

Abgabe 4 - Angewandte Mathematik - 27.05.2019

Beschreibung der Aufgabenstellung: Ziel dieser Aufgabe war es ein Adaline zu implementieren. Adaline steht für Adaptive Linear Neuron und stellt eine sehr einfache Form des maschinellen Lernens da. Hierzu wurden verschiedene Randbedingungen geschaffen um unsere Adaline realisieren zu können. So stellt dieses eine mathematische Funktion da:

$$g: \mathbb{R}^n \rightarrow \{-1, 1\}$$

$$g(x) = \alpha(f(x))$$

mit

$$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = w_0 * 1 + \sum_{i=1}^n x_i * w_i$$

sowie

$$\alpha: \mathbb{R} \rightarrow \{-1, 1\}, \quad \alpha(x) = \begin{cases} -1, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

Weiterhin bekommt das Adaline noch Gewichte. Diese sind mit „w_i“ (*i* steht für den Laufindex) bezeichnet.

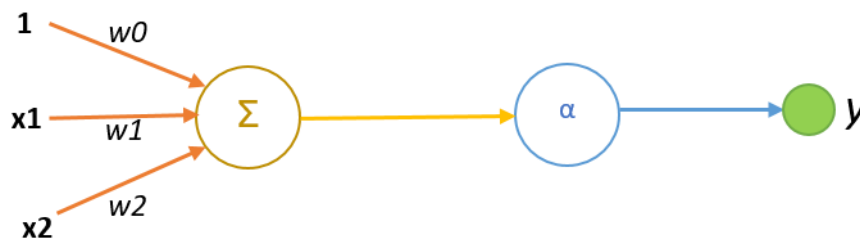


Abb. 1)

Zu Beginn bekommt das Adaline einen Eingangsvektor übergeben. Dieser besteht aus einem Punkt (x₁, x₂). Im Anschluss daran wird unser Vektor mit einem weiteren Vektor multipliziert. So bekommen wir einen neuen Vektor (hier y).

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = x$$

Hierbei stellt nun x unser Skalarprodukt da. Dieses kann nun im nächsten Schritt mittels unserer Funktion Alpha (α) klassifiziert werden. Hierzu muss lediglich das Skalarprodukt als Parameter an die Funktion übergeben werden:

$$\alpha: \mathbb{R} \rightarrow \{-1, 1\}, \quad \alpha(x) = \begin{cases} -1, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

Dies können wir nun für jeden unsere Punkte machen. Nun ist es aber so das, sollten wir diesen Vorgang wiederholen nie eine Verbesserung bemerken. Somit müssen wir auch unsere zuvor bestimmten Gewichte „*verbessern*“. Hierzu nutzen wir eine Trainingsregel:

$$w_j = w_j - \eta * \frac{d}{dw_j} * E^{(i)}$$

Hierbei macht sich unsere Trainingsregel eine weitere Funktion zu Nutze:

$$E^{(i)} = \frac{1}{2} * \left(y^{(i)} - f(x^{(i)}) \right)^2$$

Diese stellt unsere Fehlerfunktion da. Wie nun zu erkennen ist nutzen wir zur Korrektur unserer Gewichte unsere Funktion $E^{(i)}$. Sämtliche Schritte sind der oberen Grafik ebenfalls zu entnehmen (Abb.1). Hierbei wurde jeder Schritt farblich hervorgehoben. So stellt der orange Teil der Grafik den Empfang und die Berechnung des Skalarprodukts da bzw. den einen Teil der Berechnung des Skalars. Im gelben Abschnitt wird nun das wirkliche Skalarprodukt gebildet und an unsere zuvor beschriebene Funktion Alpha (blaue Bereich) übergeben. Alpha klassifiziert nun für uns und übergibt dies an den grünen Teilbereich unseres Adalines welches den Ausgang der Funktion darstellt.