Introducción a la Mecánica Cuántica

3ª Escuela de COMPUTACIÓN CUÁNTICA
Aprende a programar con Qiskit

Dardo Goyeneche

Pontificia Universidad Católica

Instituto Milenio MIRO

Santiago de Chile
6 de Enero de 2025

MIRO Millennium Institute for Research in Optics

QUDIT Quantum Development of Information Theory

Pontificia Universidad Católica de Chile

Postulados de la Mecánica Cuántica

Espacio de estados

Postulado 1

A cada sistema físico cuántico le corresponde un elemento <u>normalizado</u> de un espacio de Hilbert, denominado estado (ket):

$$|\psi\rangle$$

Espacio de estados

Postulado 1

A cada sistema físico cuántico le corresponde un elemento <u>normalizado</u> de un espacio de Hilbert, denominado estado (ket):

$$|\psi\rangle$$

Dimensión finita: $\mathcal{H} = \mathbb{C}^d$

Espacio de estados

Postulado 1

A cada sistema físico cuántico le corresponde un elemento normalizado de un espacio de Hilbert, denominado estado (ket):

$$|\psi\rangle$$

Dimensión finita: $\mathcal{H} = \mathbb{C}^d$

Dimensión infinita: $\mathcal{H} = \mathcal{L}_2$

Observables

Postulado 2

- Cada observable físico tiene asociado un operador Hermítico.

Observables

Postulado 2

- Cada observable físico tiene asociado un operador Hermítico.
- Los autovalores de un observable son las cantidades observables.

Observables

Postulado 2

- Cada observable físico tiene asociado un operador Hermítico.
- Los autovalores de un observable son las cantidades observables.

Ejemplo: el operador energía se denomina Hamiltoniano. Para 1 qubit:

$$H|0\rangle = E_0|0\rangle$$

$$H|1\rangle = E_1|1\rangle$$

El qubit tiene energía E_0 sí y sólo sí su estado es $|0\rangle$
El qubit tiene energía E_1 sí y sólo sí su estado es $|1\rangle$

Observables

Postulado 2

- Cada observable físico tiene asociado un operador Hermítico.
- Los autovalores de un observable son las cantidades observables.

Ejemplo: el operador energía se denomina Hamiltoniano. Para 1 qubit:

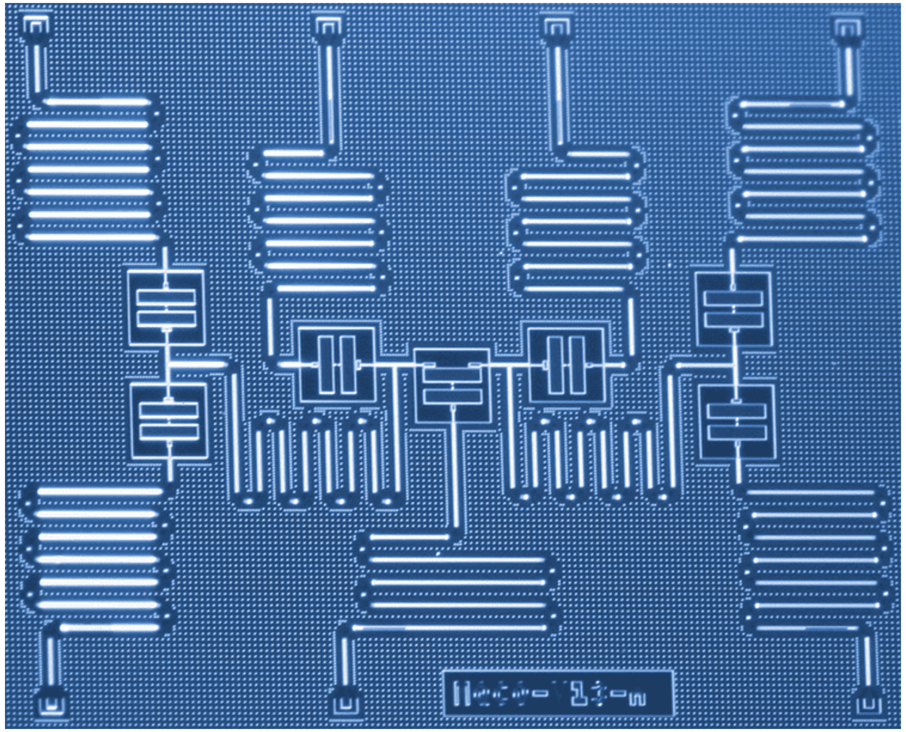
$$H|0\rangle = E_0|0\rangle$$

$$H|1\rangle = E_1|1\rangle$$

El qubit tiene energía E_0 sí y sólo sí su estado es $|0\rangle$
El qubit tiene energía E_1 sí y sólo sí su estado es $|1\rangle$

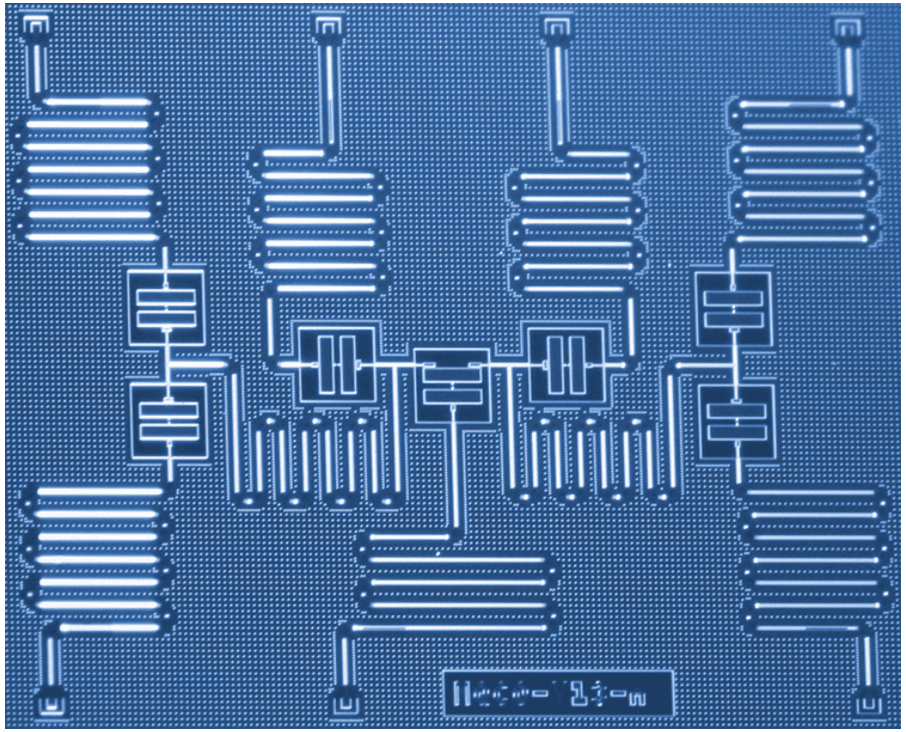
Qué sucede si el estado es diferente de $|0\rangle$ y $|1\rangle$?
El qubit no tiene energía?

Ejemplo: energía

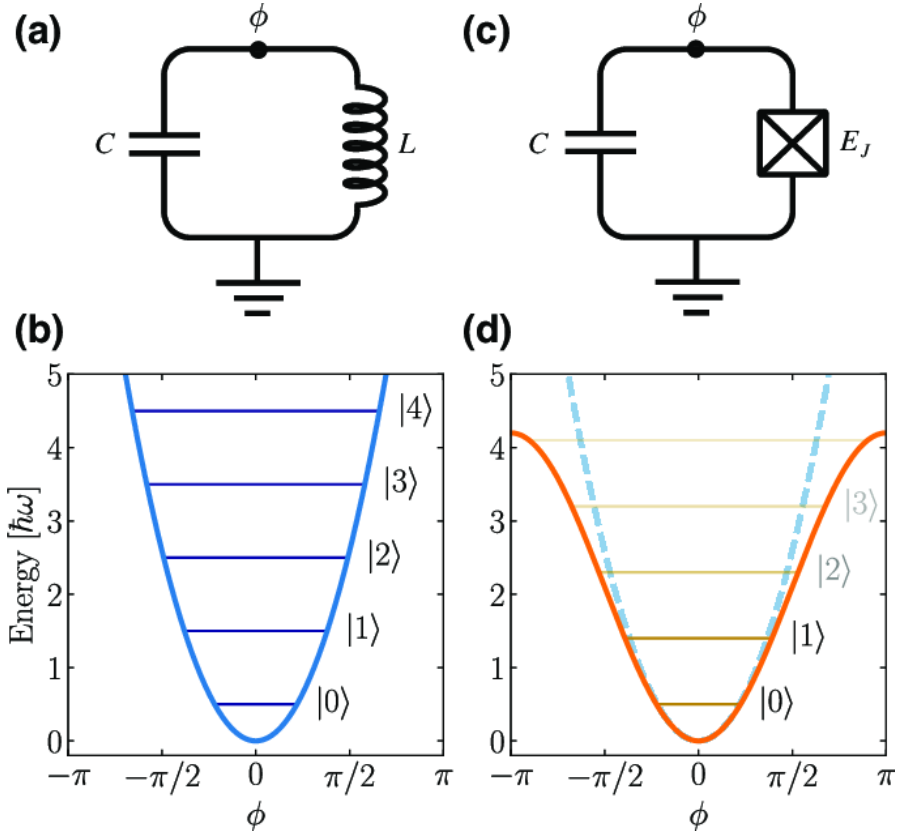


Circuito de computador cuántico de IBM (7 qubits)

Ejemplo: energía



Circuito de computador cuántico de IBM (7 qubits)



Rasmussen, S. E., Christensen, K. S., Pedersen, S. P., Kristensen, L. B., Bækkegaard, T., Loft, N. J. S., & Zinner, N. T. (2021). Superconducting circuit companion—an introduction with worked examples. *PRX Quantum*, *2*(4), 040204.

Principio de superposición

Postulado 3

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$$

$$|\alpha|^2+|\beta|^2=1$$

Principio de superposición

Postulado 3

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$$

$$|\alpha|^2+|\beta|^2=1$$

El entrelazamiento, y toda la ventaja de los Computadores Cuánticos, se debe a este principio!

Medición y colapso

Postulado 4

Supongamos un observable *A* satisface $A|\phi_j\rangle = \lambda_j|\phi_j\rangle$

(típicamente se llama observable al operador asociado al observable)

Medición y colapso

Postulado 4

Supongamos un observable *A* satisface $A|\phi_j\rangle = \lambda_j|\phi_j\rangle$
(típicamente se llama observable al operador asociado al observable)

Si al medir el observable *A* se obtiene el valor $\boldsymbol{\lambda_j}$, entonces el estado del sistema después de la medición es $|\boldsymbol{\phi_j}\rangle$, independientemente del estado antes de la medición

Medición y colapso

Postulado 4

Supongamos un observable *A* satisface $A|\phi_j\rangle = \lambda_j|\phi_j\rangle$

(típicamente se llama observable al operador asociado al observable)

Intuitivamente,
por qué hay
un colapso?

Si al medir el observable *A* se obtiene el valor $\boldsymbol{\lambda_j}$, entonces el estado del sistema después de la medición es $|\boldsymbol{\phi_j}\rangle$, independientemente del estado antes de la medición

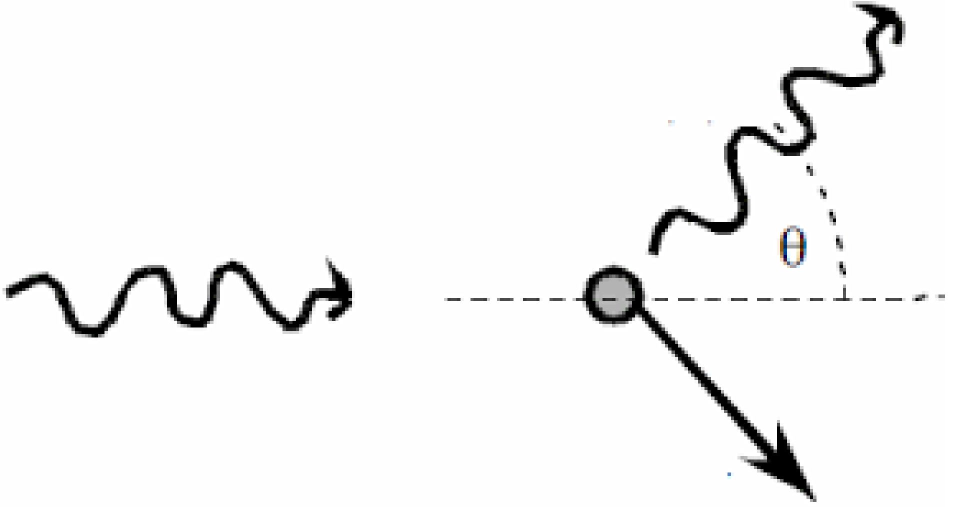
Medición y colapso

Postulado 4

Supongamos un observable *A* satisface $A|\phi_j\rangle = \lambda_j|\phi_j\rangle$
(típicamente se llama observable al operador asociado al observable)

Si al medir el observable *A* se obtiene el valor $\boldsymbol{\lambda_j}$, entonces el estado del sistema después de la medición es $|\boldsymbol{\phi_j}\rangle$, independientemente del estado antes de la medición

Intuitivamente,
por qué hay
un colapso?


θ


$|0\rangle + |1\rangle$


|0⟩


$|0\rangle + |1\rangle$


$|1\rangle$

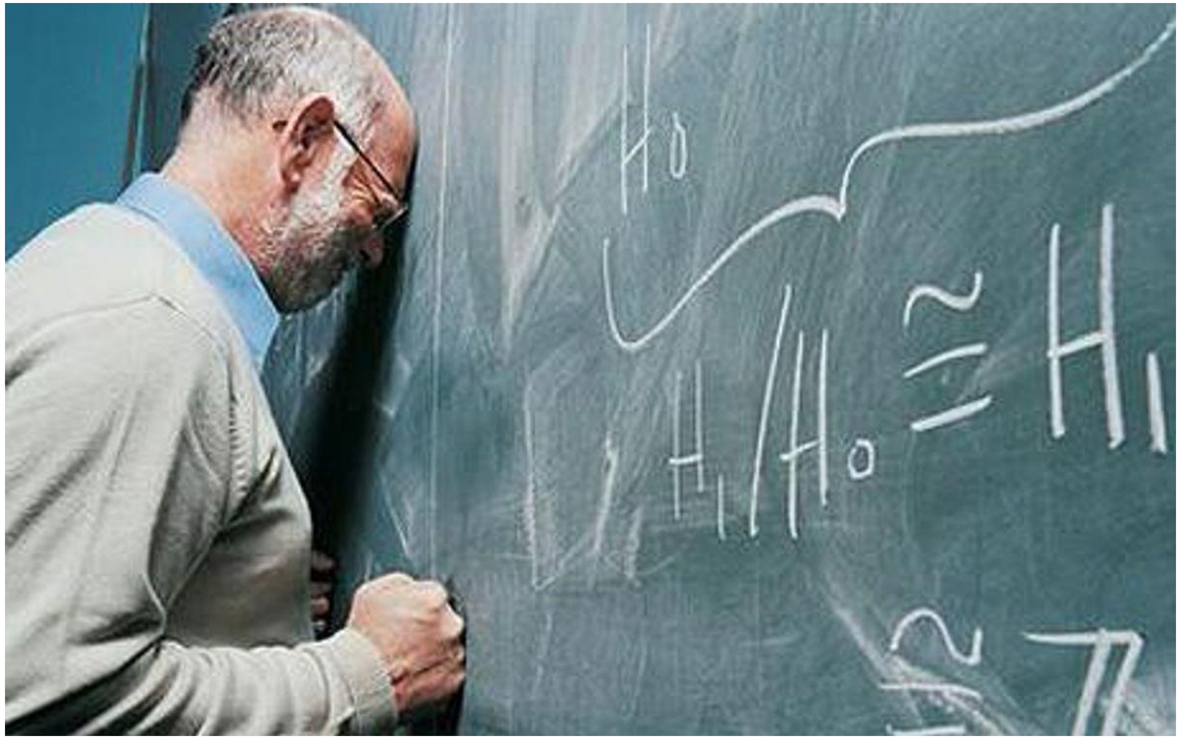

$|0\rangle + |1\rangle$


$|1\rangle$

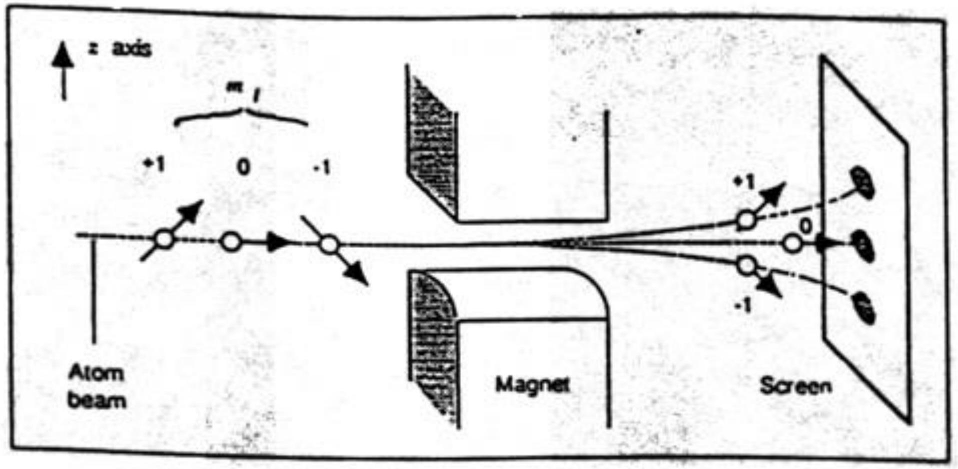

$|0\rangle + |1\rangle$

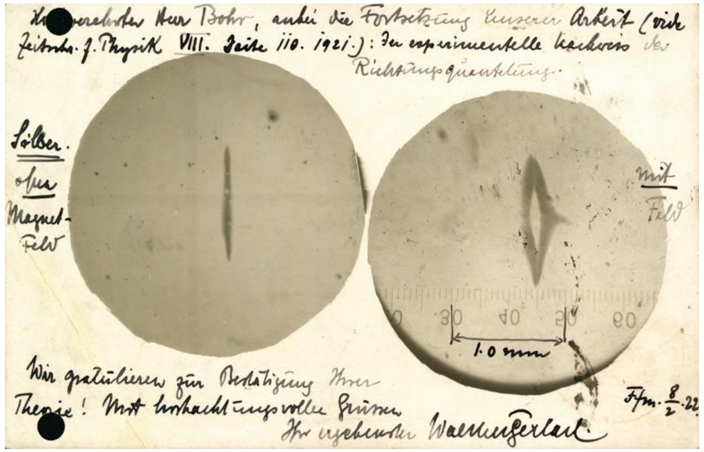

$|0\rangle$

Por qué existe el postulado del colapso!



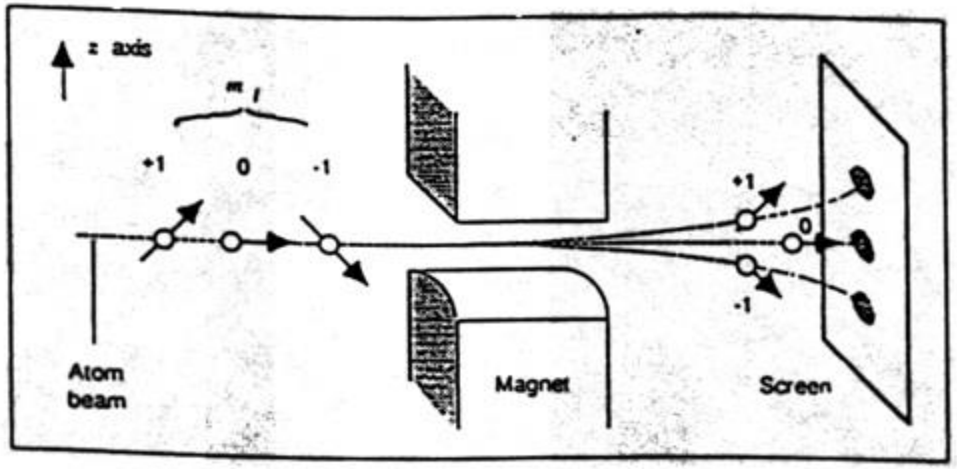
Por qué existe el postulado del colapso?





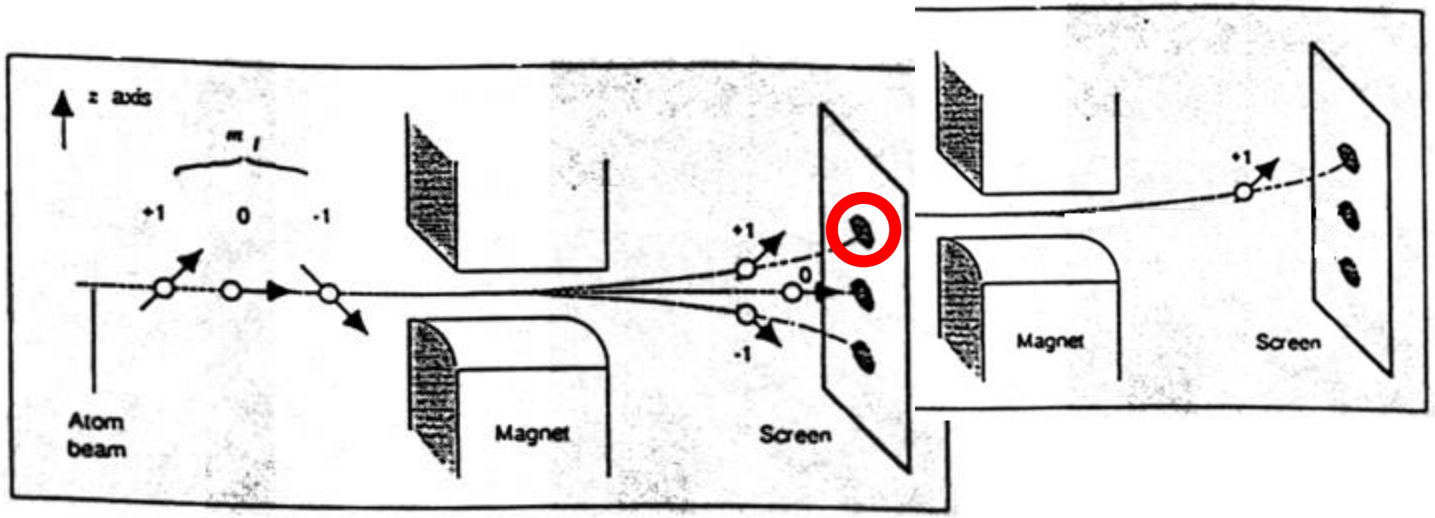
Por qué existe el postulado del colapso?

Principio de repetibilidad



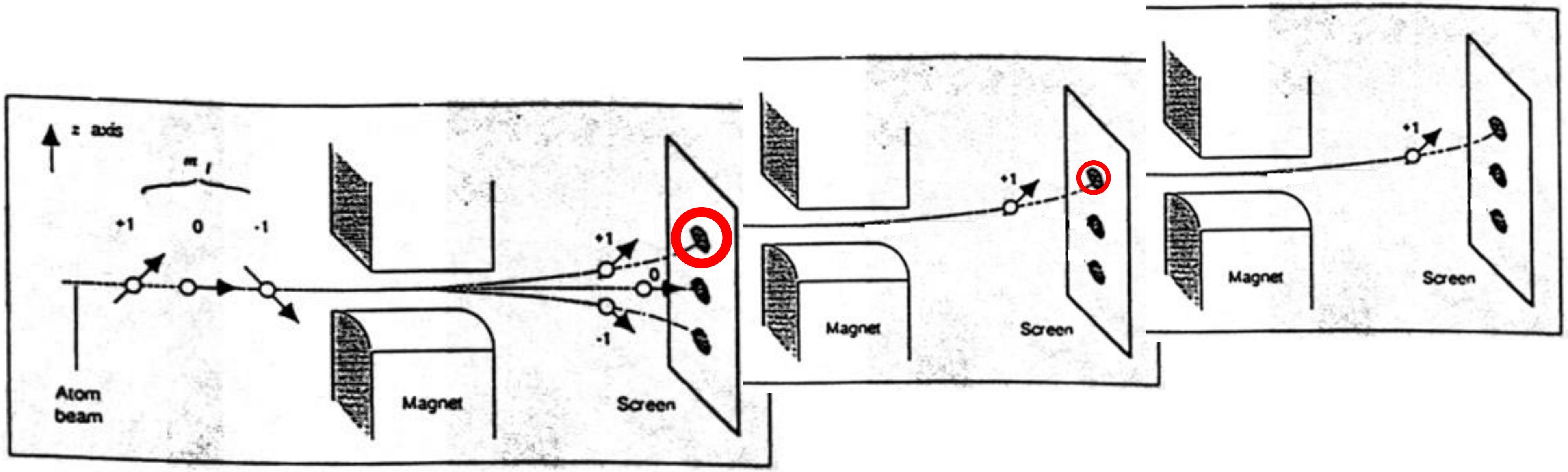
Por qué existe el postulado del colapso?

Principio de repetibilidad



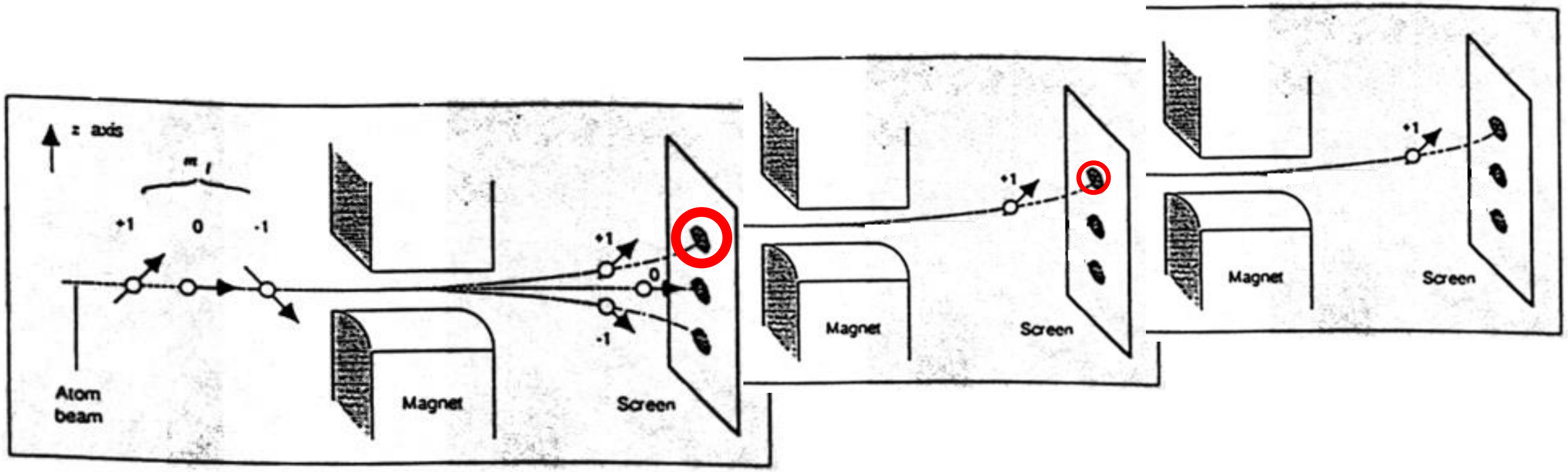
Por qué existe el postulado del colapso?

Principio de repetibilidad



Por qué existe el postulado del colapso?

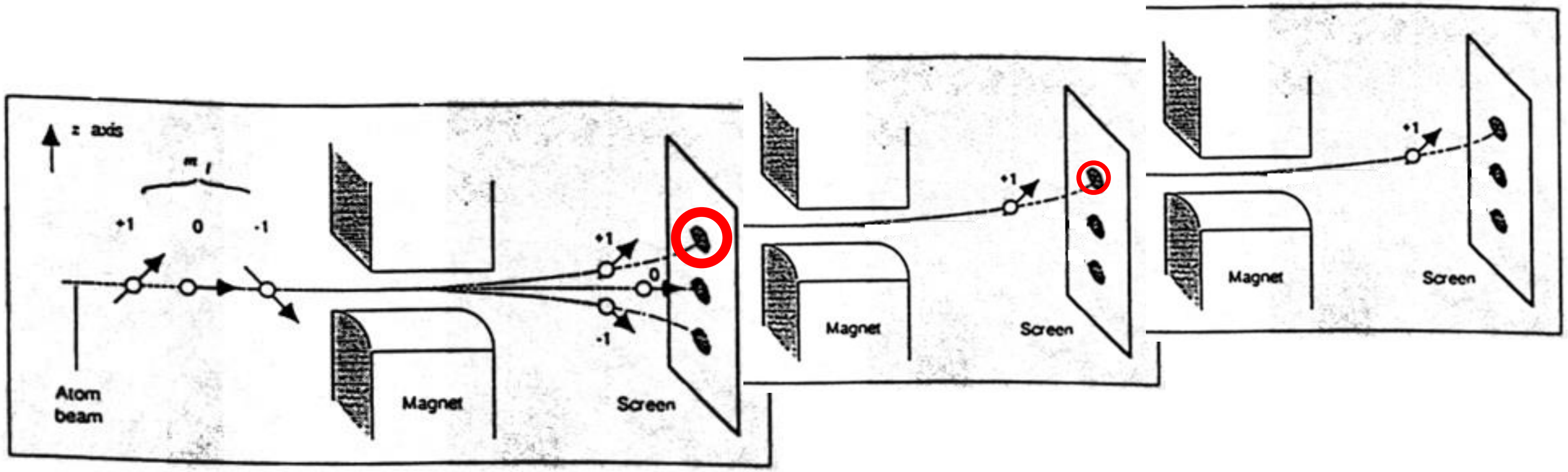
Principio de repetibilidad



Una cantidad observada en un experimento no puede cambiar si se repite el experimento con el mismo sistema físico

Por qué existe el postulado del colapso?

Principio de repetibilidad



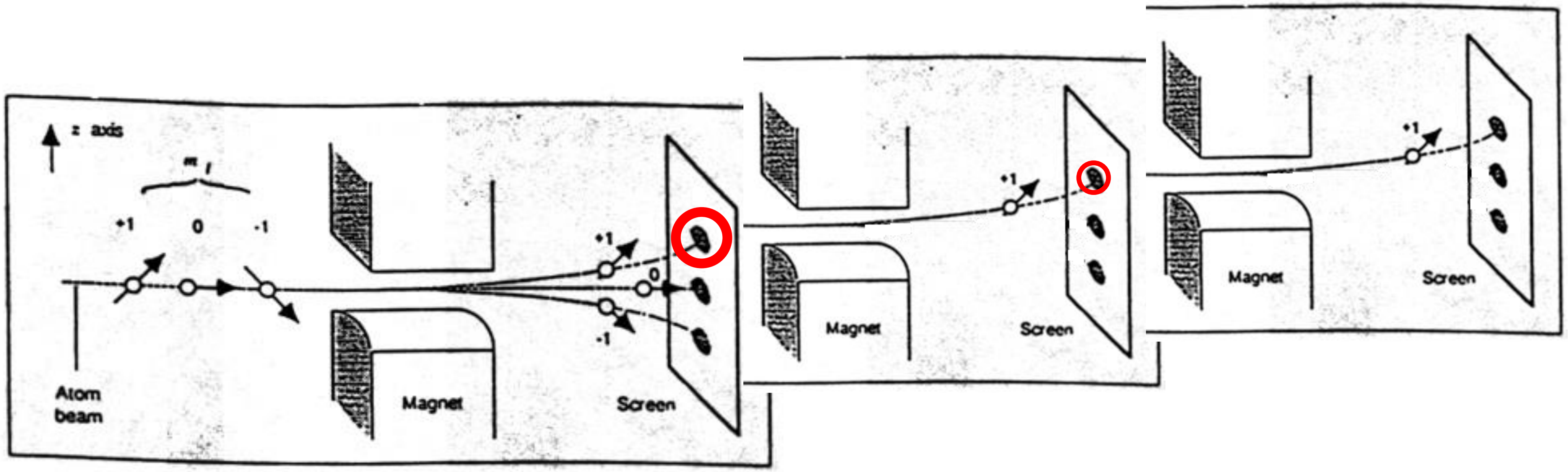
Una cantidad observada en un experimento no puede cambiar si se repite el experimento con el mismo sistema físico

El Principio de Repetibilidad **no entra en conflicto** con la naturaleza aleatoria de la mecánica cuántica

Por qué?

Por qué existe el postulado del colapso?

Principio de repetibilidad



Una cantidad observada en un experimento no puede cambiar si se repite el experimento con el mismo sistema físico

El Principio de Repetibilidad **no entra en conflicto** con la naturaleza aleatoria de la mecánica cuántica

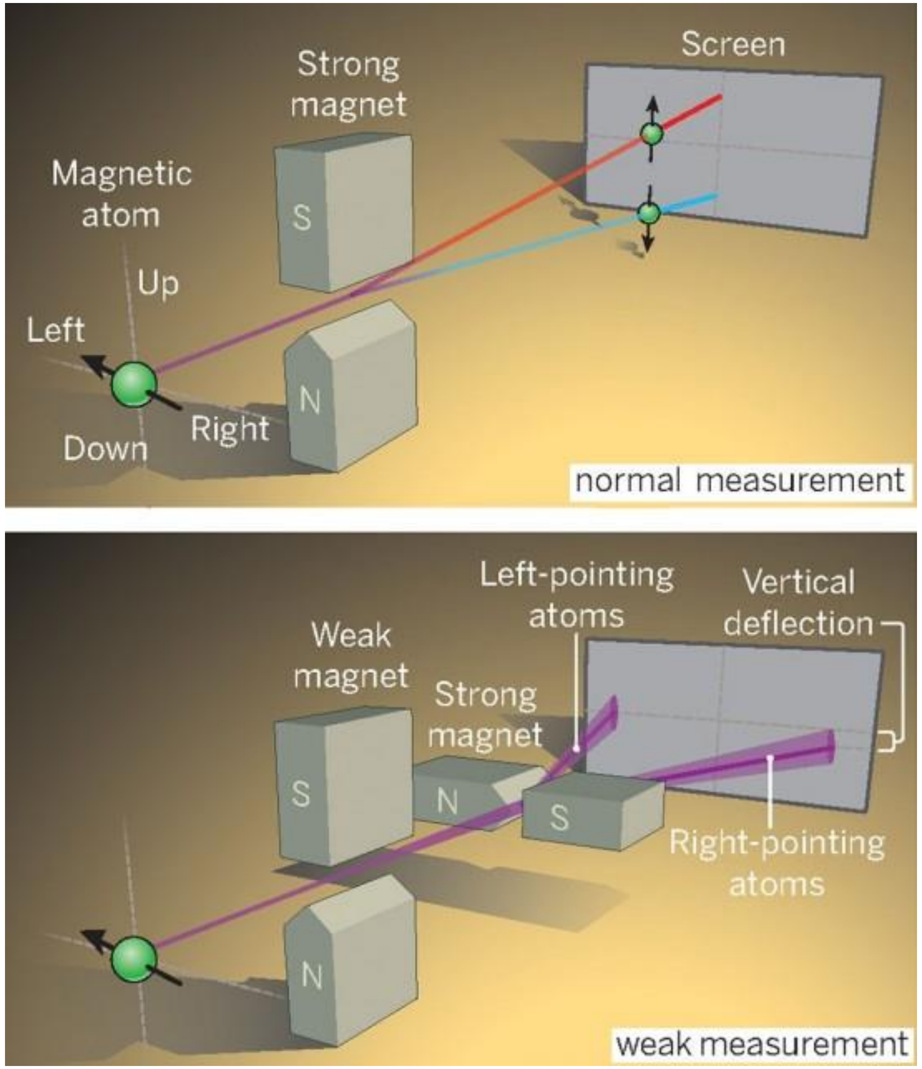
Por qué?

No aplica al primer experimento

Se puede medir sin colapsar?

Se puede medir sin colapsar?

Sí: con mediciones débiles



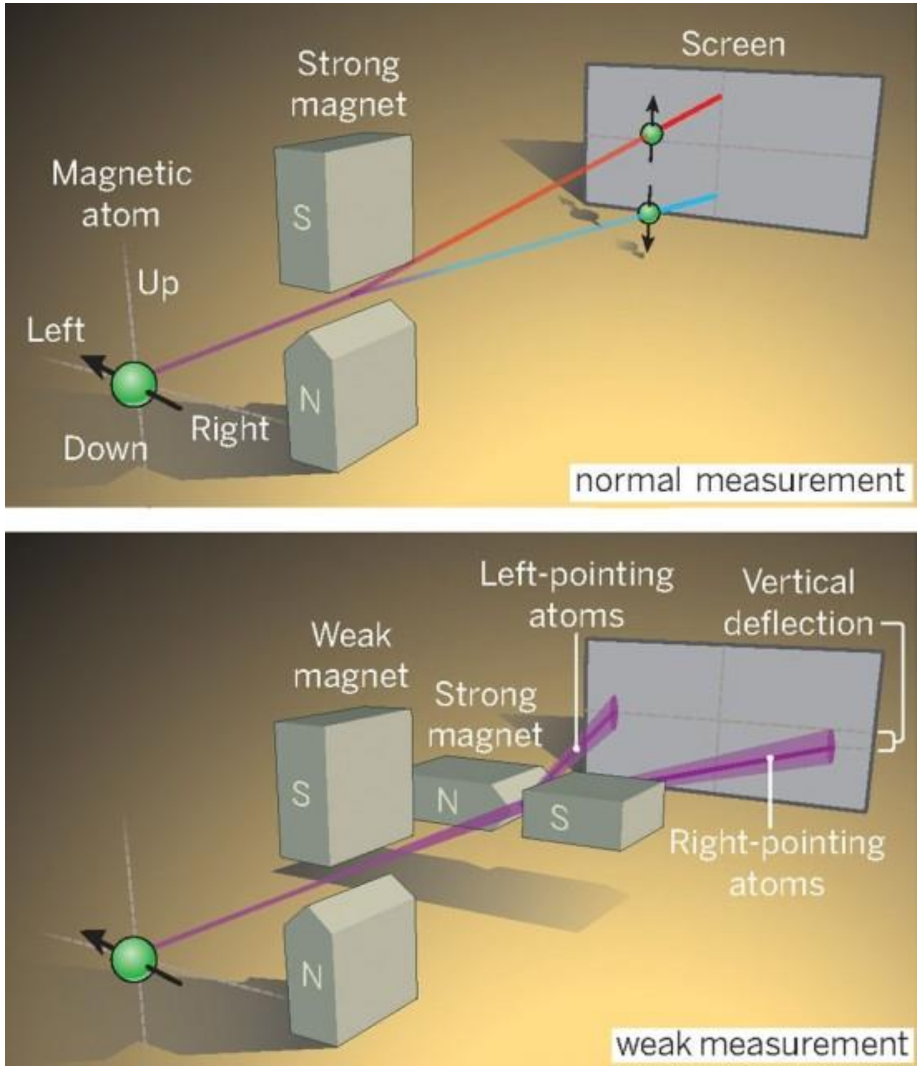
Se puede medir sin colapsar?

Sí: con mediciones débiles

A menor interacción menor efecto

sobre el estado final

Pero también será menor la cantidad de información extraída del sistema!



Se puede medir sin colapsar?

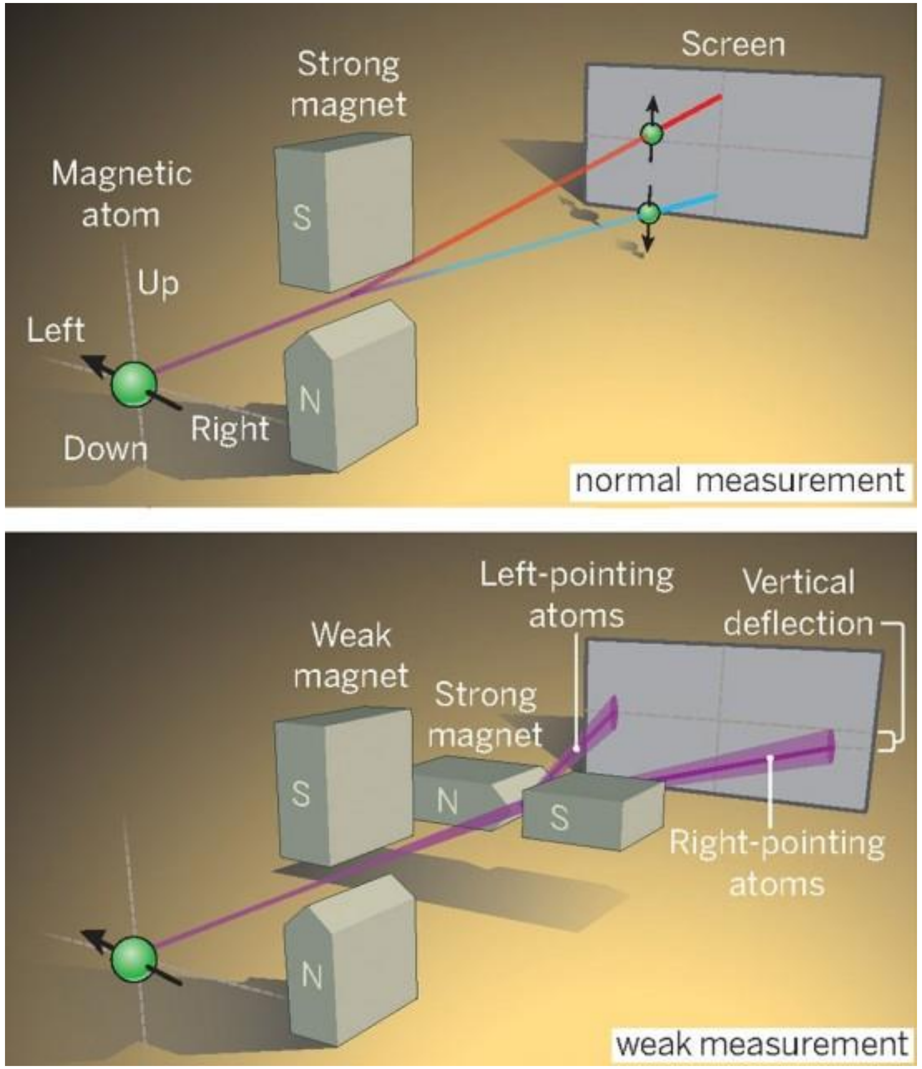
Sí: con mediciones débiles

A menor interacción menor efecto

sobre el estado final

Pero también será menor la cantidad de información extraída del sistema!

No es posible extraer información de un sistema cuántico sin perturbarlo



P. Busch (2009). “No Information Without Disturbance”: quantum limitations of measurement. *Quantum Reality, Relativistic Causality, and Closing the Epistemic Circle: Essays in Honour of Abner Shimony*, 229-256.

Se puede medir sin colapsar?

Sí: con mediciones débiles

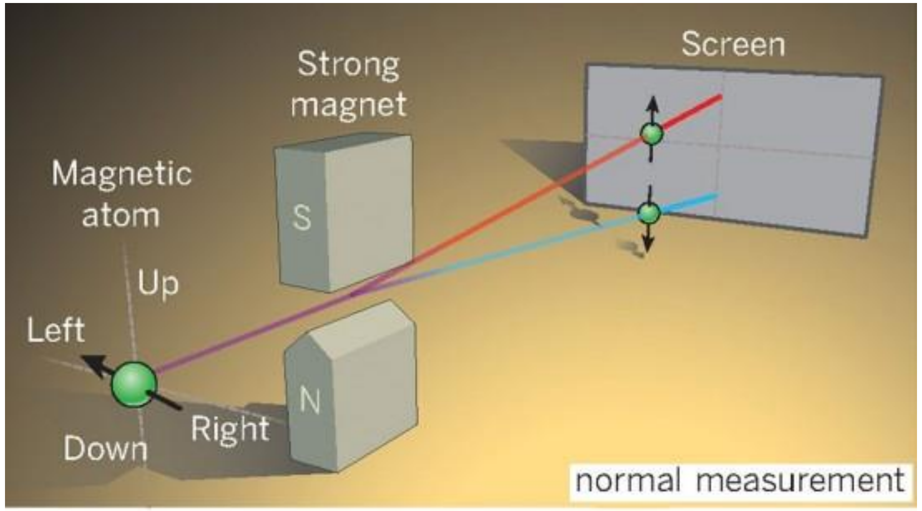
A menor interacción menor efecto

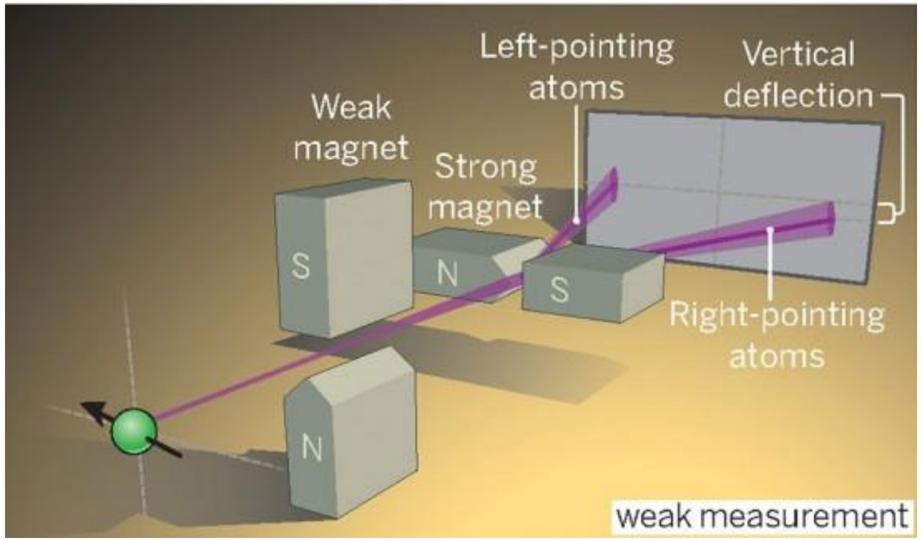
sobre el estado final

Pero también será menor la cantidad de información extraída del sistema!

No es posible extraer información de un sistema cuántico sin perturbarlo

(Aplicaciones, ej. criptografía cuántica!)





P. Busch (2009). “No Information Without Disturbance”: quantum limitations of measurement. *Quantum Reality, Relativistic Causality, and Closing the Epistemic Circle: Essays in Honour of Abner Shimony*, 229-256.

Probabilidades: Regla de Born

Postulado 5

$$p_i = P(A \equiv \lambda_i | \varphi\rangle) = |\langle \varphi | \phi_i \rangle|^2$$

Probabilidades: Regla de Born

Postulado 5

$$p_i = P(A \equiv \lambda_i | \varphi\rangle) = |\langle\varphi|\phi_i\rangle|^2$$

Estado del sistema

Probabilidades: Regla de Born

Postulado 5

$$p_i = P(A \equiv \lambda_i|\varphi\rangle) = |\langle\varphi|\phi_i\rangle|^2$$

Estado del sistema

Autoestado de A asociado al autovalor λ_i

Probabilidades: Regla de Born

Postulado 5

$$p_i = P(A \equiv \lambda_i | \varphi\rangle) = |\langle \varphi | \phi_i \rangle|^2$$

Estado del sistema

Autoestado de A asociado al autovalor λ_i

Fase de libertad: $|\varphi\rangle \equiv e^{i\alpha}|\varphi\rangle$

Probabilidades: Regla de Born

Postulado 5

$$p_i = P(A \equiv \lambda_i | \varphi\rangle) = |\langle\varphi|\phi_i\rangle|^2$$

Estado del sistema

Autoestado de A asociado al autovalor λ_i

Fase de libertad: $|\varphi\rangle \equiv e^{i\alpha}|\varphi\rangle$

La mecánica cuántica es **no determinista** -> probabilidades

Probabilidades: Regla de Born

Postulado 5

$$p_i = P(A \equiv \lambda_i | \varphi\rangle) = |\langle\varphi|\phi_i\rangle|^2$$

Estado del sistema

Autoestado de A asociado al autovalor λ_i

Fase de libertad: $|\varphi\rangle \equiv e^{i\alpha}|\varphi\rangle$

La mecánica cuántica es **no determinista** -> probabilidades

Es probabilista de la misma forma que la Termodinámica?

Probabilidades: Regla de Born

Postulado 5

$$p_i = P(A \equiv \lambda_i|\varphi\rangle) = |\langle\varphi|\phi_i\rangle|^2$$

Estado del sistema

Autoestado de A asociado al autovalor λ_i

Fase de libertad: $|\varphi\rangle \equiv e^{i\alpha}|\varphi\rangle$

La mecánica cuántica es **no determinista** -> probabilidades

Es probabilista de la misma forma que la Termodinámica?

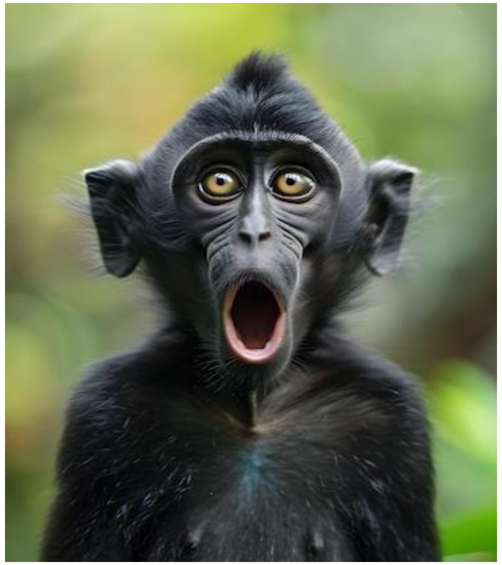
NO! La mecánica cuántica es **esencialmente probabilista**.

Principio de Superposición + Determinismo

=

Violación de la Teoría de la Relatividad

(Dios sí juega a los dados)



Evolución temporal

Postulado 6

Todo sistema físico aislado evoluciona
de acuerdo a la Ecuación de Schrödinger

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\Psi\rangle = \hat{H}|\Psi\rangle$$

Evolución temporal

Postulado 6

Todo sistema físico aislado evoluciona
de acuerdo a la Ecuación de Schrödinger

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left|\Psi\right\rangle = \hat{H}\left|\Psi\right\rangle$$

La ecuación de Schrödinger,
es una ecuación de ondas?

Evolución temporal

Postulado 6

Todo sistema físico aislado evoluciona
de acuerdo a la Ecuación de Schrödinger

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\left|\Psi\right\rangle = \hat{H}\left|\Psi\right\rangle$$

La ecuación de Schrödinger,
es una ecuación de ondas?
Con derivada primera en el tiempo?

Entrelazamiento cuántico

Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Todo estado de $\mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable?

Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Todo estado de $\mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable?

$|\phi_{AB}\rangle \in \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \cong \mathbb{C}^4 \rightarrow 8$ parámetros libres

Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Todo estado de $\mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable?

$|\phi_{AB}\rangle \in \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \cong \mathbb{C}^4 \rightarrow 8$ parámetros libres

$$\left.\begin{array}{l} |\varphi_A\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 4 \text{ parámetros libres} \\ |\psi_B\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 4 \text{ parámetros libres} \end{array}\right\} |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle \rightarrow 8 \text{ parámetros libres}$$

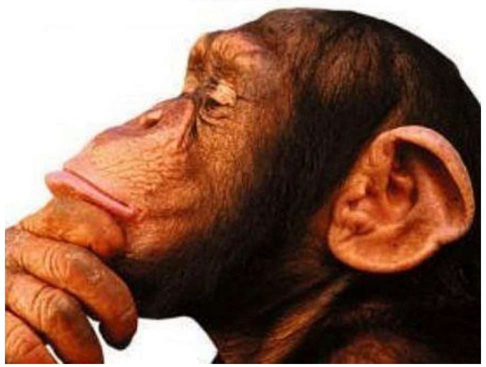
Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Todo estado de $\mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable?

Es correcto este análisis?



$|\phi_{AB}\rangle \in \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \cong \mathbb{C}^4 \rightarrow$ 8 parámetros libres

$$\left.\begin{array}{l} |\varphi_A\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 4 \text{ parámetros libres} \\ |\psi_B\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 4 \text{ parámetros libres} \end{array}\right\} |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle \rightarrow 8 \text{ parámetros libres}$$

Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Todo estado de $\mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable?

$|\phi_{AB}\rangle \in \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \cong \mathbb{C}^4 \rightarrow$ 8 parámetros libres

$$\left.\begin{array}{l} |\varphi_A\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 4 \text{ parámetros libres} \\ |\psi_B\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 4 \text{ parámetros libres} \end{array}\right\} |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle \rightarrow 8 \text{ parámetros libres}$$

Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Todo estado de $\mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable?

Todo estado cuántico está normalizado y tiene una fase global de libertad, por lo que pierde dos parámetros libres!

$|\phi_{AB}\rangle \in \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \cong \mathbb{C}^4 \rightarrow 8$ parámetros libres

$$\left.\begin{array}{l} |\varphi_A\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 4 \text{ parámetros libres} \\ |\psi_B\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 4 \text{ parámetros libres} \end{array}\right\} |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle \rightarrow 8 \text{ parámetros libres}$$

Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Todo estado de $\mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable?

$|\phi_{AB}\rangle \in \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \cong \mathbb{C}^4 \rightarrow 6$ parámetros libres

Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Todo estado de $\mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable?

$|\phi_{AB}\rangle \in \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \cong \mathbb{C}^4 \rightarrow 6$ parámetros libres

$$\left.\begin{array}{l} |\varphi_A\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 2 \text{ parámetros libres} \\ |\psi_B\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 2 \text{ parámetros libres} \end{array}\right\} |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle \rightarrow 4 \text{ parámetros libres}$$

Entrelazamiento

Un estado cuántico bipartito $|\phi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable si existe $|\varphi_A\rangle \in \mathcal{H}^A$ y $|\psi_B\rangle \in \mathcal{H}^B$ tal que

$$|\phi_{AB}\rangle = |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$$

Todo estado de $\mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$ es separable?

Los estados puros separables determinan un conjunto de medida nula en el espacio de Hilbert total del sistema

$|\phi_{AB}\rangle \in \mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2 \cong \mathbb{C}^4 \rightarrow 6$ parámetros libres

$$\left.\begin{array}{l} |\varphi_A\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 2 \text{ parámetros libres} \\ |\psi_B\rangle \in \mathbb{C}^2 \rightarrow 2 \text{ parámetros libres} \end{array}\right\} |\varphi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle \rightarrow 4 \text{ parámetros libres}$$

Ejemplo de estado entrelazado

$$|\phi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Ejemplo de estado entrelazado

$$|\phi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Efecto extraño que produce este estado

Ejemplo de estado entrelazado

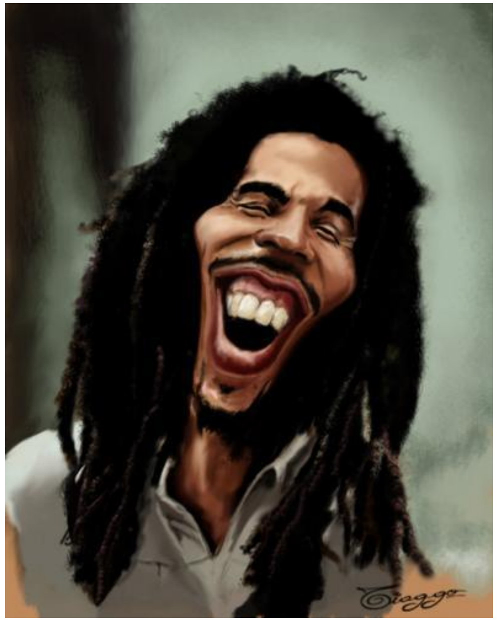
$$|\phi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Efecto extraño que produce este estado

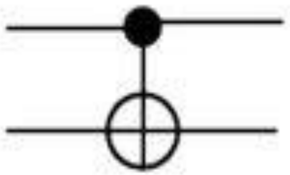
Si Alice mide la energía de su qubit, y obtiene el valor E_0, su estado colapsa a $|0\rangle$

Esto implica que el estado de Bob también colapsa a $|0\rangle$

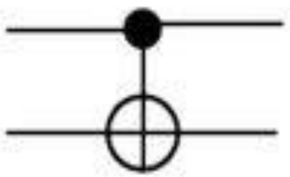
<u>Hay un efecto instantáneo a distancia</u>

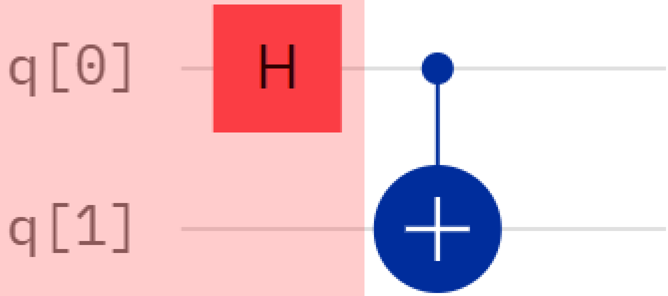


Cómo entrelazar en un computador cuántico?

GATE	CIRCUIT REPRESENTATION	MATRIX REPRESENTATION	TRUTH TABLE
Controlled-NOT gate: apply an X-gate to the target qubit if the control qubit is in state $\lvert 1\rangle$		$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	Input — Output $\lvert 00\rangle$ — $\lvert 00\rangle$ $\lvert 01\rangle$ — $\lvert 01\rangle$ $\lvert 10\rangle$ — $\lvert 11\rangle$ $\lvert 11\rangle$ — $\lvert 10\rangle$

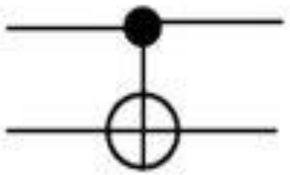
Cómo entrelazar en un computador cuántico?

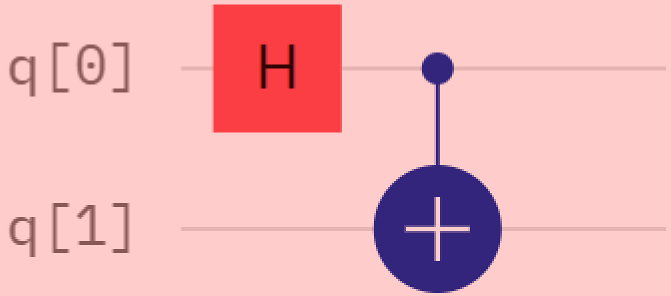
GATE	CIRCUIT REPRESENTATION	MATRIX REPRESENTATION	TRUTH TABLE
Controlled-NOT gate: apply an X-gate to the target qubit if the control qubit is in state $\|1\rangle$		$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	Input: $\|00\rangle$, $\|01\rangle$, $\|10\rangle$, $\|11\rangle$ Output: $\|00\rangle$, $\|01\rangle$, $\|11\rangle$, $\|10\rangle$



$$|00\rangle \xrightarrow{H} |{+}0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle)$$

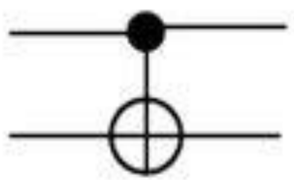
Cómo entrelazar en un computador cuántico?

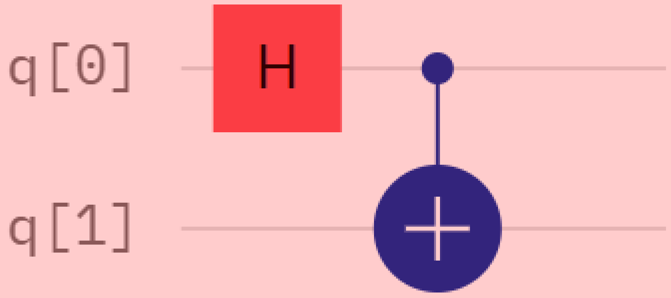
GATE	CIRCUIT REPRESENTATION	MATRIX REPRESENTATION	TRUTH TABLE
Controlled-NOT gate: apply an X-gate to the target qubit if the control qubit is in state $\|1\rangle$		$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	Input / Output $\|00\rangle$ / $\|00\rangle$ $\|01\rangle$ / $\|01\rangle$ $\|10\rangle$ / $\|11\rangle$ $\|11\rangle$ / $\|10\rangle$



$$|00\rangle \xrightarrow{H} |{+}0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle) \xrightarrow{CNOT} \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Cómo entrelazar en un computador cuántico?

GATE	CIRCUIT REPRESENTATION	MATRIX REPRESENTATION	TRUTH TABLE
Controlled-NOT gate: apply an X-gate to the target qubit if the control qubit is in state $\|1\rangle$		$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	Input / Output $\|00\rangle$ → $\|00\rangle$ $\|01\rangle$ → $\|01\rangle$ $\|10\rangle$ → $\|11\rangle$ $\|11\rangle$ → $\|10\rangle$



$$|00\rangle \xrightarrow{H} |{+}0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle) \xrightarrow{\text{CNOT}} \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Estado entrelazado!

No es producto de un estado del qubit 0 por un estado del qubit 1

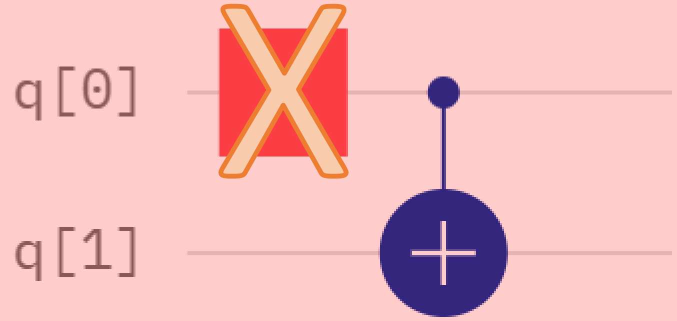
$$|\phi\rangle_{AB} \neq |\varphi\rangle_A |\psi\rangle_B$$

$$\Updownarrow$$

$$P(ab) \neq P(a)P(b)$$

Distribución de probabilidad conjunta no es producto!

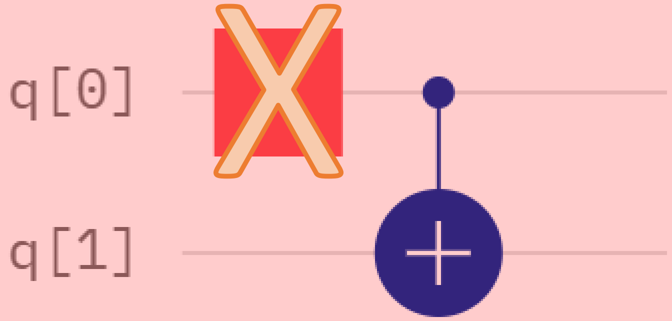
Ninguna compuerta entrelaza a todos los estados



CNOT

$|00\rangle \rightarrow |00\rangle$

Ninguna compuerta entrelaza a todos los estados



CNOT

$|00\rangle \rightarrow |00\rangle$

<u>Demostración general</u>

Sea U_{AB} una compuerta bipartita y supongamos que

$$U_{AB}^{\dagger}|00\rangle = |\varphi_{AB}\rangle$$

Entonces,

$$U_{AB}|\varphi_{AB}\rangle = |00\rangle$$

Probabilidades para estados separables

$$p_{ij}^{AB} = P\left(H_A \equiv E_i^A \wedge H_B \equiv E_j^B \middle| |\varphi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle\right)$$

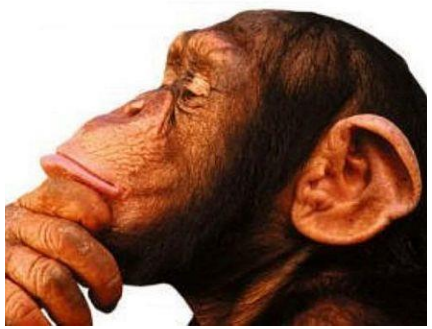
Probabilidades para estados separables

Producto de
Kronecker

$$p_{ij}^{AB} = P\left(H_A \equiv E_i^A \wedge H_B \equiv E_j^B \middle| |\varphi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle\right)$$

Probabilidades para estados separables

Por qué producto
de Kronecker y no otro?

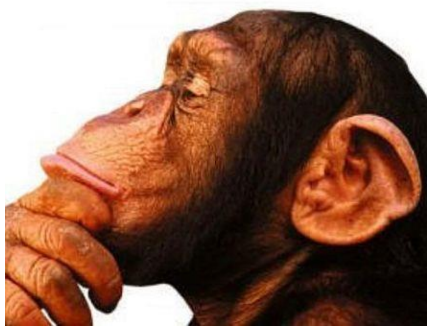


Producto de
Kronecker

$$p_{ij}^{AB} = P\left(H_A \equiv E_i^A \wedge H_B \equiv E_j^B \middle| |\varphi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle\right)$$

Probabilidades para estados separables

Por qué producto de Kronecker y no otro?



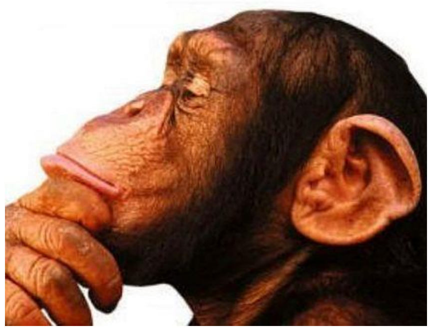
Producto de Kronecker

$$p_{ij}^{AB} = P\left(H_A \equiv E_i^A \wedge H_B \equiv E_j^B \middle| |\varphi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle\right)$$

Porque refleja independencia en distribuciones de probabilidad conjunta

Probabilidades para estados separables

Por qué producto de Kronecker y no otro?



Producto de Kronecker

$$p_{ij}^{AB} = P\left(H_A \equiv E_i^A \wedge H_B \equiv E_j^B \middle| |\varphi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle\right)$$

$$= \left|\left(\langle\varphi_A| \otimes \langle\varphi_B|\right)\left(|\phi_i^A\rangle \otimes |\phi_j^B\rangle\right)\right|^2$$

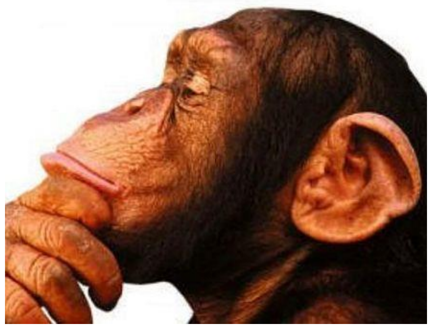
Porque refleja independencia en distribuciones de probabilidad conjunta

$$H_A|\phi_i^A\rangle = E_i^A|\phi_i^A\rangle$$

$$H_B|\phi_j^B\rangle = E_j^B|\phi_j^B\rangle$$

Probabilidades para estados separables

Por qué producto de Kronecker y no otro?



Producto de Kronecker

$$p_{ij}^{AB} = P\left(H_A \equiv E_i^A \wedge H_B \equiv E_j^B \middle| |\varphi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle\right)$$

$$= \left|\left(\langle\varphi_A| \otimes \langle\varphi_B|\right)\left(|\phi_i^A\rangle \otimes |\phi_j^B\rangle\right)\right|^2$$

$$= \left|\langle\varphi_A|\phi_i^A\rangle\langle\varphi_B|\phi_j^B\rangle\right|^2$$

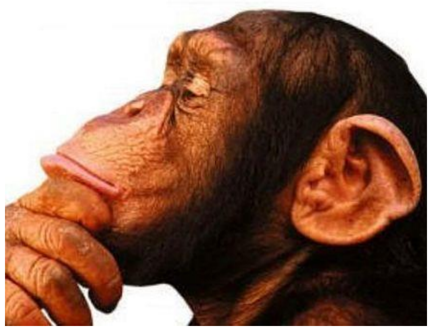
Porque refleja independencia en distribuciones de probabilidad conjunta

$$H_A|\phi_i^A\rangle = E_i^A|\phi_i^A\rangle$$

$$H_B|\phi_j^B\rangle = E_j^B|\phi_j^B\rangle$$

Probabilidades para estados separables

Por qué producto de Kronecker y no otro?



Producto de Kronecker

$$p_{ij}^{AB} = P\left(H_A \equiv E_i^A \wedge H_B \equiv E_j^B \middle| |\varphi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle\right)$$

$$= \left|\left(\langle\varphi_A| \otimes \langle\varphi_B|\right)\left(|\phi_i^A\rangle \otimes |\phi_j^B\rangle\right)\right|^2$$

$$= \left|\langle\varphi_A|\phi_i^A\rangle\langle\varphi_B|\phi_j^B\rangle\right|^2$$

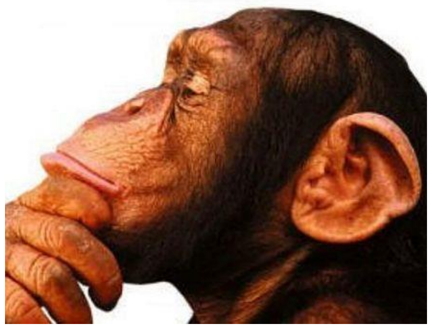
$$H_A|\phi_i^A\rangle = E_i^A|\phi_i^A\rangle$$

$$H_B|\phi_j^B\rangle = E_j^B|\phi_j^B\rangle$$

Porque refleja independencia en distribuciones de probabilidad conjunta

Probabilidades para estados separables

Por qué producto de Kronecker y no otro?



Producto de Kronecker

$$p_{ij}^{AB} = P\left(H_A \equiv E_i^A \wedge H_B \equiv E_j^B \middle| |\varphi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle\right)$$

$$= \left|(\langle\varphi_A| \otimes \langle\varphi_B|)(|\phi_i^A\rangle \otimes |\phi_j^B\rangle)\right|^2$$

$$= \left|\langle\varphi_A|\phi_i^A\rangle\langle\varphi_B|\phi_j^B\rangle\right|^2$$

$$= \left|\langle\varphi_A|\phi_i^A\rangle\right|^2\left|\langle\varphi_B|\phi_j^B\rangle\right|^2$$

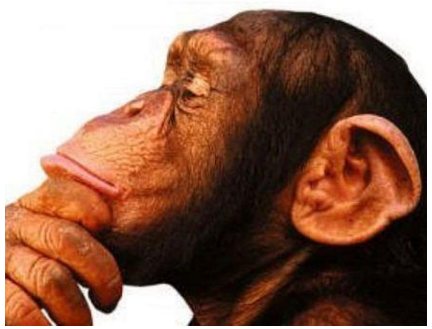
Porque refleja independencia en distribuciones de probabilidad conjunta

$$H_A|\phi_i^A\rangle = E_i^A|\phi_i^A\rangle$$

$$H_B|\phi_j^B\rangle = E_j^B|\phi_j^B\rangle$$

Probabilidades para estados separables

Por qué producto
de Kronecker y no otro?



Producto de
Kronecker

$$p_{ij}^{AB} = P\left(H_A \equiv E_i^A \wedge H_B \equiv E_j^B \,\middle|\, |\varphi_A\rangle \otimes |\varphi_B\rangle\right)$$

$$= \left|\left(\langle\varphi_A| \otimes \langle\varphi_B|\right)\left(|\phi_i^A\rangle \otimes |\phi_j^B\rangle\right)\right|^2$$

$$= \left|\langle\varphi_A|\phi_i^A\rangle\langle\varphi_B|\phi_j^B\rangle\right|^2$$

$$= \left|\langle\varphi_A|\phi_i^A\rangle\right|^2\left|\langle\varphi_B|\phi_j^B\rangle\right|^2$$

$$= p_i^A p_j^B$$

$$H_A|\phi_i^A\rangle = E_i^A|\phi_i^A\rangle$$

$$H_B|\phi_j^B\rangle = E_j^B|\phi_j^B\rangle$$

Porque refleja
independencia en
distribuciones de
probabilidad conjunta

Principio de Superposición + Determinismo

=

Violación de la Teoría de la Teoría de la Relatividad

(Dios sí juega a los dados)

Principio de Superposición + Determinismo

=

Violación de la Teoría de la Teoría de la Relatividad

(Dios sí juega a los dados)

Alice y Bob interactúan, preparando un estado máximamente entrelazado

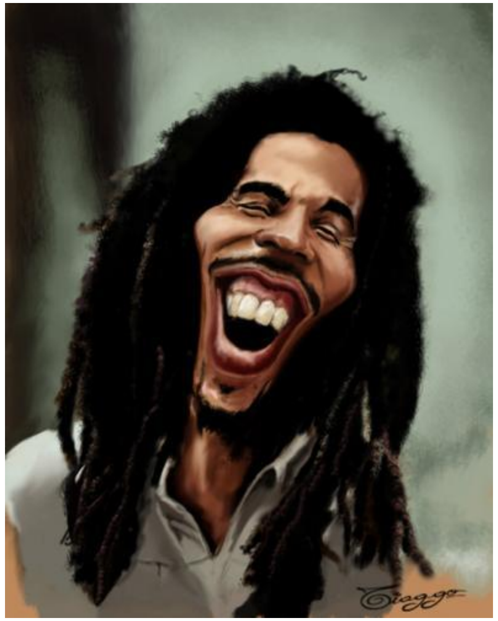
Principio de Superposición + Determinismo

=

Violación de la Teoría de la Teoría de la Relatividad

(Dios sí juega a los dados)

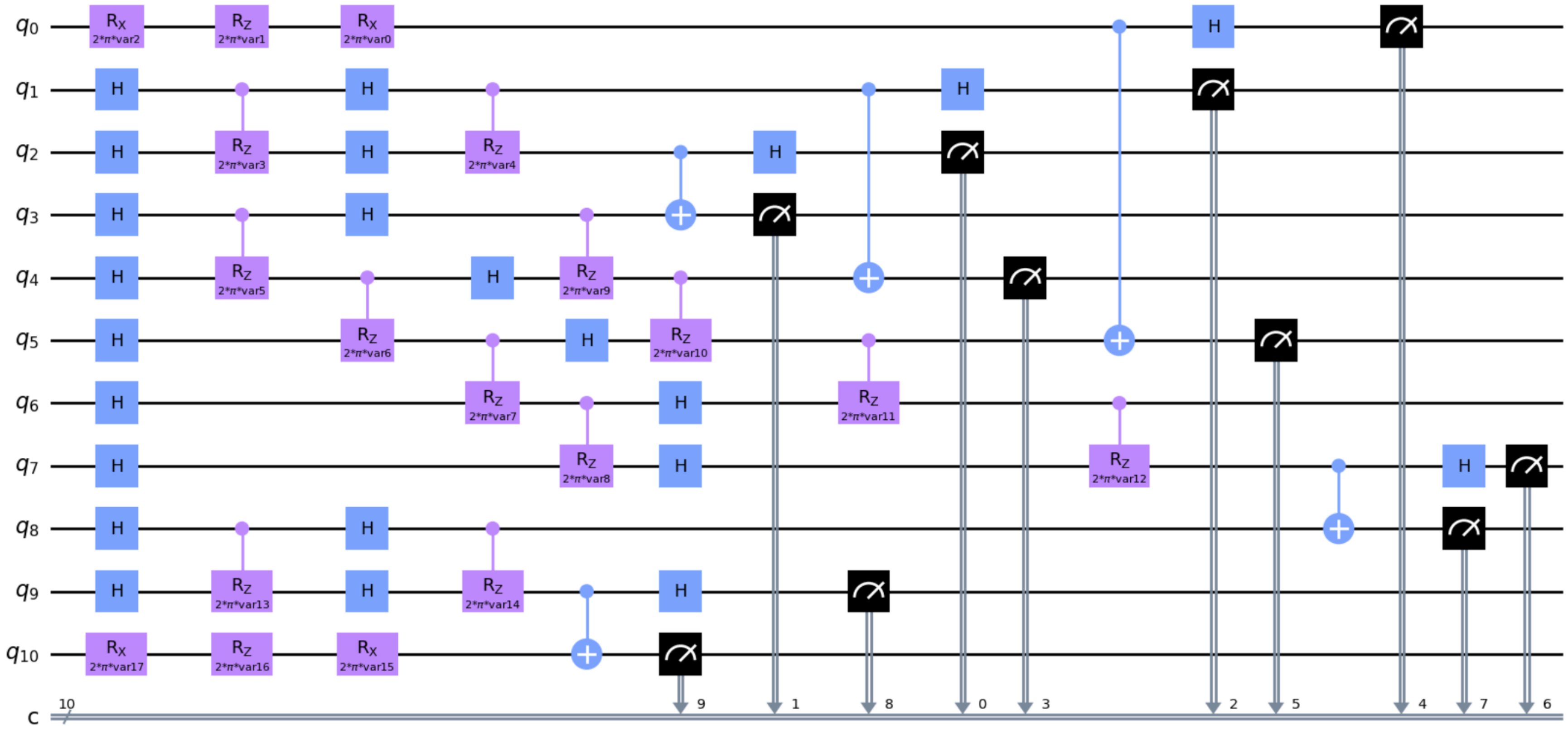
$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle)$$



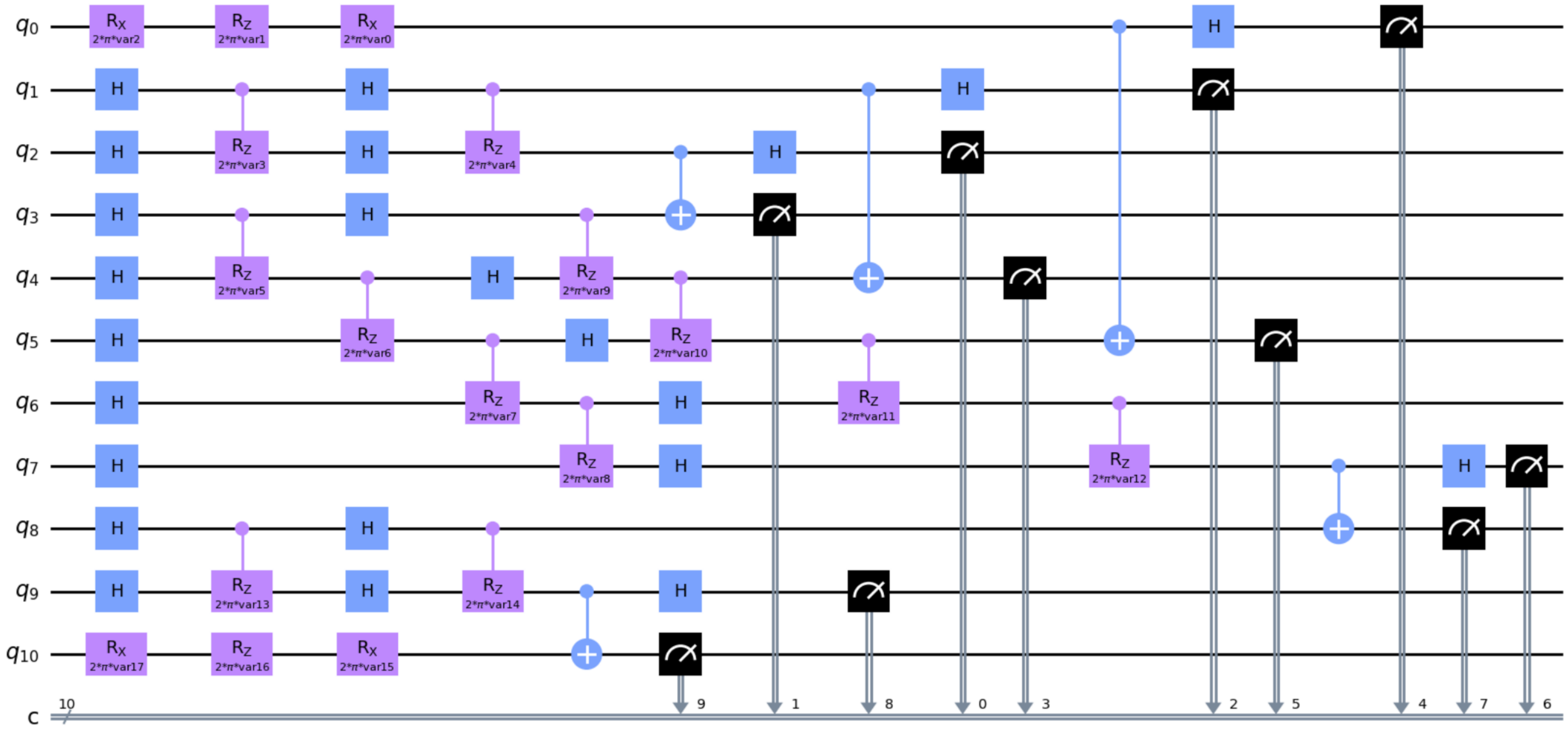
BONUS TRACK

Postulados aplicados a la Computación Cuántica

Circuitos cuánticos



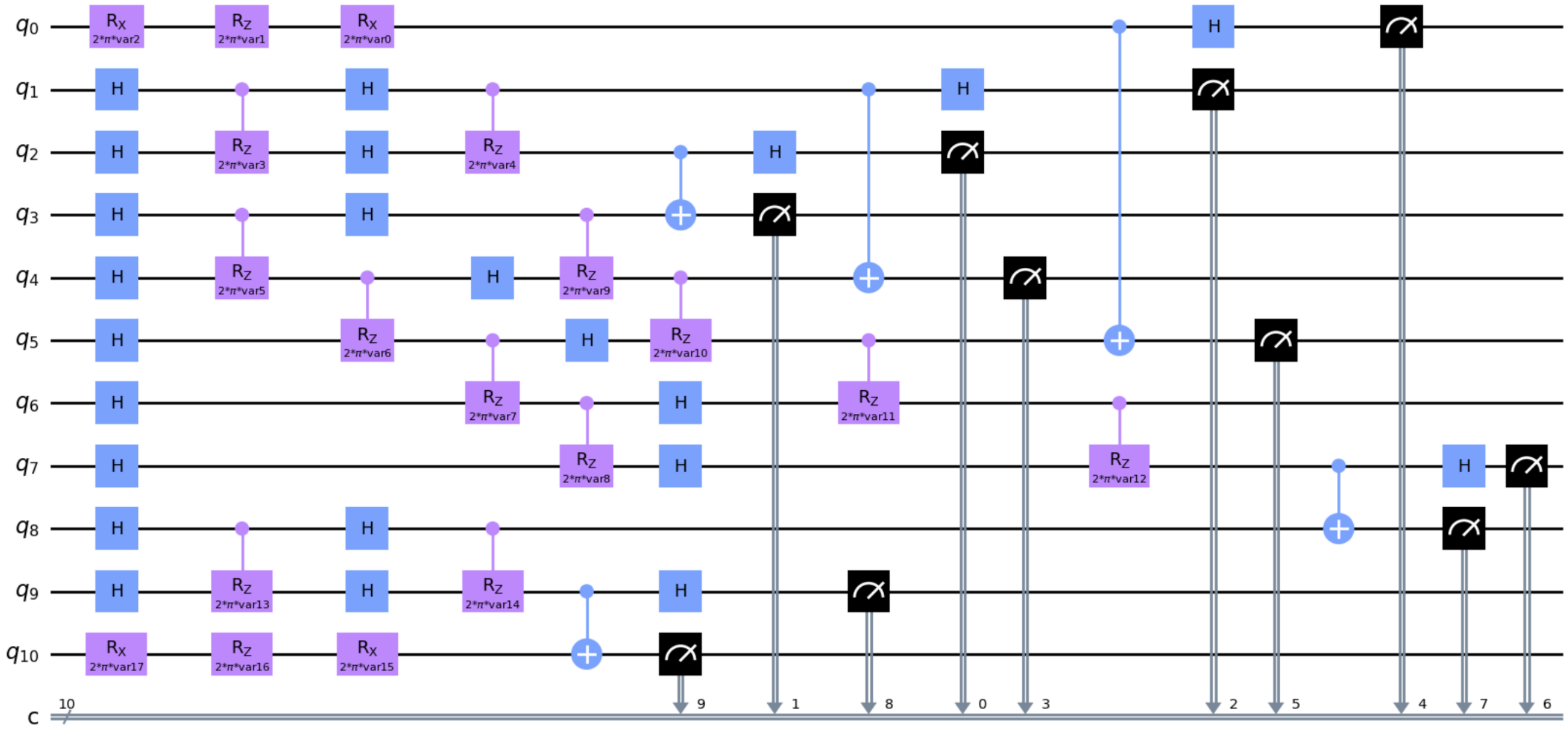
Circuitos cuánticos



Quantum circuit for the sentence “John walks in the park”

Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Circuitos cuánticos

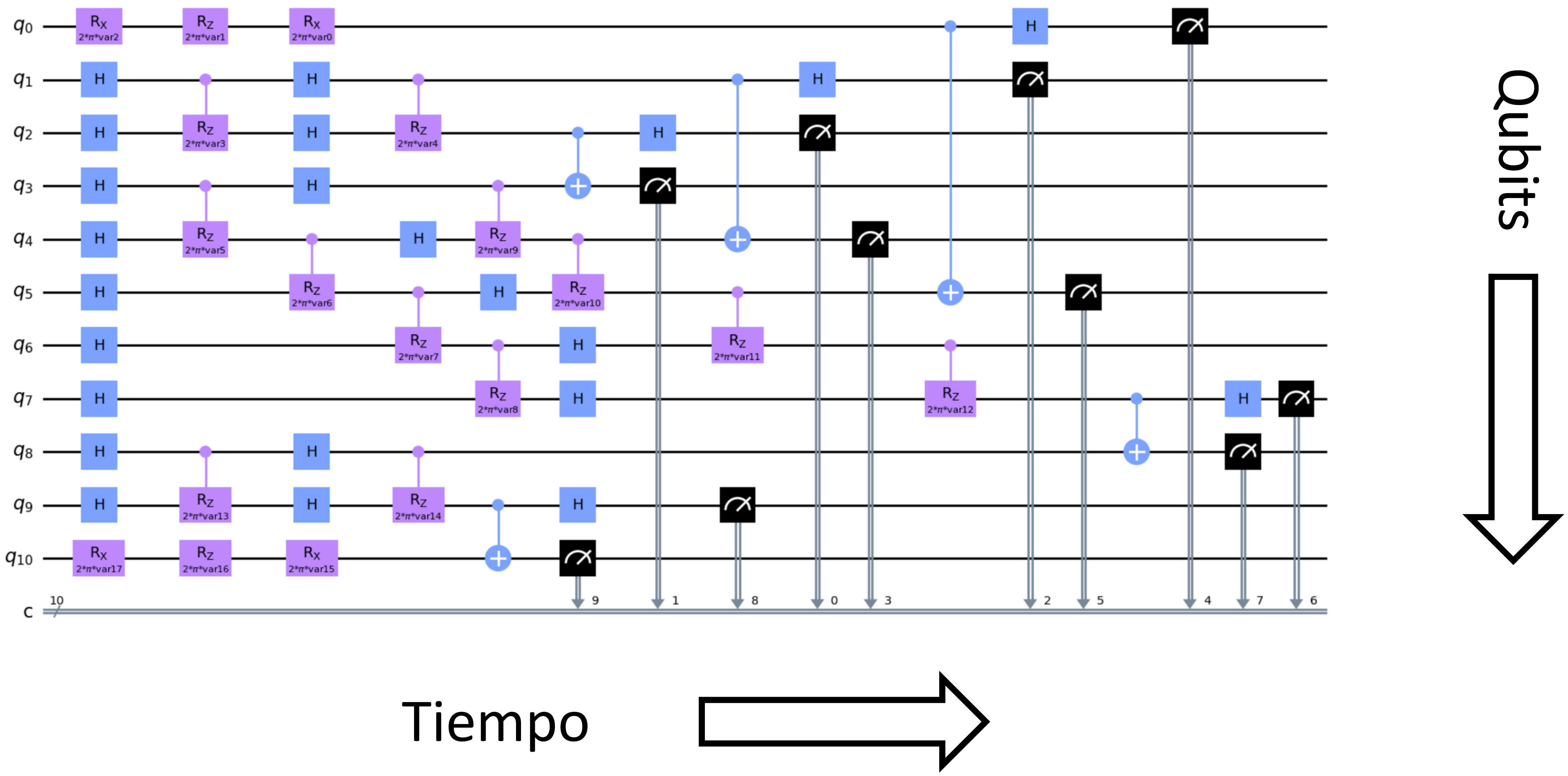


Quantum circuit for the sentence “John walks in the park”

JOHNNIE WALKER.

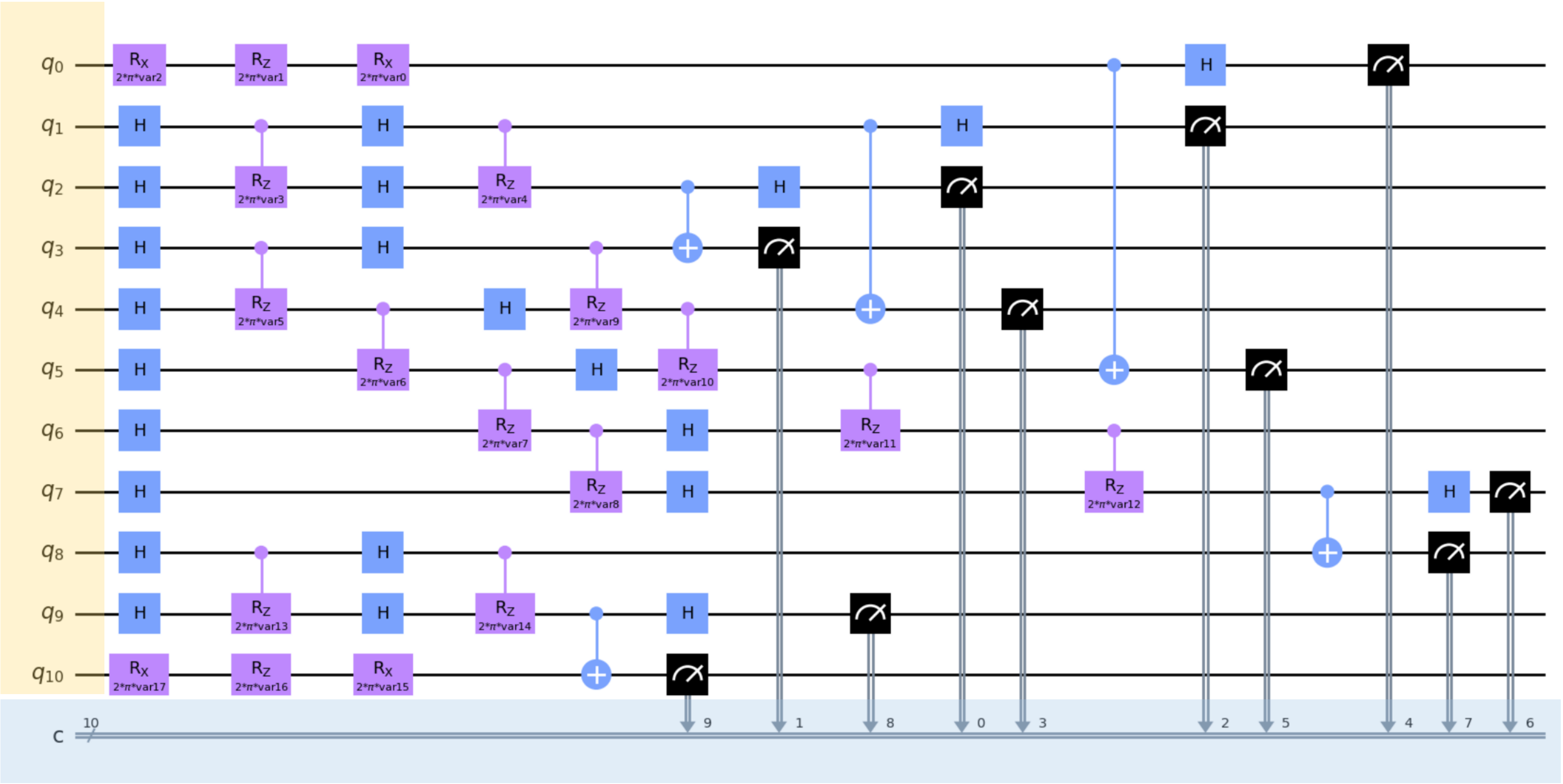
Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Circuitos cuánticos



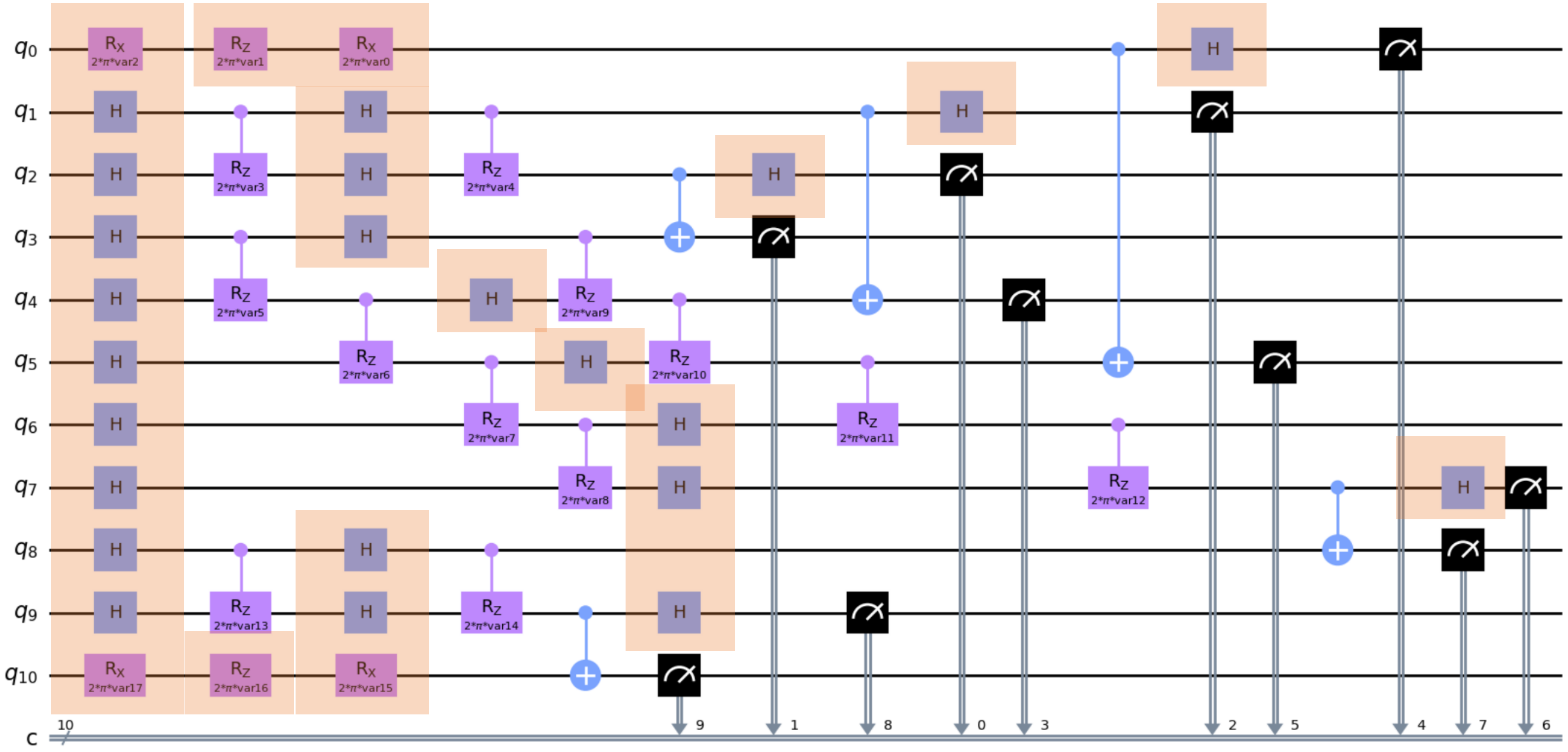
Circuitos cuánticos

Registros cuánticos



Registros clásicos

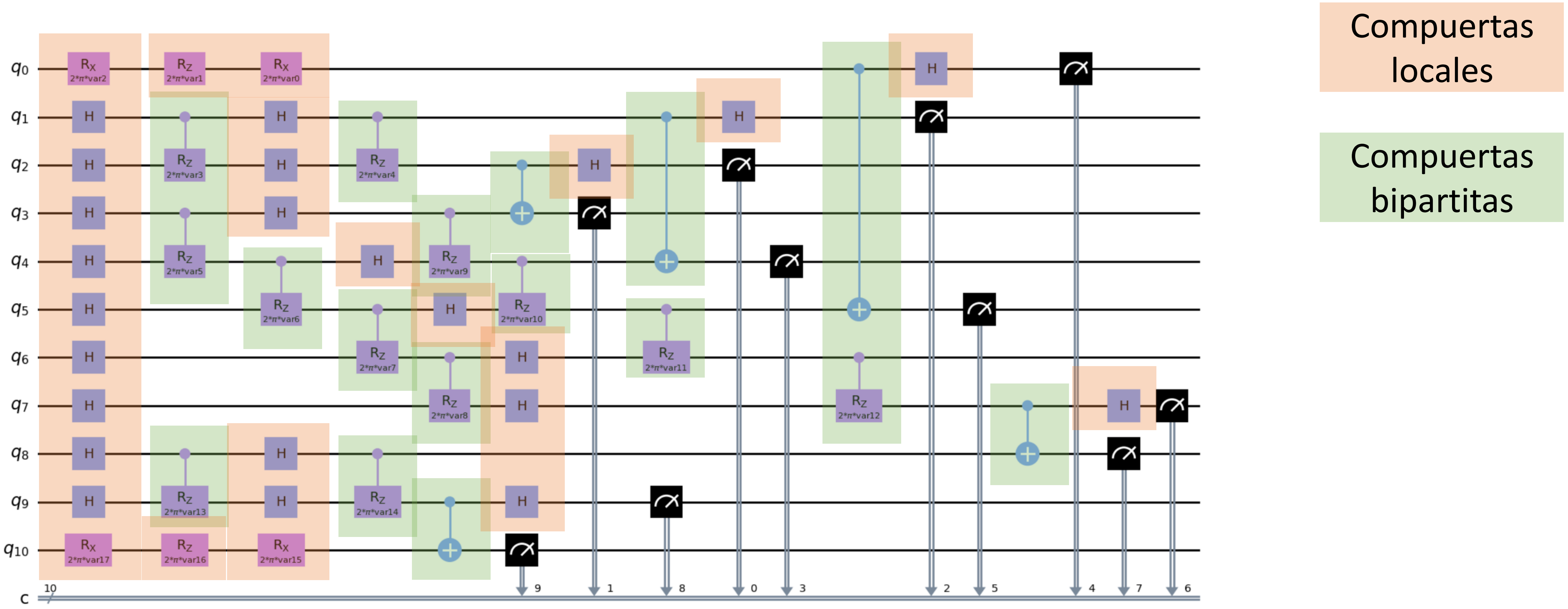
Circuitos cuánticos



Compuertas locales

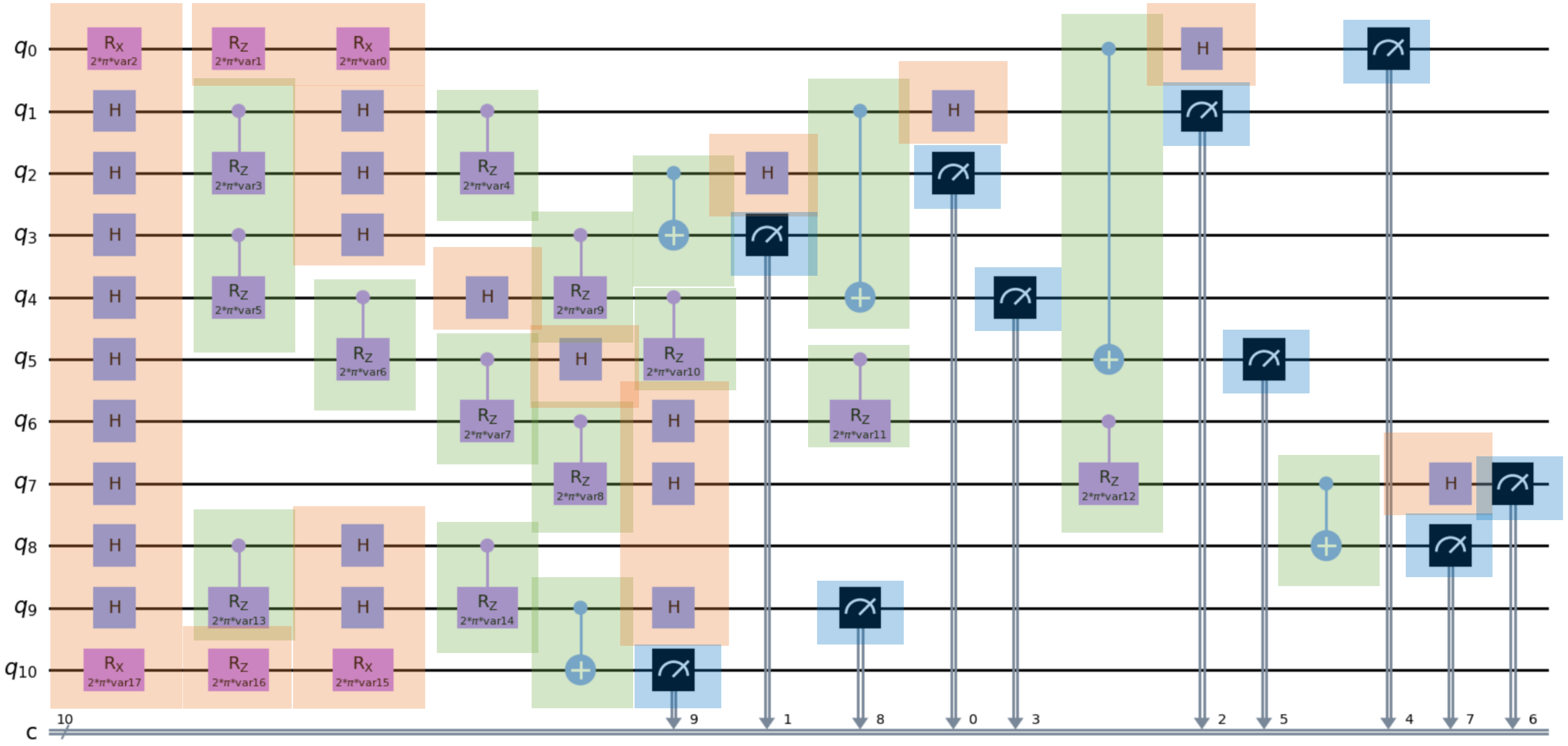
Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Circuitos cuánticos



Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Circuitos cuánticos



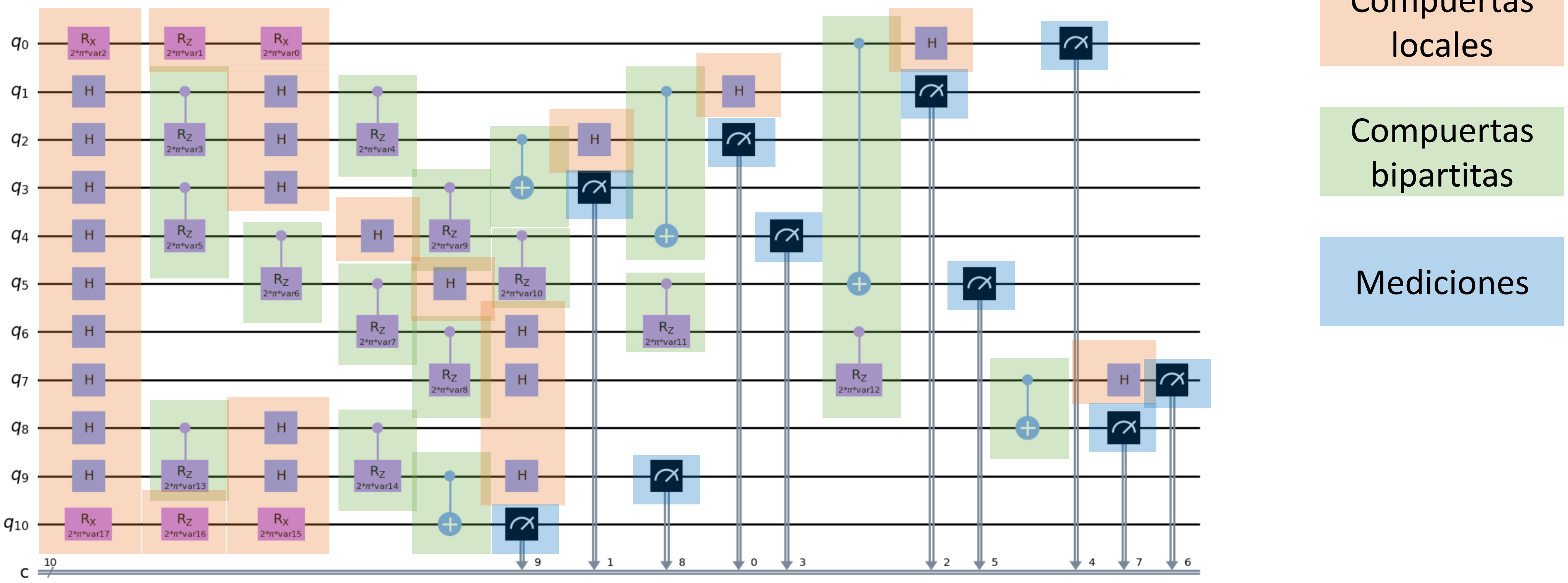
Compuertas locales

Compuertas bipartitas

Mediciones

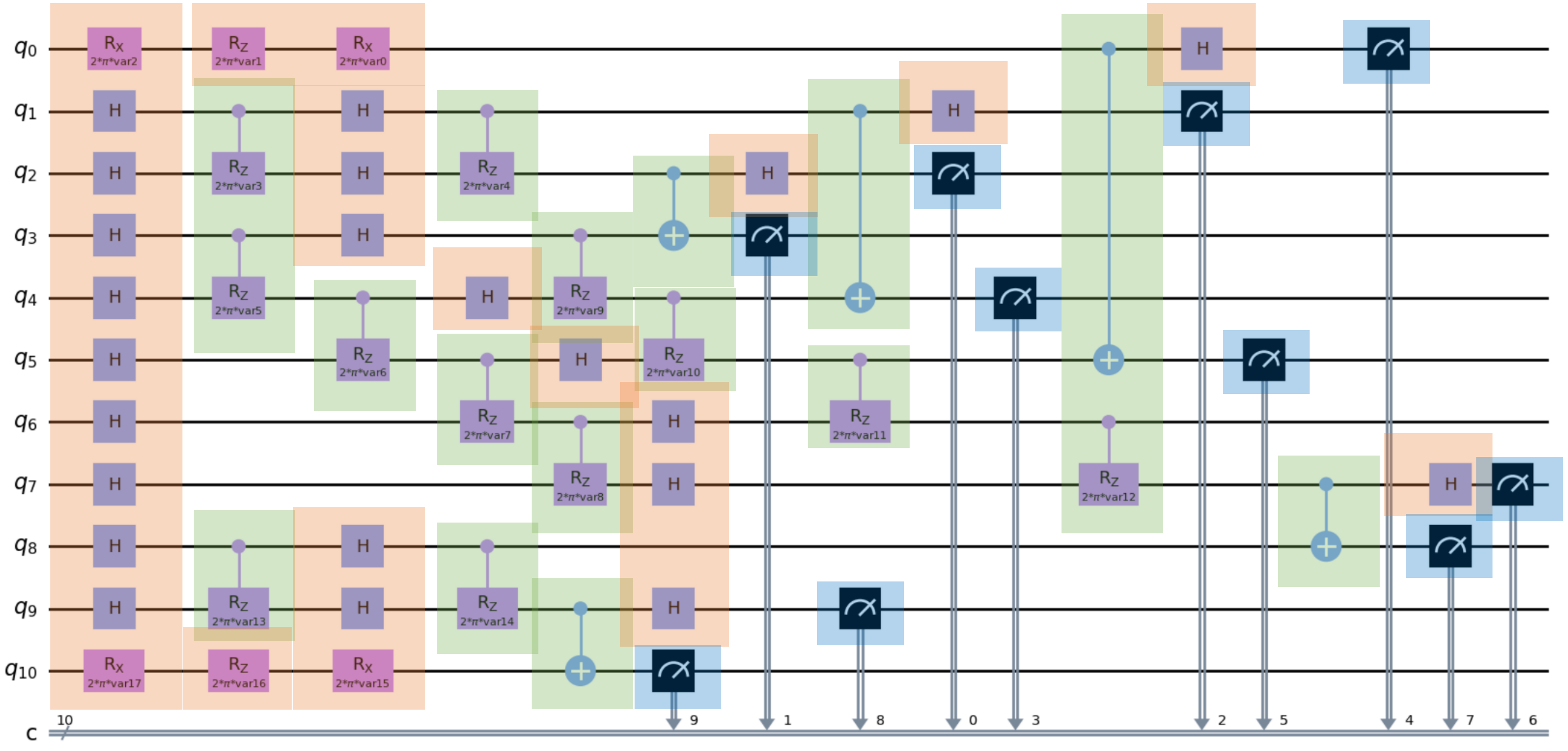
Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Postulado 1: Circuito representa un estado cuántico, perteneciente a un espacio de Hilbert



Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Postulado 2: Que observable se está midiendo aquí?



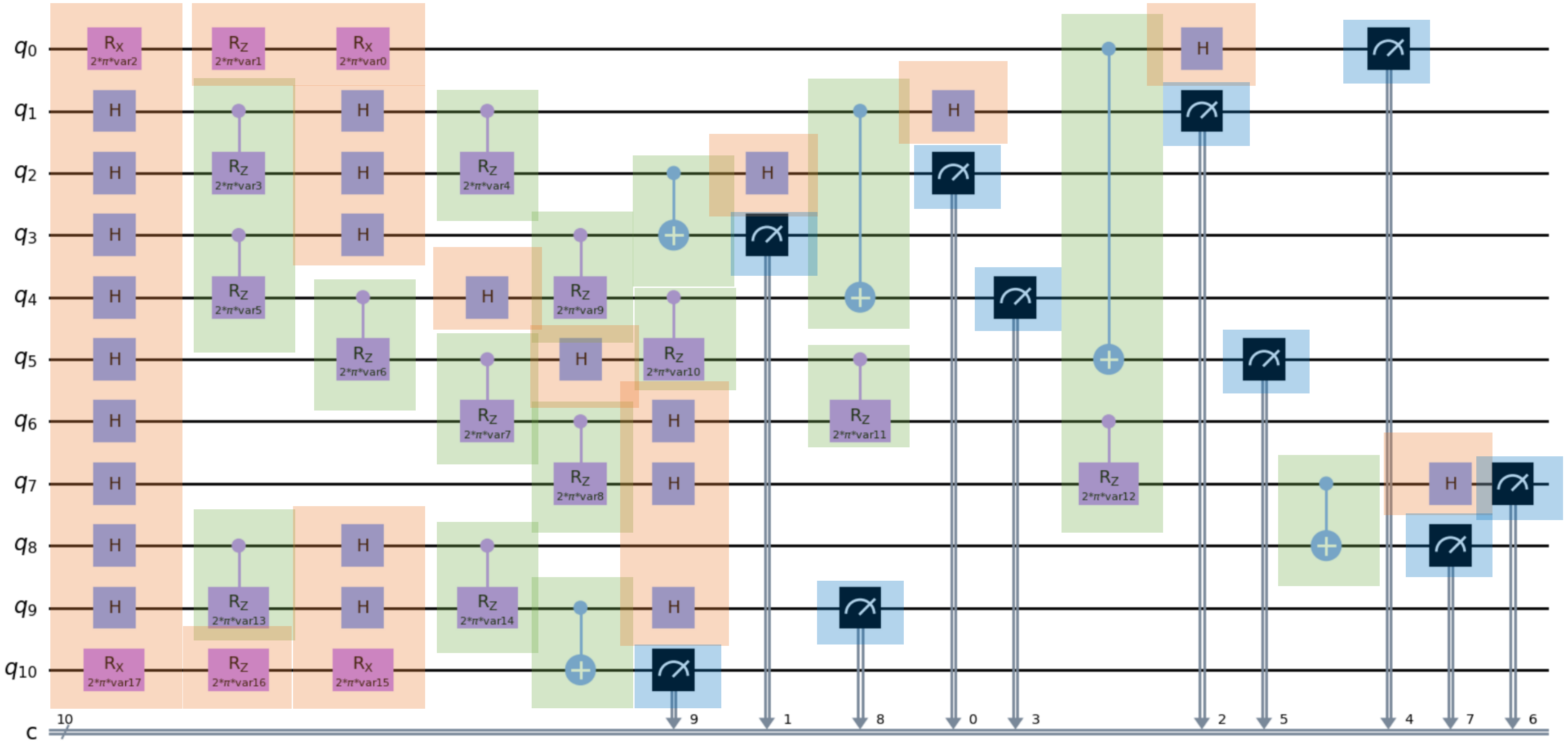
Compuertas locales

Compuertas bipartitas

Mediciones

Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Postulado 2: Observable energía! |j> es la base de autoestados del Hamiltoniano.
Mediciones son en la base de energía



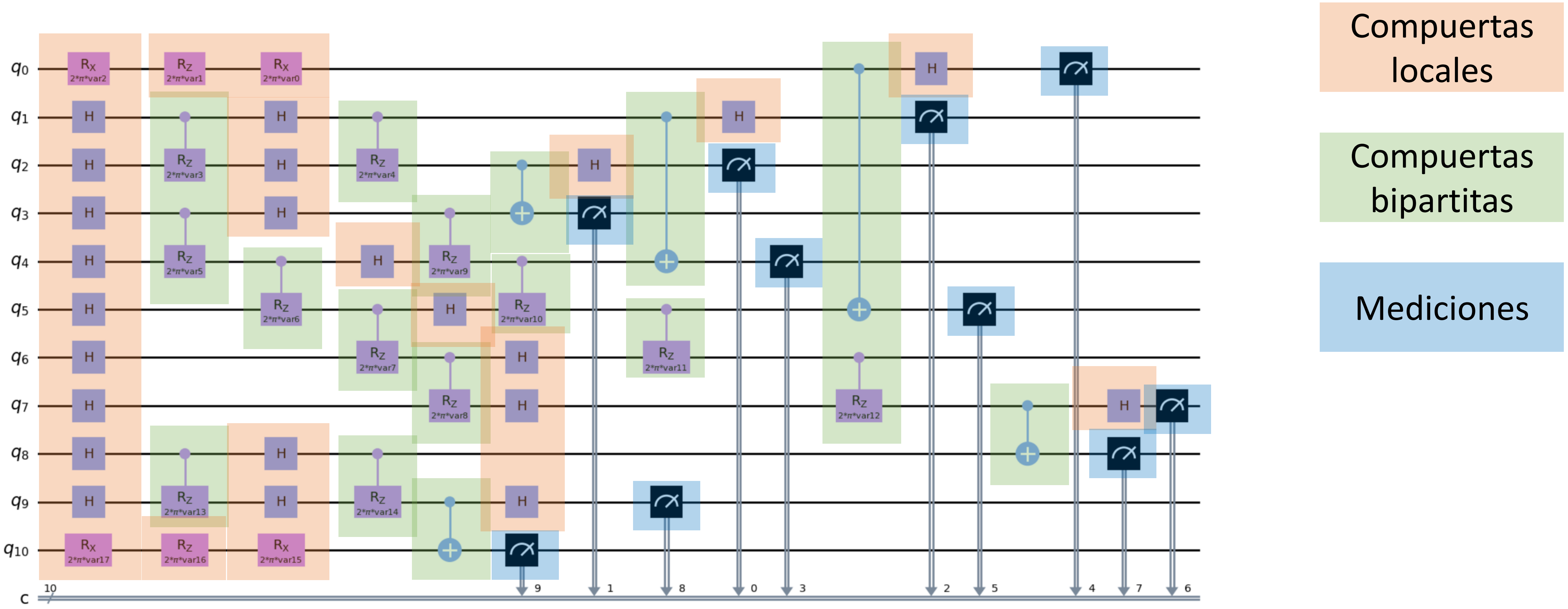
Compuertas locales

Compuertas bipartitas

Mediciones

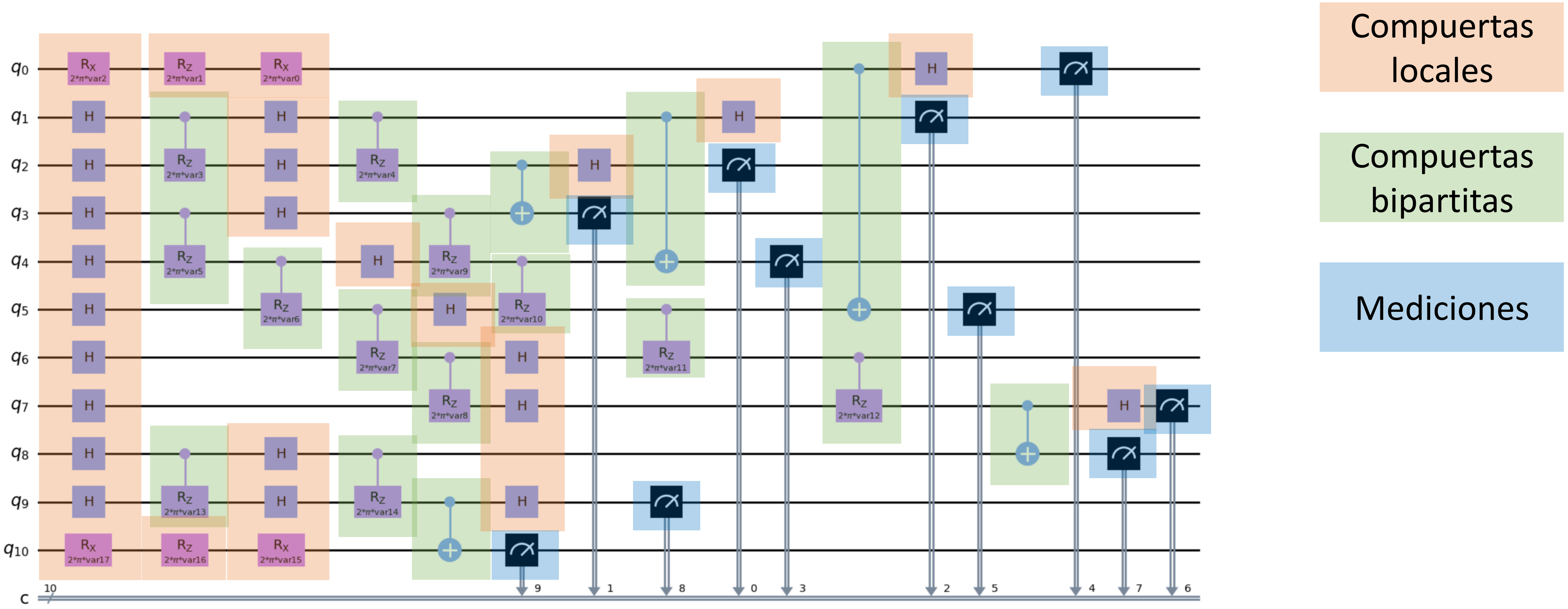
Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Postulado 2: Se puede medir en otra base?



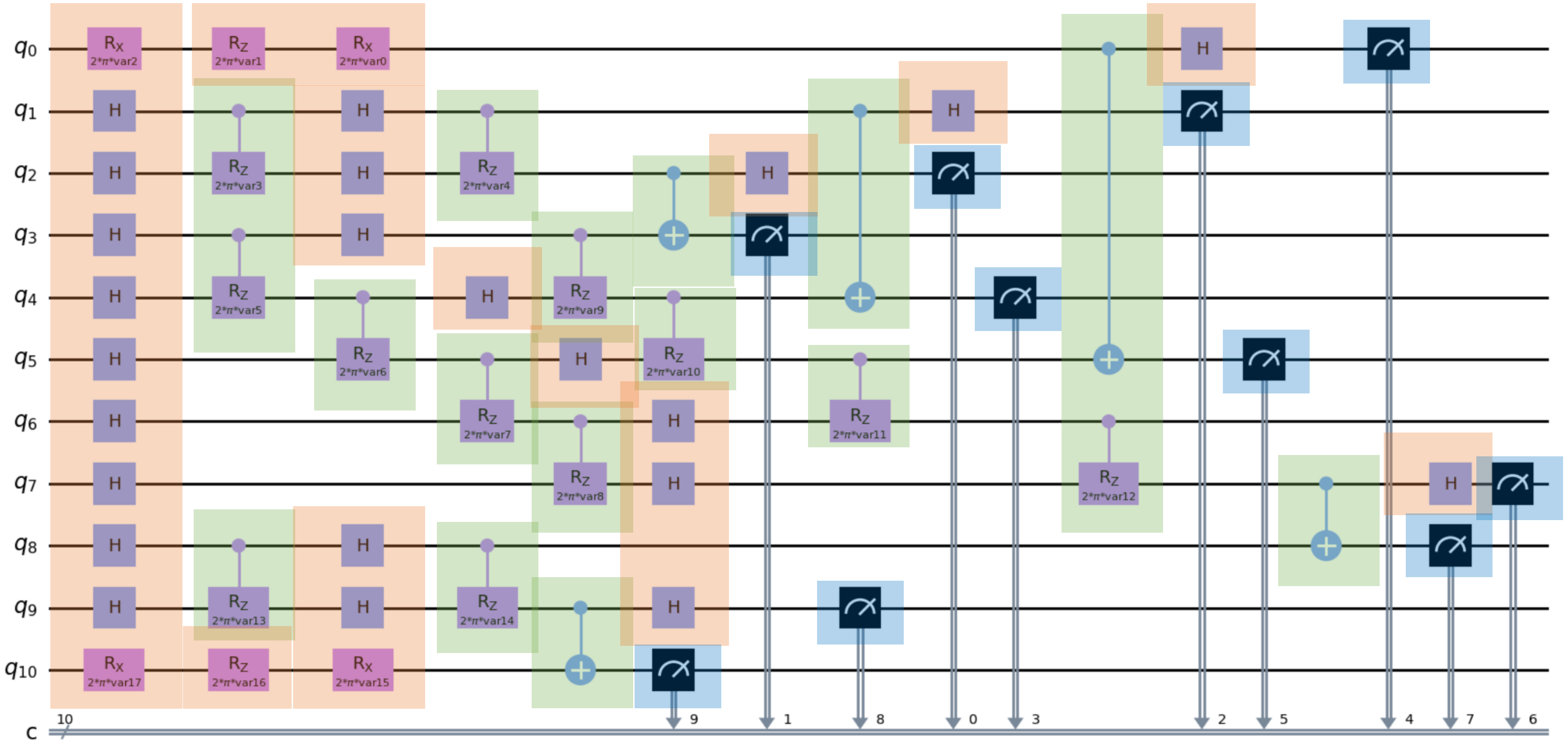
Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Postulado 3: Compuertas lógicas crean superposición. Ej: $\mathrm{H}|0\rangle = (|0\rangle+|1\rangle)/\sqrt{2}$



Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Postulado 4: Cada medición local colapsa el estado de un qubit a $|0\rangle$ ó $|1\rangle$
(conocemos la energía exacta del qubit al medir)



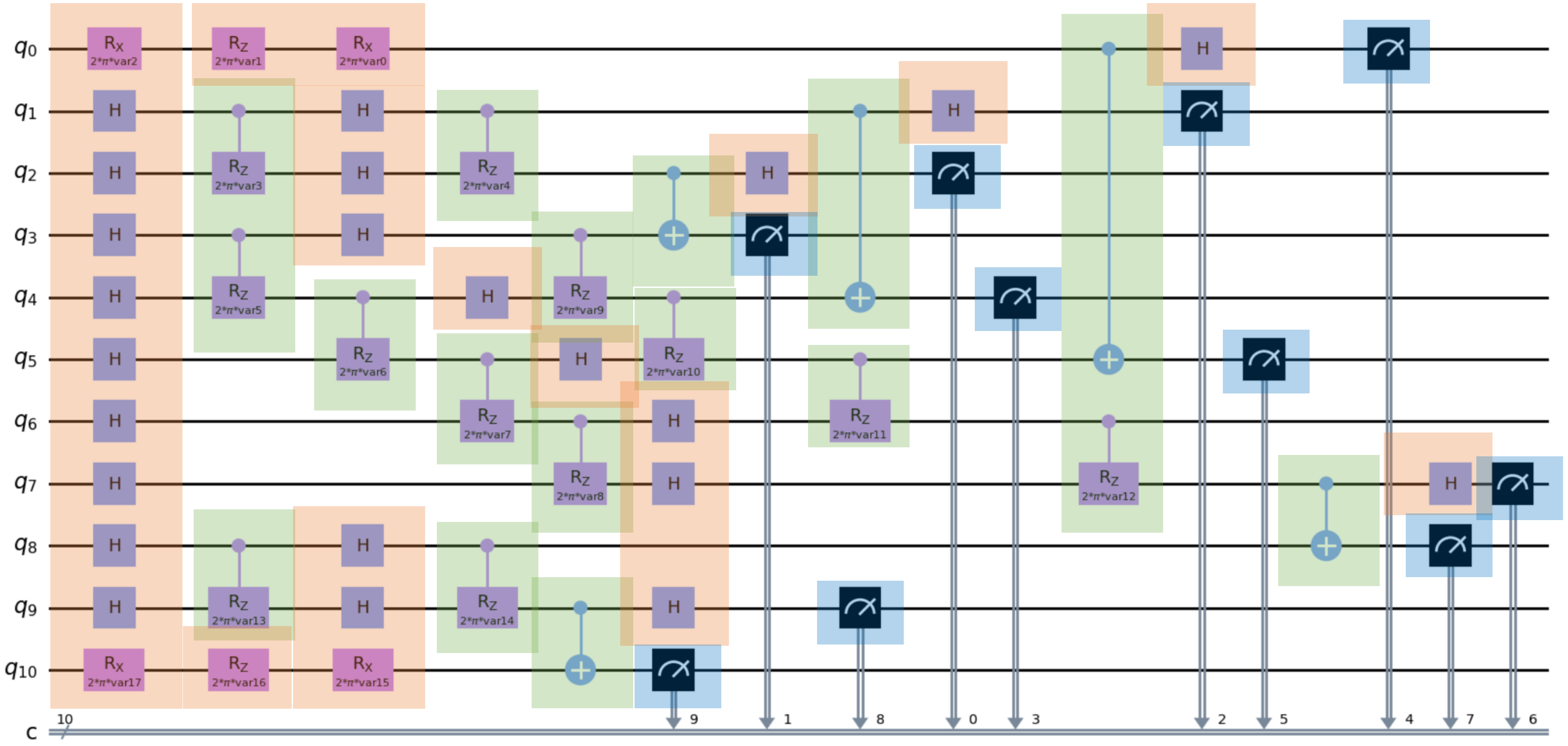
Compuertas locales

Compuertas bipartitas

Mediciones

Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Postulado 5: El colapso a $|0\rangle$ ó $|1\rangle$ en cada medición es probabilista (probabilidades dadas por la regla de Born)



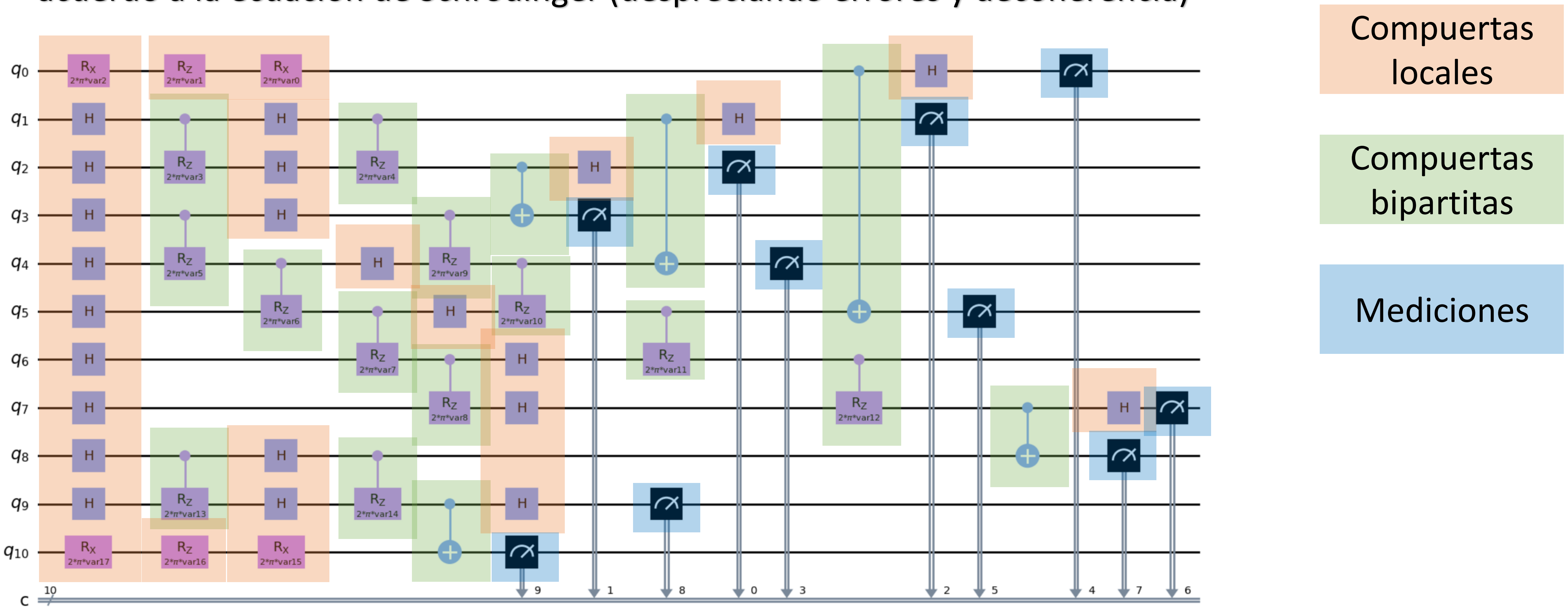
Compuertas locales

Compuertas bipartitas

Mediciones

Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

Postulado 6: El tiempo avanza hacia la derecha. Cada compuerta define un potencial de interacción con un qubit (o un par de qubits) que redirecciona al estado cuántico de acuerdo a la ecuación de Schrödinger (despreciando errores y decoherencia)

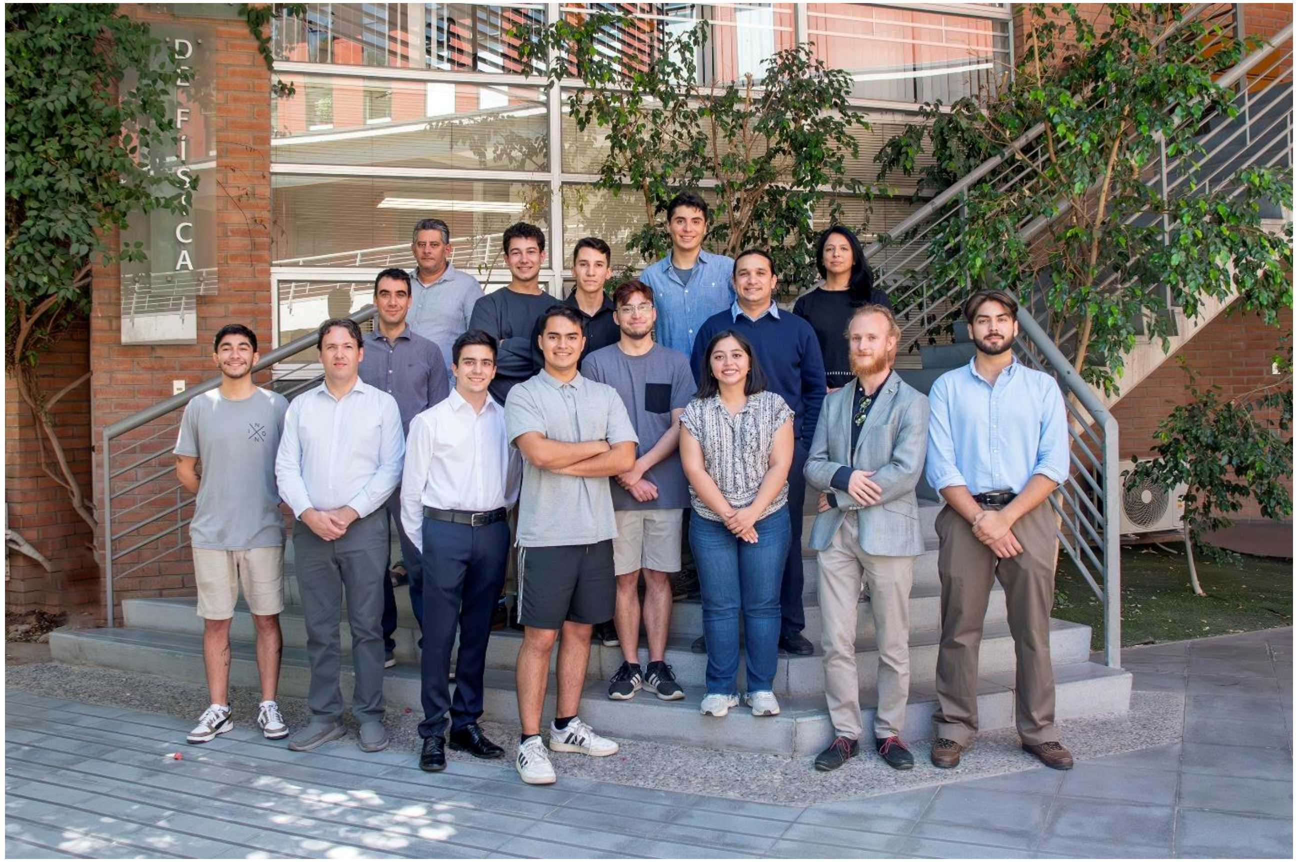


Kartsaklis, D., Fan, I., Yeung, R., Pearson, A., Lorenz, R., Toumi, A., ... & Coecke, B. (2021). lambeq: An efficient high-level python library for quantum NLP. *arXiv preprint arXiv:2110.04236*.

AÑO INTERNACIONAL DE LA

Ciencia y Tecnología Cuántica

El 7 de junio de 2024, las Naciones Unidas proclama el 2025 como el Año Internacional de la Ciencia y la Tecnología Cuántica (IYQ, por sus siglas en inglés) . Según la proclamación, esta iniciativa mundial de un año de duración "se observará a través de iniciativas en todos los niveles destinadas a aumentar la conciencia pública sobre la importancia de la ciencia cuántica y sus aplicaciones."



dardo.goyeneche@uc.cl

Muchas gracias por su atención!