Informe Laboratorio: Análisis Numérico
Práctica No. 7

Juan Camilo Marín García
Código: 2172969
Grupo: B1
Escuela de ingeniería de sistemas e informática
Universidad Industrial de Santander

24 de julio de 2020

1. INTRODUCCION

Si se desea marcar una tendencia, los polinomios de ajuste exacto no son los más adecuados, por ello se descartan métodos como Interpolación de LaGrange o de Newton, en vez de estos, se busca mejor encontrar una curva más simple, que tal vez no toque ningún punto, pero que pase cerca de cada uno de ellos.

En la búsqueda de encontrar una curva "cercana" a una serie de puntos, es necesario definir como medir el error que se comete al seleccionar una función f(x). Para ello existen varias posibilidades, pero para este laboratorio usaremos el ***Error Cuadrático,*** el cual tiene la ventaja de no presentar problemas de diferenciabilidad y esta definido por:

$$E_c = \sum_{i=0}^{n} (y_i - f(x_i))^2$$

Ecuación 1 Error Cuadratico

2. DESARROLLO

En la selección de función de ajuste normalmente se escoge una combinación lineal de familias de funciones base, siendo la familia de monomios una de estas.

Cuando se usan familias de monomios {1, x, x^2, …}, combinaciones lineales de elementos de esta base producen un polinomio, y el caso más simple es cuando se usan los primeros dos elementos de la base {1, x}, obteniéndose polinomios de grado 1. Ahora, la idea es entonces determinar una recta y = Ax + b que pase cerca de la familia de puntos (x_0, y_0), (x_1, y_1), … ,(x_n, y_n).

1. Para demostrar su funcionamiento de este método, se creó un programas en Matlab que permite obtener los coeficientes A y B para obtener una "curva" aproximada a que pasa por o muy cerca a los puntos establecidos.

x_k	y_k	$f(x_k)$
-8	6.8	7.32
-2	5	3.81
0	2.2	2.64
4	0.5	0.30
6	1.3	-0.87

Tabla 1 Datos Ejercicio de Implementación

Inicialmente se crean dos vectores, uno para las posiciones en x, y otro para las posiciones en y, luego se envían como parámetro a la función *my_lsline_Camilo_Marin()*.

```
x = [-8 -2 0 4 6];
y = [6.8 5, 2.2 0.5 -1.3];
[a, b] = my_lsline_Camilo_Marin(x,y);
```

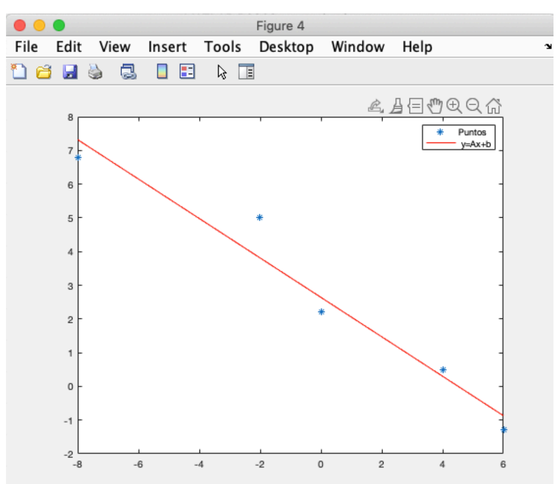
Esta función procesará la información recibida y retornará los valores de A y B respectivamente.

```
a =

   -0.5850


b =

    2.6400
```

Una vez obtenidos, ya es posible formar una recta tal que y=Ax+b:

```
y=-0.585x+2.64
```

Y por ultimo se procede a realizar la grafica de esta función:



Gráfica 1 Ejercicio Implementacion

2. Para la segunda parte del laboratorio, se dio solución a un problema de interpretación usando el método de polinomios mínimos cuadrados, basado en la tercera ley de Kepler que dice "Para un planeta dado, el cuadrado de su periodo orbital es proporcional al cubo de su distancia media al Sol". Esto es,

$$\boldsymbol{T^2 = C * r^3}$$

Ecuación 2 Tercera Ley de Kepler

Donde:

T: Periodo del planeta. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el segundo (s)
C: Constante de proporcionalidad. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el segundo al cuadrado partido metro cúbico (s2/m3)
r: Distancia media al Sol. Por las propiedades de la elipse se cumple que su valor coincide con el del semieje mayor de la elipse, a. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el metro (m).

El ejercicio plantea la siguiente familia de puntos:

Planet	**Period** [days]	**Semi-major axis** $\times 10^6$[km]
Mercury	87.97	57.91
Venus	224.70	108.70
Earth	365.26	149.60
Mars	686.98	227.92
Jupiter	4332.59	778.57
Saturn	10759.22	1433.53
Uranus	30685.40	2872.46
Neptune	60189.00	4495.06

Tabla 2 Eje Orbital y Día del Sistema Solar

Para resolver el ejercicio primero se procedió a realizar las respectivas conversiones de unidas en los puntos anteriores, pasando los días a segundos y valores de distancia de kilómetros a metros.

Luego,

$$\boldsymbol{T^2 = C * r^3}$$

Aplicando Logaritmo en base 10 a ambos lados tenemos:

$$\boldsymbol{Log_{10}(T^2) = Log_{10}(C * r^3)}$$

Y por propiedades de los logaritmos queda:

$$\boldsymbol{Log_{10}(T^2) = Log_{10}(r^3) + Log_{10}(C)}$$

Obteniendo una recta de la forma y=Ax+b, donde y = $Log_{10}(T^2)$, x = $Log_{10}(r^3)$, A = 1 y B = $Log_{10}(C)$.

Luego, se calcularon los nuevos valores de x e y teniendo en cuenta que ahora deben cumplir con la ecuación expuesta anteriormente, obteniendo:

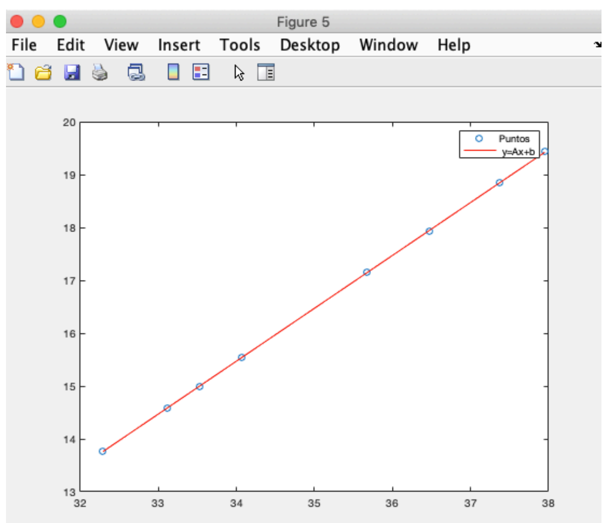
```
xn =

   32.2883   33.1087   33.5248   34.0733   35.6739   36.4690   37.3748   37.9582

yn =

   13.7617   14.5762   14.9982   15.5469   17.1465   17.9366   18.8469   19.4321
```

Siendo xn y yn los nuevos valores de x e y respectivamente.

Con esta nueva familia de puntos se procedió a calcular los valores de A y B usando la función ya creada en el primer inciso del informe. Al hacerlo se obtuvo que:

```
y=1x+-18.5291
```

Y ya teniendo la función, fue posible realizar su respectiva grafica,



Gráfica 2 Relación entre Periodos Orbitales y Distancia de los Planetas

Para finalizar se calculo el valor de la constante de Kepler según los datos obtenidos anteriormente. Sabiendo que:

$$b = Log_{10}(C)$$

Entonces,

$$10^b = C$$

Por lo tanto $2.9575 * 10^{19}$, con esto podemos calcular el valor teórico de G, puesto que sabemos que,

$$C = \frac{4\pi^2}{MG}$$

Teniendo que M=1.989$* \ 10^{30}$,

$$G = \frac{4\pi^2}{MC} = 6.711310^{-11} \left[\frac{Nm^2}{Kg^2}\right]$$

Con este valor, fue posible calcular el error relativo:

$$error = \left|\frac{Gteo - Gexp}{Gteo}\right| = 5.5878 * 10^{-25}$$

Pudiendo observar que el error es considerablemente bastante pequeño, y mostrando así la utilidad del método utilizado.

3. Bibliografía

Arevalo Ovalle, D., Bernal Yermanos, M. A., & Posada Restrepo, J. A. (2017). *Matemáticas para Ingeniería: Métodos Numéricos con Python*. Bogotá: Institución Universitaria Polítecnico Grancolombiano.

Burden, R. L., & Faeires, J. D. (1981). *Analisis Numérico Novena Edición*. CENGAGE Learneing.