



Abschlusstest: Konsolidierung der Grundlagen Mathematik / Analysis

Name, Vorname	Matrikelnummer	Unterschrift

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Σ Punkte	Ergebnis

Aufgabe 1: (2 Punkte) Untersuchen Sie die Funktion $f: f(x) = (3 \sin x)^2$ auf Beschränktheit. Geben Sie ggf. ein absolutes Maximum oder Minimum an.

Aufgabe 2: (2 Punkte) Welches Symmetrieverhalten hat die Funktion f :
$$f(x) = \frac{\sin x \cdot \cos x}{x^3};$$
 begründen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 3: (3 Punkte) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion $f^{-1}(x)$ und deren maximalen Definitionsbereich:
 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2, D(f) = \mathbb{R}_{+0}$

Aufgabe 4: (2 Punkte) Geben Sie die Gleichung der Tangente der Funktion f :
 $f(x) = 4\sqrt{x}$ an der Stelle $x_0 = 1$ an.

Aufgabe 5: (6 Punkte) Berechnen Sie jeweils die erste Ableitung der Funktion:
a) $f(x) = (2x^2 + 5) \cdot e^{-2x}$ b) $f(x) = (\sin(x) + 7)^5$

Aufgabe 6: (2 Punkte) Bestimmen Sie den Grenzwert: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{x^2 - x}$

Aufgabe 7: (4 Punkte) Bestimmen Sie die Extrem- und Wendestellen der Funktion
 $f: f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x + 1$.
(Die Berechnung der jeweiligen y-Werte ist nicht erforderlich.)

Aufgabe 8: (3 Punkte) Gegeben ist die Funktion f mit einer Nullstelle bei $x_1 = 3$:
 $f(x) = x^3 + 3x^2 - 13x - 15$. Bestimmen Sie weitere Nullstellen und zerlegen Sie f so weit wie möglich in Linearfaktoren.

Aufgabe 9: (3 Punkte) Untersuchen Sie die Funktion f auf Definitionslücken, Nullstellen, Polstellen und hebbare Singularitäten:
$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 3)(x^2 - 2x - 15)}$$

Aufgabe 10: (3 Punkte) Bestimmen Sie eine möglichst einfache gebrochenrationale Funktion mit folgenden Eigenschaften:
 f hat eine Nullstelle bei $x = 1$.
 f hat bei $x = -1$ eine Polstelle ohne Vorzeichenwechsel.
 f hat bei $x = 2$ eine hebbare Singularität.
Der Graph von f geht durch den Punkt $P(-3 | 6)$.