technische universität
dortmund

Arbeit zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Science

Diskontinuierliche Galerkin Methoden zur Lösung der Liouville-von-Neumann-Gleichung

Matthias Jaeger
geboren in Würselen

31. Januar 2019

Lehrstuhl für Hochfrequenztechnik
Fakultät Physik
Technische Universität Dortmund

Erstgutachter:	Prof. Dr. Manfred Bayer
Zweitgutachter:	PD. Dr. Dirk Schulz
Abgabedatum:	17. Juli 2019

Entwicklung

Die Liouville-von-Neumann Gleichung erhält man aus der Liouville-Gleichung wie folgt.

$$\partial_t \hat{\rho} = \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}] \, \hat{H}] \tag{0.1}$$

$$\underbrace{\langle x| \, \partial_t \hat{\rho} \, |y\rangle}_{\equiv \partial_t \rho(x,y)} = \langle x| \, \frac{i}{\hbar} [\hat{\rho}] \, \hat{H}] \, |y\rangle \tag{0.2}$$

$$= \frac{i}{\hbar} \Big(\langle x| \, \hat{\rho}\hat{H} \, |y\rangle - \langle x| \, \hat{H}\hat{\rho} \, |y\rangle \Big) \tag{0.3}$$

1 Wigner Function

Es ist mit $\langle x|\Psi\rangle = \Psi(x)$

$$P(x,p) \equiv \frac{1}{\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \langle x+y| \, \hat{\rho} \, |x-y\rangle \, \mathrm{e}^{2ipy/\hbar} \, \mathrm{d}y \tag{0.4}$$

die Wigner-Funktion gleich der Wigner-transformierten des Dichteoperators $\hat{\rho}$. Die Wigner Transformation ist eine invertierbare Abbildung

$$W \; : \; L(\mathcal{H}, \mathcal{H}) \to \text{Phasenraum}^* \tag{0.5}$$

$$\hat{G} \mapsto g(x,p) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle x - s/2| \, \hat{G} \, |x + s/2\rangle \, \mathrm{e}^{ips/\hbar} \, \mathrm{d}s \tag{0.6}$$