak taksologia, taksonometria, taksonomia numeryczna, taksonomia matematyczna, klasyfikacja, analiza skupień, grupowanie, dyskryminacja, delimitacja, rozpoznawanie obrazów. Istnieje także rozróżnienie między taksonomią jakościową i ilościową oraz taksonomią opisową i stochastyczną [Pociecha 2008; Bąk 2013].

Rzeczywistość ilościowej zainicjował na początku XX w. polski antropolog J. Czekanowski, proponując miarę odległości i diagramiczną metodę porządkowania macierzy odległości¹ [Pociecha i in. 1988, s. 13]. Według definicji podanej w pracy [Grabiński, Wydymus, Zeliaś 1989, s. 9] „przez taksonomię rozumie się dyscyplinę naukową zajmującą się zasadami i procedurami klasyfikacji (porządkowania, grupowania, dyskryminacji, delimitacji, podziału)”. Celem badań taksonomicznych może być podział zbioru elementów, porządkowanie elementów zbioru, wybór elementów ze zbioru [Pociecha i in. 1988, s. 17]. Zgodnie z tą definicją i celem badań taksonomicznych metody porządkowania liniowego zalicza się do metod taksonomicznych [Bąk 2013].

W węższym rozumieniu metody porządkowania liniowego należą do podstawowych metod wielowymiarowej analizy porównawczej. Wielowymiarowa analiza porównawcza jest dyscypliną naukową umożliwiającą analizę obiektów i zjawisk złożonych, tj. takich, na których stan i zachowanie wpływa jednocześnie wiele cech (zmiennych) i czynników. Zwięzła definicja podana przez Z. Hellwiga mówi, iż „metody i technika porównywania obiektów wielocechowych nazywają się wielowymiarową analizą porównawczą” [Hellwig 1981, s. 48]. Podstawowym celem wielowymiarowej analizy porównawczej jest konstrukcja miary syntetycznej umożliwiającej porównywanie obiektów opisanych za pomocą wielu zmiennych. Do osiągnięcia tego celu wykorzystuje się metody porządkowania liniowego [Bąk 2013].

Pierwsza propozycja metody porządkowania liniowego, w obszarze badań taksonomicznych, umożliwiającej porządkowanie liniowe obiektów z wykorzystaniem wzorca została przedstawiona przez Z. Hellwiga w 1968 r. pod nazwą „miara rozwoju gospodarczego” [Hellwig 1968]. Rok wcześniej propozycja ta została zaprezentowana w niepublikowanym raporcie pt. *Procedure of Evaluating high Level Manpower Data and Typology of Countries by Means of the Taxonomic Method*, UNESCO, 1967.

W literaturze przedmiotu teoria decyzji obejmuje dwa nurty: normatywny i opisowy [Tyszką 2010]. W podejściu normatywnym poszukuje się optymalnego i racjonalnego rozwiązania określonej sytuacji decyzyjnej – w warunkach pewności, ryzyka i niepewności. Ten nurt rozwinął się głównie na gruncie ekonomii (np. badania wyborów konsumenckich). Ważnym osiągnięciem w tym obszarze badań jest aksjomatyczna (nowoczesna) teoria użyteczności J. von Neumanna i O. Morgensterna [Neumann, Morgenstern 1944]. Racjonalność decyzji i zachowań ludzkich nie zawsze występuje w rzeczywistości. Badania realnych i często nieracjonalnych decyzji podejmowanych w sytuacjach wyboru prowadzone były na gruncie psychologii i psychometrii. Doprowadziły one do wyodrębnienia się opisowego (deskryptywnego) nurtu teorii decyzji, nazywanego także nurtem behawioralnym.

¹ Na stronie internetowej <http://www.antropologia.uw.edu.pl/MaCzek/maczek.html> dostępny jest program komputerowy MaCzek będący implementacją metody (diagramu) Czekanowskiego.

W obszarze badań teorii decyzji stosowane są metody badań operacyjnych, wielokryterialnej analizy decyzyjnej, analizy systemowej, programowania matematycznego. Rozwój teorii decyzji następuje w różnych obszarach badań i zastosowań, m.in. na gruncie ekonomii i zarządzania, matematyki, statystyki, socjologii, psychologii, informatyki.

Na gruncie teorii decyzji (wielokryterialnego podejmowania decyzji) pierwsza metoda porządkowania liniowego z wykorzystaniem wzorca i antywzorca została zaproponowana przez C.L. Hwanga i K. Yoon w 1981 r. pod nazwą TOPSIS – *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution* [Hwang, Yoon 1981]. Rok wcześniej propozycja ta została przedstawiona w pracach: K. Yoon, *System Selection by Multiple Attribute Decision Making* oraz K. Yoon i C.L. Hwang, *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution – A Multiattribute Decision Making*.

3. Metody porządkowania liniowego

Metody porządkowania liniowego, mieszczące się w obrębie wielowymiarowej analizy porównawczej i szerszej taksonomii, są w dużej mierze dorobkiem polskiej myśli statystycznej i ekonometrycznej. Pierwszą propozycję przedstawił Z. Hellwig w pracy [Hellwig 1968]. Publikacja ta zainicjowała intensywne badania w tym zakresie, których efektem były kolejne propozycje metod porządkowania liniowego zamieszczone m.in. w pracach [Bartosiewicz 1976; Borys 1978b; Cieślak 1974; Nowak 1984; Pluta 1976; Strahl 1978; Walesiak 1993].

Podstawą porządkowania liniowego jest zmienna syntetyczna², której wartości są szacowane na podstawie obserwacji zmiennych diagnostycznych opisujących badane obiekty. Zakłada się, że wartości zmiennej syntetycznej, oszacowane za pomocą określonej metody, umożliwiają takie uporządkowanie zbioru obiektów, w którym [Grabiński 1992, s. 135]: (1) każdy obiekt ma przynajmniej jednego sąsiada oraz nie więcej niż dwóch sąsiadów, (2) jeżeli obiekt *a* jest sąsiadem obiektu *b*, to obiekt *b* jest sąsiadem obiektu *a*, (3) istnieją tylko dwa obiekty mające jednego sąsiada.

Zmienna syntetyczna ma charakter zmiennej ukrytej, ponieważ jej realizacje nie są bezpośrednio obserwowane. Realizacje te są natomiast generowane przez obserwacje zmiennych diagnostycznych, które są bezpośrednio mierzalne. Realizacje zmiennej syntetycznej są szacowane za pomocą funkcji agregujących, których postaci analityczne mogą być różne. Rozróżnia się dwie podstawowe grupy metod, które są wykorzystywane do szacowania wartości zmiennej syntetycznej: metody bezwzorcowe i metody wzorcowe.

² W literaturze przedmiotu spotkać można inne określenia zmiennej syntetycznej, takie jak np.: zmienna agregatowa, miara syntetyczna, syntetyczna miara rozwoju, taksonomiczny miernik rozwoju, agregatowa miara rozwoju, miara rozwoju gospodarczego.

W procedurze porządkowania liniowego wyróżnia się takie etapy postępowania, jak: określenie charakteru zmiennych (stymulanty, nominanty, destymulanty)³, wyznaczenie wag zmiennych, normalizacja zmiennych, wyznaczenie współrzędnych wzorca w przypadku agregacji wzorcowej, agregacja bezwzorcowa lub wzorcowa, klasyfikacja porangowanych obiektów i rozpoznanie typów rozwojowych [Grabiński 1984; Bąk 1999, 2013; Wysocki 2010, s. 145].

Metody porządkowania liniowego Hellwiga i TOPSIS są metodami wzorcowymi, przy czym w metodzie Hellwiga punktem odniesienia obiektów w przestrzeni wielowymiarowej jest wzorzec, a w metodzie TOPSIS wyznacza się dwa punkty odniesienia – wzorzec i antywzorzec.

Konstrukcja miary syntetycznej Hellwiga jest następująca:

a) normalizacja zmiennych (standaryzacja): $z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{s_j}$, x_{ij} – obserwacja j -tej zmiennej dla obiektu i , \bar{x}_j – średnia arytmetyczna obserwacji j -tej zmiennej, s_j – odchylenie standardowe obserwacji j -tej zmiennej;

b) współrzędne wzorca: $z_{0j} = \begin{cases} \max_i \{z_{ij}\} & \text{dla zmiennych stymulant} \\ \min_i \{z_{ij}\} & \text{dla zmiennych destymulant} \end{cases}$;

c) odległości obiektów od wzorca: $d_{i0} = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_{0j})^2}$;

d) wartości zmiennej agregatowej: $q_i = 1 - \frac{d_{i0}}{d_0}$, przy czym: na ogół $q_i \in [0; 1]$; $\max_i \{q_i\}$ – najlepszy obiekt; $\min_i \{q_i\}$ – najgorszy obiekt; $d_0 = \bar{d}_0 + 2s_d$; $\bar{d}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_{i0}$; $s_d = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_{i0} - \bar{d}_0)^2}$.

Konstrukcja miary syntetycznej TOPSIS Hwanga i Yoona jest następująca:

a) normalizacja zmiennych (przekształcenie ilorazowe): $z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}}$,

x_{ij} – obserwacja j -tej zmiennej dla obiektu i ;

b) współrzędne wzorca:

1. $z_{0j}^+ = \begin{cases} \max_i \{z_{ij}\} & \text{dla zmiennych stymulant} \\ \min_i \{z_{ij}\} & \text{dla zmiennych destymulant} \end{cases}$;

c) współrzędne antywzorca:

2. $z_{0j}^- = \begin{cases} \min_i \{z_{ij}\} & \text{dla zmiennych stymulant} \\ \max_i \{z_{ij}\} & \text{dla zmiennych destymulant} \end{cases}$;

d) odległości obiektów od wzorca: $d_{i0}^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_{0j}^+)^2}$;

³ Pojęcia zmiennej stymulandy i destymulandy zostały wprowadzone do literatury przedmiotu przez Z. Hellwiga [Hellwig 1968], a pojęcie zmiennej nominandy przez T. Borysa [Borys 1978a].

- e) odległości obiektów od antywzorca: $d_{i0}^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (z_{ij} - z_{0j}^-)^2}$;
- f) wartości zmiennej agregatowej: $q_i = \frac{d_{i0}^-}{d_{i0}^+ + d_{i0}^-}$, przy czym: $q_i \in [0; 1]$;
 $\max_i\{q_i\}$ – najlepszy obiekt; $\min_i\{q_i\}$ – najgorszy obiekt.

4. Wyniki badań porównawczych

W badaniach porównawczych wyników porządkowania liniowego metodami Hellwiga i TOPSIS wykorzystano zbiory danych empirycznych z oryginalnych prac: [Hellwig 1968] i [Hwang, Yoon 1981]. Zastosowano także metody porządkowania liniowego zaproponowane w tych publikacjach bez żadnych modyfikacji.

W przypadku danych z pracy [Hellwig 1968] (hdane68) porządkowanymi obiektami jest 15 krajów charakteryzowanych przez 6 zmiennych (X3-X6 w przeliczeniu na 10 000 osób): X1 – przeciętne trwanie życia mężczyzn, X2 – procent ludności zawodowo czynnej w rolnictwie, X3 – kadry inżynieryjno-techniczne, X4 – kadry ekonomiczno-administracyjne, X5 – personel urzędniczy, X6 – personel handlowy. Zmienne stymulanty: X1, X3, X4, X5, X6. Zmienna destymulanta: X2. Wagi zmiennych jednakowe: $w = (1,0; 1,0; 1,0; 1,0; 1,0; 1,0)$.

Fragment zbioru danych (hdane68):

```
> data(hdane68)
> head(hdane68)
```

	Kraj	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	Belgia	62.0	6.2	306.18	100.58	432.06	418.49
2	Dania	70.4	17.5	358.68	76.58	400.97	448.24
3	Finlandia	64.9	35.5	376.32	75.50	237.28	316.97
4	Grecja	67.5	53.9	148.96	31.67	171.41	264.17
5	Holandia	71.4	10.7	332.62	112.30	448.29	343.49
6	Indie	45.2	72.9	73.70	41.26	72.82	156.62

W przypadku danych z pracy [Hwang, Yoon 1981] (hwangyoondane81) porządkowanymi obiektami są 4 oferty zakupu samolotów myśliwskich charakteryzowane przez 6 zmiennych (por. [Chen, Hwang 1992]): X1 – prędkość maksymalna, X2 – zasięg, X3 – ładowność maksymalna, X4 – koszt zakupu, X5 – niezawodność, X6 – manewrowość. Zmienne stymulanty: X1, X2, X3, X5, X6. Zmienna destymulanta: X4. Wagi zmiennych zróżnicowane: $w = (0,2; 0,1; 0,1; 0,1; 0,2; 0,3)$.

Zbiór danych (hwangyoondane81):

```
> dane<-read.csv2("hwangyoondane81.csv",header=TRUE)
> head(dane)
```

	obiekt	X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	A1	2.0	1500	20000	5.5	5	9
2	A2	2.5	2700	18000	6.5	3	5
3	A3	1.8	2000	21000	4.5	7	7
4	A4	2.2	1800	20000	5.0	5	5

W analizie zbioru danych z pracy [Hellwig 1968] wykorzystano skrypt:

```
library(pllrd)
library(topsis)
source("htfunc68.r")
data(hdane68)
vc<-c(1,-1,1,1,1,1); i<-c("+","-","+","+", "+","+", "+"); w<-c(1,1,1,1,1,1)
hlo<-fhellwig(hdane68,vc)
tlo<-ftopsis(hdane68,w,i)
D<-data.frame(hlo$objn,hlo$dh,tlo$dt,hlo$rh,tlo$rt)
colnames(D)<-c("Object/Alternative", "Hellwig score", "TOPSIS score", "Hellwig
rank", "TOPSIS rank")
print(D)
print(cor(hlo$dh,tlo$dt,method="pearson"))
print(cor(hlo$rh,tlo$rt,method="spearman"))
```

Wyniki porządkowania 15 krajów metodami Hellwiga i TOPSIS są następujące:

```
> print(D)
  Object/Alternative Hellwig score TOPSIS score Hellwig rank TOPSIS rank
1          Belgia      0.51395752   0.57422780           8           5
2           Dania      0.54225684   0.53790471           6           8
3      Finlandia      0.40343640   0.40991816          10          11
4          Grecja      0.20198009   0.21427352          12          13
5        Holandia      0.54274018   0.56943878           5           6
6           Indie     -0.07043908   0.03731583          15          15
7          Japonia      0.54978591   0.58178931           4           4
8      Jugosławia      0.16708904   0.20056027          14          14
9           Kanada      0.59597175   0.71549754           2           2
10        Norwegia      0.46083166   0.50017347           9           9
11    Portugalia      0.17805069   0.25574218          13          12
12           USA      0.64844775   0.75442883           1           1
13      Szwajcaria      0.52413369   0.56025822           7           7
14      Szwecja      0.58302556   0.58756180           3           3
15         Węgry      0.33964491   0.41153548          11          10
> print(cor(hlo$dh,tlo$dt,method="pearson"))
[1] 0.9809814
> print(cor(hlo$rh,tlo$rt,method="spearman"))
[1] 0.9678571
```

W analizie zbioru danych z pracy [Hwang, Yoon 1981] wykorzystano skrypt:

```
library(pllrd)
library(topsis)
source("htfunc81.r")
dane<-read.csv2("hwangyoondane81.csv",header=TRUE)
vc<-c(1,1,1,-1,1,1); i<-c("+","+", "+","-", "+","+", "+")
w<-c(0.2,0.1,0.1,0.1,0.2,0.3)
hlo<-fhellwig(dane,vc,w)
tlo<-ftopsis(dane,w,i)
D<-data.frame(hlo$objn,hlo$dh,tlo$dt,hlo$rh,tlo$rt)
colnames(D)<-c("Object/Alternative", "Hellwig score", "TOPSIS score", "Hellwig
rank", "TOPSIS rank")
print(D)
print(cor(hlo$dh,tlo$dt,method="pearson"))
print(cor(hlo$rh,tlo$rt,method="spearman"))
```

Wyniki porządkowania 4 ofert metodami Hellwiga i TOPSIS są następujące:

```
> print(D)
Object/Alternative Hellwig score TOPSIS score Hellwig rank TOPSIS rank
1                A1      0.4982412      0.6432770           1           1
2                A2      0.1299144      0.2683836           4           4
3                A3      0.4147202      0.6135423           2           2
4                A4      0.2630782      0.3122911           3           3
> print(cor(hlo$dh,tlo$dt,method="pearson"))
[1] 0.9571978
> print(cor(hlo$rh,tlo$rt,method="spearman"))
[1] 1
```

Wyniki porządkowania liniowego obiektów ze zbioru *hdane68* są zgodne, jeżeli chodzi o pierwszą i ostatnią pozycję w rankingu, a także w przypadku sześciu innych obiektów (łącznie 8 z 15 obiektów znalazło się na tych samych miejscach w wyniku zastosowania metody Hellwiga i metody TOPSIS). Współczynnik korelacji liniowej Pearsona między wartościami zmiennych syntetycznych (*Hellwig score* i *TOPSIS score*) wyniósł 0,98. Współczynnik korelacji rang Spearmana między pozycjami w rankingu (*Hellwig rank* i *TOPSIS rank*) wyniósł 0,97.

Wyniki porządkowania liniowego obiektów ze zbioru *hwangyoondane81* są zgodne dla wszystkich obiektów. Współczynnik korelacji liniowej Pearsona między wartościami zmiennych syntetycznych (*Hellwig score* i *TOPSIS score*) wyniósł 0,96. Współczynnik korelacji rang Spearmana między pozycjami w rankingu (*Hellwig rank* i *TOPSIS rank*) wyniósł 1,0.

5. Podsumowanie

Miara rozwoju gospodarczego Hellwiga jest pierwszą historycznie metodą porządkowania liniowego zaproponowaną na gruncie ekonomii (taksonomii), natomiast metoda TOPSIS Hwanga i Yoona jest pierwszą metodą porządkowania liniowego zaproponowaną na gruncie teorii decyzji (wielokryterialnego podejmowania decyzji). Celem badań empirycznych z wykorzystaniem obu metod jest ustalenie kolejności (porządku) obiektów opisywanych przez zbiór zmiennych. Obydwie metody są wzorcowe, przy czym w metodzie Hellwiga punktem odniesienia jest wzorzec, a w metodzie Hwanga i Yoona – wzorzec i antywzorzec. Inna jest w obu metodach normalizacja zmiennych – w metodzie Hellwiga jest to standaryzacja, a w metodzie Hwanga i Yoona – przekształcenie ilorazowe. Miara odległości obiektów od punktów odniesienia jest w obu metodach taka sama – jest to odległość euklidesowa. Inna jest natomiast w obu metodach postać analityczna funkcji agregującej, a uzyskane wartości miary syntetycznej w metodzie Hellwiga na ogół są zawarte w przedziale [0; 1], a w metodzie Hwanga i Yoona są zawarte w przedziale [0; 1].

Główne kierunki dalszych badań:

- porównanie wyników porządkowania liniowego na podstawie większej liczby zbiorów danych empirycznych,

- porównanie wyników porządkowania liniowego na podstawie zbiorów danych symulacyjnych o określonych rozkładach statystycznych,
- porównanie jakości wyników porządkowania liniowego na podstawie mierników jakości metod porządkowania liniowego.

Literatura

- Bartosiewicz S., 1976, *Propozycja metody tworzenia zmiennych syntetycznych*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, nr 84.
- Bąk A., 1999, *Modelowanie symulacyjne wybranych algorytmów wielowymiarowej analizy porównawczej w języku C++*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Bąk A., 2013, *Metody porządkowania liniowego w polskiej taksonomii – pakiet pllord*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 278, s. 54–62.
- Bąk A., 2015, *Linear ordering methods – package pllord*, <http://keii.ue.wroc.pl/pllord>.
- Borys T., 1978a, *Metody normowania cech w statystycznych badaniach porównawczych*, Przegląd Statystyczny, z. 2, s. 227–239.
- Borys T., 1978b, *Propozycja agregatywnej miary rozwoju obiektów*, Przegląd Statystyczny, z. 3, s. 371–381.
- Chen S.J., Hwang C.L., 1992, *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, New York.
- Cieślak M., 1974, *Taksonomiczna procedura prognozowania rozwoju gospodarczego i określania potrzeb na kadry kwalifikowane*, Przegląd Statystyczny, z. 1, s. 29–39.
- Grabiński T., 1984, *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach dynamiki zjawisk ekonomicznych*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie. Seria specjalna: Monografie nr 61.
- Grabiński T., 1992, *Metody taksonometrii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A., 1989, *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, PWN, Warszawa.
- Hellwig Z., 1968, *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr*, Przegląd Statystyczny, z. 4, s. 307–327.
- Hellwig Z., 1981, *Wielowymiarowa analiza porównawcza i jej zastosowanie w badaniach wielo-
cechowych obiektów gospodarczych*, [w:] W. Welfe (red.), *Metody i modele ekonomiczno-matematyczne w doskonaleniu zarządzania gospodarką socjalistyczną*, PWE, Warszawa.
- Hwang C.L., Yoon K., 1981, *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, New York.
- Neumann J. von, Morgenstern O., 1944, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- Nowak E., 1984, *Problemy doboru zmiennych do modelu ekonometrycznego*, PWN, Warszawa.
- Pluta W., 1976, *Taksonomiczna procedura prowadzenia syntetycznych badań porównawczych za pomocą zmodyfikowanej miary rozwoju gospodarczego*, Przegląd Statystyczny, z. 4, s. 511–517.
- Pociecha J., 2008, *Rozwój metod taksonomicznych i ich zastosowań w badaniach społeczno-ekonomicznych*, <http://www.stat.gov.pl/cps/rde/xbcd/gus/> (11.10.2015).
- Pociecha J., Podolec B., Sokołowski A., Zajac K., 1988, *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych*, PWN, Warszawa.

- R Development Core Team, 2015, *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, <http://cran.r-project.org>.
- Strahl D., 1978, *Propozycja konstrukcji miary syntetycznej*, Przegląd Statystyczny, z. 2, s. 205–215.
- Tyszka T., 2010, *Decyzje. Perspektywa psychologiczna i ekonomiczna*, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.
- Walesiak M., 1993, *Statystyczna analiza wielowymiarowa w badaniach marketingowych*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, nr 654, Monografie i Opracowania, nr 101.
- Wysocki F., 2010, *Metody taksonomiczne w rozpoznawaniu typów ekonomicznych rolnictwa i obszarów wiejskich*, Wydawnictwo Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu, Poznań.
- Yazdi M.M., 2015, *TOPSIS method for multiple-criteria decision making (MCDM) – package topsis*, <https://cran.r-project.org/web/packages/topsis/>.