

Correccion Quiz

Quiz #1 - Punto Flotante

7. a) -4.59458739_{10}

Precision = 16 bits

Exponente = 4 bits

Paso 1

$$4/2 = 2$$

$$2/2 = 1$$

$$1/2 = 0$$

$$0.59458739 \times 2 = 1$$

$$0.18917478 \times 2 = 0$$

$$0.37834956 \times 2 = 0$$

$$0.75669912 \times 2 = 1$$

$$0.51339824 \times 2 = 1$$

$$0.02679648 \times 2 = 0$$

$$0.05359296 \times 2 = 0$$

$$0.10718592 \times 2 = 0$$

$$0.21437184 \times 2 = 0$$

$$0.42874368 \times 2 = 0$$

$$0.85748736 \times 2 = 1$$

Paso 2

$$100.10011000001 = 1.0010011000001 \times 2^2$$

Paso 3.

$$\text{bias} = 2^{4-1} - 1 = 7$$

$$\begin{array}{r} 9 \text{ bits} \\ 1 \text{ bit} \\ 0 \text{ bit} \\ 0 \text{ bit} \end{array}$$

Paso 4.

$$\text{Exp} = 2 + 7 = 9 = 1001_2$$

$$\begin{array}{c} S \quad E \quad M \\ 11 \mid 1001 \mid 001001100001 \end{array}$$

$$b) \text{ Value} = (-1)^1 \left(1 + \sum_{i=1}^n 0(11-i)2^{-i} \right) \times 2^{E-7}$$

$$-1 \left(1 + 2^{-3} + 2^{-6} + 2^{-7} \right) \times 2^{9-7} = -4.59375$$

$$K_p = \frac{|P - \hat{P}|}{|P|} = \frac{-4.59458739 - (-4.59375)}{-4.59458739} = 1.82256 \times 10^{-4}$$

8. 4.29459816₁₀

Precision = 16 bits

Exp = 3 bits

$$4_{10} = 100_2$$

$$0.29459816 \times 2 = 0$$

$$0.83475777 \times 2 = 1$$

$$0.58919632 \times 2 = 1$$

$$0.17839264 \times 2 = 0$$

$$0.35678528 \times 2 = 0$$

$$0.71357056 \times 2 = 1$$

$$0.42714112 \times 2 = 0$$

$$0.85428224 \times 2 = 1$$

$$0.70856448 \times 2 = 1$$

$$0.41712896 \times 2 = 0$$

$$100.01001011 = 1.000100101101 \times 2^3$$

$$\text{bias} = 2^{3-1} - 1 = 3$$

$$\text{Exp} = 2 + 3 = 5 = 101_2$$

$$\begin{array}{r} 5 \div 2 = 2 \text{ R } 1 \\ 2 \div 2 = 1 \text{ R } 0 \\ 1 \div 2 = 0 \text{ R } 1 \\ \hline 101 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c} S & E & M \\ \hline 0 & 101 & 000100101101 \end{array}$$

$$\text{Value} = (-1)^0 \left[1 + 2^{-4} + 2^{-7} + 2^{-9} + 2^{-10} + 2^{-12} \right] \times 2^2 = 4.293945313$$

$$\text{RP} = \left| \frac{P - \hat{P}}{P} \right| = 1.52016 \times 10^{-4}$$

9. -71.10369740₁₀

Precision = 16

exp = 4 bits

$$71 / 2 = 1$$

$$35 / 2 = 1$$

$$17 / 2 = 1$$

$$8 / 2 = 0$$

$$4 / 2 = 0$$

$$2 / 2 = 0$$

$$1 / 2 = 1$$

$$0.10369740 \times 2 = 0$$

$$0.2073948 \times 2 = 0$$

$$0.4147896 \times 2 = 0$$

$$0.8295792 \times 2 = 1$$

$$0.6591584 \times 2 = 1$$

$$1000111.00011 = 100011100011 \times 2^6$$

$$\text{bias} = 2^{4-1} - 1 = 7$$

$$\text{Exp} = 6 + 7 = 13 = 1101_2$$

$$13 / 2 = 1$$

$$6 / 2 = 0$$

$$3 / 2 = 1$$

$$1 / 2 = 1$$

$$\begin{array}{c|c|c} S & E & M \\ \hline 1 & 1101 & 00011100011 \end{array}$$

$$b) (-1)^1 \left[1 + z^{-4} + z^{-5} + z^{-6} + z^{-10} + z^{-11} \right] z^6 = -71.09375$$

$$R_p = \left| \frac{P - \hat{P}}{P} \right| = 1.39899 \times 10^{-4}$$

10. 7.98769552_{10}

Precision = 16 bits 3 bits

$$7/2 = 1$$

$$3/2 = 1$$

$$1/2 = 1$$

$$111.1111110011$$

$$1.111111110011 \times 2^2$$

$$\text{bias} = 2^{3-1} - 1 = 3$$

$$\text{Exp} = 2 + 3 = 5 = 101_2$$

| S | E | M |
|---|-----|--------------|
| 0 | 101 | 111111110011 |

$$(-1)^0 \left[1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} + z^{-5} + z^{-6} + z^{-7} + z^{-8} + z^{-11} + z^{-12} \right] z^2$$

$$= 7.987304688$$

$$R_p = \left| \frac{P - \hat{P}}{P} \right| = 4.90544 \times 10^{-5}$$

11. -9.60458915_{10}

Precision = 16 bits Exp = 4

$$9/2 = 1$$

$$4/2 = 0$$

$$2/2 = 0$$

$$1/2 = 1$$

$$0.60458915 \times 2 = 1$$

$$0.7091743 \times 2 = 0$$

$$0.4183480 \times 2 = 0$$

$$0.8366960 \times 2 = 1$$

$$0.6733944 \times 2 = 1$$

$$0.3467888 \times 2 = 0$$

$$0.6935776 \times 2 = 1$$

$$0.3871552 \times 2 = 0$$

$$1001.10011010 = 1.00110011010 \times 2^3$$

$$\text{bias} = 2^{4-1} - 1 = 7$$

$$\text{Exp} = 7 + 3 = 10 = 1010_2$$

| S | E | M |
|---|------|-------------|
| 1 | 1010 | 00110011010 |

$$(-1) \left[1 + 2^{-3} + 2^{-4} + 2^{-5} + 2^{-6} + 2^{-7} + 2^{-8} + 2^{-9} + 2^{-10} \right] \times 2^3 = -9.6015625$$

$$R_r = \left| \frac{p - \hat{p}}{\hat{p}} \right| = 3.19919 \times 10^{-1}$$

12. 2891.078129,0

Perimeter = 32 m

$$C_{10} = 8$$

$$2891 / 2 = 1$$

$$1445 \div 2 =$$

$$727 \div 7 = 0$$

$$369 \div 2 = 1$$

$$180 / 2 = 90$$

$$90 \div 2 = 0$$

$$451 \cdot 2 = 1$$

$$22 \mid 2 = 0$$

$$11 \ 1 \ 2 = 1$$

$$51 \quad 2 \quad = \quad 1$$

| | | | |
|----|---|---|---|
| 21 | 2 | 2 | 0 |
|----|---|---|---|

$$1/2 = 1$$

$$0.078125 \times 2 = 0$$

$$O. 1367S \quad XZ = O$$

$0.3175 \times 2 = 0.635$

$0.625 \times 2 = 1.25$

$$0.75 \times 2 = 1.5$$

$$5.05 \times 2 = 1$$

101101001011, 000101

$$1. CH_3CH_2CH_2CH_2COOCH_3 \quad C_{6H_{12}O_2} \times 7$$

$$\text{bias} = 177$$

$$Exp = 11 + 127 = 138$$

$$138 / 2 = 69$$

$$691 \cdot 2 = 1$$

$$3417 = 0$$

| | | | | |
|----|---|---|---|---|
| 17 | 1 | 2 | = | 1 |
|----|---|---|---|---|

$812 = 0$

$$4/2 = 0$$

$$712 = 0$$

$$112 = 1$$

[illegible]

13. $\begin{matrix} S_1 & & C & & M \\ 1101010110011000100000100010 \end{matrix}$

$$\text{Exp.} = 2^5 + 2^5 + 2^0 + 2^0 = 56$$

$$(-1)^1 \left[2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-6} + 2^{-7} + 2^{-11} + 2^{-18} + 2^{-22} \right] \times 2^{-74} = 2.111916958 \times 10^{-11}$$

14. 7954.09 32 bits $E_p = 8$ (2005-10)

$$\begin{aligned}
 7954 / 2 &= 0 \\
 3977 / 2 &= 1 \\
 1988 / 2 &= 0 \\
 994 / 2 &= 0 \\
 497 / 2 &= 1 \\
 248 / 2 &= 0 \\
 124 / 2 &= 0 \\
 62 / 2 &= 0 \\
 31 / 2 &= 1 \\
 15 / 2 &= 1 \\
 7 / 2 &= 1 \\
 3 / 2 &= 1 \\
 1 / 2 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0.09 \times 2 &= 0 \\
 0.18 \times 2 &= 0 \\
 0.36 \times 2 &= 0 \\
 0.72 \times 2 &= 1 \\
 0.44 \times 2 &= 0 \\
 0.88 \times 2 &= 1 \\
 0.76 \times 2 &= 1 \\
 0.52 \times 2 &= 1 \\
 0.04 \times 2 &= 0 \\
 0.08 \times 2 &= 0 \\
 0.16 \times 2 &= 0 \\
 0.32 \times 2 &= 0 \\
 0.64 \times 2 &= 1
 \end{aligned}$$

1111100010010.0001011000

1.111100010010001011000 $\times 2^{12}$

$$exp = 12 + 12 = 139$$

$$\begin{aligned}
 139 / 2 &= 1 \\
 69 / 2 &= 1 \\
 34 / 2 &= 0 \\
 17 / 2 &= 1 \\
 8 / 2 &= 0 \\
 4 / 2 &= 0 \\
 2 / 2 &= 0 \\
 1 / 2 &= 1
 \end{aligned}$$

S E M
 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1

15. 1001101110010001000100000100001

$$exp = 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^1 + 2^0 = 55$$

$$(-1)^1 \left(1 + 2^{-3} + 2^{-7} + 2^{-11} + 2^{-15} + 2^{-19} \right) \times 2^{-12} = -2.399249095 \times 10^{-4}$$

16. 6317.9135₁₀

32 bits

exp

bias = 129

$$6317 / 2 = 1$$

$$3158 / 2 = 0$$

$$1579 / 2 = 1$$

$$789 / 2 = 1$$

$$394 / 2 = 0$$

$$197 / 2 = 1$$

$$98 / 2 = 0$$

$$49 / 2 = 1$$

$$24 / 2 = 0$$

$$12 / 2 = 0$$

$$6 / 2 = 0$$

$$3 / 2 = 1$$

$$1 / 2 = 1$$

$$0.9135 \times 2 = 1$$

$$0.8272 \times 2 = 1$$

$$0.6544 \times 2 = 1$$

$$0.3088 \times 2 = 0$$

$$0.6176 \times 2 = 1$$

$$0.7352 \times 2 = 0$$

$$0.4704 \times 2 = 0$$

$$0.9408 \times 2 = 1$$

$$0.8816 \times 2 = 1$$

$$0.7632 \times 2 = 1$$

$$0.5264 \times 2 = 1$$

$$0.0528 \times 2 = 0$$

1 10001010 1101. 1110100 11110

1. 1000 1010 1101 1110 100 11110 $\times 2^{12}$

exp = 127 + 12 = 139 = 10001011

$$\begin{array}{c|c} S & E \\ \hline 0 & 10001011 \end{array} \quad \begin{array}{c} M \\ \hline 10001010110111101001111 \end{array}$$

Quiz #2:

$$1. \frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + O(x^4)$$

$$\bullet \sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + O(x^7)$$

$$a) \frac{1}{\sqrt{1+x}} + \sin(x) = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16} + O(x^4)$$

$$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + O(x^7) = 1 + \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16} + O(x^4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \sin(x) = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16} + O(x^4)$$

El orden de aproximación es: $O(x^4)$

$$b) \frac{1}{\sqrt{1+x}} \sin(x) = \left(1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16} + O(x^4)\right) \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + O(x^7)\right)$$

$$= \left(1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16}\right) \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\right) + \left(1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16}\right) O(x^4) +$$

$$+ \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\right) O(x^4) + O(x^4) O(x^4)$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^4}{12} - \frac{x^6}{240} + \frac{3x^5}{8} - \frac{3x^5}{48} + \frac{3x^7}{960} - \frac{5x^7}{16} + \frac{5x^6}{96} - \frac{5x^8}{1920} +$$

$$O(x^7) + O(x^5) + O(x^4) = x - \frac{x^3}{2} + \frac{x^3}{24} - \frac{11x^4}{48} + O(x^5)$$

El orden de aproximación es: $O(x^5)$

$$2. \cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + O(x^6)$$

$$\bullet \sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + O(x^7)$$

$$a) \cos(x) + \sin(x) = x - \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + O(x^6) + O(x^7)$$

$$\cos(x) + \sin(x) = x - \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^5}{5!} + O(x^6)$$

Orden de Aproximación = $O(x^6)$

$$b) \cos(x) \sin(x) = \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}\right) \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\right) + \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!}\right) O(x^6) +$$

$$\left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\right) O(x^6) + O(x^6) O(x^6)$$

$$= x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^5}{12!} + \frac{x^5}{12} - \frac{x^7}{240} + \frac{x^5}{4!} - \frac{x^7}{144} - \frac{x^9}{720} + O(x^7) + O(x^7) +$$

$$O(x^6) = x - \frac{2x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + O(x^7)$$

Orden de Aproximación = $O(x^7)$

$$3. \circ \frac{1}{1-x} = 1 - x + x^2 + x^3 + O(x^4)$$

$$\circ \cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + O(x^6)$$

$$a) \frac{1}{1-x} + \cos(x) = 2 - x + \frac{x^2}{2} + x^3 + \frac{x^4}{4} + O(x^4) + O(x^6)$$

$$\frac{1}{1-x} + \cos(x) = 2 - x + \frac{x^2}{2} + x^3 + O(x^4)$$

Orden de Aproximación: $O(x^4)$

$$b) \frac{1}{1-x} \cdot \cos(x) = (1 - x + x^2 + x^3) \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \right) + O(x^6)$$

$$(1 - x + x^2 + x^3) O(x^6) + \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \right) O(x^4) + O(x^4) O(x^6)$$

$$= 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - x + \frac{x^3}{2!} - \frac{x^5}{4!} + x^2 - \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{4!} + x^3 - \frac{x^5}{2!} + \frac{x^7}{4!} +$$

$$O(x^6) + O(x^4) + O(x^{10}) = 1 + \frac{x^2}{2!} - x - \frac{3x^3}{2!} + O(x^4)$$

Orden de Aproximación: $O(x^4)$

4.

$$4. \circ e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + O(x^5)$$

$$\circ \cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + O(x^6)$$

$$a) e^x + \cos(x) = 2 + x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{12} + O(x^5) + O(x^6)$$

$$e^x + \cos(x) = 2 + x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{12} + O(x^5)$$

Orden de Aproximación: $O(x^5)$

$$\circ e^x \cdot \cos(x) = \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} \right) \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \right) + \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} \right) O(x^6)$$

$$\left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} \right) O(x^6) + O(x^5) O(x^6) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + x - \frac{x^3}{2!} + \frac{x^5}{4!} + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{4!} + x^3 - \frac{x^5}{2!} + \frac{x^7}{4!} +$$

$$\frac{x^3}{3!} - \frac{x^5}{12} + \frac{x^7}{144} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{48} + \frac{x^8}{576} + O(x^6) + O(x^5) + O(x^{11})$$

$$1 + x - \frac{x^3}{3} + O(x^5)$$

Orden de Aproximación $O(x^5)$

$$5. e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + O(x^5)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + O(x^4)$$

$$a) e^x + \frac{1}{\sqrt{1+x}} = 2 + x + \frac{7}{8}x^2 - \frac{7}{96}x^3 + \frac{x^4}{4!} + O(x^4) + O(x^5)$$

$$= 2 + x + \frac{7}{8}x^2 - \frac{7}{96}x^3 + O(x^4)$$

Orden de Aproximación $O(x^4)$

$$b) e^x \cdot \frac{1}{\sqrt{1+x}} = \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!}\right) \left(1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16}\right) +$$

$$\left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!}\right) O(x^4) + \left(1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16}\right) O(x^5) +$$

$$O(x^5) O(x^4) = 1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16} + x - \frac{x^2}{2} + \frac{3x^3}{8} - \frac{5x^4}{16} + \frac{x}{2!} - \frac{x^2}{4} + \frac{3x^4}{16} -$$

$$\frac{x^5}{32} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{12} + \frac{3x^5}{48} - \frac{5x^6}{96} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^5}{48} + \frac{3x^6}{192} - \frac{5x^7}{384} +$$

$$O(x^5) + O(x^4) + O(x^9) = 1 + x^2 - \frac{x^2}{8} - \frac{x^3}{48} + O(x^4)$$

Orden de Aproximación

$$6. \ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + O(x^5)$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + O(x^7)$$

$$a) \ln(1+x) + \sin(x) = 2x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5!} + O(x^5) + O(x^7)$$

$$= 2x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{4} + O(x^5)$$

Orden de Aproximación $O(x^5)$

$$b) \ln(1+x) \approx \ln(x) = \left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right) \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\right)$$

$$\left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right) O(x^5) + \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}\right) O(x^3) + O(x^3) O(x^5)$$

$$= x^2 - \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} - \frac{x^7}{2} + \frac{x^5}{12} - \frac{x^7}{240} + \frac{x^4}{6} - \frac{x^6}{16} - \frac{x^8}{240} +$$

$$\frac{x^5}{4} - \frac{x^7}{24} + \frac{x^9}{720} + O(x^9) + O(x^6) + O(x^{12})$$

$$= x^2 - \frac{x^3}{2} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^5}{3} + O(x^6)$$

Orden de Aproximación $O(x^6)$

Quiz # 3

$$1. f(x) = 2\sin(\sqrt{x}) - x = 0$$

$$x_0 = 0.5$$

$$g(x) = 2\sin(\sqrt{x})$$

$$x_1 = g(x_0) = 1.299273878$$

$$x_2 = g(x_1) = 1.819147504$$

$$x_3 = g(x_2) = 1.950573917$$

$$x_4 = g(x_3) = 1.967942513$$

$$x_5 = g(x_4) = 1.972068221$$

$$x_6 = g(x_5) = 1.97349192$$

$$x_7 = g(x_6) = 1.972376656$$

$$x_8 = g(x_7) = 1.972320486$$

$$x_9 = g(x_8) = 1.972380938$$

$$x_{10} = g(x_9) = \underline{1.972380791}$$

$$2. f(x) = x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$$

$$x_0 = 1$$

$$g(x) = \frac{x^2 + 20}{x^2 + 2x + 10}$$

$$x_1 = g(x_0) = 1.538461538$$

$$x_2 = g(x_1) = 1.295019157$$

$$x_3 = g(x_2) = 1.401825309$$

$$x_4 = g(x_3) = 1.35420939$$

$$x_5 = g(x_4) = 1.375298092$$

$$x_6 = g(x_5) = 1.365929488$$

$$x_7 = g(x_6) = 1.370086003$$

$$x_8 = g(x_7) = 1.368241024$$

$$x_9 = g(x_8) = 1.367059812$$

$$x_{10} = g(x_9) = \underline{1.368696398}$$

3. Determinar si $f(x) = 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4}$ en el intervalo $[1,3]$

$$x_0 = 1$$

$$x + f(x) = 2 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} \quad \frac{5}{4} = 1.25$$

$$g(x) = 2 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4}$$

$$x = -4$$

$$g(1) = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$g(3) = -\frac{7}{4} = -1.75$$

No cumple el teorema

4. Determinar si $f(x) = 2^{-x}$ tiene un unico punto fijo en el intervalo $[0,1]$ x_0

$$g(x) = 2^{-x}$$

$$g'(x) = -\ln(2) \cdot 2^{-x}$$

$$g(0) = 1$$

$$g(1) = 1/2$$

$$g'(x) < 1$$

$$\begin{aligned} x_1 &= g(x_0) = 0.70711 \\ x_2 &= g(x_1) = 0.51255 \\ x_3 &= g(x_2) = 0.65404 \\ x_4 &= g(x_3) = 0.63350 \\ x_5 &= g(x_4) = 0.64372 \\ x_6 &= g(x_5) = 0.64006 \\ x_7 &= g(x_6) = 0.64169 \\ x_8 &= g(x_7) = 0.64096 \\ x_9 &= g(x_8) = 0.64128 \\ x_{10} &= g(x_9) = 0.64114 \end{aligned}$$

$$5. f(x) = x^2 - x - 3$$

$$x_0 = 16$$

$$f'(x) = 2x - 1$$

$$p_1 = p_0 - \frac{f(p_0)}{f'(p_0)} = 2.52727$$

$$p_3 = p_2 - \frac{f(p_2)}{f'(p_2)} = 2.30182$$

$$p_2 = p_1 - \frac{f(p_1)}{f'(p_1)} = 2.31521$$

6. $f(x) = x^3 - 3x - 2$ $x_0 = 2.1$ $f'(x) = 3x^2 - 3$

$$P_1 = P_0 - \frac{f(P_0)}{f'(P_0)} = 2.00606$$

$$P_2 = P_1 - \frac{f(P_1)}{f'(P_1)} = 2.00002$$

$$P_3 = P_2 - \frac{f(P_2)}{f'(P_2)} = 2.0000$$

7. $f(x) = x^2 - x - 3$ $x_0 = 0$ $f'(x) = 2x - 1$

$$P_1 = P_0 - \frac{f(P_0)}{f'(P_0)} = -3$$

$$P_2 = P_1 - \frac{f(P_1)}{f'(P_1)} = -1.71429$$

$$P_3 = P_2 - \frac{f(P_2)}{f'(P_2)} = -1.34101$$

$$P_4 = P_3 - \frac{f(P_3)}{f'(P_3)} = -1.30317$$

8. $f(x) = (x-2)^2$ $x_0 = 2.1$ $f'(x) = 2(x-2)$

$$P_1 = P_0 - \frac{f(P_0)}{f'(P_0)} = 2.05$$

$$P_2 = P_1 - \frac{f(P_1)}{f'(P_1)} = 2.025$$

$$P_3 = P_2 - \frac{f(P_2)}{f'(P_2)} = 2.0125$$

$$P_4 = P_3 - \frac{f(P_3)}{f'(P_3)} = 2.00625$$

Quiz No. 1: Punto Flotante

1. ¿Cuál es el bias para un computador con 64 bits de precisión?
☒ A. 1023
B. 1025
C. 2047
D. 2049
2. Según el formato de punto flotante-IEEE 754 estándar, ¿cómo se representa un valor tipo NaN?
☒ A. signo = 0 ó 1, exponente = todo 1, mantisa ≠ 1.
☒ B. signo = 0 ó 1, exponente = todo 1, mantisa ≠ 0.
C. signo = 0 ó 1, exponente = todo 1, mantisa = 0.
D. signo = 0 ó 1, exponente = todo 0, mantisa ≠ 0.
3. Según el formato de punto flotante-IEEE 754 estándar para una precisión de 64 bits, ¿cómo se encuentran distribuidos estos bits?
A. signo = 1 bit, exponente = 8 bits, mantisa = 55 bits.
B. signo = 1 bit, exponente = 40 bits, mantisa = 23 bits.
☒ C. signo = 1 bit, exponente = 11 bits, mantisa = 52 bits.
D. signo = 1 bit, exponente = 16 bits, mantisa = 47 bits.
4. Según el formato de punto flotante-IEEE 754 estándar, ¿cómo se representa un valor más infinito?
A. signo = 0, exponente = todo 1, mantisa ≠ 0.
☒ B. signo = 0, exponente = todo 1, mantisa = 0.
C. signo = 1, exponente = todo 1, mantisa = 0.
D. signo = 1, exponente = todo 0, mantisa ≠ 0.
5. ¿Cómo se calcula el bias?
A. $bias = 2^{exp+1} - 1$
B. $bias = 2^{exp-1} + 1$
☒ C. $bias = 2^{exp-1} - 1$
D. $bias = 2^{exp-1}$
6. El valor real asociado a un número binario dado con precisión de 32 bits se calcula a través de la fórmula:
A. $value = (-1)^S (1 + \sum_{i=1}^{23} d_{(23-i)} 2^{-i}) \times 2^{(127-E)}$
B. $value = (-1)^S (1 + \sum_{i=1}^{23} d_{(23-i)} 2^{-i}) \times 2^{(E-1024)}$
C. $value = (-1)^{-S} (1 + \sum_{i=1}^{23} d_{(23-i)} 2^{-i}) \times 2^{(E-127)}$
☒ D. $value = (-1)^S (1 + \sum_{i=1}^{23} d_{(23-i)} 2^{-i}) \times 2^{(E-127)}$
7. Determine el formato de punto flotante para almacenar el número -4.59458739 base 10 en una computadora con 16 bits de precisión y exponente de 4 bits.
 - ¿Cuál es el error relativo entre el número decimal -4.59458739 y el valor que realmente se almacenó en representación punto flotante de 16 bits?
8. Determine el formato de punto flotante para almacenar el número 4.29459816 base 10 en una computadora con 16 bits de precisión y exponente de 3 bits.

- ¿Cuál es el error relativo entre el número decimal 4.29459816 y el valor que realmente se almacenó en representación punto flotante de 16 bits?
9. Determine el formato de punto flotante para almacenar el número -71.10369740 base 10 en una computadora con 16 bits de precisión y exponente de 4 bits.
 - ¿Cuál es el error relativo entre el número decimal -71.10369740 y el valor que realmente se almacenó en representación punto flotante de 16 bits?
 10. Determine el formato de punto flotante para almacenar el número 7.98769652 base 10 en una computadora con 16 bits de precisión y exponente de 3 bits.
 - ¿Cuál es el error relativo entre el número decimal 7.98769652 y el valor que realmente se almacenó en representación punto flotante de 16 bits?
 11. Determine el formato de punto flotante para almacenar el número -9.60458715 base 10 en una computadora con 16 bits de precisión y exponente de 4 bits.
 - ¿Cuál es el error relativo entre el número decimal -9.60458715 y el valor que realmente se almacenó en representación punto flotante de 16 bits?
 12. Determine el formato de punto flotante para almacenar el número 2891.078125 base 10 en una computadora con 32 bits de precisión.
 13. Convierta a decimal el siguiente número en punto flotante de 32 bits:
10011010101100110000100000100010
 14. Determine el formato de punto flotante para almacenar el número 7954.09 base 10 en una computadora con 32 bits de precisión.
 15. Convierta a decimal el siguiente número en punto flotante de 32 bits:
10011011100100010000100000100001
 16. Determine el formato de punto flotante para almacenar el número 6317.9136 base 10 en una computadora con 32 bits de precisión.

Quiz No. 2: Orden de Aproximación

1.

Dados los desarrollos de Taylor ($|x| < 1$):

- $\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \mathcal{O}(x^4)$
- $\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \mathcal{O}(x^7)$

Determinar el orden de aproximación de la suma $\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \sin(x)$

Determinar el orden de aproximación del producto $\frac{1}{\sqrt{1+x}} \sin(x)$

2.

Dados los desarrollos de Taylor ($|x| < 1$):

- $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \mathcal{O}(x^6)$
- $\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \mathcal{O}(x^7)$

Determinar el orden de aproximación de la suma $\cos(x) + \sin(x)$

Determinar el orden de aproximación del producto $\cos(x) \sin(x)$

3.

Dados los desarrollos de Taylor ($|x| < 1$):

- $\frac{1}{1-x} = 1 - x + x^2 + x^3 + \mathcal{O}(x^4)$
- $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \mathcal{O}(x^6)$

Determinar el orden de aproximación de la suma $\frac{1}{1-x} + \cos(x)$

Determinar el orden de aproximación del producto $\frac{1}{1-x} \cos(x)$

4.

Dados los desarrollos de Taylor ($|x| < 1$):

- $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \mathcal{O}(x^5)$
- $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \mathcal{O}(x^6)$

Determinar el orden de aproximación de la suma $e^x + \cos(x)$

Determinar el orden de aproximación del producto $e^x \cos(x)$

5.

Dados los desarrollos de Taylor ($|x| < 1$):

- $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \mathcal{O}(x^5)$
- $\frac{1}{\sqrt{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{16}x^3 + \mathcal{O}(x^4)$

Determinar el orden de aproximación de la suma $e^x + \frac{1}{\sqrt{1+x}}$

Determinar el orden de aproximación del producto $e^x \frac{1}{\sqrt{1+x}}$

Dados los desarrollos de Taylor ($|x| < 1$):

- $\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \mathcal{O}(x^5)$
- $\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \mathcal{O}(x^7)$

Determinar el orden de aproximación de la suma $\ln(1+x) + \sin(x)$

Determinar el orden de aproximación del producto $\ln(1+x) \sin(x)$

Quiz No. 3: Métodos para resolver ecuaciones no lineales

1. Use el método de punto fijo para encontrar la raíz de la función $f(x) = 2 \sin(\sqrt{x}) - x$. Además, use como punto de inicio $x_0 = 0.5$ con 10 iteraciones.
2. Use el método de punto fijo para encontrar una raíz real de la función $f(x) = x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$. Además, use como punto de inicio $x_0 = 1$ con 10 iteraciones.
3. Determine rigurosamente si la función $f(x) = 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4}$ tiene un único punto fijo en el intervalo $[1,3]$. Si es así, determine el punto fijo usando 10 iteraciones y punto inicial $x_0 = 1$.
4. Determine rigurosamente si la función $f(x) = 2^{-x}$ tiene un único punto fijo en el intervalo $[0,1]$. Si es así, determine el punto fijo usando 10 iteraciones y punto inicial $x_0 = 0.5$.
5. Aplique el método de Newton-Raphson para encontrar una raíz de la función $f(x) = x^2 - x - 3$. Empiece con $x_0 = 1.6$ hasta encontrar x_3 .
6. Aplique el método de Newton-Raphson para encontrar una raíz de la función $f(x) = x^3 - 3x - 2$. Empiece con $x_0 = 2.1$ hasta encontrar x_3 .
7. Aplique el método de Newton-Raphson para encontrar una raíz de la función $f(x) = x^2 - x - 3$. Empiece con $x_0 = 0$ hasta encontrar x_4 .
8. Aplique el método de Newton-Raphson para encontrar una raíz de la función $f(x) = (x - 2)^2$. Empiece con $x_0 = 2.1$ hasta encontrar x_4 .