Informe Laboratorio: Análisis Numérico
Práctica No. X

Juan Camilo Marín García
Código: 2172969
Grupo: B1
Escuela de ingeniería de sistemas e informática
Universidad Industrial de Santander

17 de julio de 2020

1. INTRODUCCION

La interpolación es un método numérico que permite resolver problemas de hallar la expresión analítica de una función g(x) que sirva para aproximar a otra función f(x) para x en algún intervalo [a, b].

El problema de interpolar aparece con mucha frecuencia en el trabajo de ciencias e ingenieria, donde los exprimientos arrojan daros numéricos y a su vez estos datos se pueden representar en tablar o de manera grafica. Para analizar los datos obtenidos en el experimiento, no es suficiente observar los datos obtenidos en el experimiento, en cambio se debe intentar ajustar o aproximar la curva, con el fin de poder predecir valores al interior del rango, es decir, en puntos para los cuales no se dispone de información, y a su vez sirva como modelo del comportamiento del sistema.

2. DESARROLLO

Este laboratorio esta basado en dos métodos iterativos que permiten obtener la interpolación según unos puntos dados, el primero es conocido como el método de Lagrange, y el segundo como el método de Newton. El propósito de ambos métodos es poder generar una función para la cual se puedan introducir todos los datos originales y obtener 0 error, pues la curva se va modelando punto a punto. Al obtener una función, se puede crear aproximaciones y estimaciones.

Para demostrar su funcionamiento, se crearon dos programas en Matlab que permiten resolver el problema de interpolación usando como ejemplo la siguiente función:

$$f(x) = 3\sin\left(\frac{\pi x}{6}\right)^2$$

Ecuación 1 Ecuación de apoyo

Usando x0 = 0, x1 = 1, x2 = 2, x3 = 3, and x4 = 4 como los puntos para aproximar y obtener la función. Cabe señalar que normalmente no se tiene la función ya establecida, pero esto al ser un ejemplo permite analizar de mejor manera el funcionamiento de los métodos mencionados.

Método de Lagrange: Para su funcionamiento se creo una función llamada *my_LagrangePolynomial_Camilo_Marin* la cual recibe como parámetros dos vectores, que contienen las coordenadas en x e y como se puede ver en la siguiente imagen.

```
X = [0 1 2 3 4];
Y = [0 0.75 2.25 3 2.25];
```

Dicha función usando ciclos iterativos simulará la siguiente sumatoria, conocida como ***polinomio de interpolación de Lagrange***:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i l_i(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

Ecuación 2 Polinomio de Interpolación de Lagrange

Los polinomios de lagrange son más fáciles de computar, pues elimina la necesidad de recurrir a métodos de recursión.

Al finalizar el proceso, la función retornará un vector con los coeficientes que conformarán el polinomio aproximado a la función.

```
M =

    0.0312   -0.4375    1.4688   -0.3125         0
```

Y al final el grafico obtenido quedo de la siguiente forma:

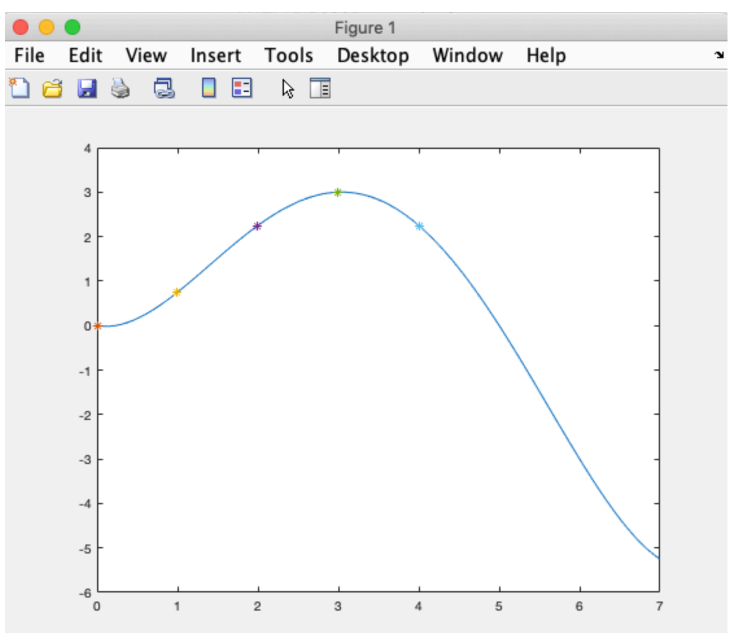

Figura 1 Método de Lagrange

Método de Newton: Para su funcionamiento se creo una función llamada *my_NewtonPolynomial_Camilo_Marin* la cual recibe como parámetros dos vectores, que contienen las coordenadas en x e y como se puede ver en la siguiente imagen.

```
X = [0 1 2 3 4];
Y = [0 0.75 2.25 3 2.25];
```

Dicha función usando ciclos iterativos simulará la siguiente formula, conocida como ***la formula de polinomios de Newton***:

$$N(x) = [y_0] + [y_0, y_1](x - x_0) + \cdots + [y_0, \ldots, y_k](x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{k-1})$$

Ecuación 3 Formula de Polinomios de Newton

Donde las "y" entre corchetes se refieren al calculo de diferencias dividas, el cual es un algoritmo usado para computar tablas de funciones logarítmicas y trigonométricas, usando división recursiva.

```
La matriz de diferencias divididas es:
         0         0         0         0         0
    0.7500    0.7500         0         0         0
    2.2500    1.5000    0.3750         0         0
    3.0000    0.7500   -0.3750   -0.2500         0
    2.2500   -0.7500   -0.7500   -0.1250    0.0312
```

Luego, usando el resultado anterior se procede a generar la función polinómica que simulará la aproximación según los puntos dados inicialmente:

```
El polinomio de newton es
 4      3       2
x     7 x     47 x     5 x
-- - ---- + ----- - ---
32    16      32      16
```

Ya con la función obtenida solo queda obtener la grafica del polinomio.

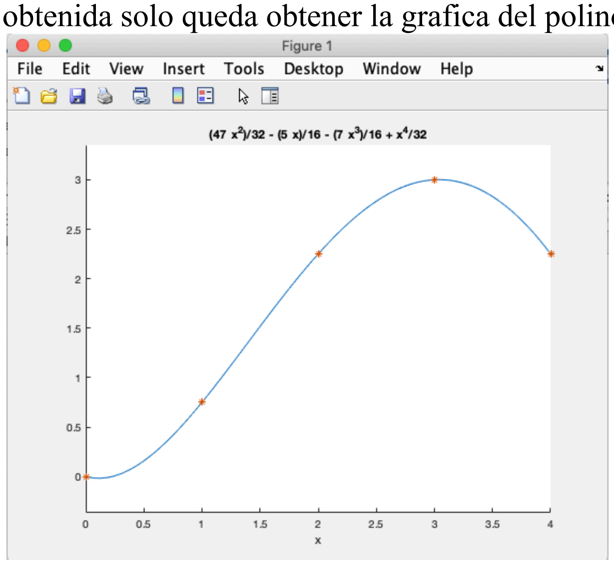

Figura 2 Método de Newton

Análisis: Comprando la figura 1 con la figura dos, podemos notar que las graficas son idénticas, esto es por que se tomaron los mismos puntos, y ambos métodos dependen de la cantidad de puntos conocidos. En la siguiente grafica se puede observar como se ven las tres funciones superpuestas entre si, notando que como se mencionó anteriormente, tanto el método de Langrage como Newton son idénticos, y su aproximación a la función original es bastante acertada.

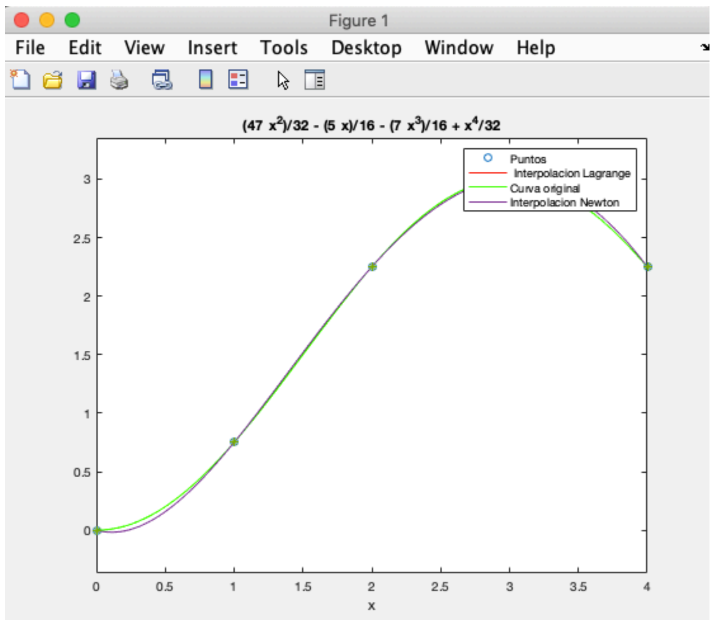

Figura 3 Lagrange, Newton y función original

Nota: Todos los códigos vienen adjunto al archivo.

3. Bibliografía

Arevalo Ovalle, D., Bernal Yermanos, M. A., & Posada Restrepo, J. A. (2017). *Matemáticas para Ingeniería: Métodos Numéricos con Python*. Bogotá: Institución Universitaria Polítecnico Grancolombiano.

Burden, R. L., & Faeires, J. D. (1981). *Analisis Numérico Novena Edición*. CENGAGE Learneing.