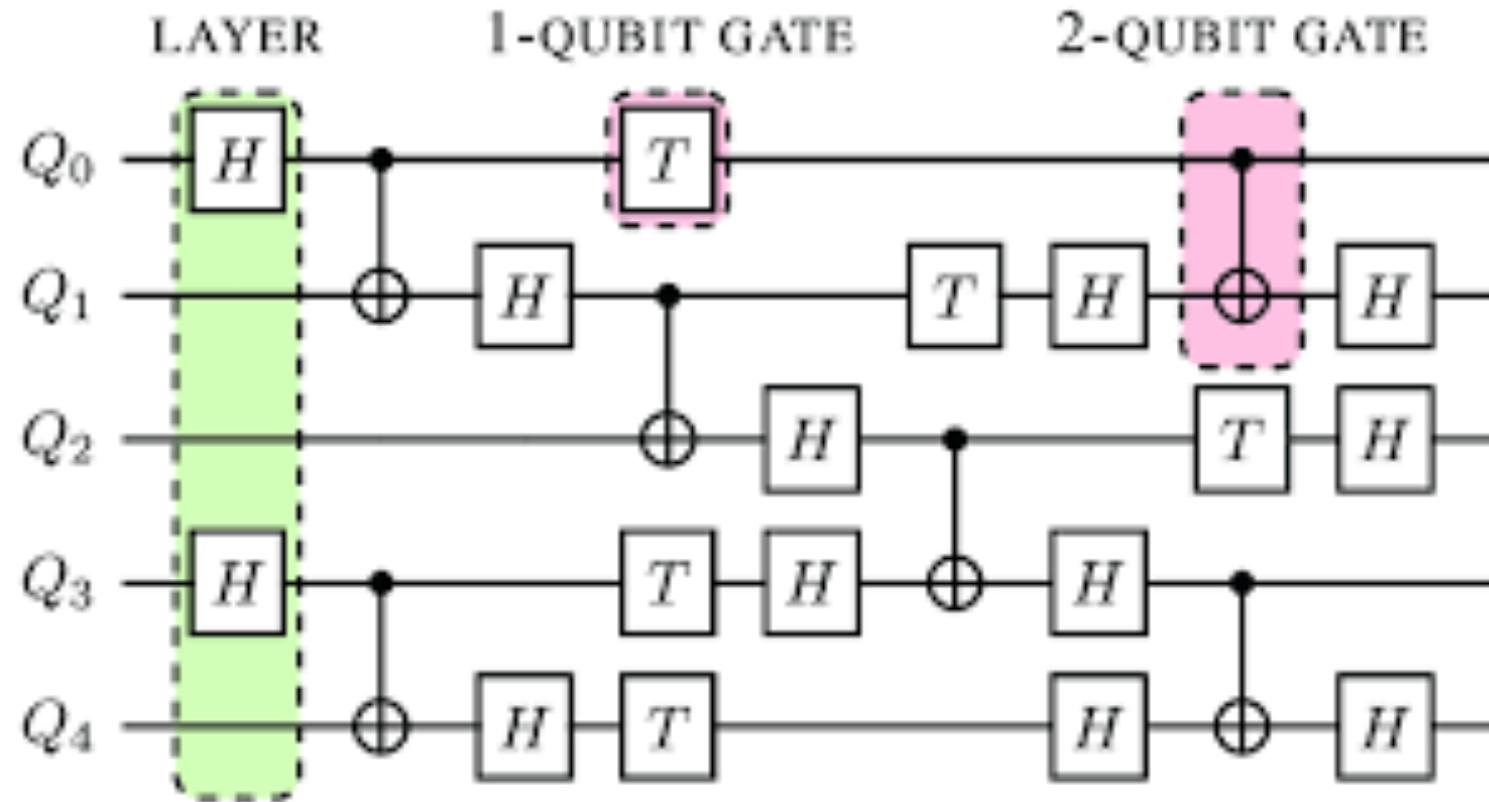


# Algoritmos Variacionales Cuánticos

Leonardo Zambrano y Aldo Delgado

# Modelo de Circuitos Cuánticos

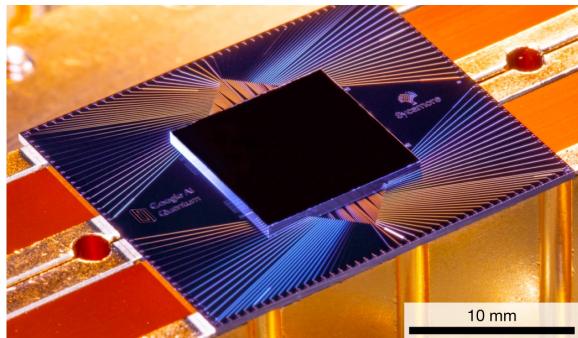


Información codificada en **Qubits**. Algoritmo representado y ejecutado por medio de la acción sucesiva de **Compuertas Cuánticas** de uno y dos qubits. Información obtenida vía mediciones.

# Supremacía Cuántica

Instancia en la cual un Computador cuántico es capaz de resolver un problema de forma mucho más eficiente que un computador clásico. Por ejemplo, que el computador clásico requiera una cantidad inviable de tiempo.

En 2019 Google afirmó haber alcanzado Supremacía Cuántica en su procesador SYCAMORE. Otros ejemplos han sido realizados: USTC con Jiuzhang 2.0 and Zuchongzhi, XANADU, D-WAVE Systems.



"Quantum supremacy using a programmable superconducting processor", Arute et. al. Nature 574, 505–510 (2019)

"Quantum computational advantage via 60-qubit 24-cycle random circuit sampling". Qingling Zhu et al. Science Bulletin. 67 (3): 240–245 (2021)

# Ventaja Cuántica

Instancia en la cual un Computador cuántico es capaz de **resolver un problema útil** de forma mucho más eficiente que un computador clásico.

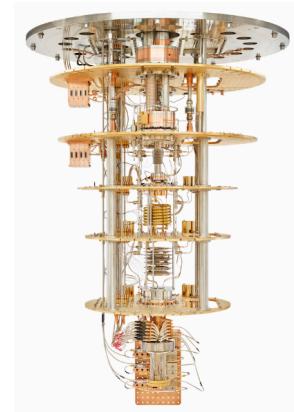
Algoritmos como los de Grover y Shor permiten alcanzar ventaja cuántica, pero requieren grandes cantidades de qubits, bajas tasas de error, y corrección de errores.

Se piensa que con los **Algoritmos Variacionales Cuánticos (VQA)** es posible alcanzar Ventaja Cuántica con el actual hardware cuántico .

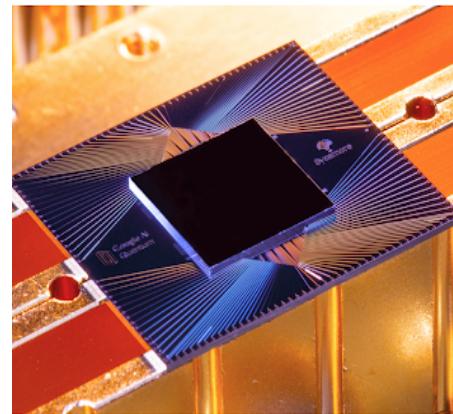
# Tecnologías para Computadores Cuánticos



IBM



Rigetti Computing



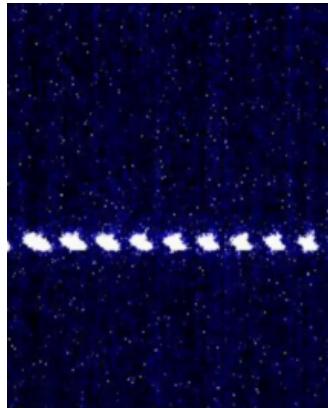
Google



D-Wave Systems

## Circuitos superconductores

- Operaciones rápidas.
- Escalable.



IonQ



Honeywell  
Quantum Solutions

## Iones atrapados

- Operaciones precisas.
- Largos tiempos de coherencia.



Xanadu Quantum  
Technologies

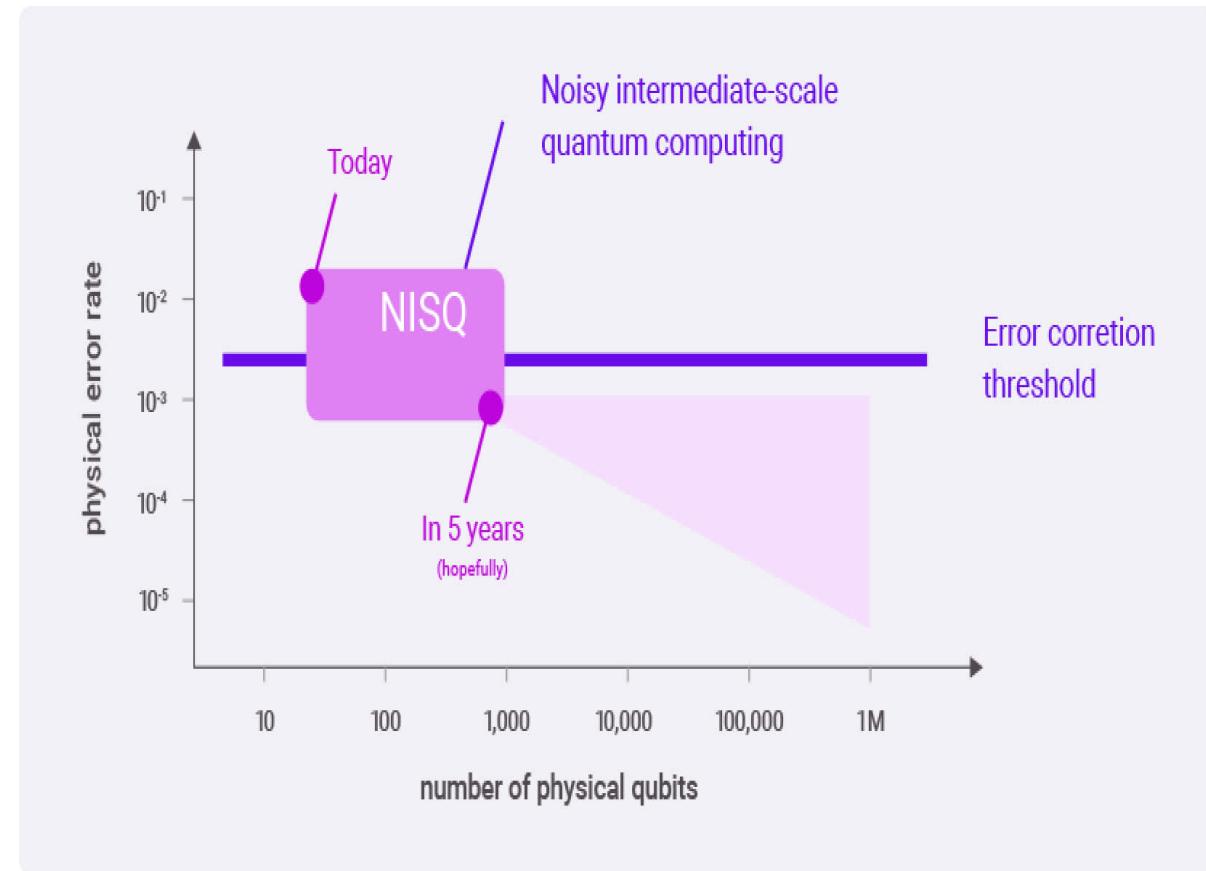
## Fotones

- Buena transmisión de información.
- Funcionan a temperaturas más altas.

# Computadores Cuánticos NISQ

Noise Intermediate Scale Quantum

- **Número intermedio de qubits:** Decenas o cientos de qubits.
- **No simulables:** No se puede usar computadores clásicos para simular estos dispositivos eficientemente.
- **Susceptibilidad al ruido y errores:** Los qubits NISQ son más susceptibles al ruido y a los errores cuánticos.
- **Aplicaciones Específicas:** Los NISQ tienen el potencial de abordar problemas específicos en áreas como la simulación cuántica, optimización combinatoria y química cuántica.

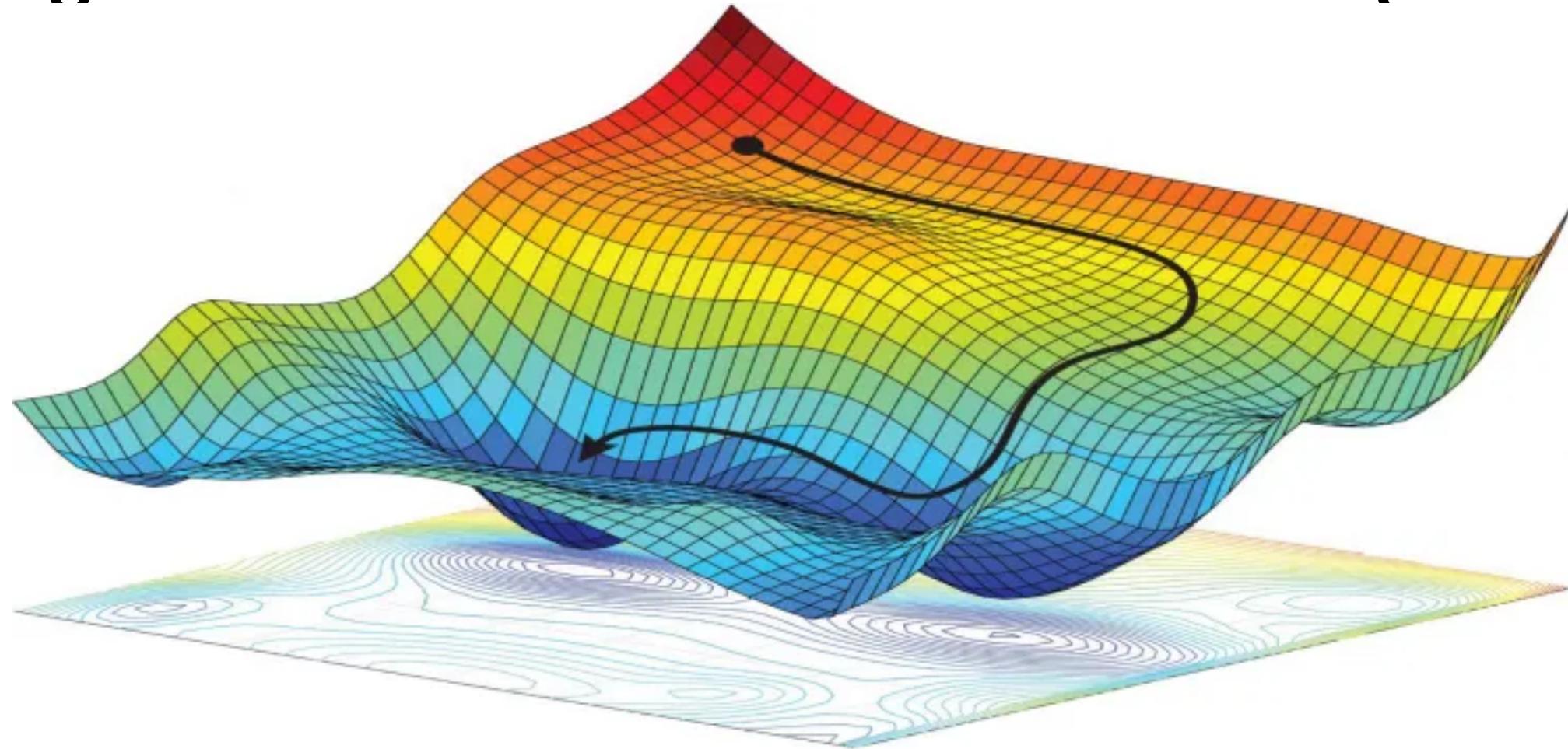


"Quantum Computing in the NISQ era and beyond", John Preskill, Quantum 2, 79 (2018).

# Algoritmos Variacionales Cuánticos (VQA)

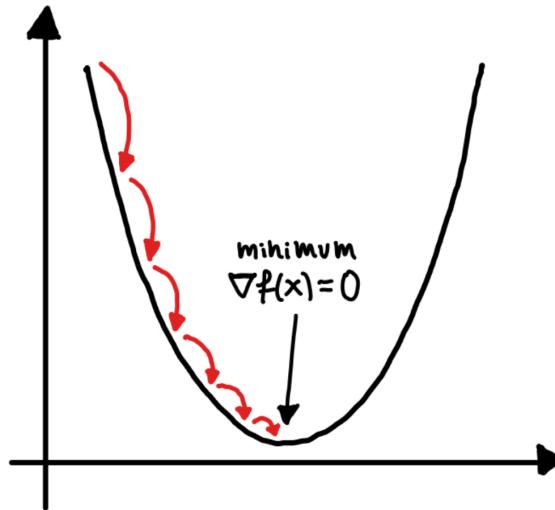
- Permiten resolver problemas cuya solución se obtiene **optimizando** una función de costo.
- Aplicaciones incluyen encontrar la energía mínima de moléculas, optimizar portafolios financieros y machine learning.
- Solo usan un **computador cuántico** para preparar un estado cuántico que depende de parámetros clásicos y que codifica la solución al problema.
- Un **computador clásico** ajusta los parámetros basándose en mediciones del estado.
- El proceso se repite hasta encontrar la solución al problema.

# Algoritmos Variacionales Cuánticos (VQA)



Buscamos el valor óptimo (valor mínimo en el ejemplo) de una función en el espacio de parámetros.

# Algoritmos de optimización



$$x_{n+1} = x_n - h_n \nabla f(x_n)$$

# Gradiente descendente

**Input:** función  $f$ , parámetros iniciales  $x_0$ , número de iteraciones  $N$  y tasa de aprendizaje  $h_n$ .

for  $n = 0$  to  $N - 1$ :

calcular gradiente  $\nabla f(x_n)$

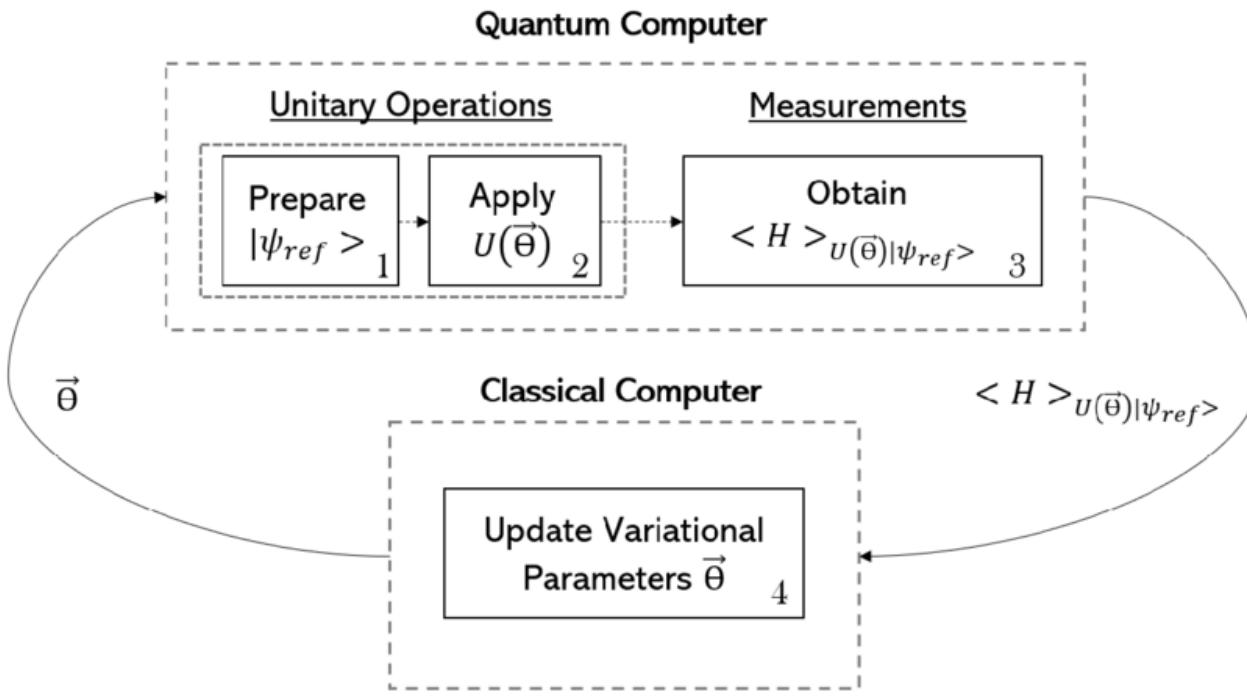
$$x_{n+1} = x_n - h_n \nabla f(x_n)$$

end for

# Output $x_N$



# Algoritmos Variacionales Cuánticos (VQA)

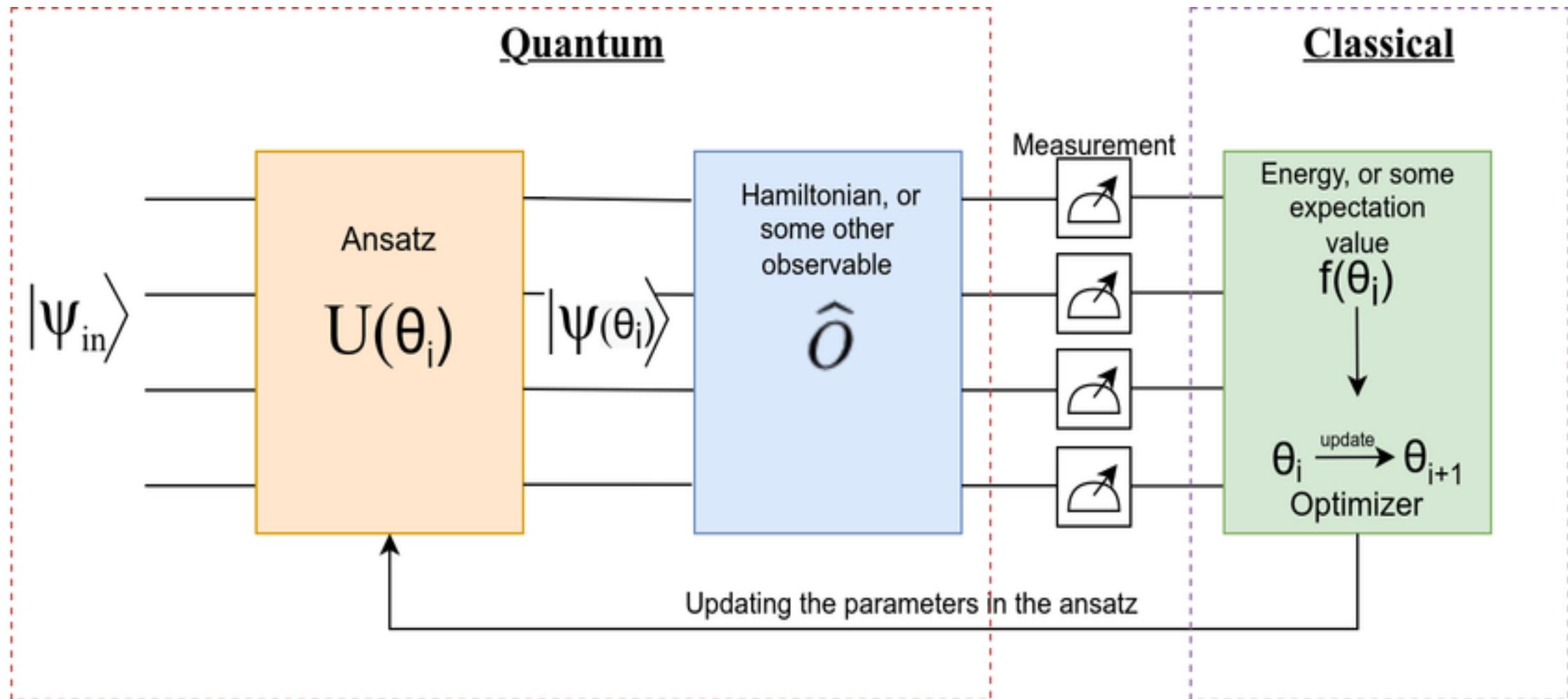


"Variational quantum algorithms", Cerezo et. al. *Nat. Rev. Phys.* 3, 625–644 (2021)

"The Variational Quantum Eigensolver: A review of methods and best practices", Tilly et. al. *Phys. Rep.* 986, 1-128 (2022)

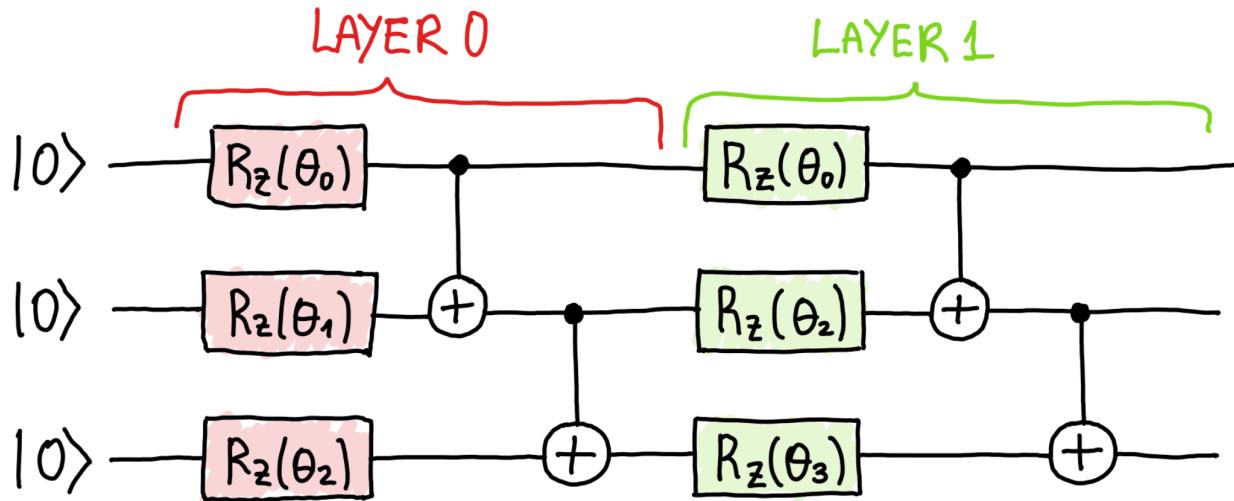
1. **Inicialización:** Elige ansatz, número de qubits, mediciones, método de optimización, parámetros iniciales.
2. **Evaluación:** Construye el circuito dependiendo de los parámetros clásicos y mide.
3. **Cálculo del gradiente:** usando los resultados de las mediciones.
4. **Actualización de parámetros:** modificamos los parámetros del circuito cuántico.
5. **Prueba de convergencia:** Decidimos si dejar de optimizar o no.

# Algoritmos Variacionales Cuánticos (VQA)



# Algoritmos Variacionales Cuánticos (VQA)

## Ansatz

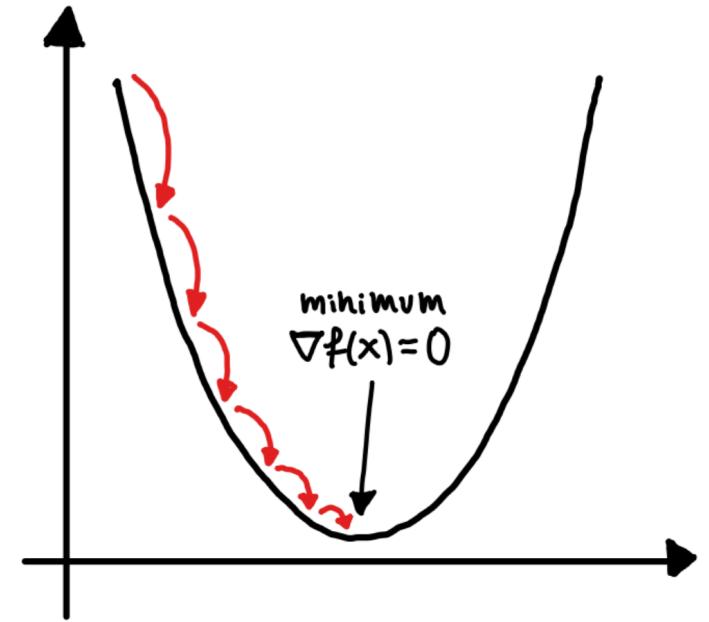


## Función de costo

$$E(\theta) = \langle \psi | U(\theta) H U^\dagger(\theta) | \psi \rangle$$

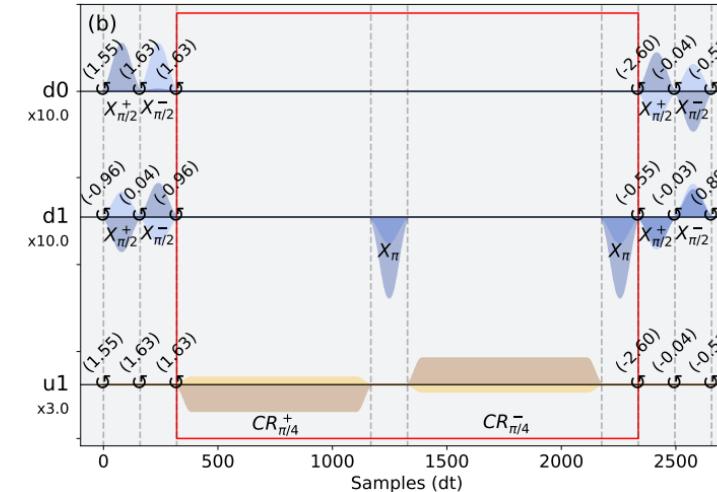
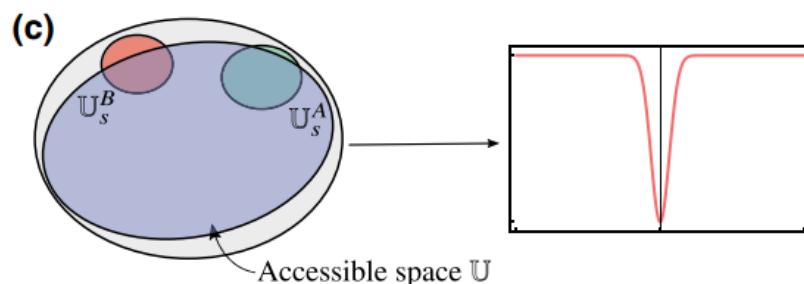
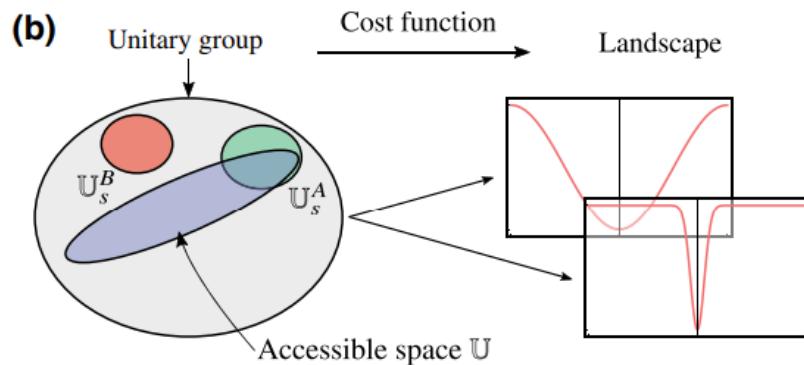
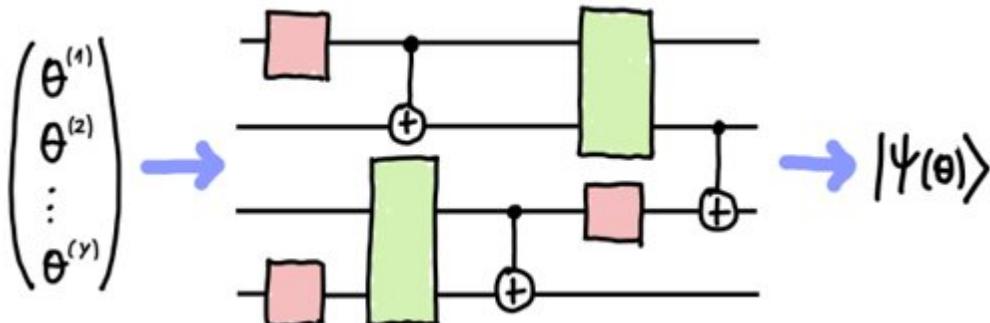
$$L(\theta) = \sum_k c_k \langle \psi_k | U(\theta) O_k U^\dagger(\theta) | \psi_k \rangle$$

## Algoritmo de optimización



$$x_{n+1} = x_n - h_n \nabla f(x_n)$$

# Circuitos Cuánticos Parametrizados



“Qiskit pulse: programming quantum computers through the cloud with pulses”, Thomas Alexander et. al. *Quantum Sci. Technol.* 5, 044006 (2020).

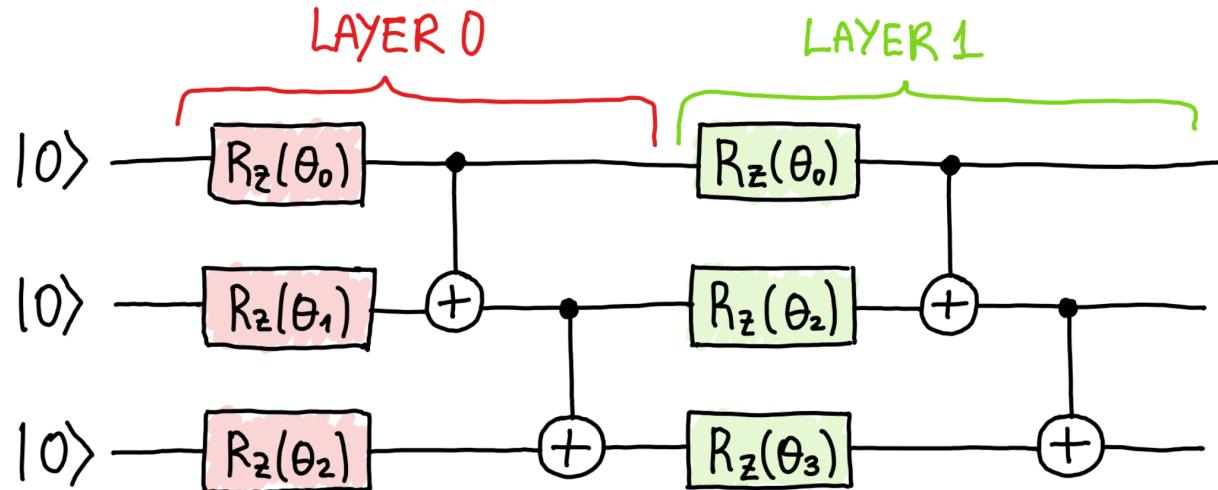
Expresividad: el ansatz debe ser capaz de representar la solución.

Entrenabilidad: el ansatz debe ser fácil de entrenar.

“Connecting Ansatz Expressibility to Gradient Magnitudes and Barren Plateaus”, Zoë Holmes et. al. *PRX Quantum* 3, 010313 (2022).

# Circuitos Cuánticos Parametrizados

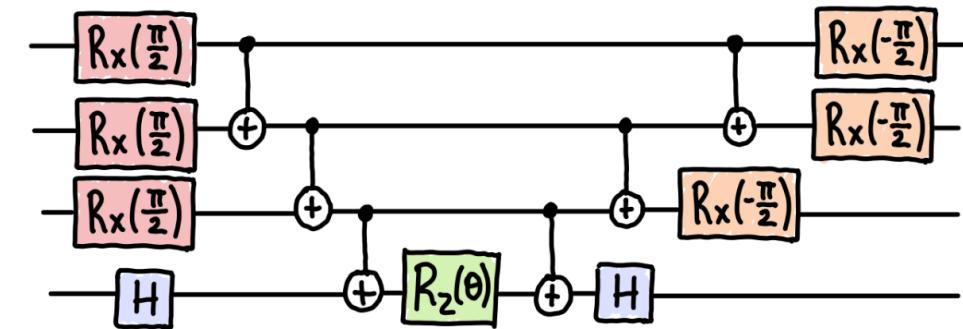
Hardware Efficient ansatz



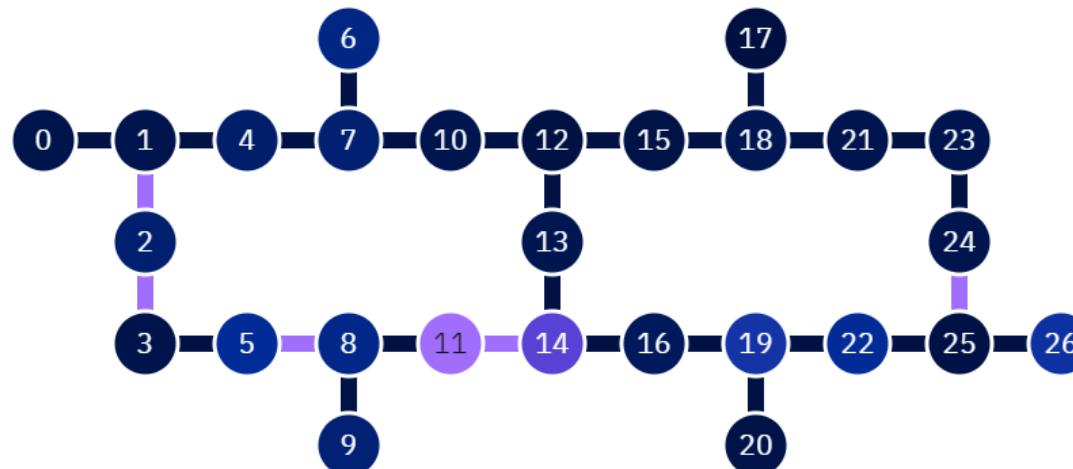
"Hardware-efficient variational quantum eigensolver for small molecules and quantum magnets", Kandala et. al. Nature 549, 242–246 (2017)

Unitary Coupled Cluster ansatz

$$|\psi(\theta)\rangle = U_1(\theta_1)U_2(\theta_2)\dots U_m(\theta_m)|11\dots0\rangle$$



"A variational eigenvalue solver on a photonic quantum processor", Peruzzo et. al. Nat. Commun. 5, 4213 (2014)



# Funciones de costo

Quantum Chemistry:

$$E(\theta) = \langle \psi | U(\theta) H U^\dagger(\theta) | \psi \rangle.$$

Optimization and Combinatorial problems:

$$C(\theta) = \langle + | U(\beta, \gamma) H_{MAXCUT} U^\dagger(\beta, \gamma) | + \rangle.$$

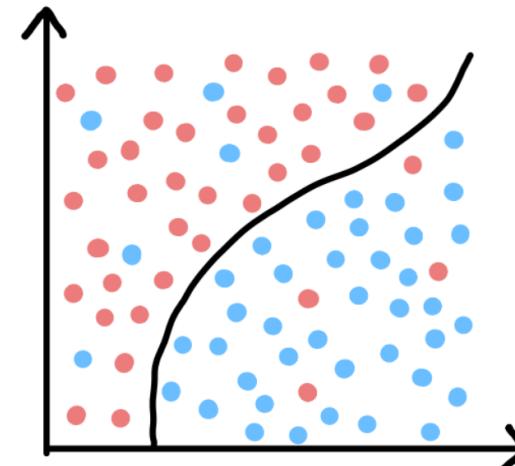
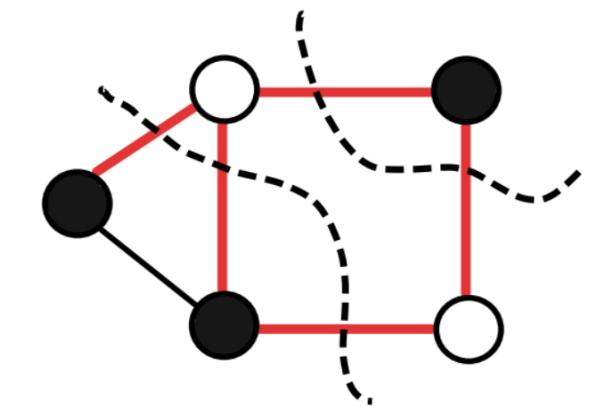
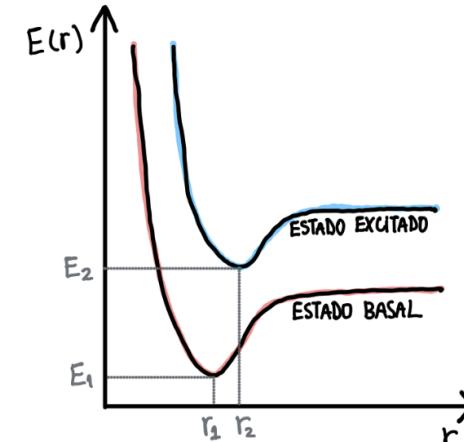
Machine Learning:

$$L(\theta) = \sum_k c_k \langle \psi_k | U(\theta) O_k U^\dagger(\theta) | \psi_k \rangle.$$

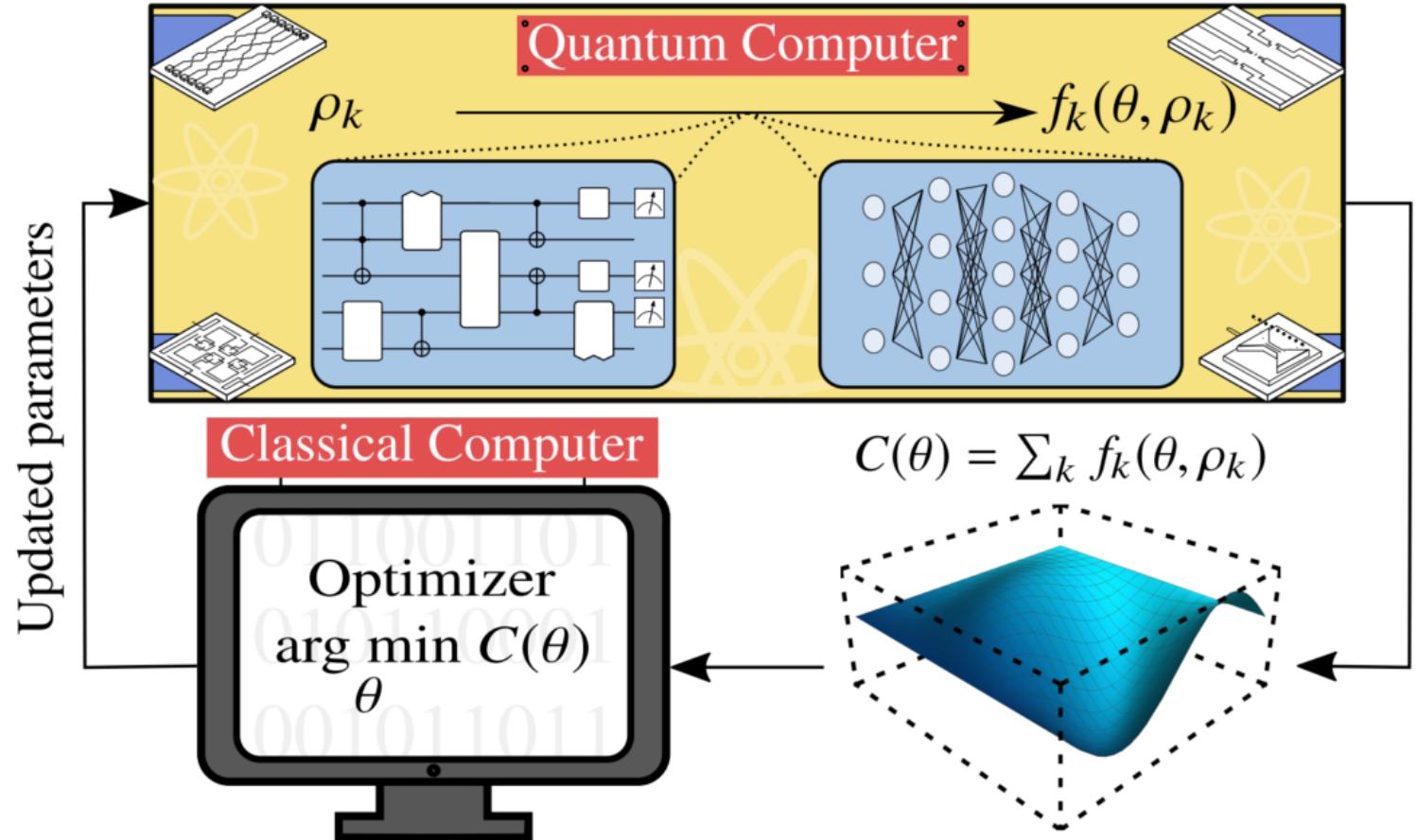
"The Variational Quantum Eigensolver: A review of methods and best practices", Tilly et. al. Phys. Rep. 986, 1-128 (2022)

"A quantum approximate optimization algorithm", Farhi et. al. arXiv:1411.4028

"Quantum machine learning", Biamonte et. al. Nature 549, 7671 (2017)



- Inicialización:** Elige ansatz, número de qubits, mediciones, método de optimización, parámetros iniciales.
- Evaluación:** Construye el circuito dependiendo de los parámetros clásicos y mide.
- Cálculo del gradiente:** usando los resultados de las mediciones.
- Actualización de parámetros:** modificamos los parámetros del circuito cuántico.
- Prueba de convergencia:** Decidimos si dejar de optimizar o no.

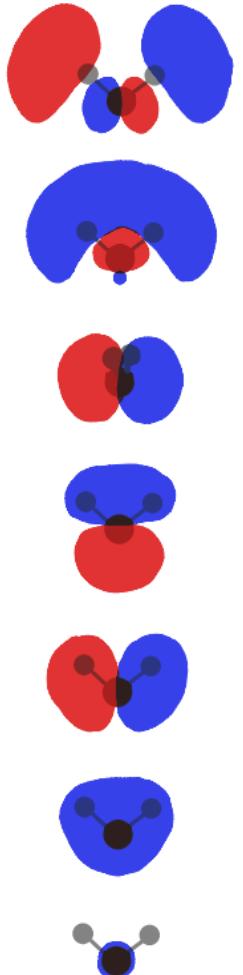
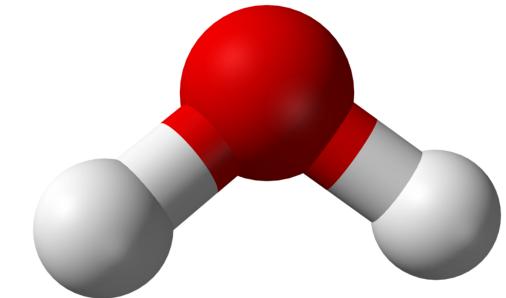


"Variational quantum algorithms", Cerezo et. al. Nat. Rev. Phys. 3, 625–644 (2021)

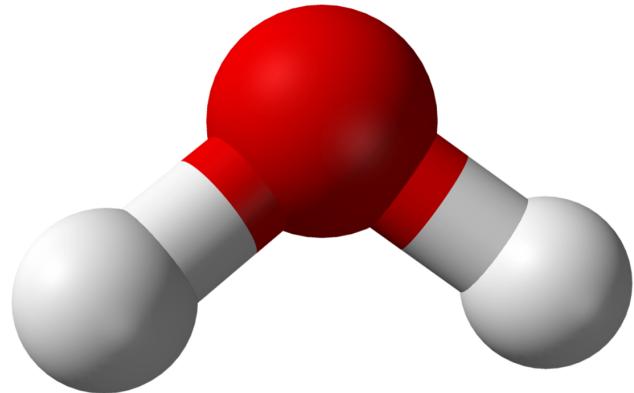
"The Variational Quantum Eigensolver: A review of methods and best practices", Tilly et. al. Phys. Rep. 986, 1-128 (2022)

# Variational quantum eigensolver (VQE)

- Átomos y moléculas son los componentes básicos de toda la materia.
- Los orbitales describen la probabilidad de encontrar un electrón en el espacio.
- En el estado basal solo los orbitales de menor energía están poblados.
- Para encontrar los orbitales tenemos que solucionar la ecuación de Schrödinger.
- Para muchas aplicaciones solo hace falta conocer unos pocos niveles.



# VQE: Hamiltoniano molecular



El Hamiltoniano de una molécula es

$$H = - \sum_i \frac{1}{2} \nabla_i^2 - \sum_{i,A} \frac{Z_A}{r_{iA}} + \sum_{i>j} \frac{1}{r_{ij}} + \sum_{B>A} \frac{Z_A Z_B}{R_{AB}} - \sum_A \frac{\nabla_A^2}{2M_A}$$

Energía      Interacción      Interacción      Interacción      Energía cinética  
cinética      electrones-      electrones      protones      núcleo  
electrones      protones

$H$  puede ser transformado a

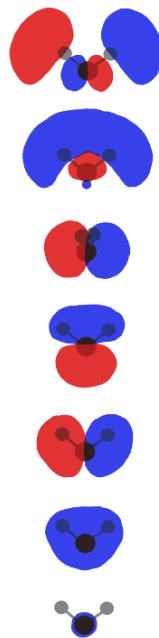
$$H = \sum_{pq} h_{pq} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q + \frac{1}{2} \sum_{pqrs} h_{pqrs} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_r \hat{a}_s,$$

donde

$$\left\{ \hat{a}_p, \hat{a}_q^\dagger \right\} = \delta_{pq}$$

$$\left\{ \hat{a}_p^\dagger, \hat{a}_q^\dagger \right\} = \left\{ \hat{a}_p, \hat{a}_q \right\} = 0$$

Los estados son de la forma  $|00\dots0\rangle$ ,  $|00\dots1\rangle$ , ...  $|01\dots1\rangle$ ,  $|11\dots1\rangle$ .



# VQE: Principio variacional

Tenemos  $H = \sum_{pq} h_{pq} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q + \frac{1}{2} \sum_{pqrs} h_{pqrs} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_r \hat{a}_s$  y queremos conocer su energía mínima.

**Principio variacional:** Sea  $H$  un Hamiltoniano con espectro discreto y  $|\psi\rangle$  un estado cuántico arbitrario. Luego

$$E_0 \leq \langle \psi | H | \psi \rangle,$$

donde  $E_0$  es la energía mínima del sistema.

**Demostración:** La descomposición espectral del Hamiltoniano es  $H = \sum_n E_n |\psi_n\rangle\langle\psi_n|$ . Luego el estado

puede ser escrito como  $|\psi\rangle = \sum_n c_n |\psi_n\rangle$  y

$$\langle \psi | H | \psi \rangle = \sum_{mn} c_n^* c_m \langle \psi_n | H | \psi_m \rangle = \sum_{mn} c_n^* c_m E_m \langle \psi_n | \psi_m \rangle = \sum_n |c_n|^2 E_n.$$

La energía del estado basal es la mínima posible,  $E_n \geq E_0 \quad \forall n$ . Luego

$$\langle \psi | H | \psi \rangle \geq E_0 \sum_n |c_n|^2 = E_0.$$

# VQE: Mapeo de fermiones a qubits

El Hamiltoniano original es  $H = \sum_{pq} h_{pq} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q + \frac{1}{2} \sum_{pqrs} h_{pqrs} \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_q^\dagger \hat{a}_r^\dagger \hat{a}_s$ , con  $\{ \hat{a}_p, \hat{a}_q^\dagger \} = \delta_{pq}$  y  $\{ \hat{a}_p^\dagger, \hat{a}_q^\dagger \} = \{ \hat{a}_p, \hat{a}_q \} = 0$ .

- Los operadores fermiónicos no pueden ser implementados directamente en un computador cuántico.
- Los mapeos de fermiones a qubits transforman cada operador  $\hat{a}_i$  y  $\hat{a}_j^\dagger$  a productos tensoriales de  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  e  $I$ .
- El mapeo más conocido es el de Jordan-Wigner.

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}\hat{a}_1^\dagger &= (X - iY) \otimes 1 \otimes 1 \otimes \dots \otimes 1 \\ \hat{a}_2^\dagger &= Z \otimes (X - iY) \otimes 1 \otimes \dots \otimes 1 \\ \hat{a}_3^\dagger &= Z \otimes Z \otimes (X - iY) \otimes \dots \otimes 1 \\ &\vdots \\ \hat{a}_N^\dagger &= Z \otimes Z \otimes Z \otimes \dots \otimes (X - iY)\end{aligned}$$

Para la molécula de Hidrogeno, los Hamiltonianos original y transformado son:

$$\begin{aligned}H = & -1.25 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 - 1.25 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - 0.47 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 - 0.47 \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_3 \\ & + 0.67 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_0 + 0.69 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_3 \hat{a}_2 + 0.66 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_3 \hat{a}_0 \\ & + 0.66 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \hat{a}_1 + 0.48 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 \hat{a}_0 + 0.48 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_3 \\ & + 0.18 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_3 \hat{a}_2 + 0.18 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_0 + 0.18 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_1 \hat{a}_2 \\ & + 0.18 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_3 \hat{a}_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}H_{JW} = & -0.81 + 0.17 Z_0 + 0.17 Z_1 - 0.22 Z_2 - 0.22 Z_3 \\ & + 0.16 Z_1 Z_0 + 0.12 Z_2 Z_0 + 0.16 Z_2 Z_1 + 0.16 Z_3 Z_0 \\ & + 0.12 Z_3 Z_1 + 0.17 Z_3 Z_2 - 0.04 X_3 X_2 Y_1 Y_0 \\ & + 0.04 X_3 Y_2 Y_1 X_0 + 0.04 Y_3 X_2 X_1 Y_0 - 0.04 Y_3 Y_2 X_1 X_0\end{aligned}$$

Jacob T. Seeley et. al. The Bravyi-Kitaev transformation for quantum computation of electronic structure, The Journal of Chemical Physics 137, 224109 (2012).

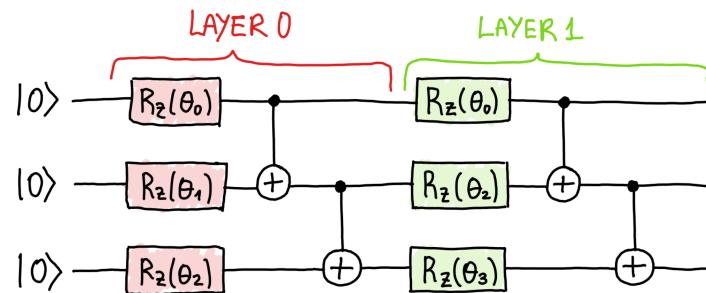
# VQE para la molécula de Hidrógeno

## Función de costo

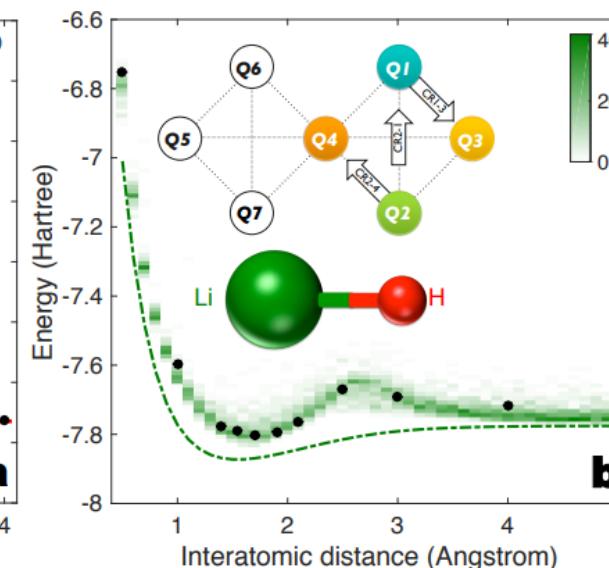
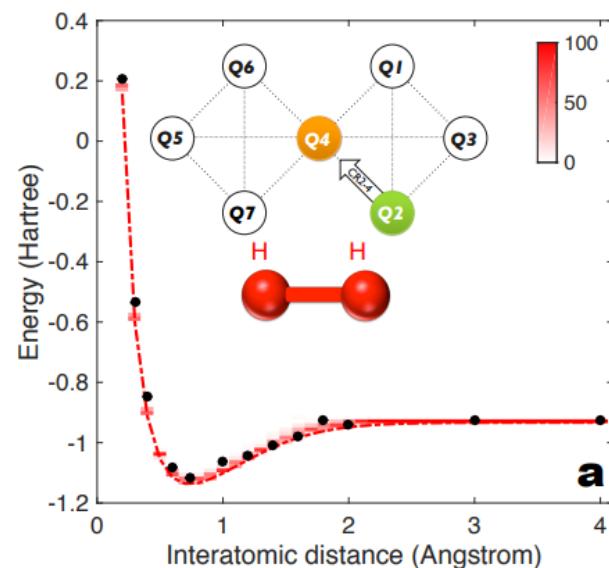
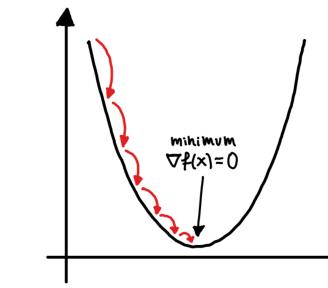
$$E(\theta) = \langle \psi(\theta) | H | \psi(\theta) \rangle$$

$$\begin{aligned} H = & -0.81 + 0.17 Z_0 + 0.17 Z_1 \\ & -0.22 Z_2 - 0.22 Z_3 \\ & +0.16 Z_1 Z_0 + 0.12 Z_2 Z_0 \\ & +0.16 Z_2 Z_1 + 0.16 Z_3 Z_0 \\ & +0.12 Z_3 Z_1 + 0.17 Z_3 Z_2 \\ & -0.04 X_3 X_2 Y_1 Y_0 + 0.04 X_3 Y_2 Y_1 X_0 \\ & +0.04 Y_3 X_2 X_1 Y_0 - 0.04 Y_3 Y_2 X_1 X_0 \end{aligned}$$

## Ansatz



## Algoritmo de optimización



"Hardware-efficient variational quantum eigensolver for small molecules and quantum magnets", Kandala et. al. Nature 549, 242–246 (2017).

# VQA Entrelazamiento geométrico

El entrelazamiento es una propiedad exclusiva de los sistemas cuánticos y se manifiesta por medio de correlaciones entre mediciones que no pueden ser explicadas clásicamente.

Aparece como una consecuencia del principio de superposición aplicado a sistemas cuánticos compuestos, esto es:

$$\mathcal{H}_1 = \text{Span}\{|0\rangle_1, |1\rangle_1\} \implies |\psi\rangle_1 = a_1|0\rangle_1 + b_1|1\rangle_1$$

$$\mathcal{H}_2 = \text{Span}\{|0\rangle_2, |1\rangle_2\} \implies |\phi\rangle_2 = a_2|0\rangle_2 + b_2|1\rangle_2$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2 = \text{Span}\{ &|0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2, |0\rangle_1 \otimes |1\rangle_2, \\ &|1\rangle_1 \otimes |0\rangle_2, |1\rangle_1 \otimes |1\rangle_2 \} \end{aligned}$$

# VQA Entrelazamiento geométrico

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2 \implies |\psi\rangle = & a_{0,0} |0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 + a_{1,0} |1\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \\ & + a_{0,1} |0\rangle_1 \otimes |1\rangle_2 + a_{1,1} |1\rangle_1 \otimes |0\rangle_2\end{aligned}$$

En el espacio de Hilbert del sistema compuesto existen estados tales que:

$$|\psi\rangle \neq |\psi\rangle_1 \otimes |\phi\rangle_2$$

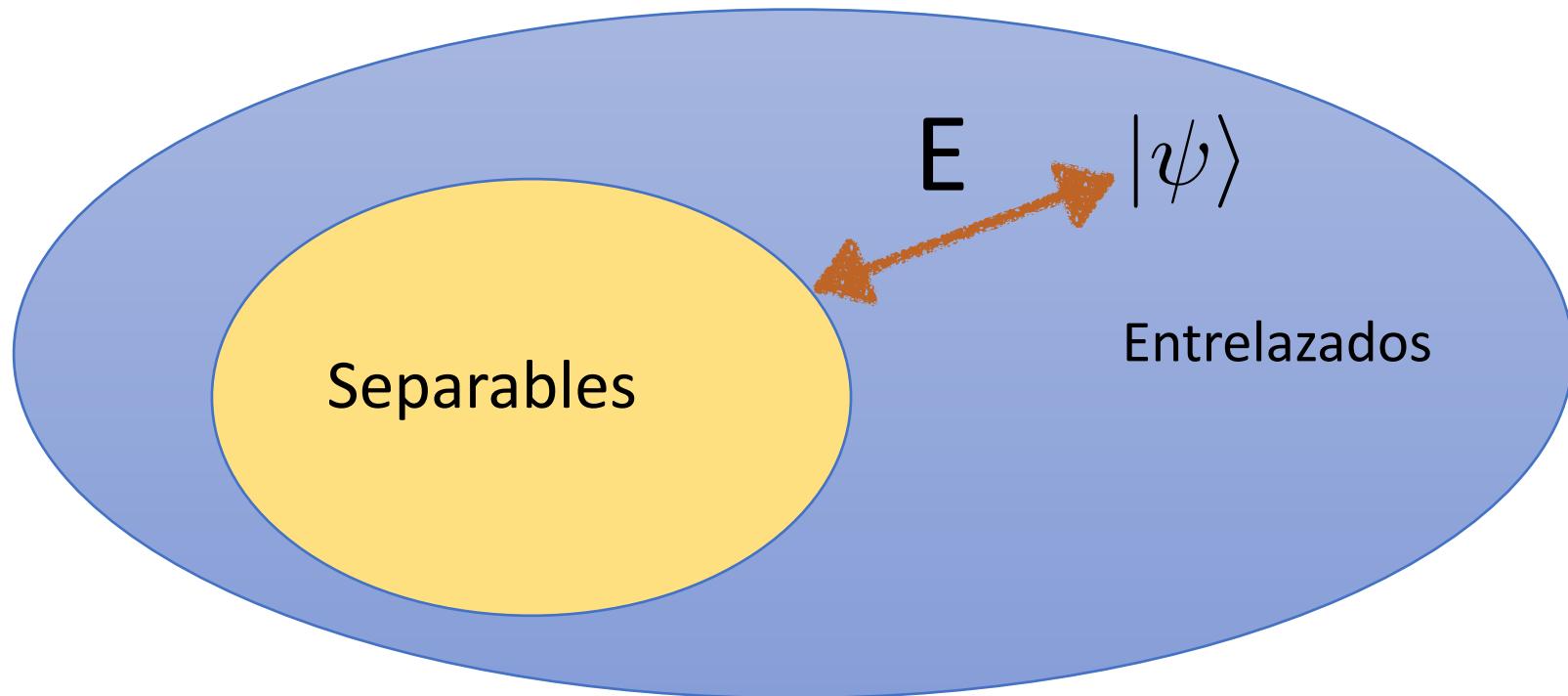
Los estados que no se pueden escribir como un producto son denominados entrelazados. Además:

$$\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2 = \text{Separables} \oplus \text{Entrelazados}$$

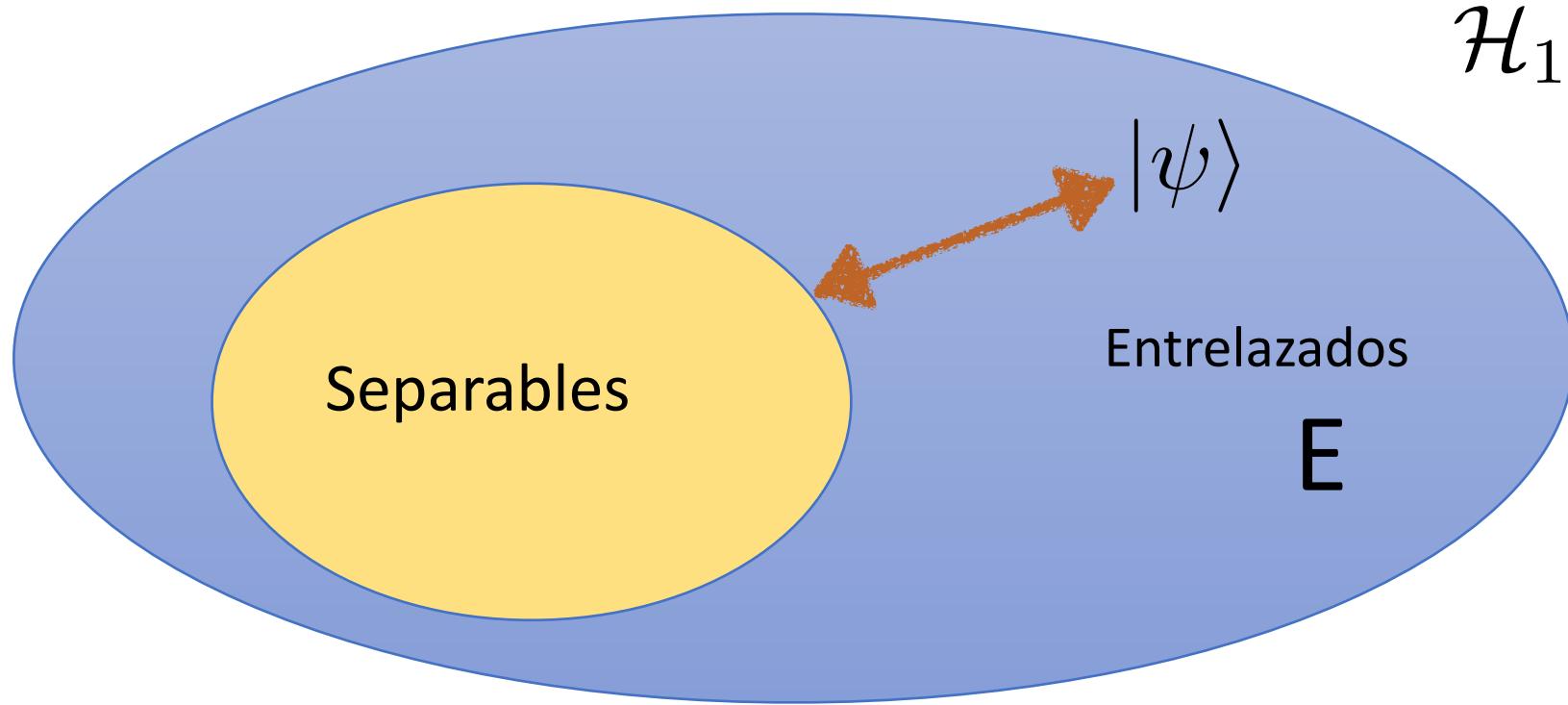
# VQA Entrelazamiento geométrico

**Problema:** Dado un estado determinar cuan entrelazado está.

$$\mathcal{H}_1 \otimes \cdots \otimes \mathcal{H}_n$$



# VQA Entrelazamiento geométrico



$$E(|\psi\rangle) = 1 - \max_{|\phi\rangle \in \text{Sep}} |\langle \psi | \phi \rangle|^2$$

# VQA Entrelazamiento geométrico

$$E(|\psi\rangle) = 1 - \max_{|\phi\rangle \in \text{Sep}} |\langle\psi|\phi\rangle|^2$$

Luego, este es un **problema variacional**. La función de costo es:

$$|\langle\psi|\phi\rangle|^2$$

y se puede medir en un computador cuántico!

# VQA Entrelazamiento geométrico

$$E(|\psi\rangle) = 1 - \max_{|\phi\rangle \in \text{Sep}} |\langle\psi|\phi\rangle|^2$$

Podemos escribir un estado separable de n qubits como:

$$|\phi\rangle = U_1(\theta_1)U_2(\theta_2)\cdots U_n(\theta_n)|0_10_2\dots0_n\rangle$$

donde las unitarias son compuertas locales de un qubit.

# VQA Entrelazamiento geométrico

$$E(|\psi\rangle) = 1 - \max_{|\phi\rangle \in \text{Sep}} |\langle \psi | \phi \rangle|^2$$

$$|GHZ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle)$$

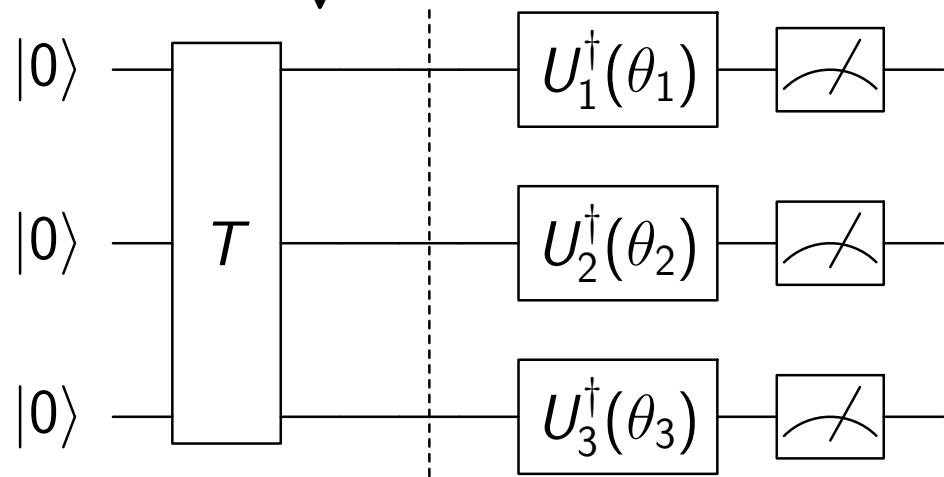
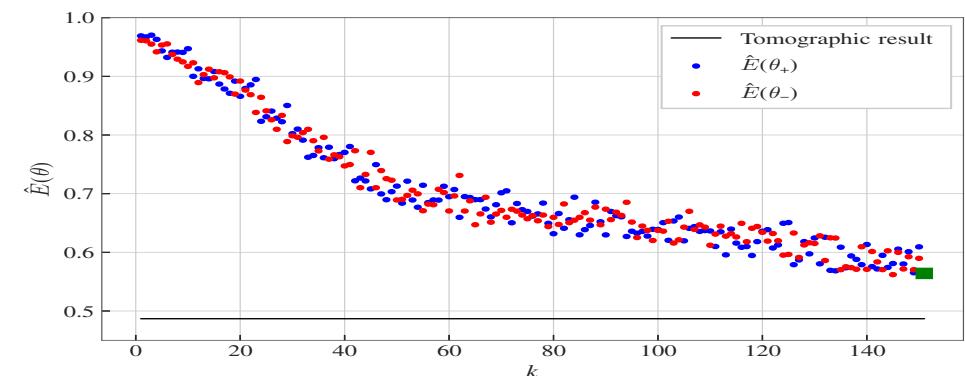
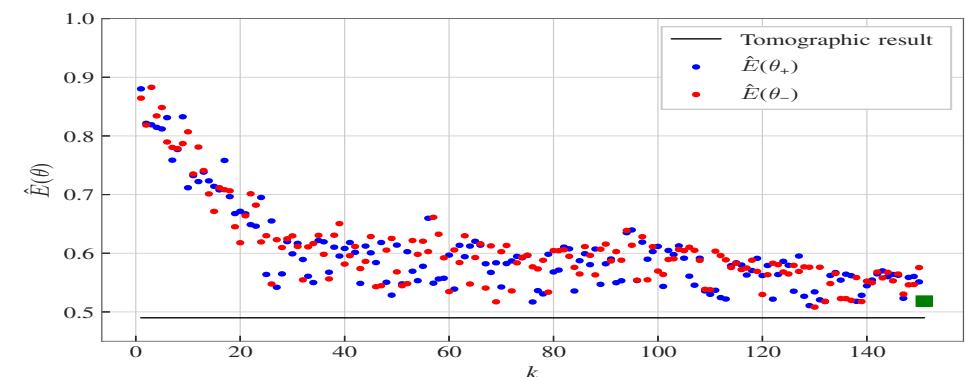
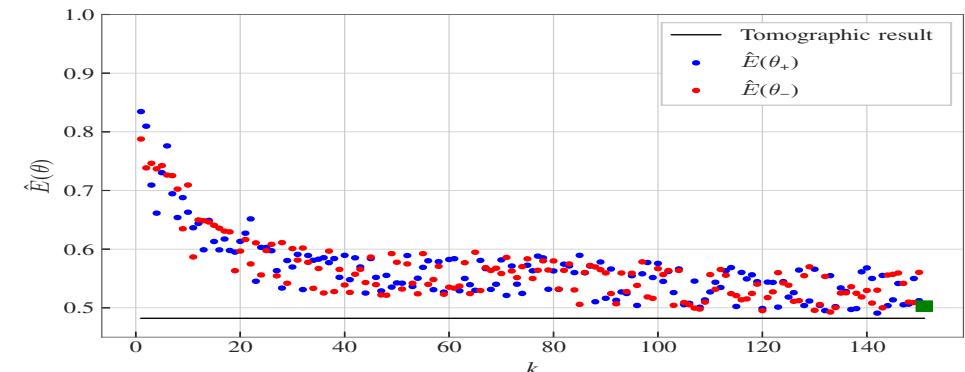


FIG. 1. VDGE quantum circuit for an arbitrary three-qubit state. The target state  $|\psi\rangle$  is prepared applying a unitary gate  $T$  onto the separable state  $|0\rangle^{\otimes 3}$ . The fidelity  $|\langle \phi(\theta) | \psi \rangle|^2$  is obtained applying local unitary gates  $U_i^\dagger(\theta_i)$  and measuring all qubits in the computational basis.



# VQA y Barren Plateau (BP)

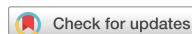
Los algoritmos variacionales parecen ser una alternativa interesante de uso de los computadores cuánticos. Estos podrían exhibir ventaja cuántica.

Sin embargo, las limitaciones y los errores del hardware actual pueden conducir al fenómeno del Barren Plateau, el cual se manifiesta como un aplanamiento del landscape de la función de pérdida al aumentar el número de qubits, haciendo cada vez más difícil resolver la optimización.

En particular, las diferencias de la función de costo tiende a anularse. Esto obliga a usar un ensamble exponencialmente creciente. Actualmente se piensa que el BP tiene su origen último en el crecimiento exponencial de la dimensión con el número de qubits.

A Review of Barren Plateaus in Variational Quantum Computing

Martín Larocca,<sup>1,2</sup> Supanut Thanaisilp,<sup>3,4</sup> Samson Wang,<sup>5</sup> Kunal Sharma,<sup>6</sup> Jacob Biamonte,<sup>7,8</sup> Patrick J. Coles,<sup>9</sup> Lukasz Cincio,<sup>1,10</sup> Jarrod R. McClean,<sup>11</sup> Zoë Holmes,<sup>3</sup> and M. Cerezo<sup>12,10</sup>



OPEN

# Estimation of pure quantum states in high dimension at the limit of quantum accuracy through complex optimization and statistical inference

Leonardo Zambrano<sup>1,2</sup>, Luciano Pereira<sup>1,2</sup>, Sebastián Niklitschek<sup>1,3</sup> & Aldo Delgado<sup>1,2\*</sup>

OPEN

# Stochastic optimization on complex variables and pure-state quantum tomography

A. Utreras-Alarcón<sup>1,2</sup>, M. Rivera-Tapia<sup>1,2</sup>, S. Niklitschek<sup>1,3</sup> & A. Delgado<sup>1,2\*</sup>

PHYSICAL REVIEW APPLIED 18, 024048 (2022)

## Variational Determination of Multiqubit Geometrical Entanglement in Noisy Intermediate-Scale Quantum Computers

A.D. Muñoz-Moller<sup>1,\*</sup>, L. Pereira<sup>2</sup>, L. Zambrano<sup>1</sup>, J. Cortés-Vega<sup>1</sup> and A. Delgado<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Instituto Milenio de Investigación en Óptica y Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción, Casilla 160-C, Concepción, Chile

<sup>2</sup> Instituto de Física Fundamental IFF-CSIC, Calle Serrano 113b, Madrid 28006, Spain



(Received 9 May 2022; accepted 7 July 2022; published 17 August 2022)

Quantum Sci. Technol. 9 (2024) 025016

<https://doi.org/10.1088/2058-9565/ad2a16>

## Quantum Science and Technology

PAPER

## Avoiding barren plateaus in the variational determination of geometric entanglement

L Zambrano<sup>1,\*</sup>, A D Muñoz-Moller<sup>2,3</sup>, M Muñoz<sup>4</sup>, L Pereira<sup>5</sup> and A Delgado<sup>3</sup>

PHYSICAL REVIEW A 108, 032409 (2023)

## Stochastic optimization algorithms for quantum applications

J. Gidi<sup>1,\*</sup>, B. Candia<sup>1</sup>, A. D. Muñoz-Moller<sup>1</sup>, A. Rojas<sup>1</sup>, L. Pereira<sup>2</sup>, M. Muñoz<sup>3</sup>, L. Zambrano<sup>4</sup> and A. Delgado<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Instituto Milenio de Investigación en Óptica y Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción, Casilla 160-C, Concepción, Chile

<sup>2</sup> Instituto de Física Fundamental IFF-CSIC, Calle Serrano 113b, Madrid 28006, Spain

<sup>3</sup> Departamento de Ingeniería Matemática y Centro de Investigación en Ingeniería Matemática (CIMMA), Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción, Casilla 160-C, Concepción, Chile

<sup>4</sup> ICFO-Institut de Ciències Fotoniques, The Barcelona Institute of Science and Technology, 08860 Castelldefels, Barcelona, Spain



(Received 18 July 2023; accepted 14 August 2023; published 8 September 2023)

# VQA

# Literatura

# BP

- 1.- M. Cerezo, A. Arrasmith, R. Babbush, S. C. Benjamin, S. Endo, K. Fujii, J. R. McClean, K. Mitarai, X. Yuan, L. Cincio, and P. J. Coles, Variational quantum algorithms, *Nature Reviews Physics* **3**, 625–644 (2021).
- 2.- K. Bharti, A. Cervera-Lierta, T. H. Kyaw, T. Haug, S. Alperin-Lea, A. Anand, M. Degroote, H. Heimonen, J. S. Kottmann, T. Menke, et al., Noisy intermediate-scale quantum algorithms, *Reviews of Modern Physics* **94**, 015004 (2022).
- 3.- S. Endo, Z. Cai, S. C. Benjamin, and X. Yuan, Hybrid quantum-classical algorithms and quantum error mitigation, *Journal of the Physical Society of Japan* **90**, 032001 (2021).
- 4.- M. Schuld, I. Sinayskiy, and F. Petruccione, An introduction to quantum machine learning, *Contemporary Physics* **56**, 172 (2015).
- 5.- J. Biamonte, P. Wittek, N. Pancotti, P. Rebentrost, N. Wiebe, and S. Lloyd, Quantum machine learning, *Nature* **549**, 195 (2017).
- 6.- M. Cerezo, G. Verdon, H.-Y. Huang, L. Cincio, and P. J. Coles, Challenges and opportunities in quantum machine learning, *Nature Computational Science* **10.1038/s43588-022-00311-3** (2022).
- 7.- A. Di Meglio, K. Jansen, I. Tavernelli, C. Alexandrou, S. Arunachalam, C. W. Bauer, K. Borras, S. Carrazza, A. Crippa, V. Croft, et al., Quantum computing for high-energy physics: state of the art and challenges. summary of the qc4hep working group, *arXiv preprint arXiv:2307.03236* (2023).

- 1.- J. R. McClean, S. Boixo, V. N. Smelyanskiy, R. Babbush, and H. Neven, Barren plateaus in quantum neural network training landscapes, *Nature Communications* **9**, 1 (2018).
- 2.- H. Qi, L. Wang, H. Zhu, A. Gani, and C. Gong, The barren plateaus of quantum neural networks: review, taxonomy and trends, *Quantum Information Processing* **22**, 435 (2023).
- 3.- A. Arrasmith, Z. Holmes, M. Cerezo, and P. J. Coles, Equivalence of quantum barren plateaus to cost concentration and narrow gorges, *Quantum Science and Technology* **7**, 045015 (2022)
- 4.- A. Arrasmith, Z. Holmes, M. Cerezo, and P. J. Coles, Equivalence of quantum barren plateaus to cost concentration and narrow gorges, *Quantum Science and Technology* **7**, 045015 (2022).
- 5.- M. Cerezo, M. Larocca, D. García-Martín, N. L. Diaz, P. Braccia, E. Fontana, M. S. Rudolph, P. Bermejo, A. Ijaz, S. Thanasilp, et al., Does provable absence of barren plateaus imply classical simulability? or, why we need to rethink variational quantum computing, *arXiv preprint arXiv:2312.09121* (2023).