



Exercice 4

Une image de télévision noir et blanc est décomposée en 625 lignes horizontales et chaque ligne est décomposée à son tour en 625 pixels dont les intensités correspondent à la source représentée. Ces intensités sont uniformément quantifiées en 256 niveaux équiprobables.

On considère que les luminosités de tous les points sont indépendantes et que 25 images indépendantes sont transmises par seconde.

1. Calculer le débit d'information de la source d'images 
2. Calculer la redondance introduite si la probabilité que le signal se trouve dans la moitié supérieure n'est plus 0.5 mais 0.3. On considère que les pas de quantification de la moitié supérieure et inférieure sont équiprobables..... 

Entropie de la source

$$[X] = [x_1, x_2, \dots, x_{256}]$$

$$[P_X] = [p(x_1), p(x_2), \dots, p(x_{256})] = \left[\frac{1}{256}, \frac{1}{256}, \dots, \frac{1}{256} \right]$$

$$H(X) = - \sum_{i=1}^{256} p(x_i) \log(p(x_i))$$

$$H(X) = - \sum_{i=1}^{256} \frac{1}{256} \log\left(\frac{1}{256}\right) = \sum_{i=1}^{256} \frac{8}{256} = 8$$

$$H(X) = 8 \text{ bit/symbole}$$

Durée d'un échantillon

$$\text{Durée d'un échantillon : } \frac{1}{625.625.25}$$

Débit d'information de la source

$$H_t(X) = \frac{H(X)}{\tau} = \frac{8}{\frac{1}{625.625.25}}$$

$$H_t(X) = 8.625.625.25 = 78 \text{ Mbit/s}$$

Entropie de la source

$$[X] = [x_1, x_2, \dots, x_{127}, x_{128}, \dots, x_{256}]$$

$$[P_X] = \left[\underbrace{\frac{0.7}{128}, \dots, \frac{0.7}{128}}_{128}, \dots, \underbrace{\frac{0.3}{128}, \dots, \frac{0.3}{128}}_{128} \right]$$

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{256} p(x_i) \log(p(x_i))$$

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{128} \frac{0.7}{128} \log\left(\frac{0.7}{128}\right) - \sum_{i=1}^{128} \frac{0.3}{128} \log\left(\frac{0.3}{128}\right)$$

$$H(X) = 7.88 \text{ bit/symbole}$$

Redondance de la source

$$\rho_s = \frac{H_{\max}(X) - H(X)}{H_{\max}(X)} = 1 - \frac{H(X)}{H_{\max}(X)} = 1 - \frac{H(X)}{\log(n)}$$

$$\rho = 1 - H(X) / \log(256) = 0.015 \text{ bit/échantillon}$$

$$\rho_{image} = 0.015(625)^2 = 5859 \text{ bit/image}$$

$$\rho_{image/s} = 0.015(625)^2 25 = 146\,484 \text{ bit/image et seconde}$$