

# Transmission de l'information

2A ISN

Couches physiques dans les réseaux

<https://arche.univ-lorraine.fr/course/view.php?id=5478>

<b>UE Transmission de l'information</b>	<b>V. Louis-Dorr</b>										
Statistiques pour le Signal et l'Automatique	R. Ranta	61	4	4	0	<b>8</b>	1				
Transmission de l'Information	V. Louis-Dorr	61	18	2	12	<b>30</b>	3				
Compléments en Transmission de l'Information	V. Louis-Dorr	61	0	0	8	<b>8</b>	1				

## Transmission de l'information : 2 parties

### 1. Transmission de l'information

10 heures de cours

8 heures de TP = 2 TP de 4 heures

1. TP Format et codage
2. TP Modulation ASK PSK,

### 2. Théorie de l'information

8 heures de cours

1 TD de 2 heures

4 heures de TP = 1 TP de 4 heures

1. TP Codage de Huffman

## Compléments en transmission de l'information

8 heures de TP = 1 TP de 4 heures

1. Modulation QAM
2. PLL

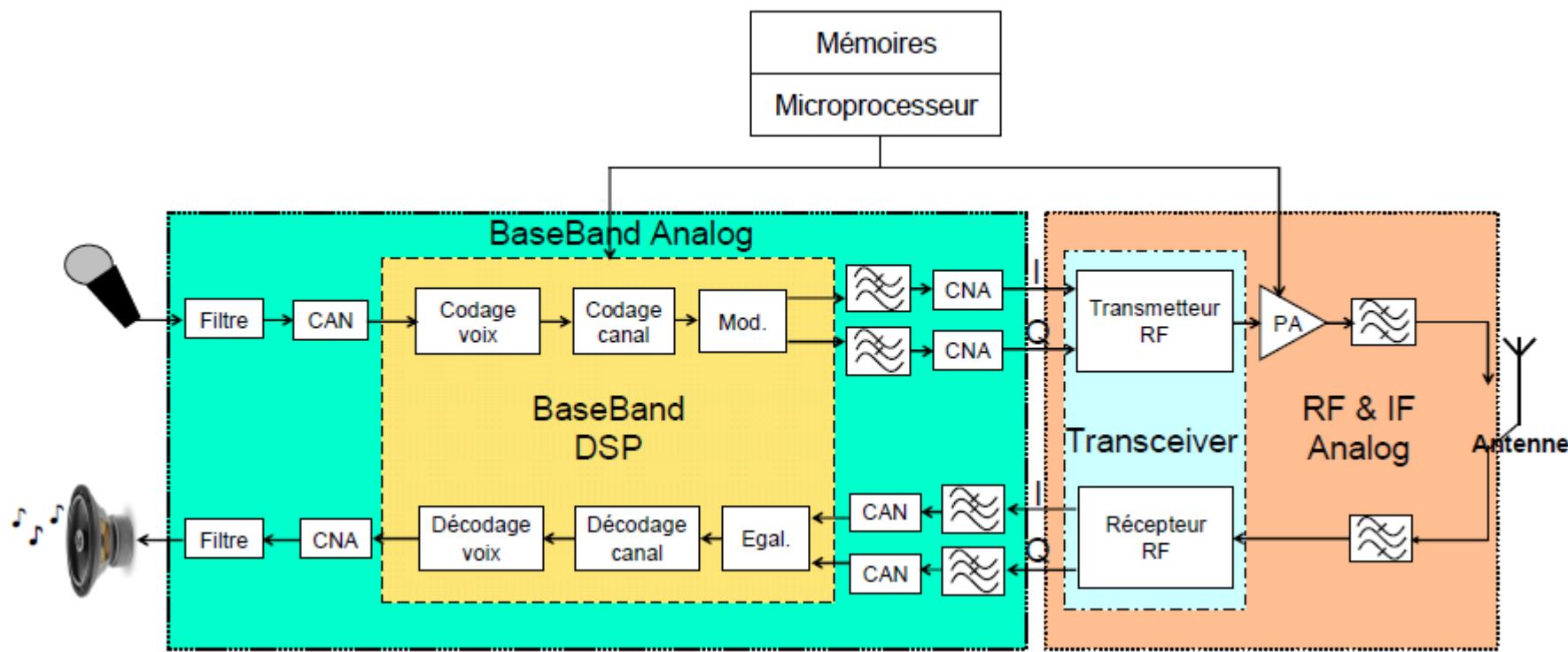
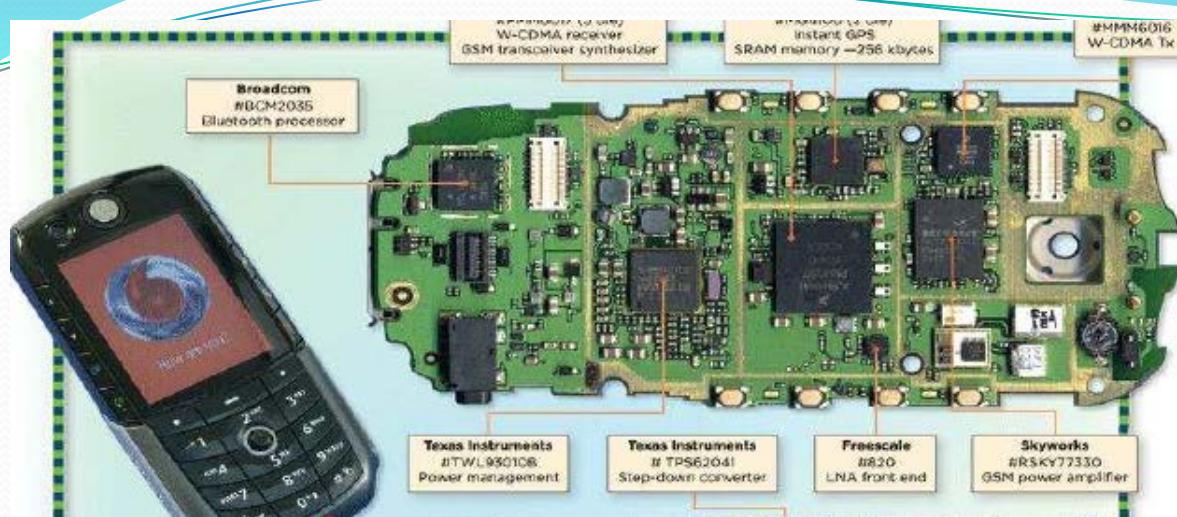
# NRJ Apprentissage 2A S7

## UE Fondement pour la modélisation des systèmes énergétiques

Code Apogée	Unité d'Enseignement (UE) Eléments Constitutifs (EC)	Responsable	Section CNU de l'EC	CM	TD	TP	Volume horaire	Coeff.	ECTS	Barre UE
	Dynamique des solides et des structures	JF. Ganghoffer	60	16	9	0	25	1,5		
	Mécanique des fluides	A. Pereira	60	17	4	4	25	1,5		
	Convertisseurs statiques et CEM	S. Pierfederici	63	14	10	16	40	2		
	Transmission de l'information dans un contexte industriel	V. Louis-Dorr	61	20	10	20	50	2	7	10

2 parties :

- Traitement du signal**
- Transmission de l'information**



# Généralités: Transmission: Objectif

- Moyen pour transmettre des données



- Le support de transmission doit être adapté à l'information à transmettre
  - L'information doit-elle être analogique ou numérique ????
  - Comment coder l'information???
  - Comment adapter les signaux aux supports physiques de transmission ???
  - Comment obtenir les débits nécessaires ?
  - Comment augmenter les débits ?

# Généralités: Transmission

## → **Système de transmission de données**

- ✓ Formé d'un canal de transmission de données
- ✓ Equipements communicants qui produisent l'information à transmettre et exploitent les informations reçues

## → **Un canal est caractérisé par**

- ✓ **Sa bande passante** : limite fréquentielle physique
- ✓ L'affaiblissement : la perte introduite sur le signal électrique transmis sur le canal

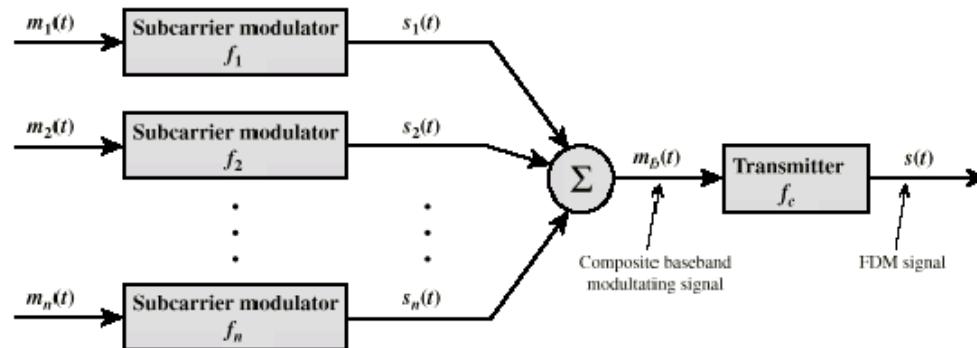
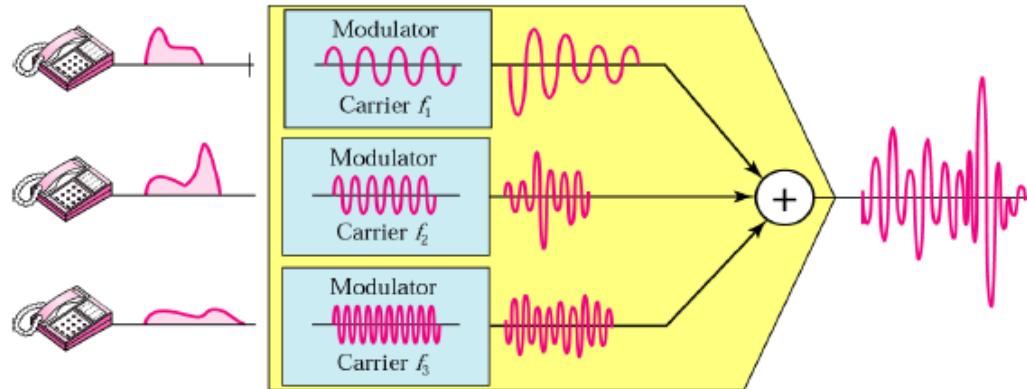
# Généralités: Bases de transmission physique

## → Relations entre Support de transmission et Canal

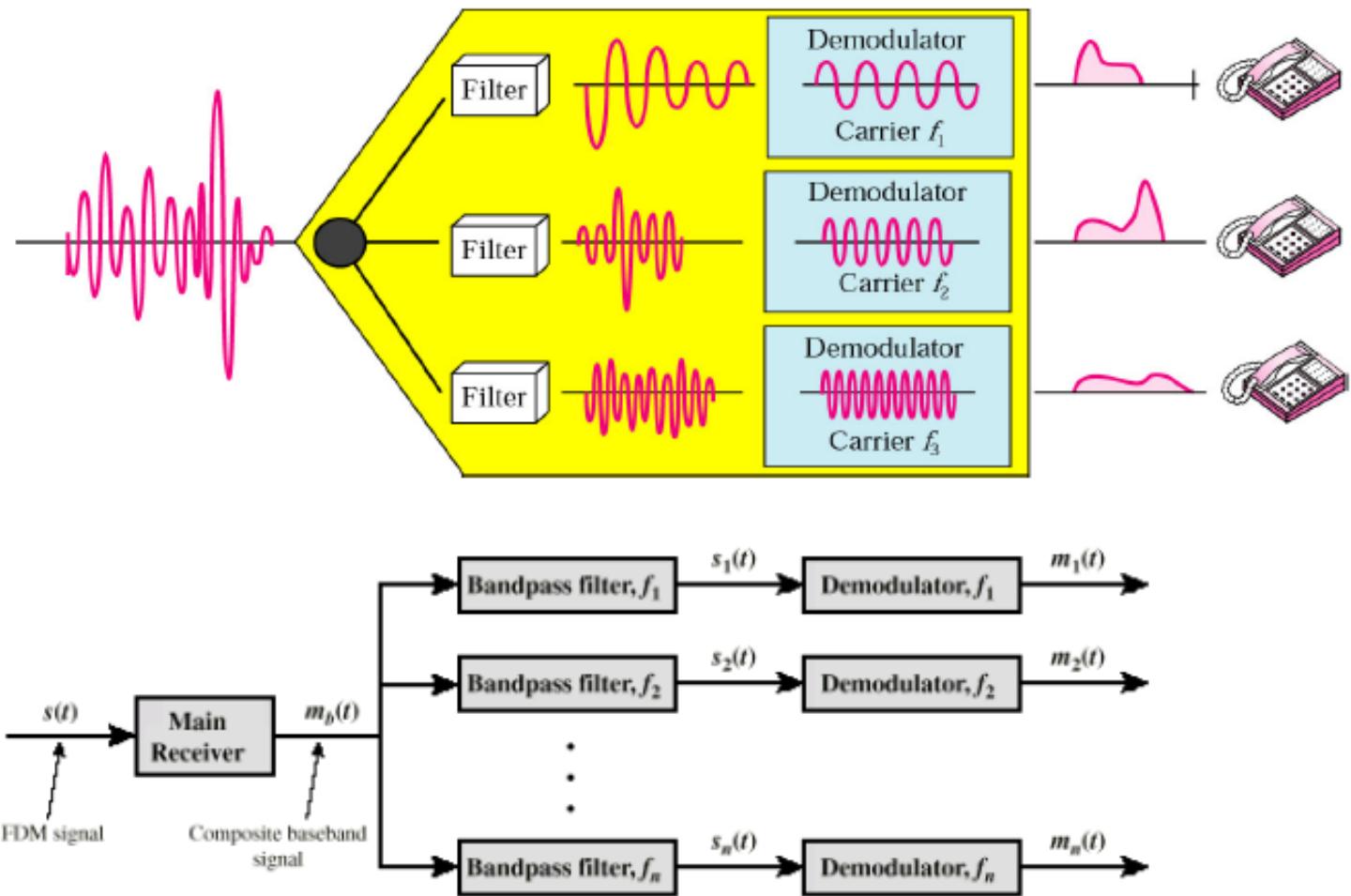
- Un support physique est le dispositif qui transporte le signal (électrique)
- Un support peut être formé de un ou plusieurs canaux
- Un canal sur un support occupe toute ou une partie de la bande passante (Partage de la bande passante)
  - Multiplexage Temporel
  - Multiplexage Fréquentiel

# Généralités: Bases de transmission physique

## - Multiplexage Fréquentiel

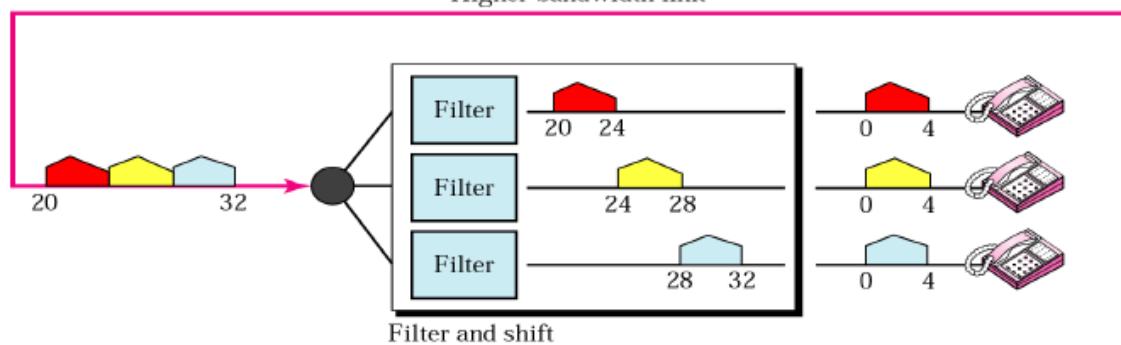
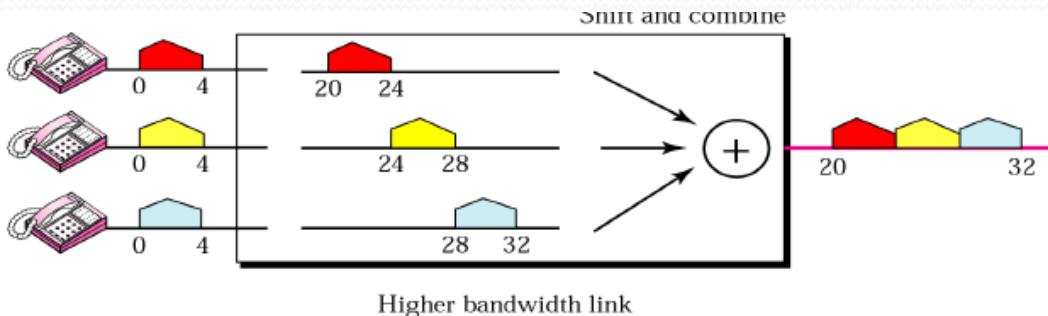


# Généralités: Bases de transmission physique



# Généralités: Bases de transmission physique

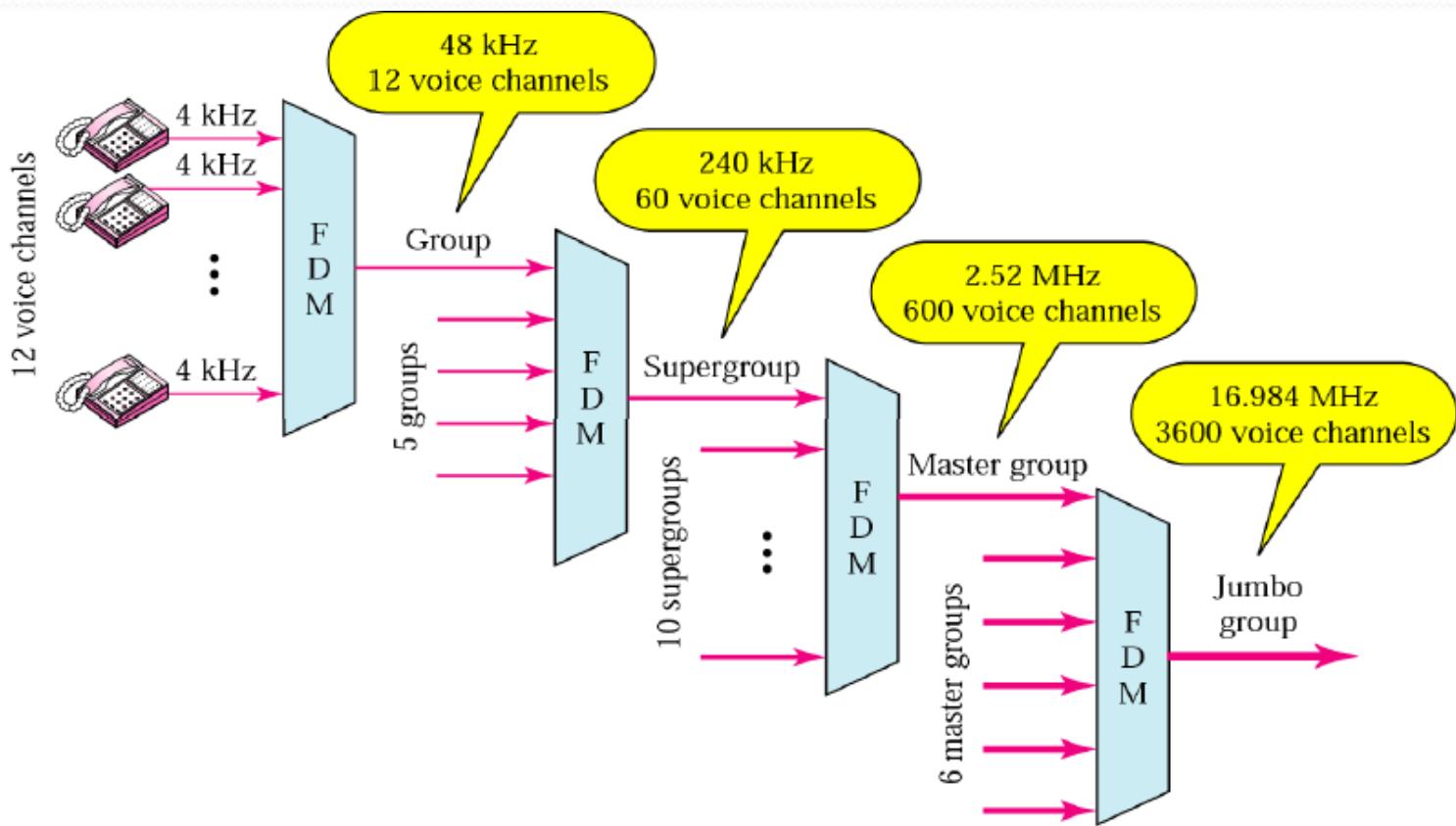
## - Multiplexage Fréquentiel



**GSM: 900 MHz 124 canaux : Orange 1 à 50, Bouygues 51 à 74, SFR 75 à 124...**

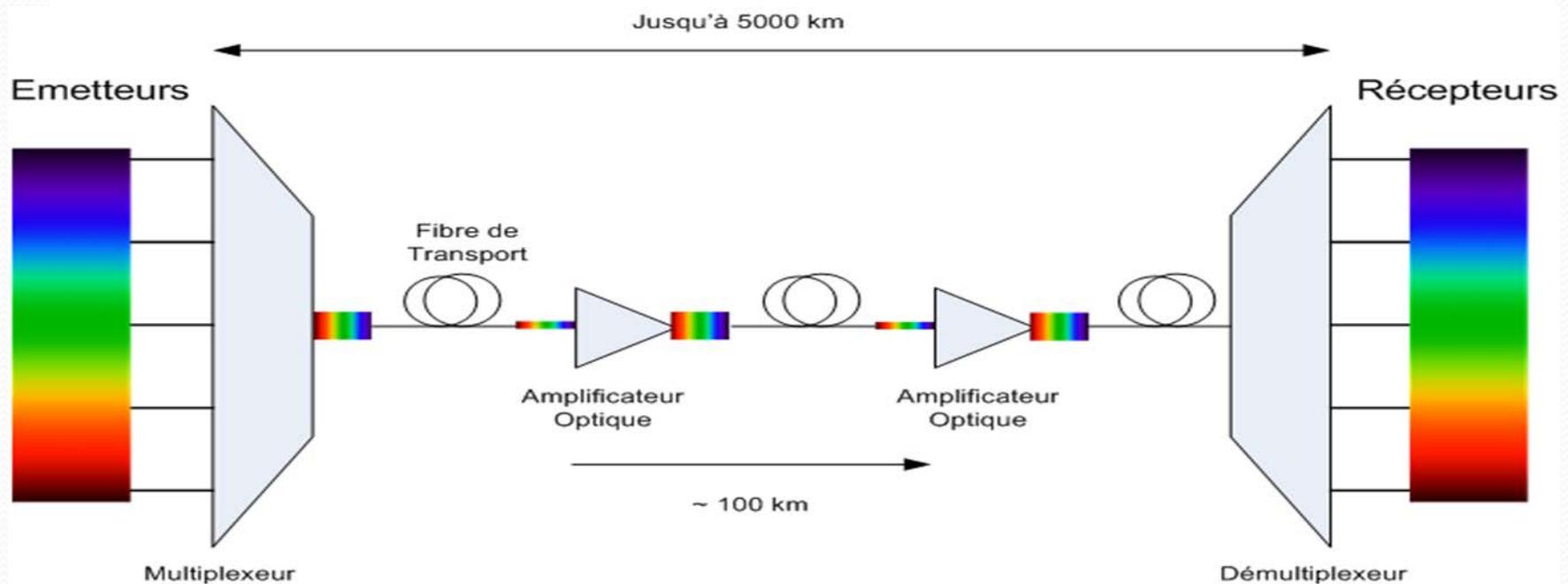
# Généralités: Bases de transmission physique

## - Multiplexage Fréquentiel



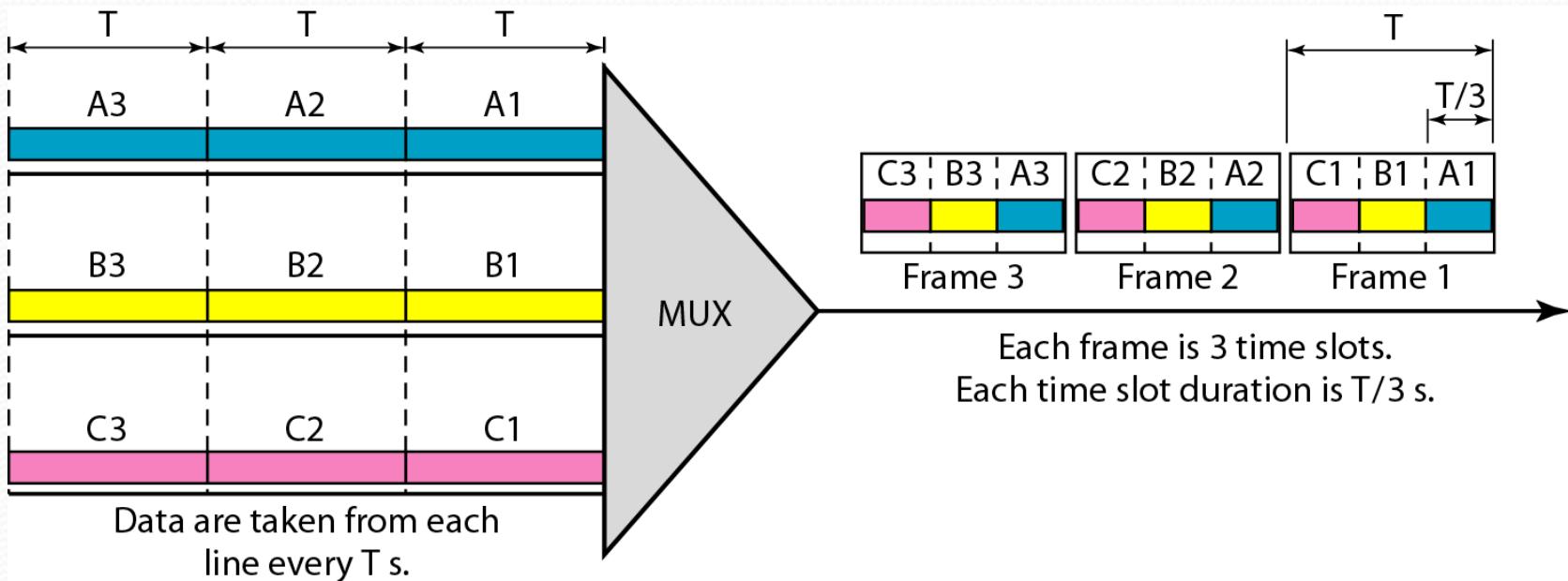
# Multiplexage en longueur d'onde

WDM est une technique de multiplexage analogue qui combine des signaux optiques.

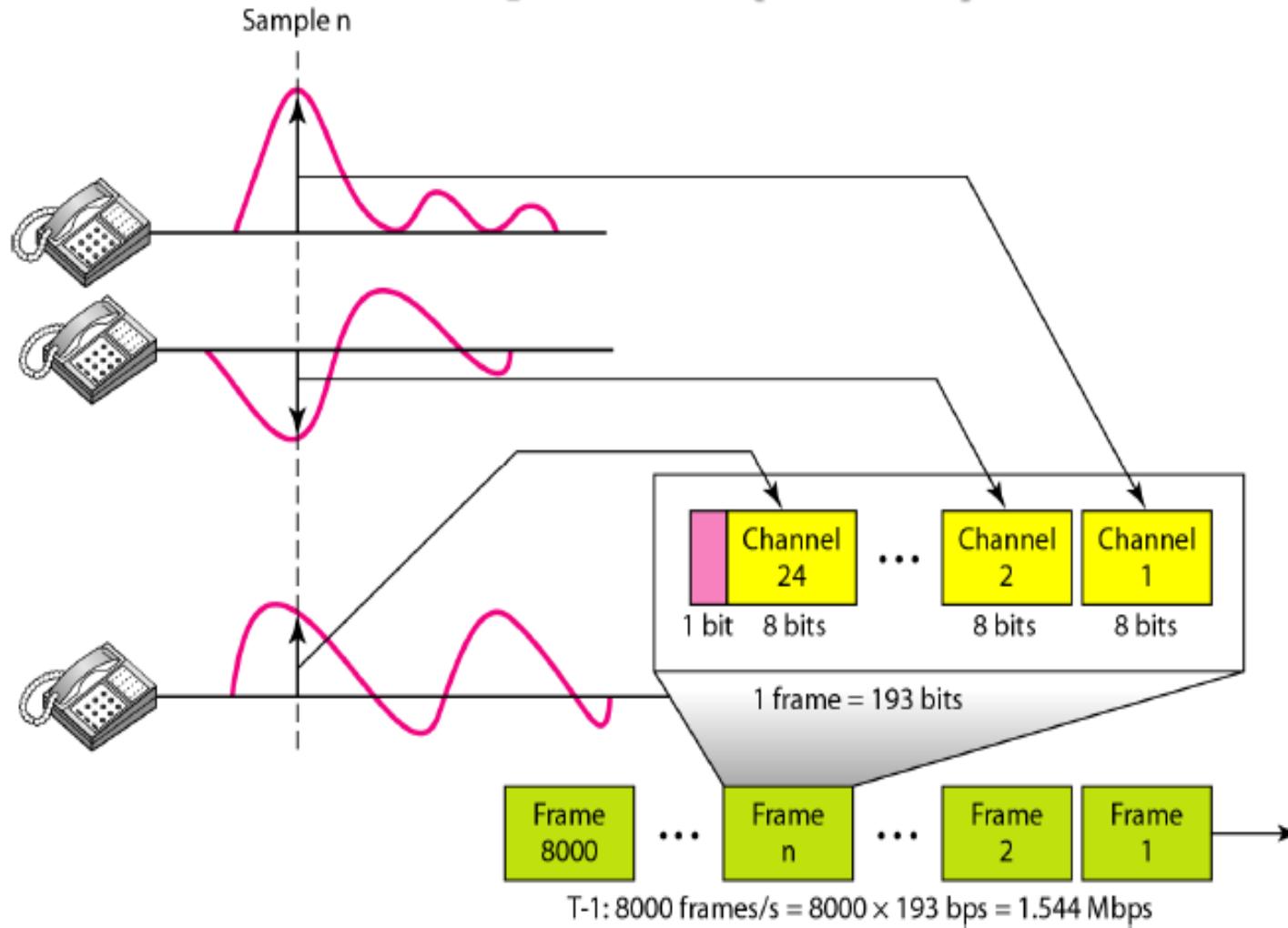


# Multiplexage temporel (TDM)

Dans un TDM synchrone, le débit de données de la liaison est  $n$  fois plus rapide, et la durée de l'unité est  $n$  fois plus courte.



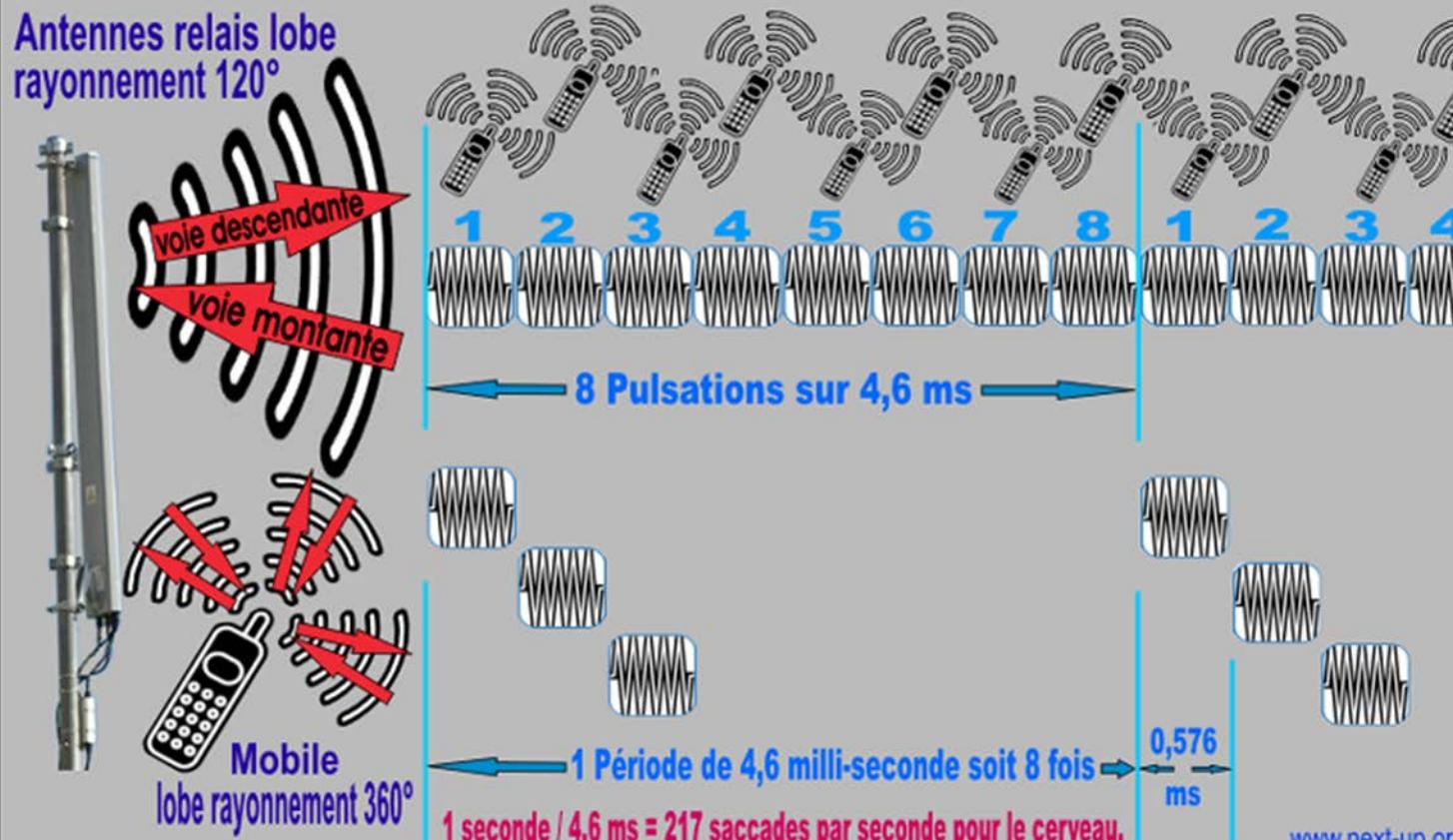
# Multiplexage temporel (TDM)



# Multiplexage temporel (TDM)

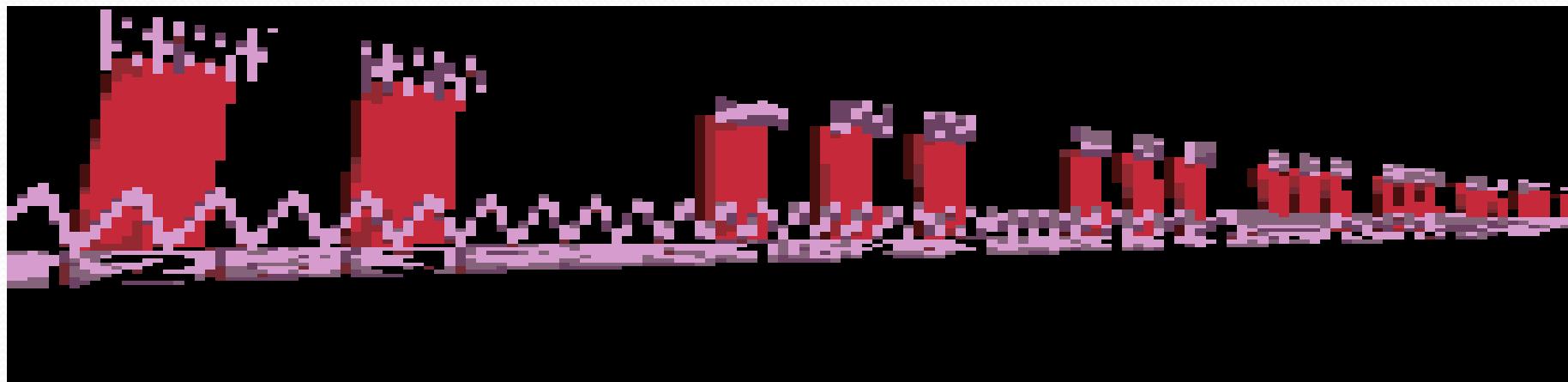
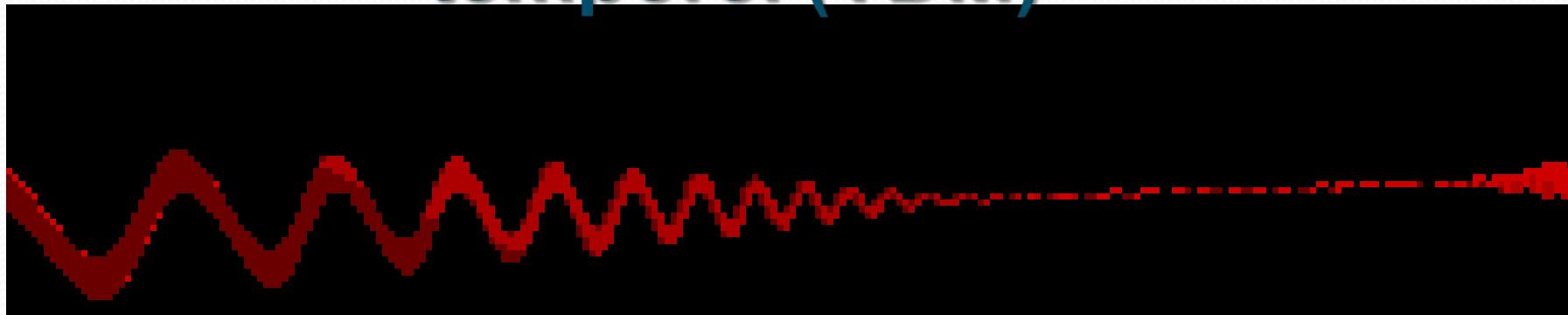
Téléphonie Mobile = Champs ElectroMagnétiques Pulsés  
Pulsés = 217 Saccades de Rayonnements ElectroMagnétiques par seconde

Les champs naturels et presque tous les champs techniques tels que la Radio ou la TV, etc... sont des émissions en champs continus. La téléphonie mobile utilise une cellule avec 8 utilisateurs sur le même canal, chaque utilisateur se voit assigner 1/8ème du temps soit 0,576ms toutes les 4,6ms.



Hyperfréquences micro-ondes pulsées 900MHz-1800MHz-2200MHz

# Multiplexage temporel (TDM)



# **Types de transmission**

**Transmission analogique d'informations analogiques :**  
émission de la parole sur le réseau téléphonique, du son sur les ondes radio, d'images de télévision sur le réseau de télédiffusion,  
etc.

**Transmission analogique d'informations numériques :**  
transmission de données informatiques sur des lignes téléphoniques, par satellite, etc. (**modulation**).

**Transmission numérique d'informations numériques :**  
transmission de données informatiques en bande de base sur fibres optiques, etc. (**codage**).

**Transmission numérique d'informations analogiques :**  
transmission de la parole, du son ou d'images en bande de base, etc. (**numérisation**),

# Supports de Transmission

# Bases de transmission physique

## → Les supports de transmission: canaux guidés

Paire torsadée( téléphone) 300Hz-300kHz

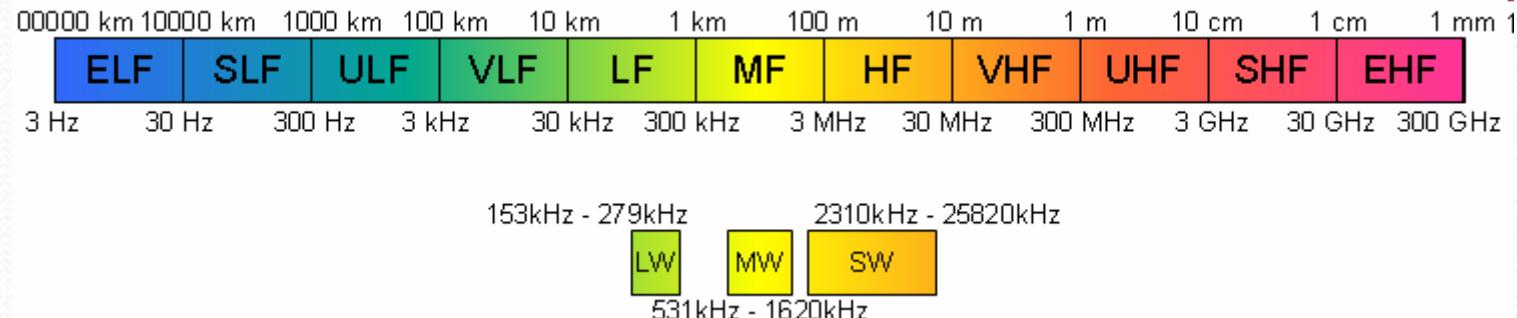
Paire torsadée (ADSL) 20kHz –10MHz

Câble coaxial (ethernet) 300kHz-1GHz

Guide d'onde 1Ghz-300GHz

Fibre optique 30GHz –1000THz

## → Les supports de transmission: canaux sans fil (hertzien)



# Bases de transmission physique

## → Les supports de transmission: canaux sans fil (hertzien)

- Applications commerciales : 434.3MHz
- GSM : 890-915MHz (montant), 935-960MHz (descendant) et 1800MHz
- GPS : 1217.6-1237.6MHz, 1565.4-1585.4MHz
- UMTS : 1920-1980MHz, 2110-2170MHz
- Wifi - IEEE 802.11b : 2,460MHz Wifi - IEEE 802.11c : 60 GHz

Portée 500 mètres, la puissance maximale d'émission autorisée est de 300 mW

- Bluetooth : 2,400MHz 20 mètres, 10 mW
- WIMAX (IEEE 802.16) : 2-11 GHz **41dBm de PIRE soit 12W de PIRE.**

$$dBm = 10 \log\left(\frac{Puissance}{1mW}\right)$$

- **PIRE Puissance isotrope rayonnée équivalente**

# Modélisation du support de transmission

En premier approximation : tous les supports de transmission sont des filtres passe bas

Canal

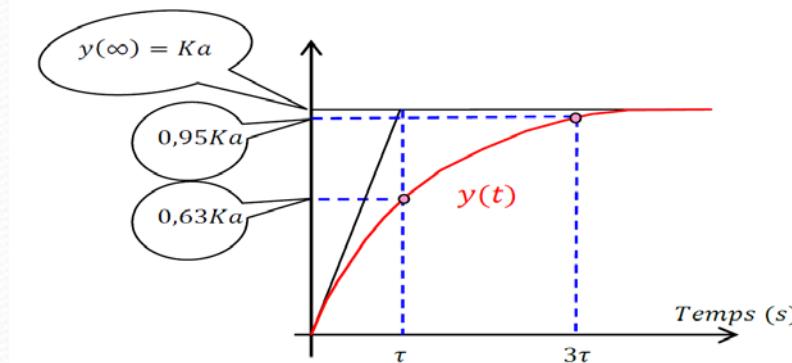
$$H(p) = \frac{k(d)}{1 + \tau p}$$

Rappel réponse indicielle:

$$x(t) = au(t)$$

Canal

$$y(t) = Ka \left( 1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \right)$$



# Canal de Transmission et bruit

## 3. Bruit

$$x(t) = s(t) + n(t)$$

avec  $x(t)$  le signal reçu  $s(t)$  le signal transmis et  $n(t)$  le bruit additif

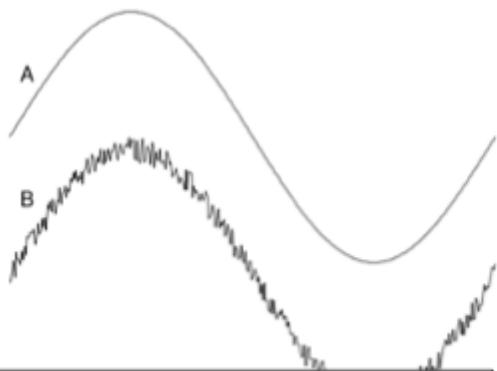
- La puissance de  $s(t)$  permet de déterminer la portée du signal
- En ce qui concerne  $n(t)$ , en terme de cahier des charges la notion importante est le rapport signal sur bruit :

$$NSR = \text{Signal/Bruit} = S_{eff}/N_{eff}$$

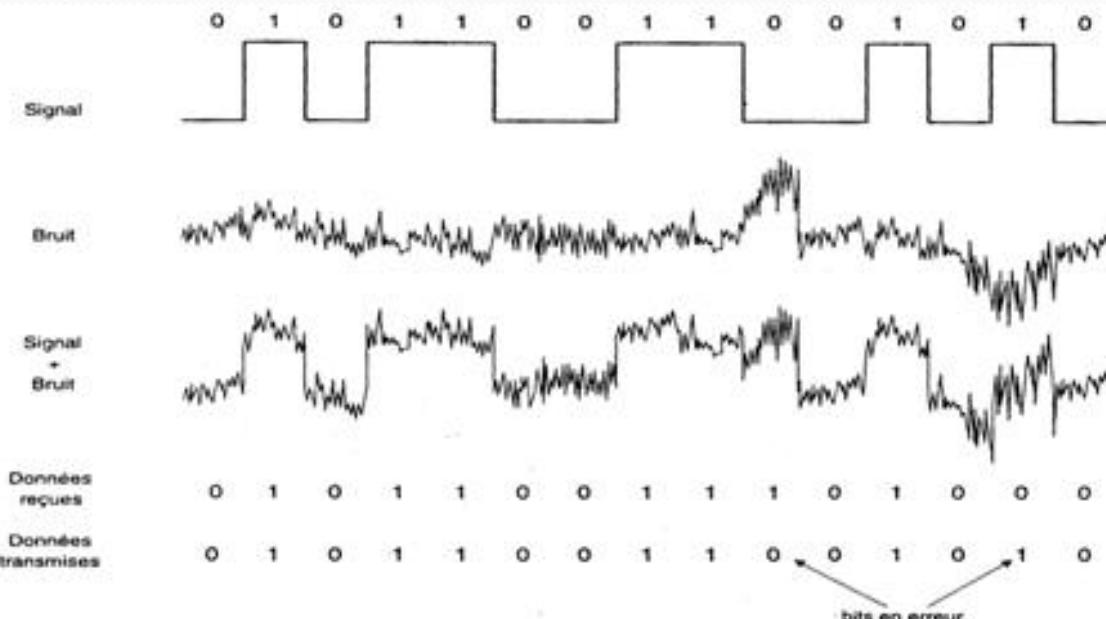
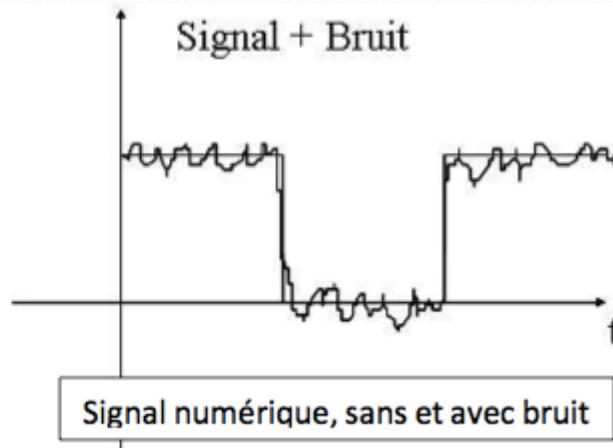
Exemple de qualité de service  
en téléphonie fixe ( RNIS):

- 50dB => Excellent
- 40dB => Très bon
- 30dB => Bon
- 20dB => Moyen
- 10 dB => Inexploitable

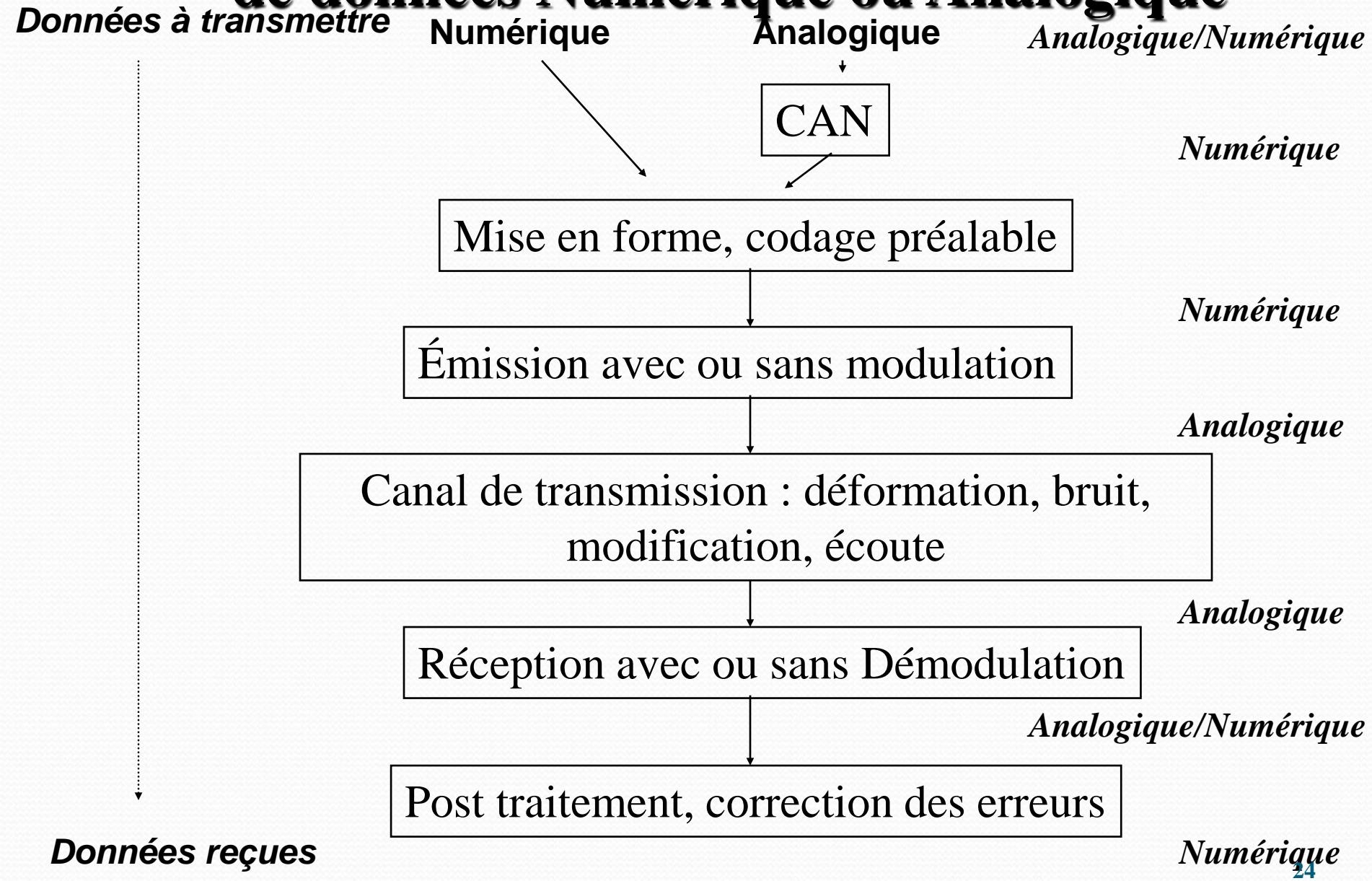
# Canal de Transmission et bruit



Signal analogique, sans et avec bruit



# Fonctions principales de la transmission de données Numérique ou Analogique



# Etape de la transmission

**Données à transmettre**

**Analogique ou Numérique ?**

*Exemple : la télévision Chaînes analogique ou la TNT*



**Modulation ou non ?**

*Exemple : la bande de base*

*Ethernet ou bus I2C ou Bus CAN → :*

*→ données numérique sans modulation*



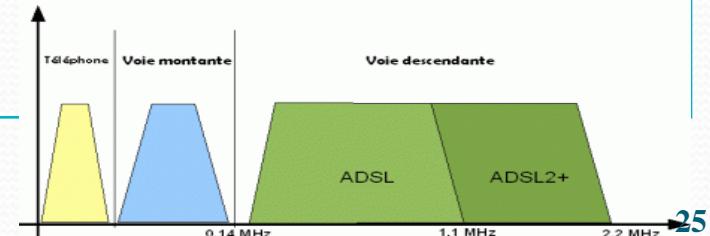
**Multiplexage fréquentiel ou temporel ?**

*Exemple :*

*Téléphonie fixe ( filaire) = multiplexage temporel et fréquentiel*

*Téléphonie mobile ( hertzien)= multiplexage temporel et fréquentiel*

*ADSL sur réseaux téléphoniques*



**Données reçues**

# Rapport signal sur bruit

## Quantification

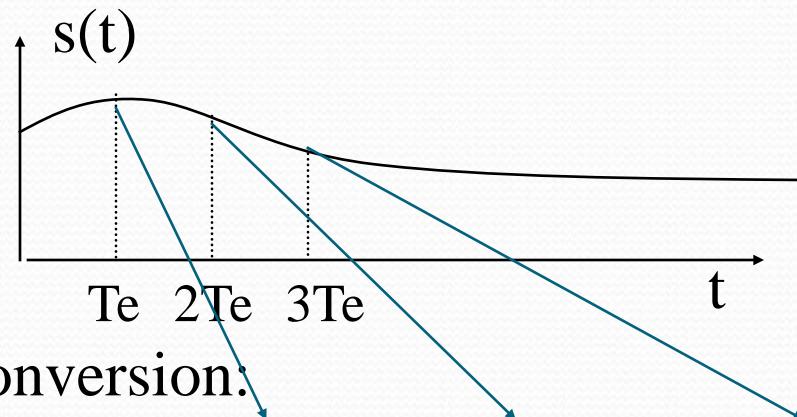
### linéaire et non-linéaire

## Débit de transmission

# Échantillonnage et Débit

Théorème de Shannon : La fréquence d'échantillonnage d'un signal doit être au moins 2 fois supérieure à la fréquence max du signal

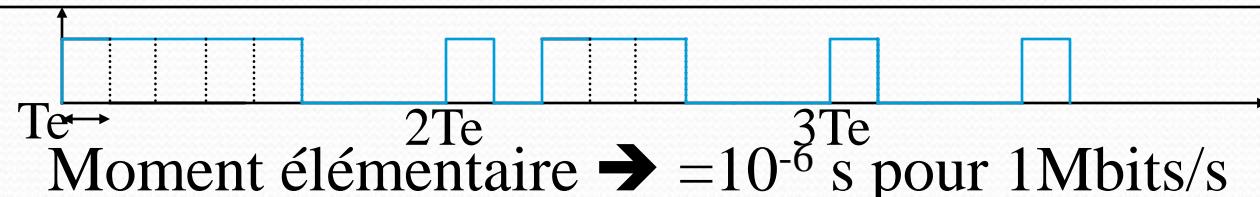
**Fe>2.Fmax signal**



Après conversion:

Sn(Te)      Sn(2Te)      Sn(3Te)

....11111000 10111000 10001000...



# Échantillonnage et Débit

## Exemple 1

Carte son des PC : la bande passante analogique [70,18000]Hz  
 $F_e = 44,1 \text{ kHz}$  sur  $n=16$  bits

Débit nécessaire sans compression  $\rightarrow D = n F_e = 705\,600 \text{ bits/s}$

## Exemple 2

Vidéo Haute définition :

$3 \times 10^6$  Pixels /image et 25 images/s

3 signaux par pixel R, V, B à 12 bits

Débit nécessaire sans compression  $\rightarrow D = 2,7 \text{ Gbits/s}$

# Quantification et codage : applications - exemples

Téléphonie	dans la bande [300-3400] Hz
Échantillonnage	<b>fe=8KHz sur 8 bits</b>
Rapport S/B	<b>Fixé après test à 35dB pour le niveau max Jusqu'à 45 dB pour les niveaux inférieurs</b>
Quantification	<b>Europe :Loi A 13 Segments sur 256 niveaux USA : Loi μ 15 Segments sur 256 niveaux</b>
Débit	<b>D=n.fe=8 .8 KHz=64 kbits/s</b>
Largeur de bande	<b>Bmin=n.f<sub>max</sub>= D/2=nfe/2=32 KHz</b>
CD Audio	dans la bande [100-15000] Hz
Échantillonnage	<b>fe=44.1KHz sur 16 bits</b>
Rapport S/B	<b>Variable</b>
Quantification	<b>Variable</b>
Débit	<b>D=n.fe=16 . 44,1 KHz=0,7 Mbits/s</b>
Largeur de bande	<b>Bmin=n.f<sub>max</sub>= D/2=nfe/2=350 KHz</b>
Télévision	dans la bande [0-5] MHz
Échantillonnage	<b>fe=13.3MHz sur 8 bits</b>
Rapport S/B	<b>Variable</b>
Quantification	<b>Uniforme</b>
Débit	<b>D=n.fe=8 . 5 Mhz=106 Mbits/s</b>
Largeur de bande	<b>Bmin=n.f<sub>max</sub>= D/2=nfe/2=53 MHz</b>

# Quantification et codage

## Rapport signal sur bruit

En ce sens (Rapport S/B) la loi de quantification linéaire n'est pas optimale.

- en téléphonie et en audio (CD) plus généralement les amplitudes possèdent une grandes dynamiques de 1 à 100000
  - + La distribution des amplitudes est pratiquement gaussienne
- il est nécessaire de préserver une bonne qualité des signaux transmis : le  $(S/N)q$  reste élevé pour des signaux de faibles amplitudes (auxquels l'oreille humaine est sensible)
- Il est essentiel de n'utiliser qu'un nombre de bits relativement faible (8 en pratique) afin de ne pas trop augmenter la bande spectrale des signaux à transmettre, ce qui revient à limiter le débit binaire,  $D^*$ .
- Quantification non linéaire: Loi de compression (Loi A et Loi  $\mu$ )  
Grandes amplitudes quantifiées sur de grands niveaux de quantification  
Faibles amplitudes quantifiées sur de faible niveaux de quantification

# Quantification et codage

## Rapport signal sur bruit

### Quantification non linéaire pour deux raisons

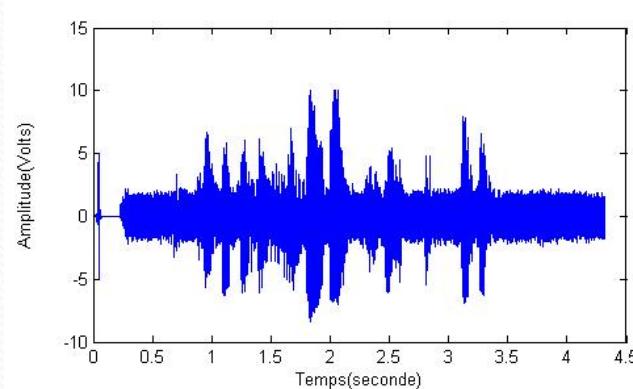
1. Cette technique de codage a été développée car l'oreille fait la différence entre deux sons correspondant à 0,3V et 0,4V mais ne fait pas la différence entre deux sons correspondant à 4,3V et 4,4V.

Gain en dB

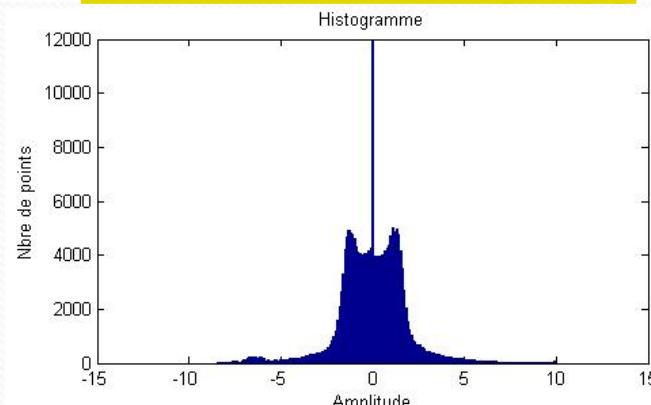
$$G_{cas1} = 20 \log\left(\frac{0,4}{0,3}\right) = 2.5dB$$

$$G_{cas2} = 20 \log\left(\frac{4,4}{4,3}\right) = 0.2dB$$

2. L'histogramme des valeurs du signal quantifié ne correspond pas à une distribution uniforme

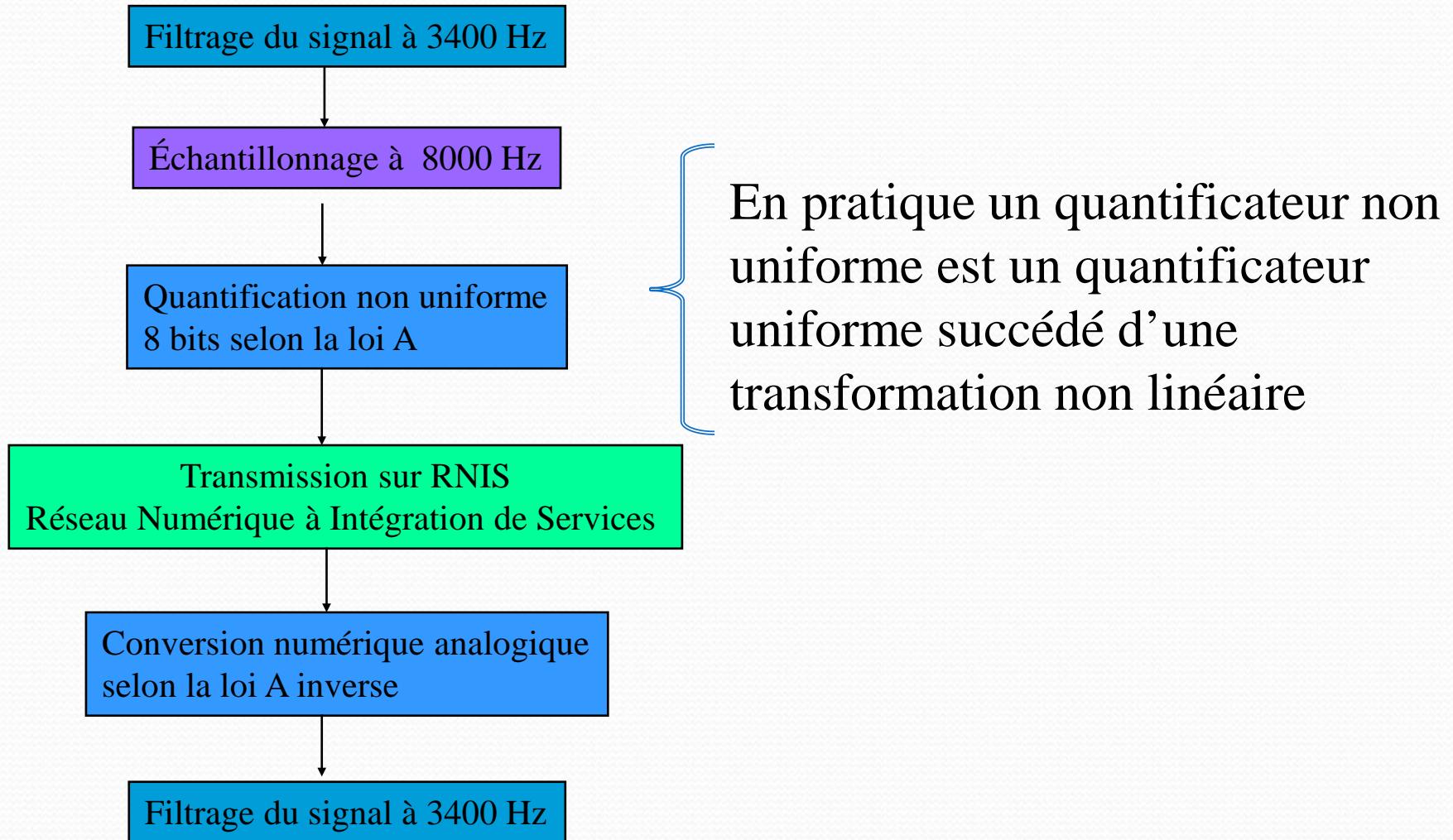


Neil\_Armstrong.ogg



# Analyse fonctionnelle des transmissions téléphoniques

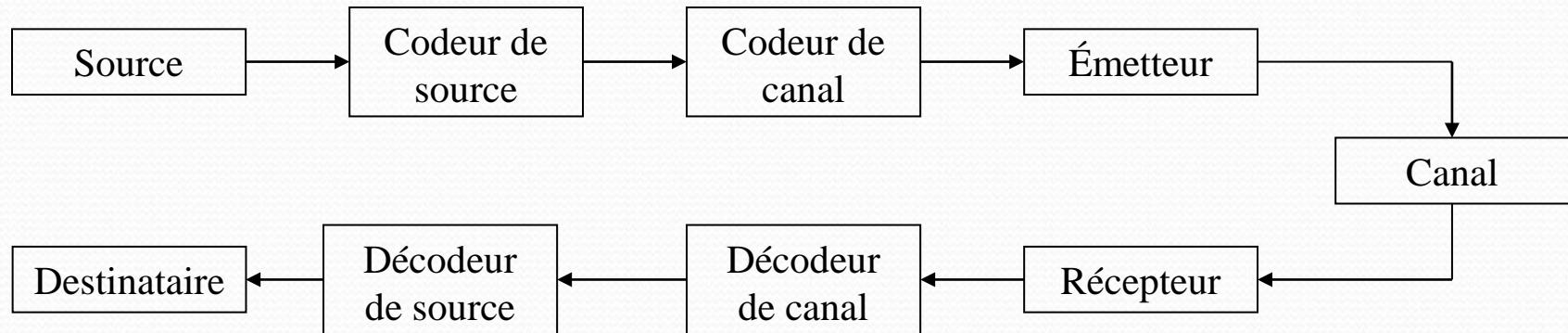
## Réseau Numérique à Intégration de Services



# Transmission

## Codage de source et de canal

## TRANSMISSION NUMÉRIQUE



Le codage de source vise à la *concision maximale* du message afin de

minimiser les ressources nécessaires à la transmission

→ temps, puissance, bande passante, espace de stockage, etc.

→ diminuer le coût de la transmission :

substituer un message aussi court possible au message émis par la source : substitution réversible ( le message initial doit être restitué sans erreur).

→ Théorie de l'information (développée par Shannon) est un outil d'optimisation

# TRANSMISSION NUMERIQUE :

Bande de Base

Canal de transmission



Si  $s(t)$  ne diffère de  $e(t)$  que :

- Par un facteur constant  $K$
- Par un retard  $\tau$

$$\text{Alors } s(t) = K \cdot e(t - \tau)$$

Si l'on prend la TF de cette expression:

$$S(f) = K \cdot E(f) e^{-j2\pi\tau} \equiv E(f) \cdot H(f)$$

$H(f)$  est la fonction de transfert du canal **si** :

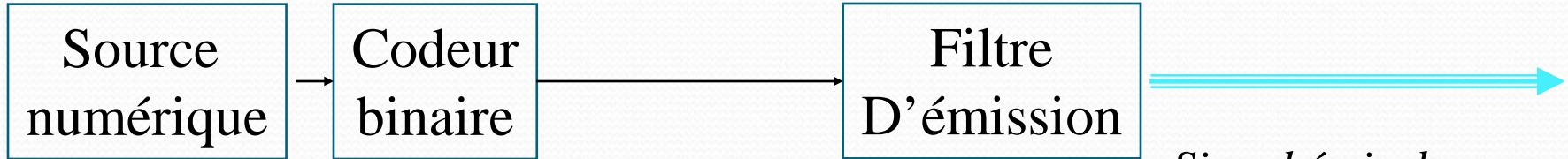
L'affaiblissement  $A$  ( $1/K$ ) du canal est constant et indépendant de la fréquence  $\rightarrow$  module de  $H(f)$

Le déphasage  $\phi$  du canal doit être une fonction linéaire de la fréquence  $\rightarrow$  argument de  $H(f)$

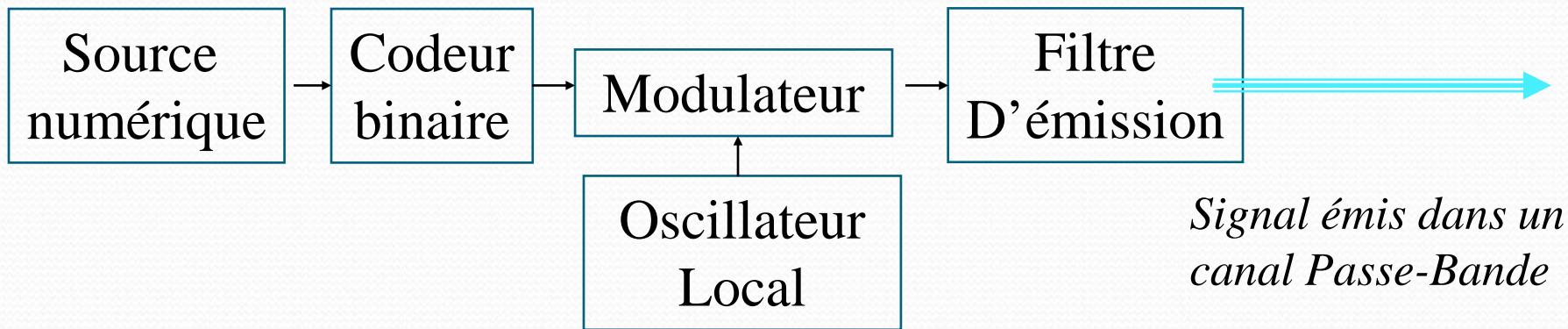
# **TRANSMISSION NUMÉRIQUE :**

## **Deux modèles de transmission**

En bande de base:



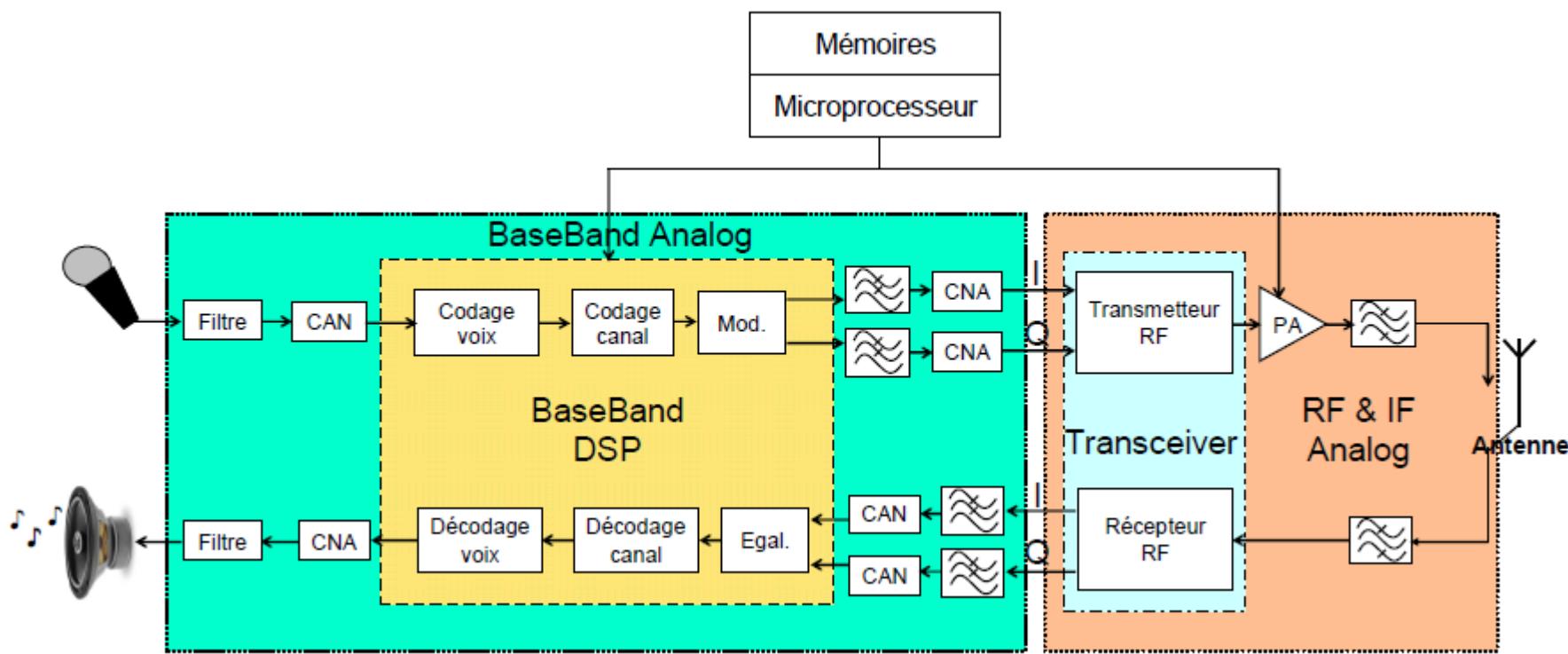
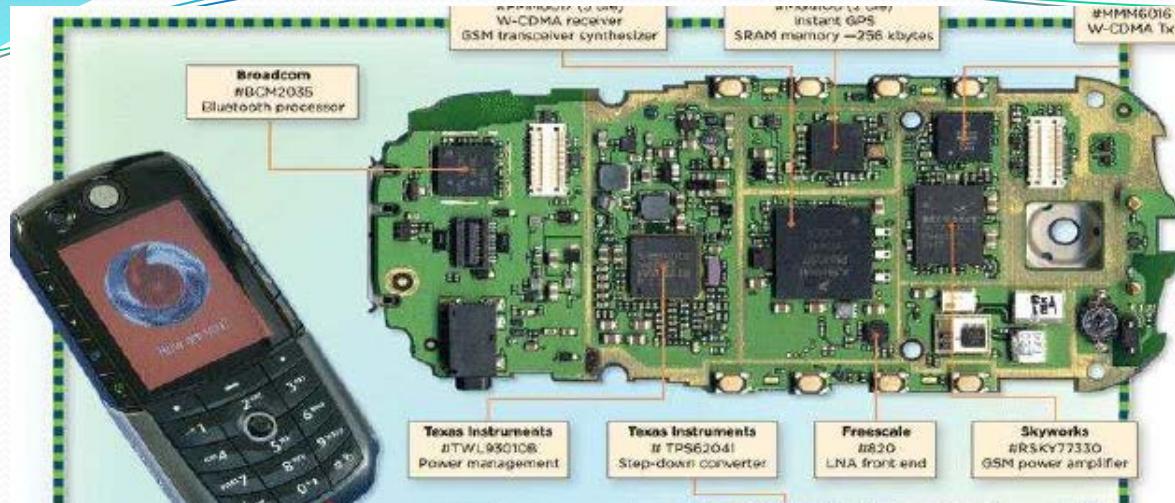
En bande modulée:



La transmission numérique en bande de base est très largement utilisée pour des signaux sur de courtes distances :

- réseaux locaux
- liaisons point à point ( RS232, V24 norme industrielle)...

Et Ethernet .....



# **Transmission en bande de base**



# Transmission en bande de base

**Notion de :**

- **Moment ou Symbole** : élément constitué de n bits

Chaque symbole émis est codé en n bits

L'alphabet contient alors  $2^n$  symboles

Ils sont transmis au rythme  $T_m$

- **Format** : c'est la représentation physique du signal émis

La tension du signal peut évoluer entre 0 et 5V  
ou -11V / + 11V (RS232) etc...

- **Code** : c'est le résultat de la transformation d'un message numérique en un autre message numérique

Codage Huffman par exemple

# Transmission en bande de base

- Capacité d'un canal = Débit binaire maximum

Le débit binaire D est le nombre d'éléments binaires ( bits) d'information transmis par seconde. Il s'exprime en bits/seconde

- Vitesse de modulation ou débits des moments  $\Delta$

La rapidité de modulation  $\Delta$  ( ou vitesse de modulation) est l'inverse de la durée  $T_m$  d'un état fixe. elle s'exprime en Bauds.

$T_m$  est la durée élémentaire

L'horloge qui gère cette transmission a une fréquence

$$Fr \text{ (Hz)} = \Delta \text{ (bauds)}$$

Remarque :

- en bande de base : un état → configuration cste
- en bande transposée : un état → amplitude, fréquence et phase sont cstes

## **Transmission en bande de base**

### **Débit et vitesse de modulation**

Débit D ( bits /seconde)  $\leftrightarrow$  quantité d'information

Vitesse de modulation  $\Delta$  ( Bauds)  $\leftrightarrow$  B bande passante

du canal, des circuits et des supports

$$D = \Delta \log_2(v)$$

Le nombre de symboles différents s'appelle la valence notée  $v$

#### **Exemple**

si  $v = 2$  alors  $D = \Delta$

si  $v = 4$  alors  $D = 2\Delta$

## Transmission en bande de base

### Premier Théorème de Nyquist

Il faut que le canal ait une certaine résolution dans le temps

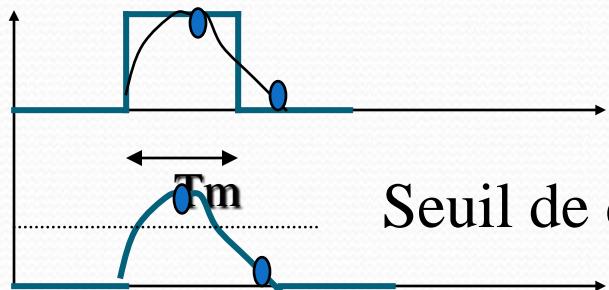
Or un canal est forcément limité en fréquence

→ La durée minimale des symboles est liée au temps de montée  $t_m$

Pour garantir l'indépendance des symboles consécutifs ( pas d'interférence), Nyquist (1928) a démontré que la vitesse de modulation maximum  $\Delta_{\max}$  et la largeur de bande sont reliées par la relation:

$$\Delta_{\max} = 2B$$

Cette relation est à rapprocher du premier théorème de Shannon sur l'échantillonnage  $F_e > 2F_{\max}$



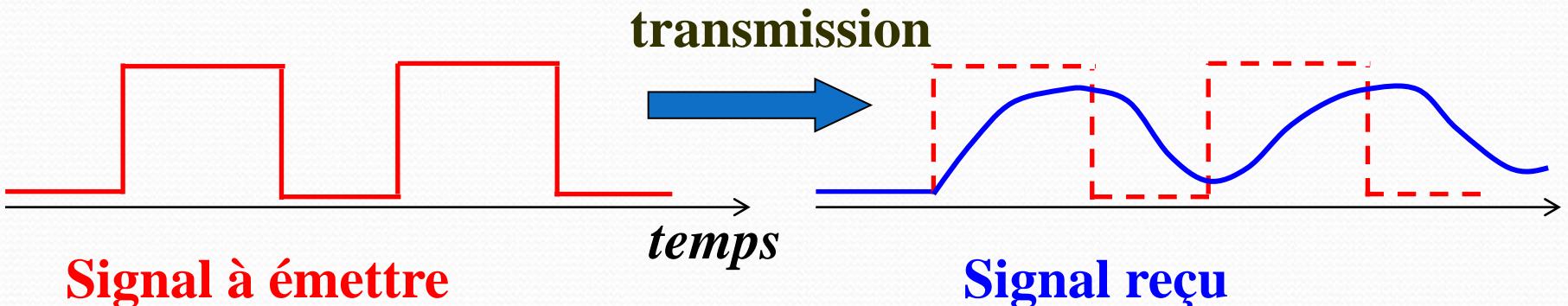
$$1/2T_m = \Delta$$

Seuil de décision

# Transmission en bande de base

## Premier Théorème de Nyquist

- Chevauchement entre symboles successifs conduisant à une erreur binaire.
- Les retards des canaux et le phénomène de multi-trajet conduit à faire apparaître de l'Interférence entre symboles .



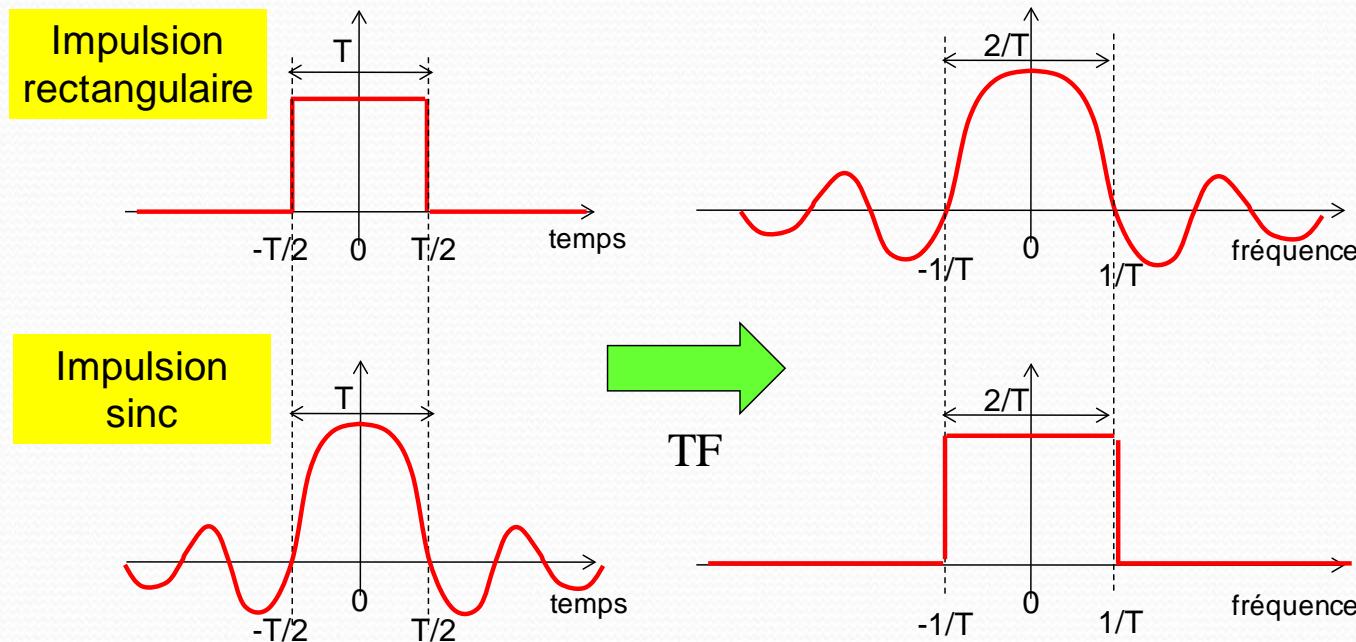
- Conditions indispensables pour les transmissions numériques :

L'interférence inter symboles doit être nulle.

# Transmission en bande de base

## Premier Théorème de Nyquist

Problématique : forme temporelle et spectre



- Impulsion à temps infini (fort risque d'IES, dépendant de l'échantillonnage) ...
- ... mais spectre à bande limitée
- La meilleure forme temporelle est un compromis entre une impulsion rectangulaire et une impulsion en sinc.

# Transmission en bande de base

## Premier Théorème de Nyquist

Démonstration

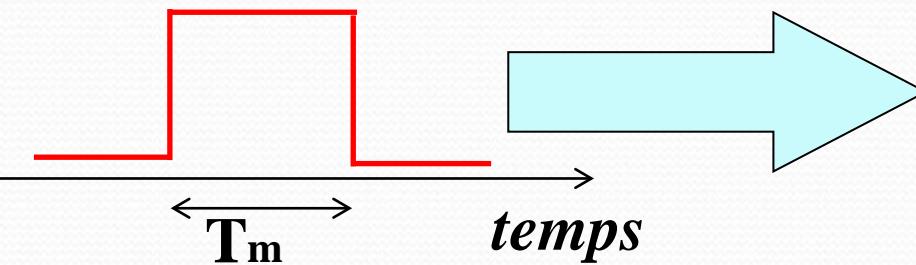
Problématique : forme temporelle et spectre

- Pour annuler l'IES, l'effet des symboles précédents doit s'annuler à l'instant d'échantillonnage = condition de Nyquist dans le temps

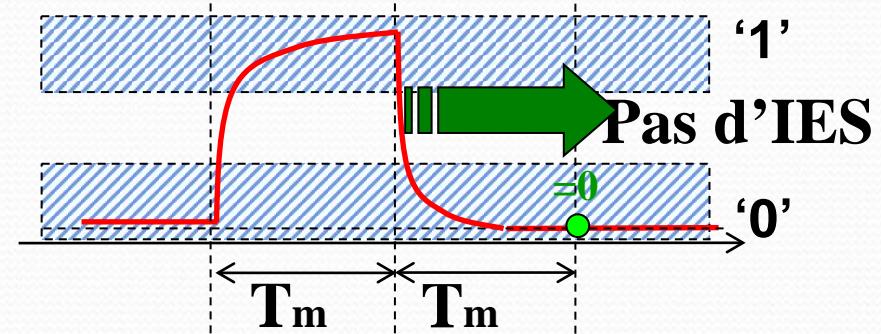
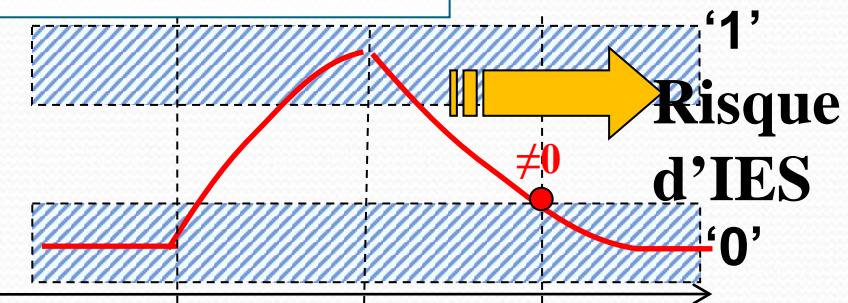
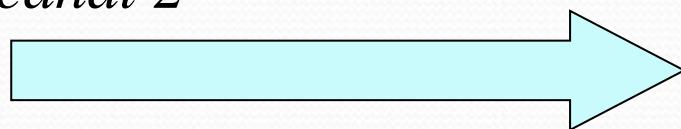
$$g((i-k)T_s) = \begin{cases} g(0) \text{ pour } i = k \\ 0 \text{ pour } i \neq k \end{cases} \Leftrightarrow g(t) = 0 \text{ pour } t = T_s, 2T_s, 3T_s \dots$$

Impulsion élémentaire

*Transmission à travers canal 1*



*Transmission à travers canal 2*



'1'  
**Risque d'IES**  
'0'

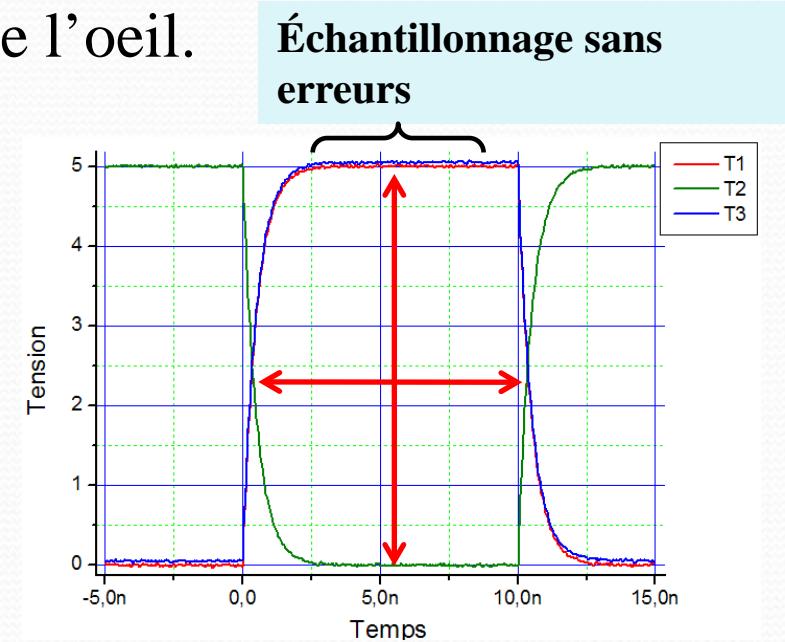
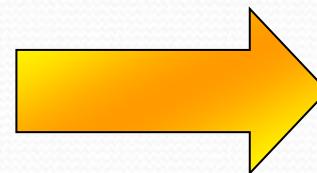
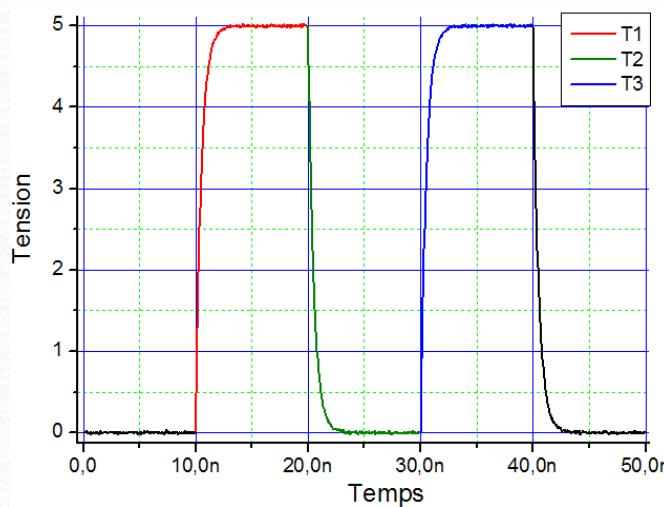
'1'  
**Pas d'IES**  
'0'

# Transmission en bande de base

## Premier Théorème de Nyquist

Problématique : forme temporelle et spectre

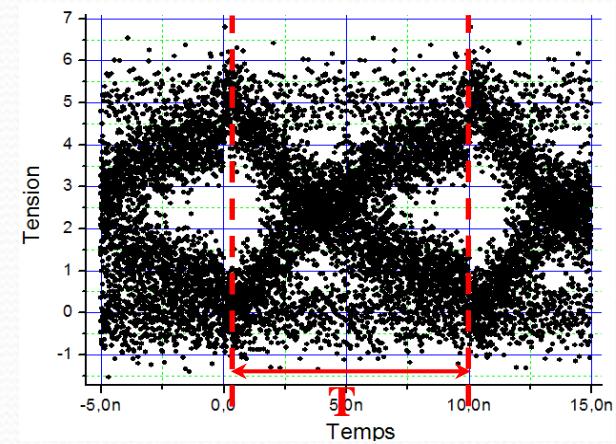
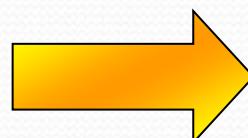
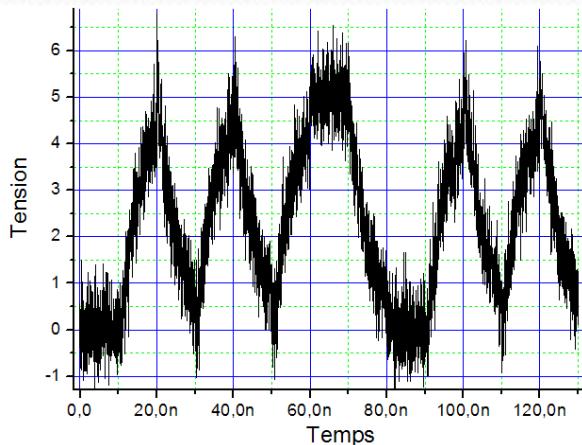
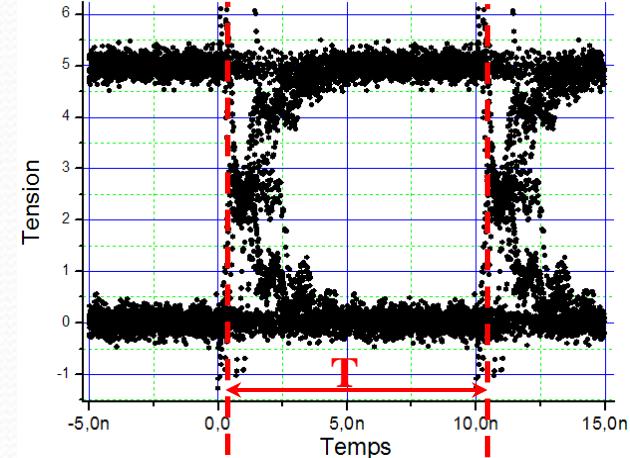
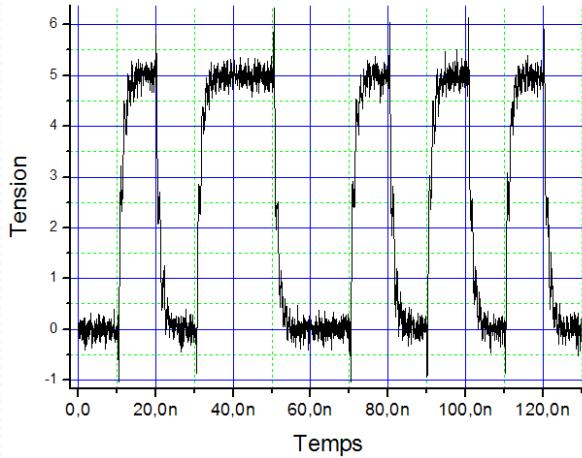
- Le diagramme de l'œil permet de contrôler visuellement la quantité d'IES.
- Superposition des tracés d'un signal aléatoire reçu sur un multiple de la durée du symbole
- Les performances du canal de transmission sont lues à travers les ouvertures verticales et horizontales de l'oeil.



# Transmission en bande de base

## Premier Théorème de Nyquist

Interférences Entre Symboles (IES) - Diagramme de l'oeil



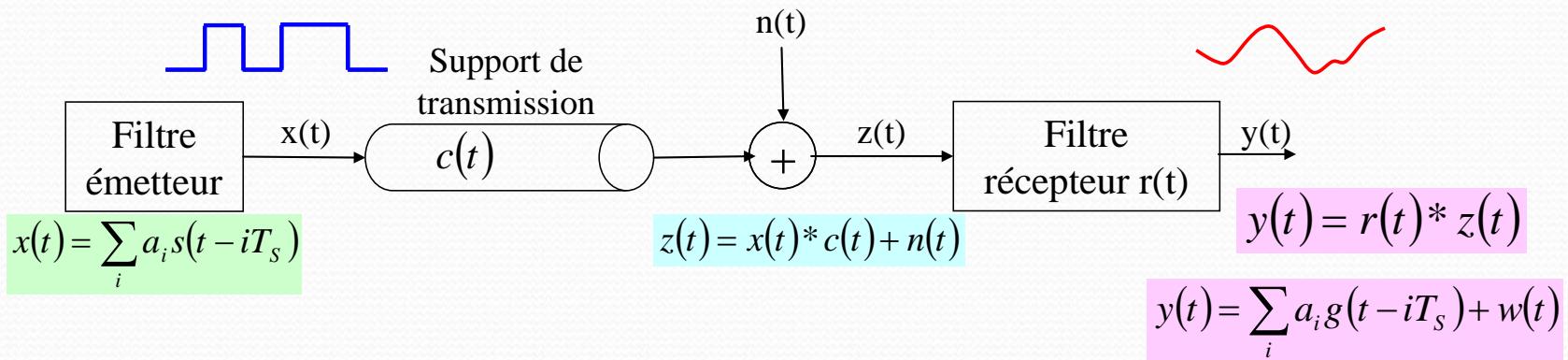
# **Transmission en bande de base**

## **Premier Théorème de Nyquist**

# Démonstration

## Problématique : forme temporelle et spectre

- Conditions d'annulation de l'IES : conditions de Nyquist
  - Modèle de transmission :



- Signal de sortie à l'instant d'échantillonnage  $t_i = i \cdot T_s$ :

$$y(t_i) = a_i g(0) + \sum_{k \neq i}^{\infty} a_k g((i-k)T_s) + w(t_i)$$

## Symbole n°i

# Effet résiduel des symboles précédents (IES)

Bruit

# Transmission en bande de base

## Premier Théorème de Nyquist

Démonstration

### Interférences inter-symboles

Un message formé d'une succession de  $x(k)$  à une cadence  $1/T$  qui a été modulée transmis dans un canal à bande limitée (filtrage linéaire) et démodulé peut s'exprimer sous la forme

$$r(t) = \sum_k g(t - kT) a_k = a_k \cdot g(t - kT) + \sum_{n \neq k} a_n \cdot g(t - nT)$$

La valeur échantillonnée à l'instant de décision  $t=kT$  vaut

$$r(kT) = a_k g(0) + \sum_{n \neq k} a_n g((k-n)T)$$

$a_k g(0)$  représente l'amplitude de l'impulsion utile attendue

+

le second terme est le terme parasite IES

$$\sum_{n \neq k} a_n g((k-n)T) \Rightarrow 0$$

# Transmission en bande de base

## Premier Théorème de Nyquist

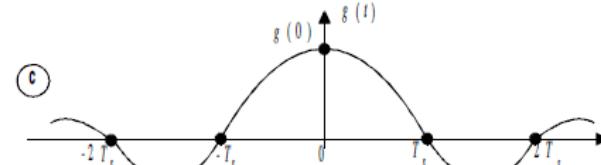
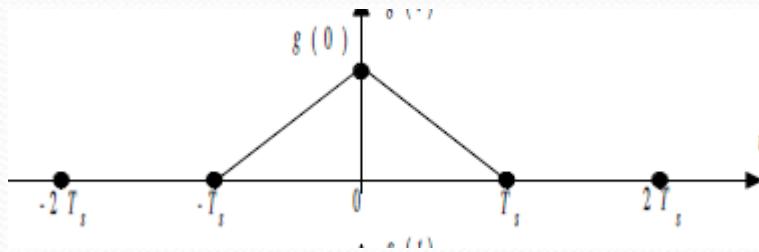
Démonstration

### Interférences inter-symboles

Une condition nécessaire et suffisante pour ne pas avoir d'IES est que l'impulsion de base  $g(t)$  possède la propriété:

$$g(kT) = g(0)\delta(t)$$

Les impulsions suivantes vérifient la condition de Nyquist dans le domaine temporel:



# Transmission en bande de base

## Premier Théorème de Nyquist

$$g(t) \cdot \pi(t) = \delta(t)$$

Démonstration

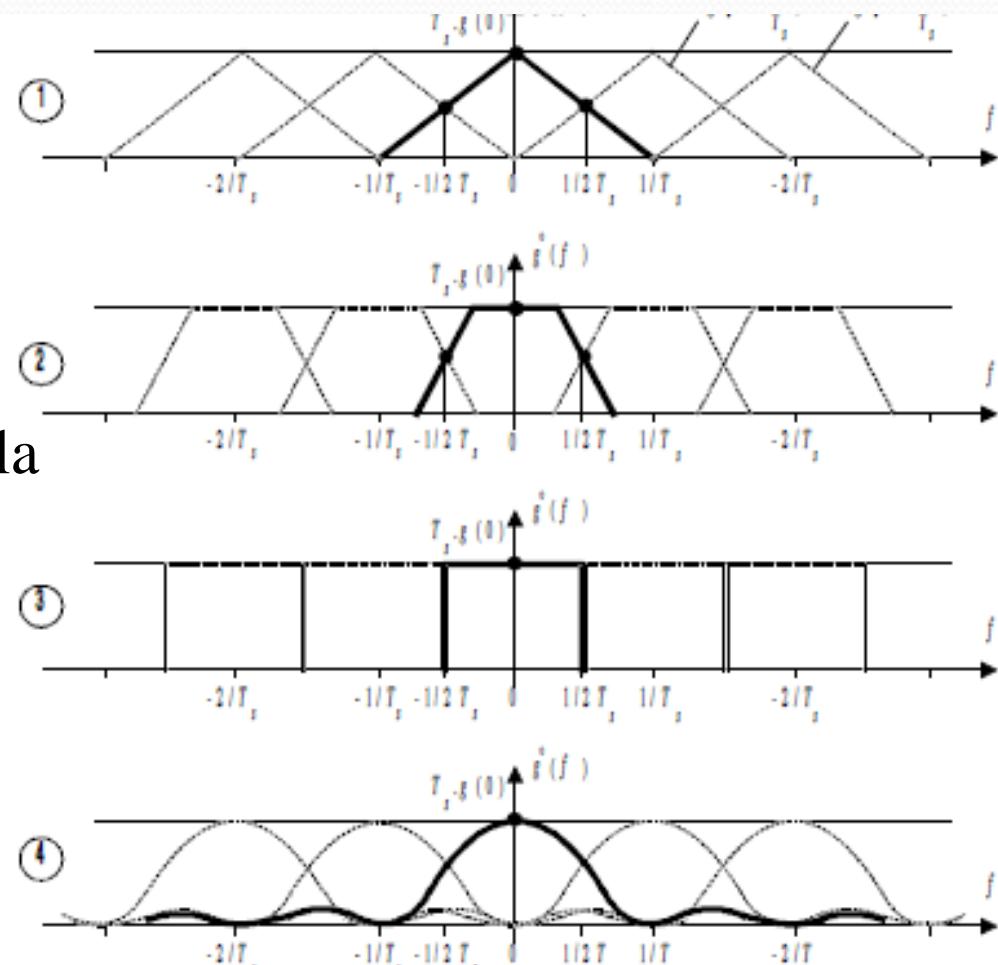
Interférences inter-symboles dans le domaine fréquentiel

$$\sum_k G(f - \frac{k}{T}) = T \cdot G(0)$$

Compte-tenu des propriétés de la TF, il est impossible d'avoir un support borné à la fois dans les domaines temporel et fréquentiel.

En pratique, le choix est imposé : la transmission doit s'effectuer dans un canal à bande passante limitée  $[-B; B]$ . On suppose que la TF de l'impulsion de base a un support fréquentiel borné, avec

$$G(f) = 0 \text{ pour } |f| \geq \frac{1}{T}$$



# Transmission en bande de base

## Premier Théorème de Nyquist

Interférences inter-symboles : 2 conditions

Démonstration

dans le domaine temporel

$$\sum_{n \neq k} a_n g((k-n)T) = 0$$

dans le domaine fréquentiel

$$G(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq 1/2B \\ 0 & |f| \geq 1/2B \end{cases}$$

Les filtres qui satisfont la condition de Nyquist sont (par exemple) les filtres en cosinus surélevé

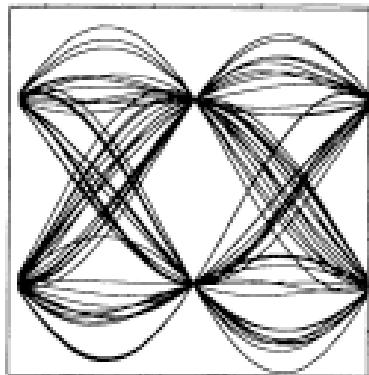
$$g(t) = \sin c\left(\frac{\pi t}{T}\right) \cdot \frac{\cos(\alpha \pi t / T)}{1 - (2\alpha t / T)^2}$$

$$G(f) = \begin{cases} T & 0 \leq f \leq (1-\alpha)/2T \\ \frac{T}{2} \left[ 1 - \sin \left( \frac{\pi T}{\alpha} \left( \left| f - \frac{1}{2T} \right| \right) \right) \right] & (1-\alpha)/2T \leq |f| \leq (1+\alpha)/2T \\ 0 & (1+\alpha)/2T \leq f \end{cases}$$

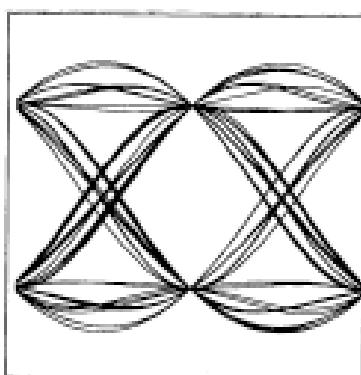
$\alpha$  représente le facteur de roll off ou excès de bande

La bande occupée vaut  $B_{oc} = ((1+\alpha)/2T)$

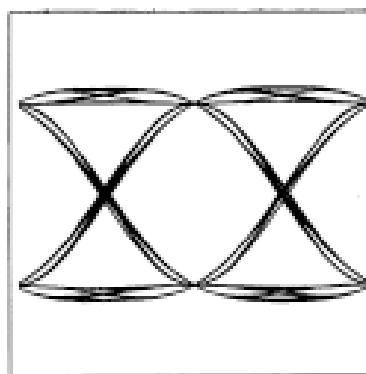
$$G(f) = \begin{cases} T & 0 \leq f \leq (1-\alpha)/2T \\ \frac{T}{2} \left[ 1 - \sin \left( \frac{\pi T}{\alpha} \left( \left| f - \frac{1}{2T} \right| \right) \right) \right] & (1-\alpha)/2T \leq |f| \leq (1+\alpha)/2T \\ 0 & (1+\alpha)/2T \leq f \end{cases}$$



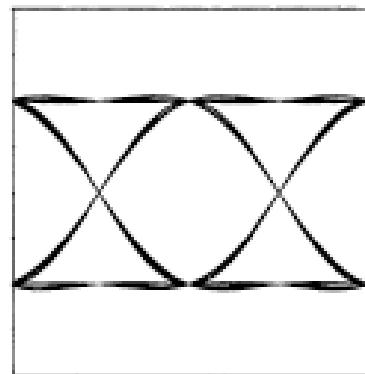
$\alpha = 0.2$



$\alpha = 0.5$



$\alpha = 0.8$



$\alpha = 1$

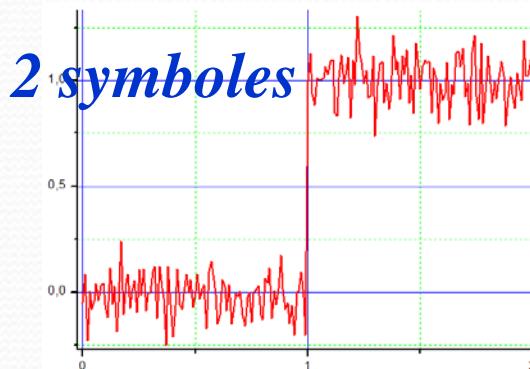
Filtre de Nyquist en cosinus surélevé :  
influence de  $\alpha$   
coefficient roll off

# Transmission en bande de base

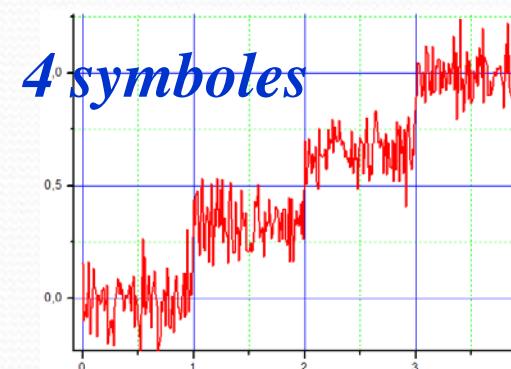
## Débit et vitesse de modulation

### Capacité de transmission d'un canal et valence

- Le bruit et les perturbations se superposent au signal utile sur le canal.
- Plus le nombre de symboles est grand, plus il sera dur de les différencier.



*Pas d'interférences inter-symboles*



*Risque d'interférences inter-symboles*

- Dans l'hypothèse d'un bruit blanc gaussien, pour conserver une probabilité d'erreur nulle, le nombre maximal d'états est donné par
- Quantité maximale de décision par moment (en bits) :

$$N_{\max} = \sqrt{1 + \frac{S}{N}}$$

$$D_m \text{ (bits)} \leq D_{\max} = \frac{1}{2} \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

# **Transmission en bande de base**

## **Débit et vitesse de modulation et Rapport Signal/Bruit SHANNON**

### **Capacité de transmission d'un canal , valence, et RSB**

SHANNON (1948) a démontré que le nbre maximal d'états discernables d'un signal (nbre de symboles maximum théorique discernables) ou valence noté  $v_{max}$  est fonction du rapport signal/bruit  $R_{S/N}$

$$v_{max} = \sqrt{1 + R_{S/N}}$$

Avec  $R_{S/N} = \frac{P_{signal}}{P_{bruit}}$

Si la largeur de bande est  $2B$  alors le débit maximum devient:

$$\Delta \text{max} = B \log_2 (1 + R_{S/B}) \Rightarrow \text{Capacité du Canal}$$

Ce débit maximum est appelé capacité du canal

Cette relation peut être approchée d'une probabilité d'erreur  $\rightarrow 0$

**Vitesse de modulation**

$$\Delta = \frac{1}{Tm} \leq 2B$$

**Débits**

$$D = \Delta \log_2(v)$$

**Valence**

$$v_{\max} = \sqrt{1 + R_{S/N}}$$

$$\Delta \max = B \log_2(1 + R_{S/B}) \Rightarrow \text{Capacité du Canal}$$

## Capacité de transmission d'un canal et valence : Exemple

Exemple le débit théorique D (capacité) d'un canal d'une ligne téléphonique du réseau commuté RTC avec

$R_{S/N}=25\text{dB}$  (#316) et la bande passante B du signal [300, 3400]Hz

D'où  $B=3100 \text{ Hz}$

$$R_{S/N}(\text{dB}) = 10 \log \left( \frac{P_s}{P_b} \right) = 25 \text{dB} \quad \rightarrow \quad R_{S/N} = 10^{25/10} = 316$$

$$D = B \log_2 (1 + R_{S/B})$$

$$D = 3100 \log_2 (1 + 316) = 25756 \text{ bits/s}$$

Pour obtenir  $D = 64\text{kbits/s}$ , il faut un  $R_{S/N \text{ en dB}} = 62\text{dB}$  ( $1,6 \cdot 10^6$ )

# Signal Numérique : Critère d'évaluation

- Le Taux d'erreur par bit:

C'est le nombre de bits mal transmis/ bits transmis

$$\text{T.E.B.} = \frac{\text{Nbre de bits faux}}{\text{Nbre de bits transmis}}$$

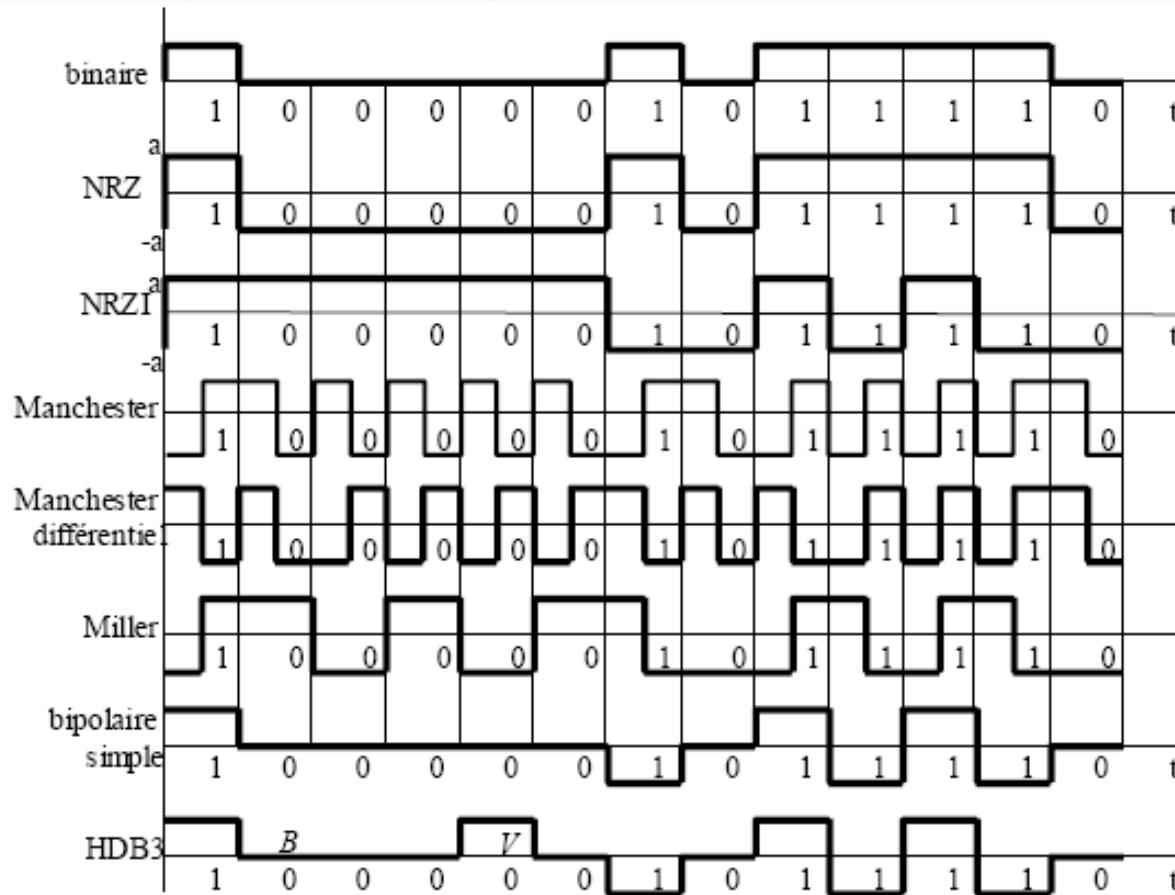
Remarque: La probabilité d'erreur  $P_e \neq \text{T.E.B.}$

$$P_e = E(\text{T.E.B.})$$

$\text{T.E.B.} \rightarrow P_e$  pour  $k$  bits transmis  $\rightarrow \infty$

# **Transmission En Bande de Base : Format et codage**

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE : FORMATS ET CODES



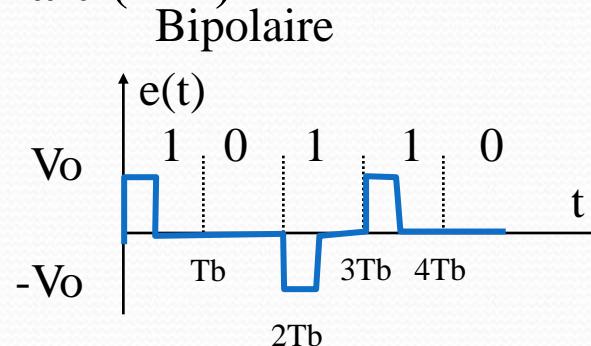
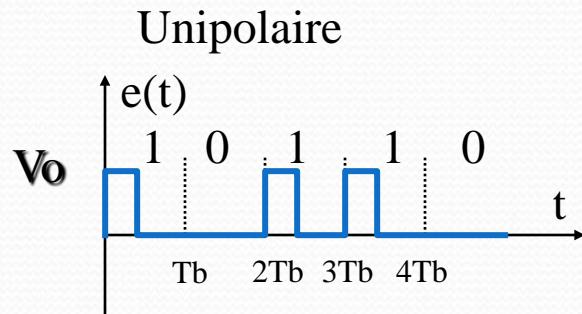
## Le choix du codage

- les formats retour à 0 ( RZ)

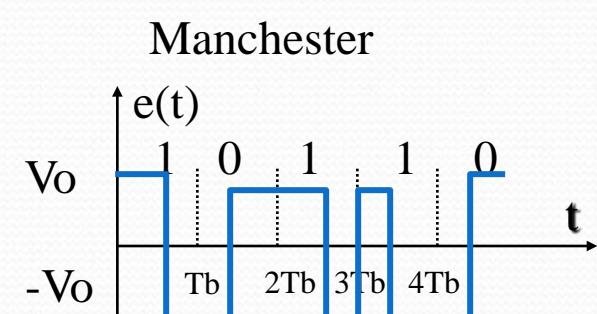
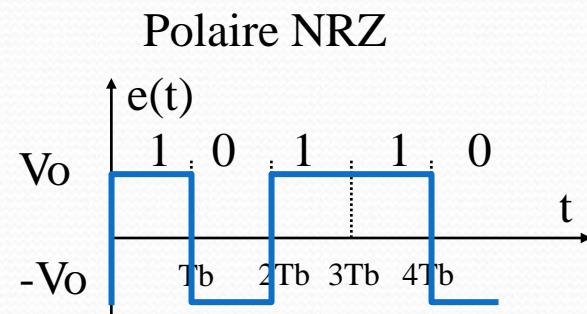
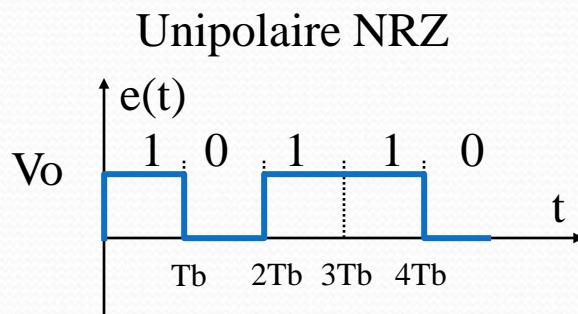
# SIGNAUX EN BANDE DE BASE : FORMATS ET CODES

2 grandes familles de signaux :

- les formats retour à 0 ( RZ)



- les formats non retour à 0 ( NRZ)



Recueil de données  
pour centralisation,  
téléphonie

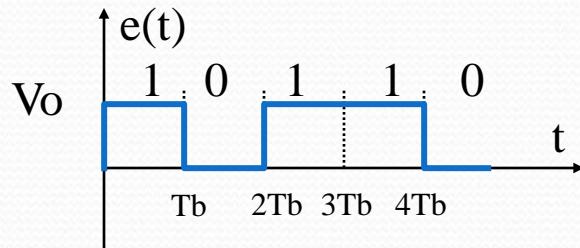
RS232, ....

Ethernet...

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE : FORMATS ET CODES

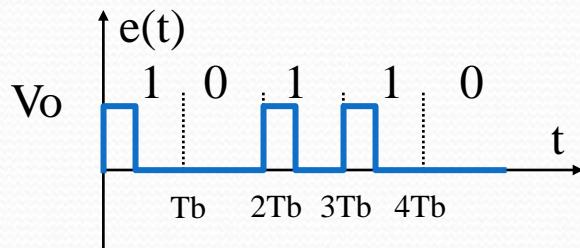
## - les formats non retour à 0 ( NRZ)

Unipolaire NRZ



Avantage → la simplicité de mise en œuvre  
Inconvénient → risque de perte de synchronisation, il faut donc disposer d'une horloge locale réglée sur la fréquence d'arrivée des bits.

Unipolaire RZ



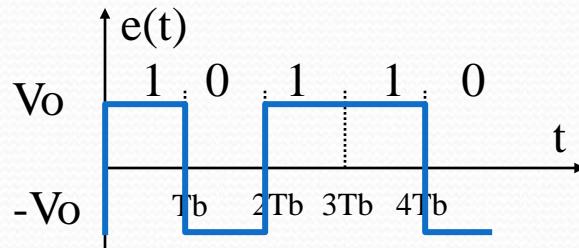
Cela facilite la synchronisation puisque même dans une longue séquence de 1 on retrouve le rythme de l'horloge.

Cependant ces codages ne sont pas à valeur moyenne nulle même si il y a équiprobabilité des 1 et des 0 → en présence de bruit il y a risque d'erreur d'interprétation

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE : FORMATS ET CODES

Pour maintenir une valeur moyenne nulle → Bipolaire

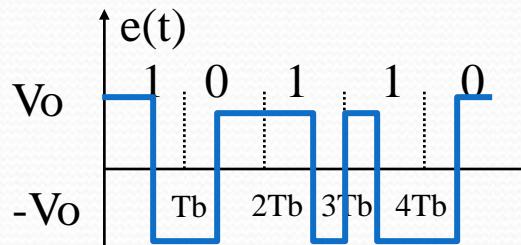
Bipolaire NRZ



Bipolaire NRZ → moyenne nulle  
mais risque de perte de synchronisation

RS232...

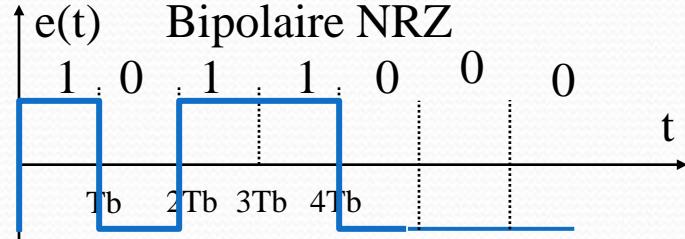
Bipolaire RZ  
Manchester



Bipolaire RZ → moyenne nulle et synchronisation possible  
1 = première  $\frac{1}{2}$  période à  $V_0$  puis  $-V_0$   
0= première  $\frac{1}{2}$  période à  $-V_0$  puis  $+V_0$ .

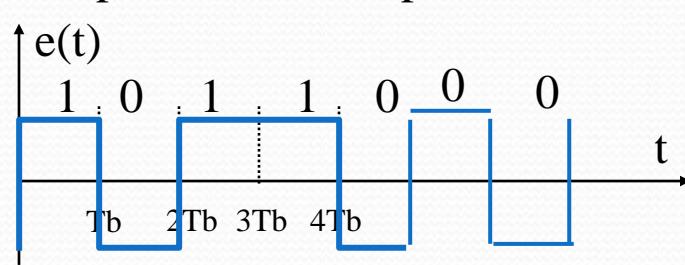
Ethernet...

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE : FORMATS ET CODES



## Format et codage USB

Bipolaire NRZI pour USB



Un «1» logique est représenté par un non changement d'état en NRZI et un «0» logique est représenté par un changement d'état.

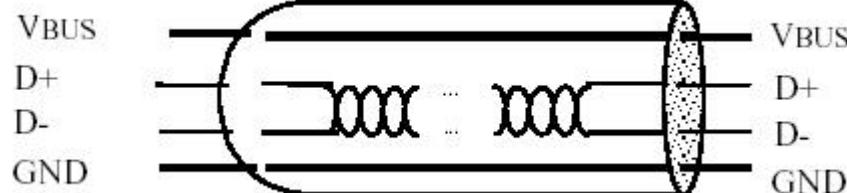
L'USB supporte 3 vitesses :

*Low Speed à 1.5Mbit/s – (USB 1.1)*

1 A sous 5 V continus soit 5W

*Full Speed à 12Mbit/ s – (USB 1.1)*

*High Speed à 480Mbit/ s – (USB 2.0)*



Chaque connecteur dispose de deux fils d'alimentation (5V et GND) et deux fils destinés au transfert de données (D+ et D-).

Les données échangées sont codées selon le codage NRZI

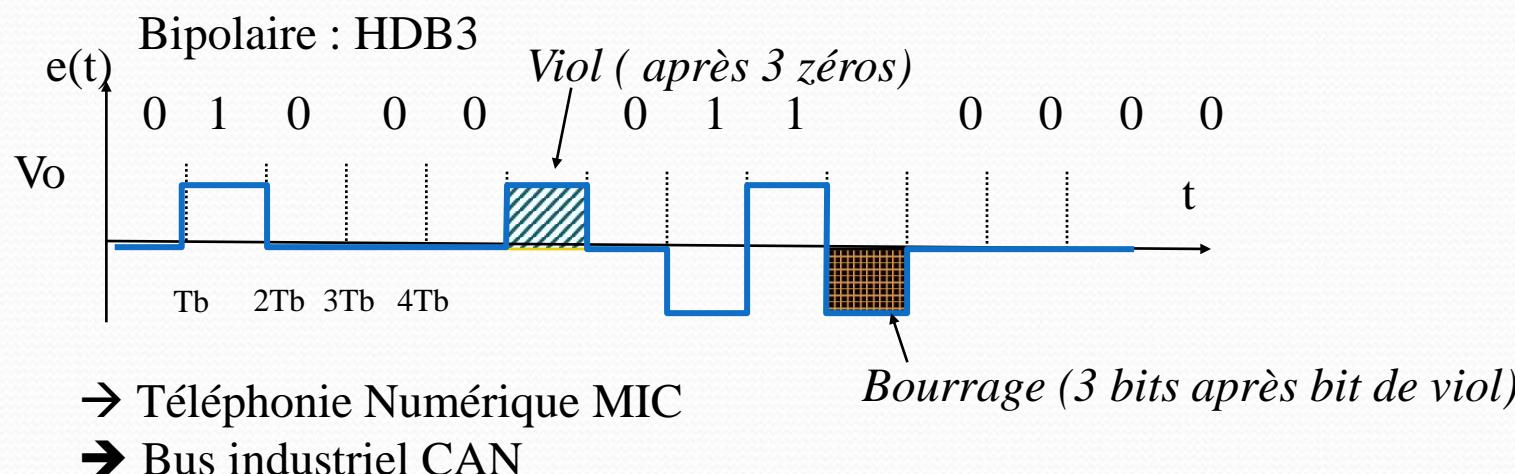
# SIGNAUX EN BANDE DE BASE : FORMATS ET CODES

## - les formats non retour à 0 ( NRZ)

Code Haute Densité Bipolaire d'ordre n ( HDBn) :

C'est un format bipolaire dans lequel on ajoute :

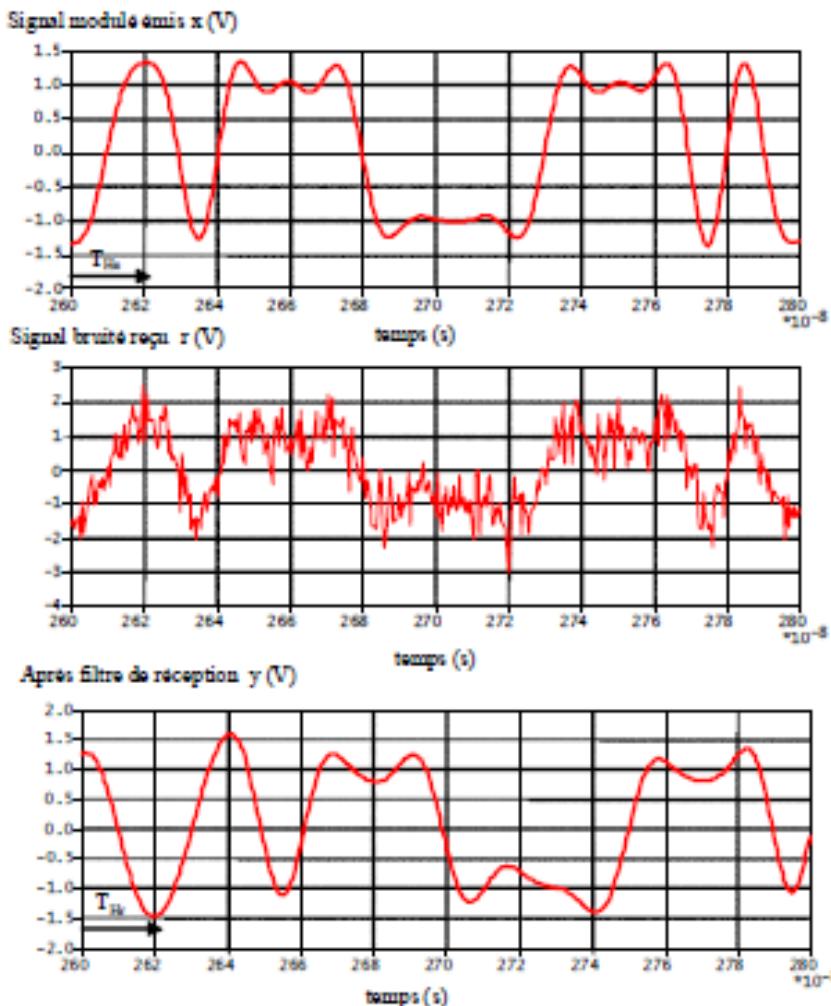
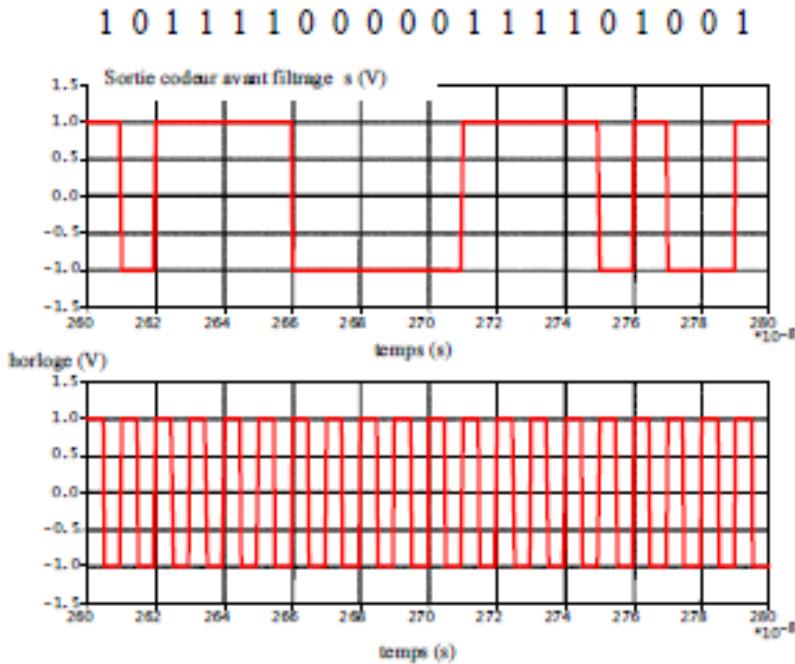
- un bit de viol lorsqu'il y a une suite de n zéros 0 ( évite la gigue de phase pour la récupération de l'horloge)
- Un bit de bourrage pour la neutralité électrique → Tension moyenne nulle



# SIGNAUX EN BANDE DE BASE : FORMATS ET CODES

## Signaux réels non retour à Zéro

Transmission NRZ à 100 Mbit/s



## **SIGNAUX EN BANDE DE BASE :**

### **Analyse spectrale des différents formats et codes**

On ne peut pas calculer la transformée de Fourier d'un signal aléatoire → Par contre la densité spectrale de puissance permet d'accéder à des informations sur le spectre

Chaque symbole est associé à un signal élémentaire de durée  $T_m$  que l'on notera :  $s_k(t)$

Le signal global peut s'écrire :  $s(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} s_k(t - kT_m)$

Sur un nombre fini d'échantillons :  $s(t) = \sum_{k=0}^{+p} s_k(t - kT_m)$

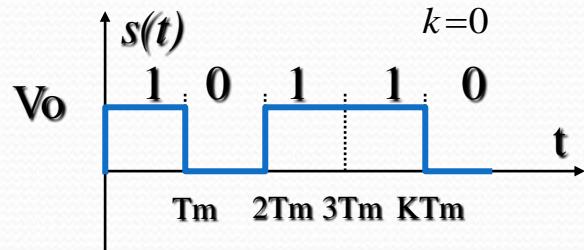
Un mot de  $m$  bits prend un temps  $mT_m$  pour se propager.  
Si c'est un digit (2bits) alors  $2T_m$

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE :

## Analyse spectrale des différents formats et codes

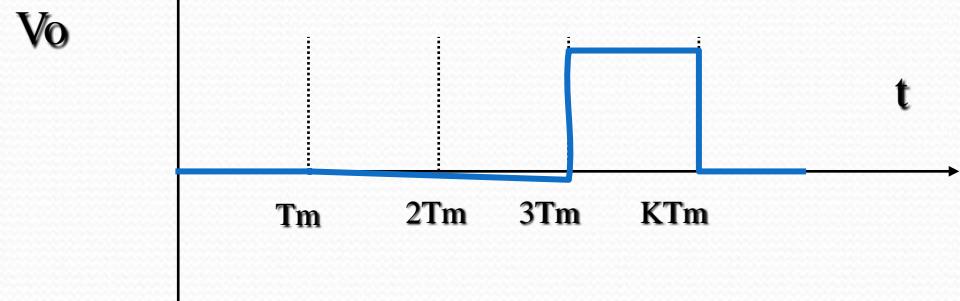
Exemple: Unipolaire NRZ

$$s(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} s_k (t - kT_m)$$



avec

$$s_3(t) = s(t - 3T_m)$$



## SIGNAUX EN BANDE DE BASE : Analyse spectrale des différents formats et codes

On suppose par construction qu'ils sont d'égale énergie:

$$\int_k^{kTm} s_{k0}^2(t) dt = \int_k^{kTm} s_{k1}^2(t) dt = E_m \quad \text{avec } A = \sqrt{E_m}$$

A: amplitude efficace des signaux binaires

Le message  $s(t)$  est considéré comme une suite de bits ‘0’ ou ‘1’ représenté par  $s_{k0}(t)$  ou  $s_{k1}(t)$  dans l'intervalle  $[kTm, (k+1)Tm]$

Pour simplifier le calcul, on supposera également que les bits successifs sont statistiquement indépendants , le processus est considéré sans mémoire

$$s_{ki}(t) = s_i(t) * \delta(t - kTm) \quad i \in \{0,1\}$$

$s_{ki}(t)$  est une version retardée de  $k^{ieme}$  digits du signal  $s_i(t)$

## SIGNAUX EN BANDE DE BASE : Analyse spectrale des différents formats et codes

Le signal de  $2N$  digits s'écrit alors :  $s(t) = \sum_{k=-N}^{+N} s_{ki}(t)$  avec  $i=1$  ou  $0$

Et  $s_{ki}(t) = s_i(t) * \delta(t - kTm)$

Le spectre du message est alors :  $S(f) = TF(s(t)) = \sum_{k=-N}^{+N} S_{ki}(f)$

*La densité spectrale de puissance représente la distribution spectrale de la puissance moyenne (au sens des processus aléatoires) du message*

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE :

## Analyse spectrale des différents formats et codes

$$G(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N \cdot T_m} \left[ \sum_{k=-N}^N |S_{ki}(f)|^2 + \sum_{k \neq l=-N}^N \overline{S_{ki}(f)} S_{lj}^*(f) \right]$$

$$\begin{aligned} G(f) &= \frac{1}{T_m} \left[ p_0 |S_{k0}(f)|^2 + p_1 |S_{k1}(f)|^2 \right] \\ &\quad - \frac{1}{T_m} |p_0 \cdot S_{k0}(f) + p_1 S_{k1}(f)|^2 \\ &\quad + \frac{1}{T^2 m} |p_0 \cdot S_{k0}(f) + p_1 S_{k1}(f)|^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T_m}\right) \end{aligned}$$

Codage( supposons l'équiprobabilité des 1 et 0 : $p_0=p_1$ ):

- unipolaire  $a_0=0$  ( $S_{k0}(f)=0$ ) et  $a_1=1$  alors le spectre possède des raies discrètes
- bipolaire  $a_0=1/2$  et  $a_1=-1/2$  ( $S_{k0}(f)=-S_{k1}(f)$  ) alors le spectre ne possède pas de raies discrètes

## SIGNAUX EN BANDE DE BASE : Analyse spectrale des différents formats et codes

Le signal de  $2N$  digits s'écrit alors :  $s(t) = \sum_{k=-N}^{+N} s_{ki}(t)$       avec       $i \in \{0,1\}$

$$s_{ki}(t) = s_i(t) * \delta(t - kTm)$$

Le spectre du message est alors :       $S(f) = TF(s(t)) = \sum_{k=-N}^{+N} S_{ki}(f)$

La densité spectrale de puissance représente la distribution spectrale de la puissance moyenne (au sens des processus aléatoires) du message elle a pour expression:

$$G(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} s(t)s^*(t) dt$$

Soit pour  $N$  grand:

$$G(f) = \frac{1}{2N \cdot Tm} E[S(f) \cdot S^*(f)]$$

$$G(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N \cdot Tm} E[S(f) \cdot S^*(f)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N \cdot Tm} \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N E[S_{ki}(f) \cdot S_{lj}^*(f)]$$

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE :

## Analyse spectrale des différents formats et codes

Démonstration

$$G(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N \cdot Tm} \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N E[S_{ki}(f) \cdot S_{lj}^*(f)]$$

Les digits sont distincts et indépendants, alors :

$$G(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N \cdot Tm} \left[ \sum_{k=-N}^N \overline{|S_{ki}(f)|^2} + \sum_{k \neq l=-N}^N \overline{S_{ki}(f)} \overline{S_{lj}^*(f)} \right]$$

En effet pour  $k=l$  on a aussi  $i=j$  alors

$$\sum_{k=-N}^N \sum_{l=k}^N E[S_{ki}(f) \cdot S_{lj}^*(f)] = \sum_{k=-N}^N E[S_{ki}(f) \cdot S_{ki}^*(f)] = \sum_{k=-N}^N \overline{|S_{ki}(f)|^2}$$

Car par exemple:

$$E[S_{k0}(f) \cdot S_{k0}^*(f)] = \overline{|S_{k0}(f)|^2}$$

l'indépendance

$$E[S_{l0}(f) \cdot S_{l1}^*(f)] = E[S_{l0}(f)] E[S_{l1}^*(f)]$$

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE : Analyse spectrale des différents formats et codes

Démonstration

$s_0(t) \rightarrow$  transmission du symbole 0 avec une probabilité de  $p_0$

$s_1(t) \rightarrow$  transmission du symbole 1 avec une probabilité de  $p_1$

$$\overline{S_{ki}(f)} = p_0 \cdot S_{k0}(f) + p_1 \cdot S_{k1}(f)$$

$$\overline{|S_{ki}(f)|^2} = p_0 \cdot |S_{k0}(f)|^2 + p_1 \cdot |S_{k1}(f)|^2$$

Or au sens des distributions  $s_{ki}(t)$  peut s'écrire:

$$s_{ki}(t) = s_i(t) * \delta(t - kTm)$$

Donc  $S_{ki}(f) = S_i(f) e^{-j2\pi kTm}$       avec       $S_i(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_i(t) e^{-j2\pi ft} dt$

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE :

## Analyse spectrale des différents formats et codes

$$\overline{|S_{ki}(f)|^2} = p_0 |S_{k0}(f)|^2 + p_1 |S_{k1}(f)|^2$$

$$G(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N \cdot Tm} \left[ \sum_{k=-N}^N \overline{|S_{ki}(f)|^2} + \sum_{k \neq l = -N}^N \overline{S_{ki}(f)} \cdot \overline{S_{lj}^*(f)} \right]$$

$$G(f) = \frac{1}{Tm} \left[ p_0 \cdot |S_{k0}(f)|^2 + p_1 \cdot |S_{k1}(f)|^2 \right]$$

$$+ \frac{1}{Tm} \left| p_0 \cdot S_{k0}(f) + p_1 S_{k1}(f) \right|^2 \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^{N-1} \sum_{l=-N}^{N-1} e^{-j2\pi f Tm(k-l)}$$

$$- \frac{1}{Tm} \left| p_0 \cdot S_{k0}(f) + p_1 S_{k1}(f) \right|^2$$

Ce terme retranché représente k=1 de la somme précédente

Or  $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N e^{-j2\pi f Tm(k-l)} = \frac{1}{Tm} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta \left( f - \frac{k}{Tm} \right)$

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE :

## Analyse spectrale des différents formats et codes

$$\overline{|S_{ki}(f)|^2} = p_0 |S_{k0}(f)|^2 + p_1 |S_{k1}(f)|^2$$

$$G(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N \cdot Tm} \left[ \sum_{k=-N}^N \overline{|S_{ki}(f)|^2} + \sum_{k \neq l = -N}^N \overline{S_{ki}(f)} \cdot \overline{S_{lj}^*(f)} \right]$$

$$G(f) = \frac{1}{Tm} \left[ p_0 \cdot |S_{k0}(f)|^2 + p_1 \cdot |S_{k1}(f)|^2 \right]$$

$$+ \frac{1}{Tm} \left| p_0 \cdot S_{k0}(f) + p_1 S_{k1}(f) \right|^2 \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^{N-1} \sum_{l=-N}^{N-1} e^{-j2\pi f Tm(k-l)}$$

$$- \frac{1}{Tm} \left| p_0 \cdot S_{k0}(f) + p_1 S_{k1}(f) \right|^2$$

*Ce terme retranché représente k=1 de la somme précédente*

Or

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N \sum_{l=-N}^N e^{-j2\pi f Tm(k-l)} = \frac{1}{Tm} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta \left( f - \frac{k}{Tm} \right)$$

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE :

## Analyse spectrale des différents formats et codes

$$G(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N \cdot T_m} \left[ \sum_{k=-N}^N |S_{ki}(f)|^2 + \sum_{k \neq l=-N}^N \overline{S_{ki}(f)} S_{lj}^*(f) \right]$$

$$\begin{aligned} G(f) &= \frac{1}{T_m} [p_0 |S_{k0}(f)|^2 + p_1 |S_{k1}(f)|^2] \\ &\quad - \frac{1}{T_m} |p_0 \cdot S_{k0}(f) + p_1 S_{k1}(f)|^2 \\ &\quad + \frac{1}{T^2 m} |p_0 \cdot S_{k0}(f) + p_1 S_{k1}(f)|^2 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T_m}\right) \end{aligned}$$

Codage( supposons l'équiprobabilité des 1 et 0 : $p_0=p_1$ ):

- unipolaire  $a_0=0$  ( $S_{k0}(f)=0$ ) et  $a_1=1$  alors le spectre possède des raies discrètes
- bipolaire  $a_0=1/2$  et  $a_1=-1/2$  ( $S_{k0}(f)=-S_{k1}(f)$ )) alors le spectre ne possède pas de raies discrètes

## SIGNALS EN RANDE DE BASE

$G_{NRZ}(t)$



Remarque

→ le spectre

$B = [0, F_m]$

→ Aucune raie spectra

récupérer le signal d'horloge

0.5  
0.45

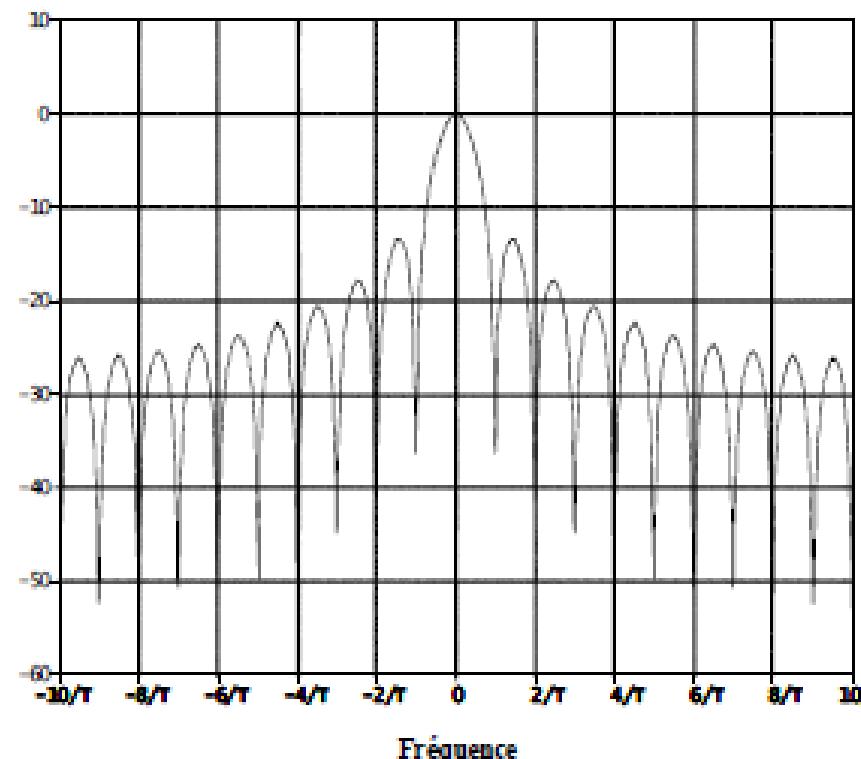
Densité de puissance

0.5  
0.45  
0.4  
0.35  
0.3  
0.25  
0.2  
0.15  
0.1  
0.05  
0

Densité de puissance

DSP (dB)

Exemples: Code NRZ (polaire)



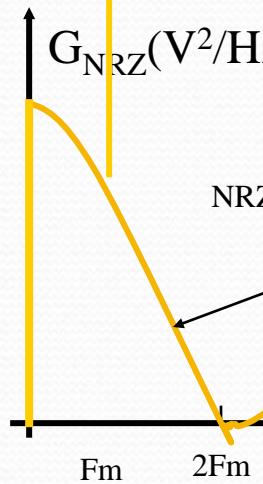
le  $V^2O$   
be

pour

# SIGNAUX EN BANDE DE BASE : Analyse spectrale des différents formats

Polaire RZ

$$G_{NRZ}(f) = \frac{V_0^2}{16} \cdot \left( \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2$$



(... et codes)<sup>2</sup>

Densité de puissance

Simulation signal

Densité de puissance

Simulation signal  
RZ bipolaire

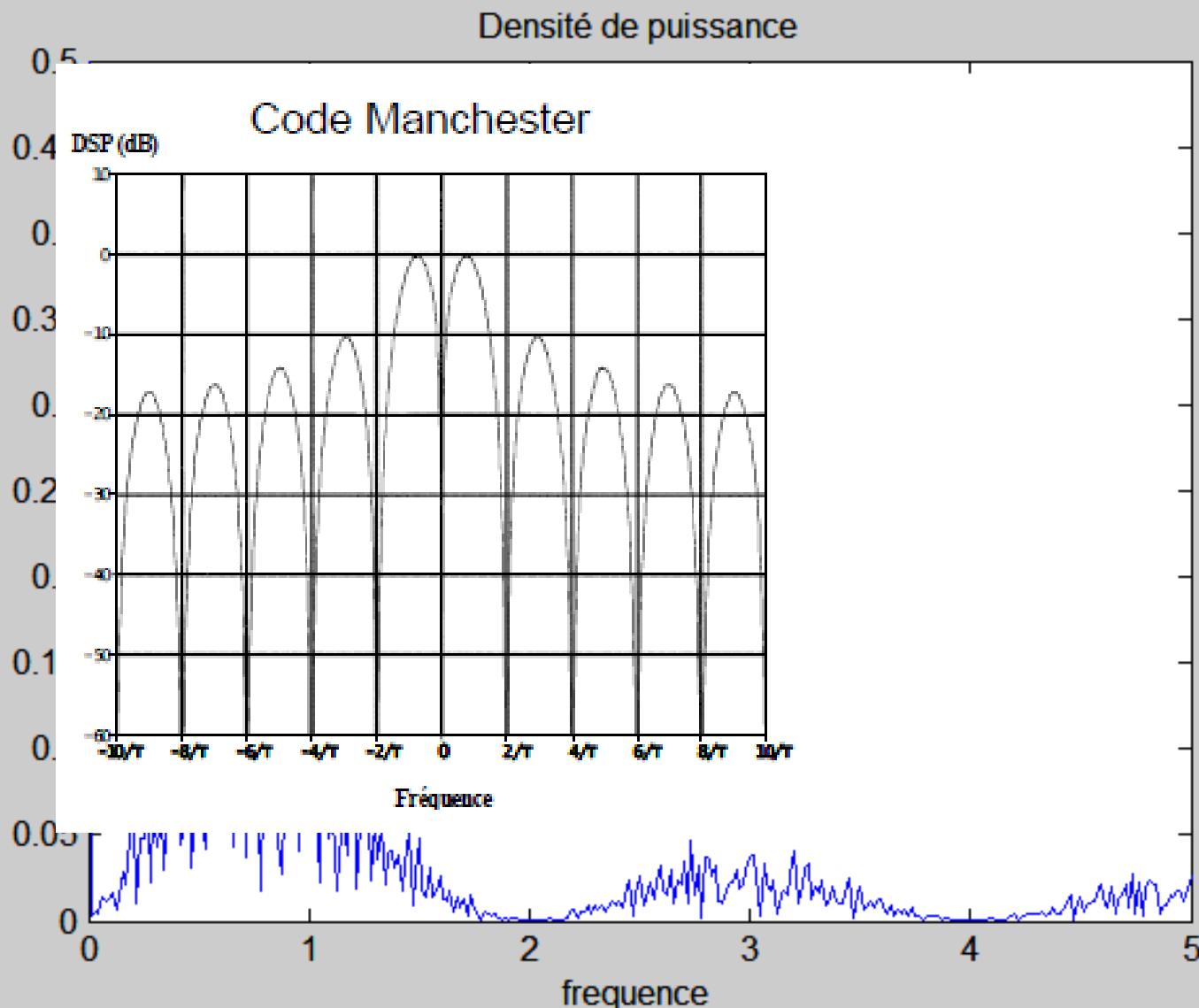
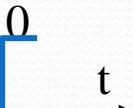
Remarque :

→ le spectre est :

$B = [0, 2F_m] = [0, 2f_m]$

→ raies spectrales

→ récupération

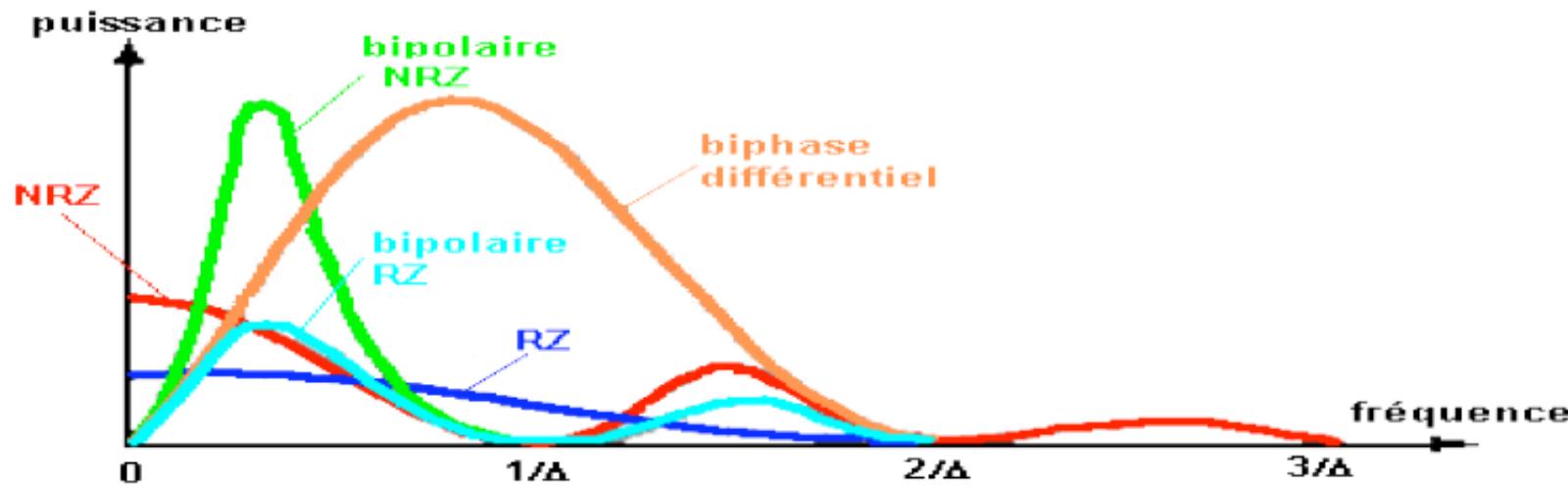


- Format IEEE MAC 802.3 (ETHERNET) 10Base5, 10Base2, 10BaseT, 10BaseFL, Token Ring

# Conclusion sur les formats de bande de base

## Multitude de codage

- Codages sur fronts facilitent la reconstitution de l'horloge et autorisent les changement de polarité mais doublement de la bande passante
- Codages multiniveaux augmentent le débit au détriment du rapport S/N
- Pas de codage optimal il faut choisir le codage en fonction de l'application visée

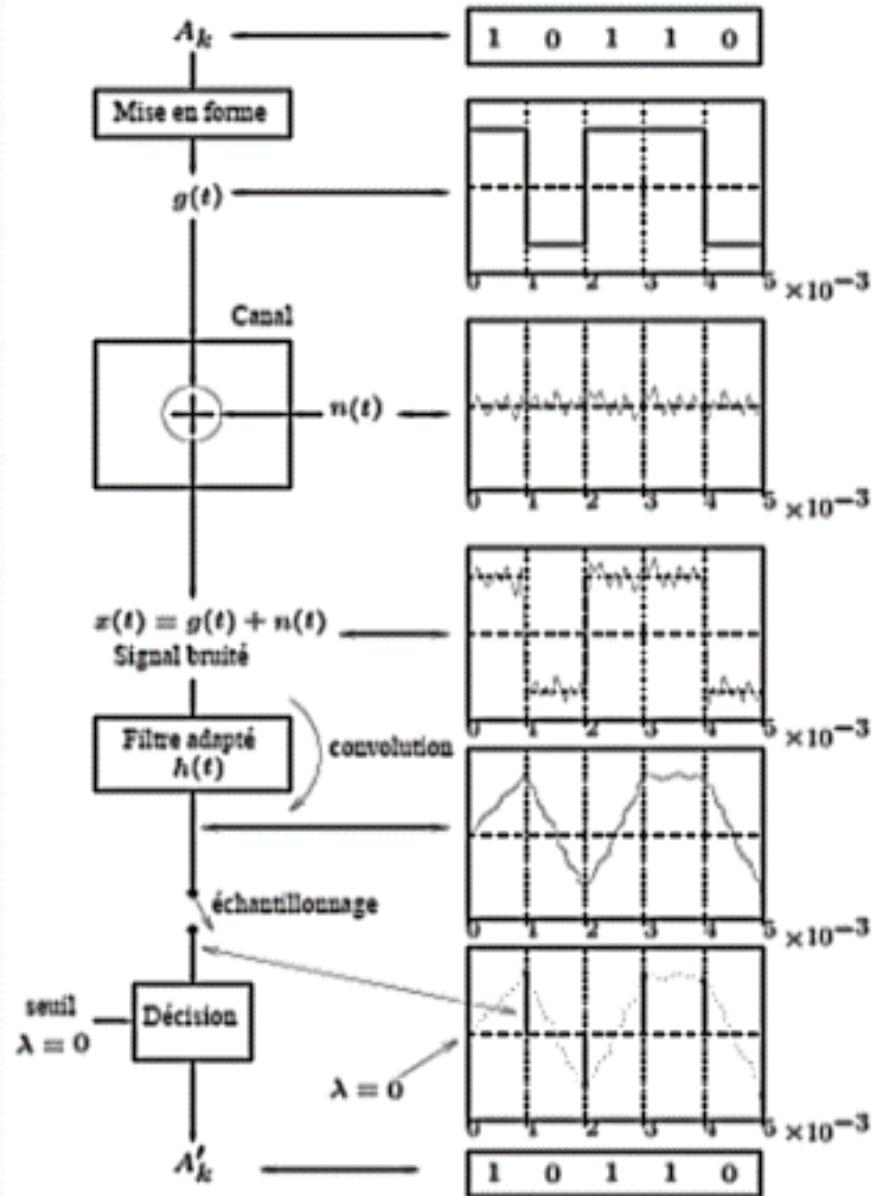


# Détection des signaux en bande de base

## Régénération du signal

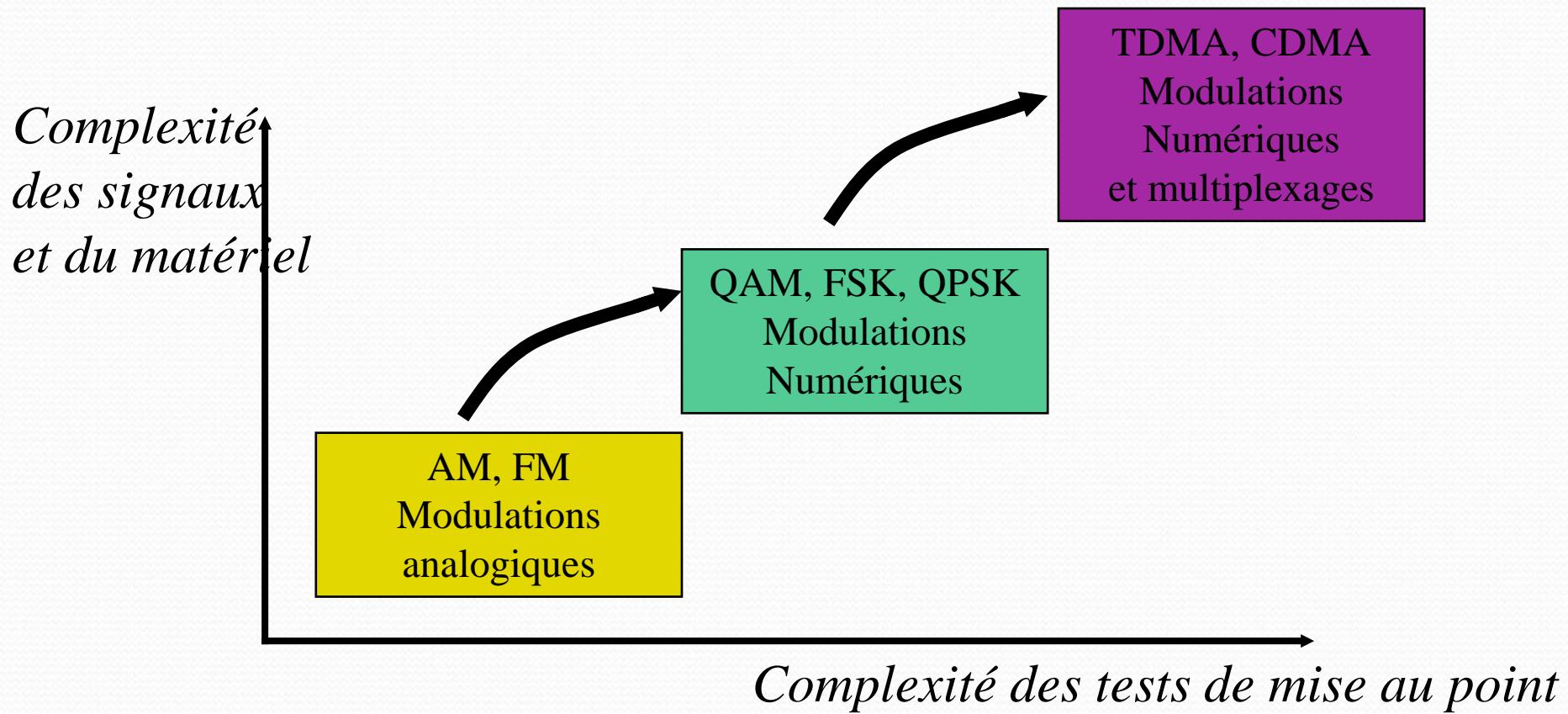
La régénération du signal numérique à partir du signal électrique reçu nécessite 4 opérations

- Filtrer le bruit
- Reconstituer l'horloge
- Retrouver les différents niveaux de codage dans le signal atténué et bruité à l'aide de seuils de tensions
- Définir des instants d'échantillonnage



# Modulations de données numériques

# Évolution des techniques de modulation



*TDMA : Time Division Multiple Access*

*CDMA : Code Division Multiple Access*

# Modulation : généralités

Objectif : Adapter le signal au canal

→ Modifier les paramètres d'une onde porteuse

$$S(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Les paramètres modifiables sont :

L'amplitude : A

La fréquence :  $f_0 = \omega_0 / 2\pi$

La phase :  $\varphi_0$

Dans les modulations binaires → un des paramètres prend 2 états

Dans les modulations M-aires → un des paramètres prend M états

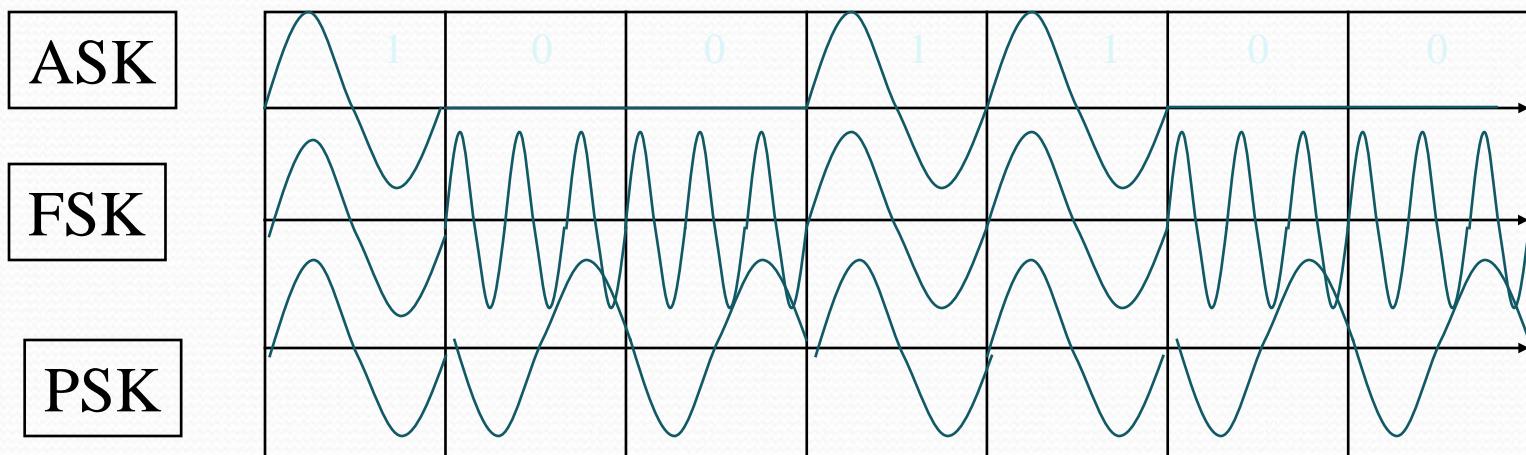
# Modulation : généralités

États de modulation M      associés      Mot de n digits

Nombre d'états :  $M=2^n$

→ Le découpage en paquet du train binaire se fait par n digits

Exemple 1 :  $n=1 \rightarrow M=2$  souvent ces états sont 0 et 1



# Signal Numérique : Définitions

- Symbole: c'est un élément de l'alphabet  
taille de l'alphabet  $M$   
le symbole est dit  $M$ -aire

Bloc de  $n$  symboles binaires indépendants =alphabet  
avec  $M=2^n$  ou également valence  $\Delta$  en bande de base  
Soit un symbole  $M$ -aire véhicule  $n=\log_2 M$  bits

## - La rapidité de modulation $R$

C'est le nombre de changement d'états /seconde( *1 ou plusieurs paramètres*) *1 symbole par moment élémentaire soit n bits par moment élémentaire*

La rapidité de modulation  $R = \frac{1}{T_m}$  s'exprime en bauds

# Signal Numérique : Définitions

- L'efficacité spectrale

C'est la capacité de la transmission à occuper au mieux la largeur de bande  $B$  du signal modulé

$$D = \Delta \log_2(v)$$

$$\eta = \frac{D}{B} \quad \text{et s'exprime en bit/s/Hz}$$

Pour un signal  $M$ -aires alors  $\eta = \frac{1}{T_m B} \log_2 M$

Remarque : pour  $B$  et  $T_m$  donnée :  $\eta \uparrow$  avec  $n = \log_2 M$

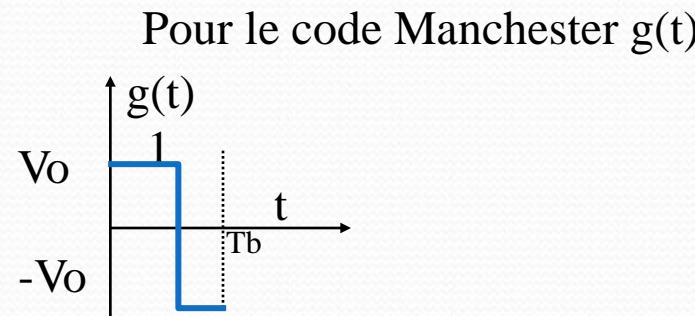
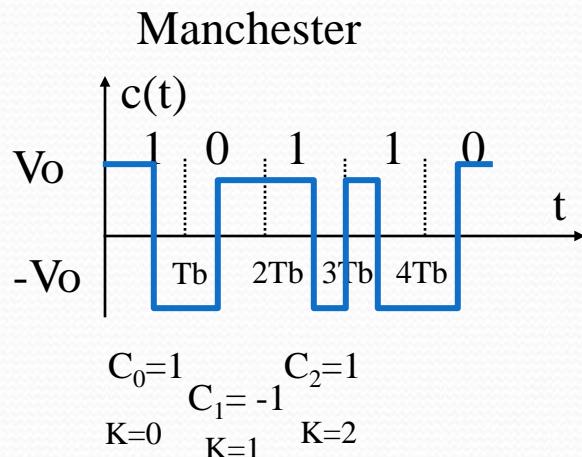
C'est la raison d'être des modulations  $M$ -aires

# Principe des modulation des signaux numériques

- Le message à transmettre est issu d'une source binaire  
Le signal modulant  $c(t)$  ( après codage ) est un signal en bande de base ( qui peut être complexe) :

$$c(t) = \sum_k c_k \cdot g(t - kT_m) = a(t) + jb(t)$$

La fonction  $g(t)=e(t)$ ( bande de base) est une forme d'onde définie dans  $[kT, (k+1)T]$   
Elle vaut 0 ailleurs



# Principe des modulation des signaux numériques

Dans les modulations classiques

- ASK,
- PSK ,
- QAM

$c(t)$  devient un signal modulé  $m(t)$ :

$$m(t) = Re \left[ \sum_k c_k(t) \cdot e^{j(\omega_o t + \phi_o)} \right]$$

$f_o$  et  $\phi_o$  → caractérise la sinusoïde porteuse pour la modulation

# Principe des modulation des signaux numériques

$$c_k(t) = a_k(t) + j b_k(t)$$

Si  $b_k(t)=0$ ,  $c_k(t)$  est réelle, la modulations est dite unidimensionnelle sinon elle est bidimensionnelle:

$$m(t) = \operatorname{Re} \left[ \sum_k (a_k(t) + j b_k(t)) e^{j(\omega_o t + \varphi_o)} \right]$$

Le signal modulé peut s'écrire :

$$m(t) = \sum_k a_k(t) \cos(\omega_o t + \varphi_o) - \sum_k b_k(t) \sin(\omega_o t + \varphi_o)$$

Ou encore

$$m(t) = a(t) \cos(\omega_o t + \varphi_o) - b(t) \sin(\omega_o t + \varphi_o)$$

En posant

$$a(t) = \sum_k a_k(t) \quad \text{et} \quad b(t) = \sum_k b_k(t)$$

# Principe des modulations des signaux numériques

$$m(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_o t + \varphi_o) - b(t) \cdot \sin(\omega_o t + \varphi_o)$$

Le signal  $a(t)$  module en amplitude la porteuse en phase  $\cos(2\pi\phi_o + \varphi_o)$

Le signal  $b(t)$  module en amplitude la porteuse en quadrature  $\sin(2\pi\phi_o + \varphi_o)$

$$c(t) = \sum_k c_k \cdot g(t - kT) = a_k(t) + j b_k(t)$$

Souvent:

$a_k(t) = \alpha \cdot b_k(t)$  donc même forme d'impulsion  $g(t)$  (*formant*)

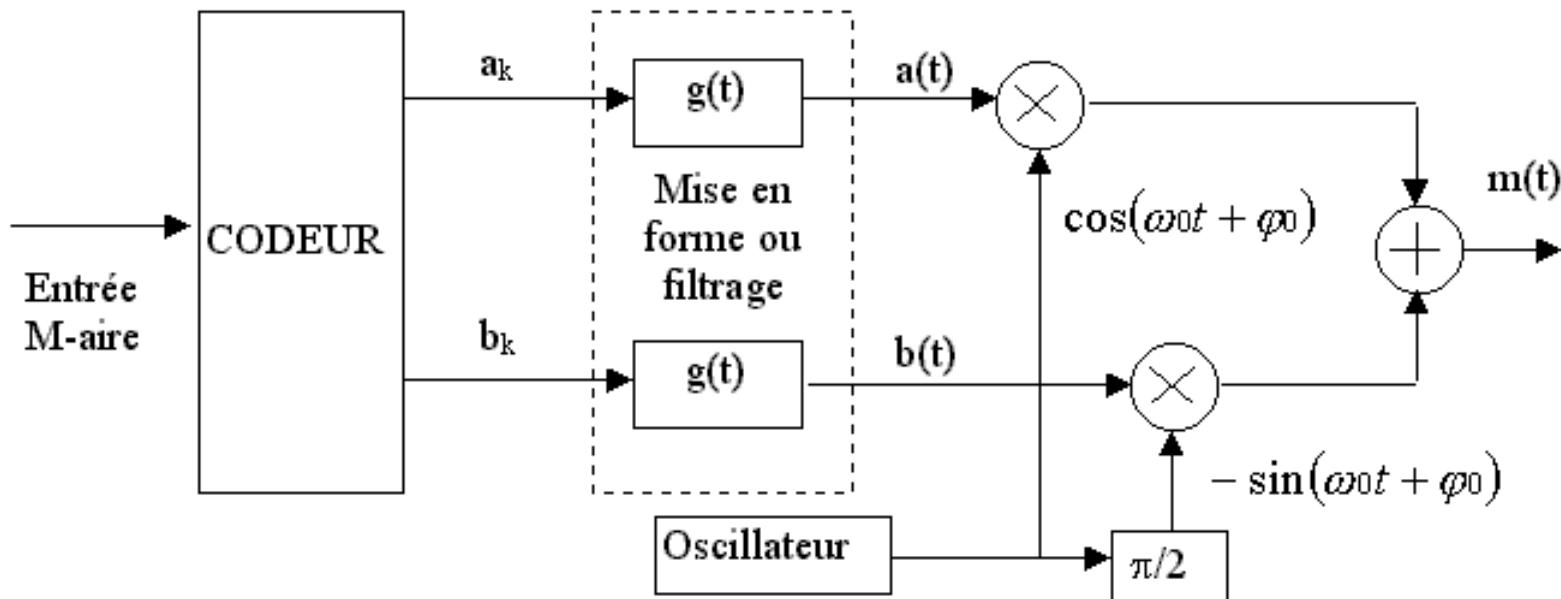
$$a_k(t) = a_k \cdot g(t - kT) \quad \text{et} \quad b_k(t) = b_k \cdot g(t - kT)$$

Les signaux  $a(t)$  et  $b(t)$  sont appelés ‘*trains modulant*’

$$a(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT) \quad b(t) = \sum_k b_k \cdot g(t - kT)$$

Les symboles  $a_k$  et  $b_k$  prennent leurs valeurs dans l’alphabet ( $A_1, A_2 \dots A_M$ ) ou ( $B_1, B_2, \dots, B_M$ )

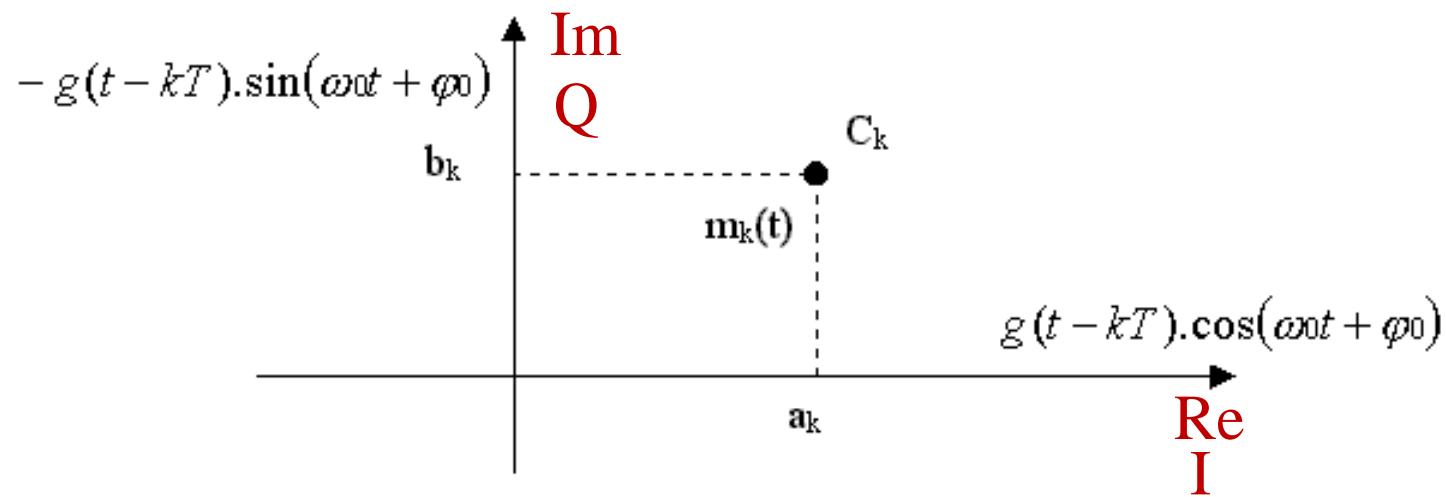
# Forme générale du modulateur



A chaque instant  $k$ , les  $a_k$  et  $b_k$  émis peuvent variés, le signal émis peut s'écrire :

$$m_k(t) = a_k \cdot g(t - kT) \cos(\omega_o t + \varphi_o) - b_k \cdot g(t - kT) \cdot \sin(\omega_o t + \varphi_o)$$

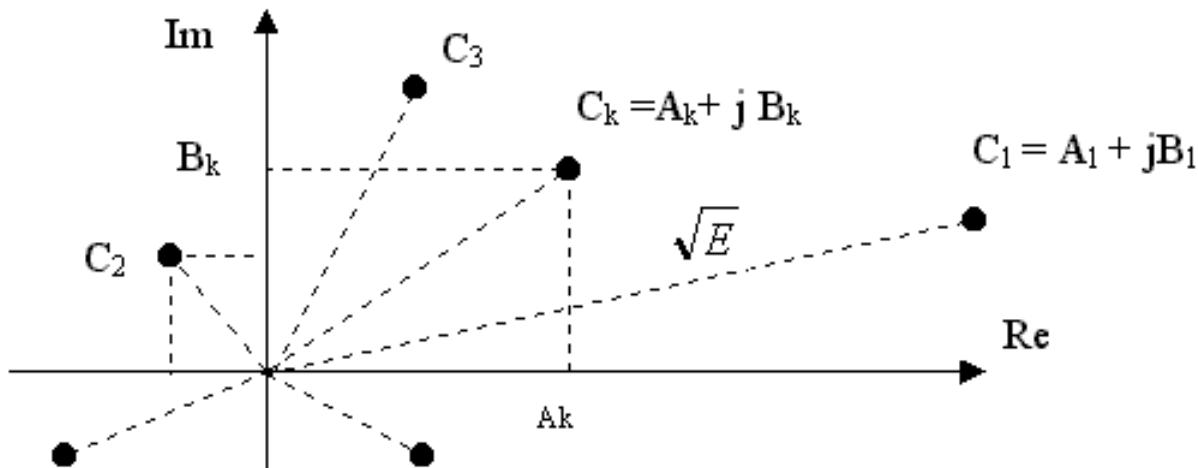
# Plan de Fresnel



# Définition d'une constellation

$$C_k = A_k + jB_k$$

Amplitude :  $|C_k| = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$       Phase :  $\varphi_k = \tan^{-1} \frac{B_k}{A_k}$



Choix de la répartition des points de la constellation:

- séparer les symboles
- énergie (ou puissance)

# Constellation

- Pour pouvoir distinguer 2 symboles , il faut respecter une distance minimale :  $d_{\min}$

Définition de la distance minimale:  $d_{\min} = \underset{i \neq j}{\text{Min}}(d_{ij})$

Avec  $d_{ij} = |C_i - C_j|^2$  ( $\neq$  distance de Hamming)

- à chaque symbole émis  $m_k(t)$  ,correspond une énergie de transmission.  
l'énergie d'émission est assimilable à :

$$E = \sum_k |C_k|^2 = \sum_k |a_k^2 + b_k^2|$$

Critères  
antagonistes

L'énergie max pour un intervalle i de temps T est :

$$E_{\max, i} = \left| \underset{i}{\text{Max}} |C_i|^2 \right|$$

# Conclusion

Les critères de choix d'une modulation:

- La constellation avec la + faible énergie  $E$  mais également la+ faible probabilité d'erreur  $P_e$
- Occupation spectrale de  $m(t)$  :  $B$
- Simplicité de réalisation ( symétrie des points de constellation)

# Densité Spectrale de Puissance du signal modulé

## Analyse Spectrale

En bande de base:  $c(t) = \sum_k c_k \cdot g(t - kT) = c_k(t) = a_k(t) + j b_k(t)$

$c(t)$  à pour DSP :  $DSP[c(t)] = \gamma_c(f)$

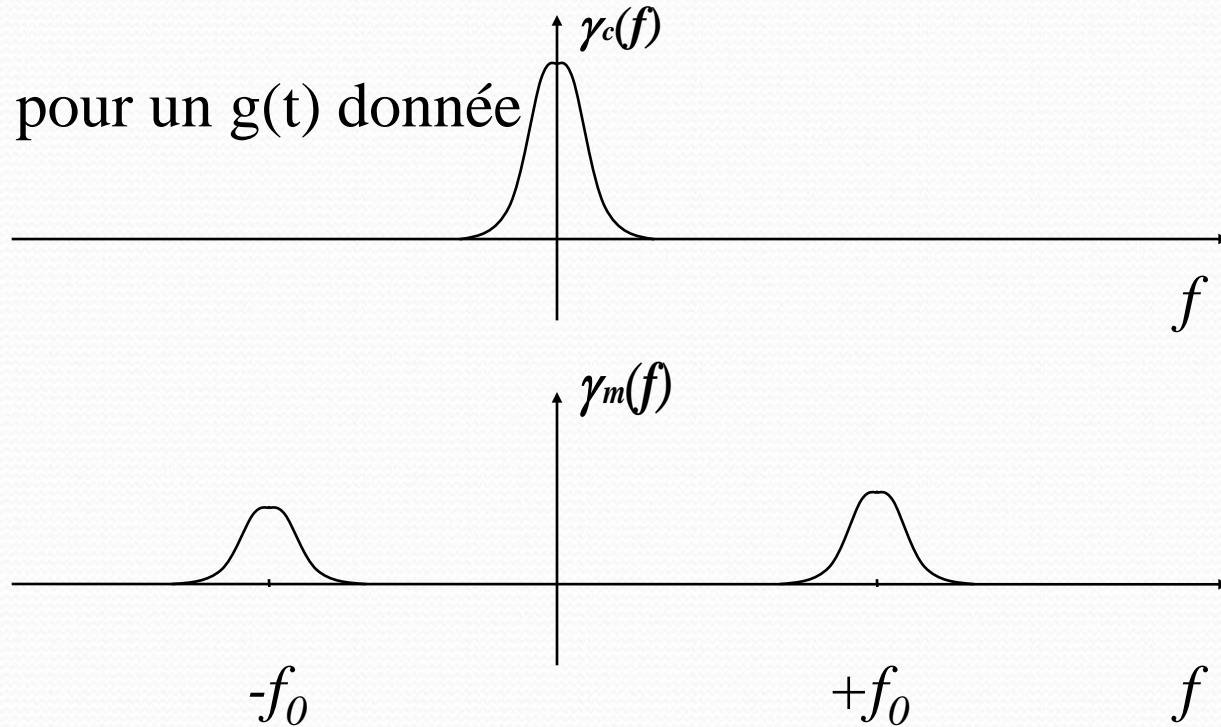
Le signal modulé:  $m(t) = Re \left[ \sum_k c_k(t) \cdot e^{j(\omega_o t + \phi_o)} \right]$

$m(t)$  à pour DSP :

$$\gamma_m(f) = \frac{1}{4} [\gamma_c(f + f_0) + \gamma_c(f - f_0)]$$

# Densité spectrale de puissance du signal modulé

Représentation pour un  $g(t)$  donnée



Si la modulation est linéaire : translation de la DSP  
La forme est liée à la forme d'onde de  $g(f)$

# Modulation par Déplacement d'Amplitude MDA

## *ASK : Amplitude shift keying*

Modulation monodimensionnelle: pas de porteuse en quadrature

$$m(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT_m) \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

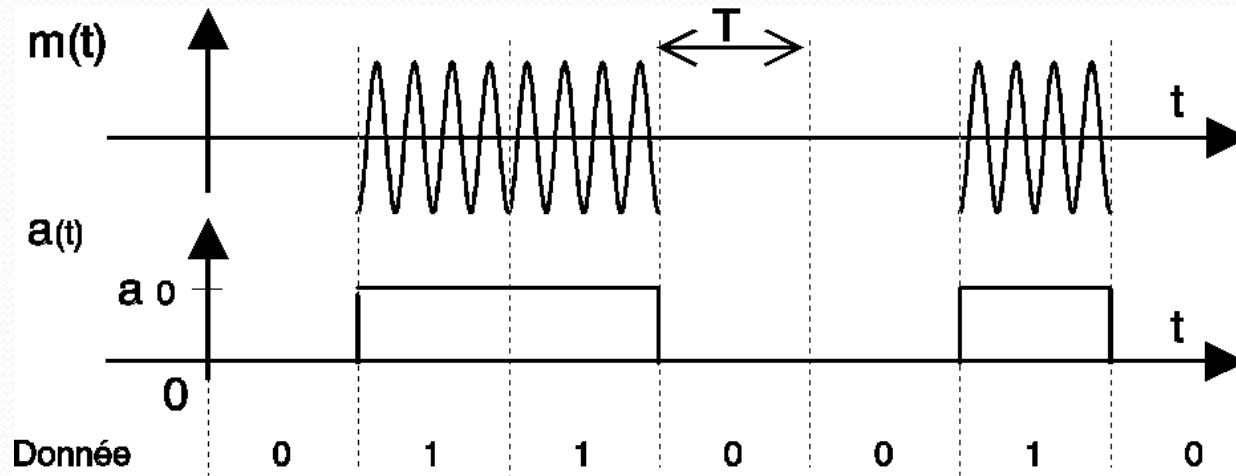
La forme d'onde  $g(t)$  est rectangulaire, de durée  $T_m$  et d'amplitude =1 pour  $t \in [0, T_m]$  et 0 ailleurs

*Remarques:*

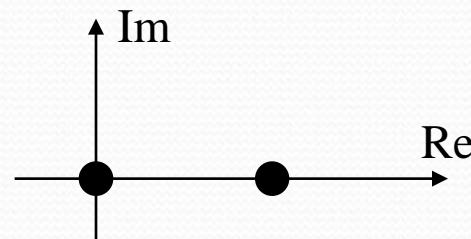
- $a_k \in \text{à l'alphabet } (a_1, a_2, \dots, a_M)$
- Soit  $M=2^n$  amplitudes possibles
- $n$  le groupe de  $n$  bits à émettre
- Les changements d'amplitudes se produisent au rythme de  $R=1/T_m$  (bauds)

# Modulation tout ou rien OOK On Off Keying

1 seul bit par période  $T_m$ ,  $n=1$  et  $M=2$ ,  $a_k \in (0, a_0)$



Constellation OOK →



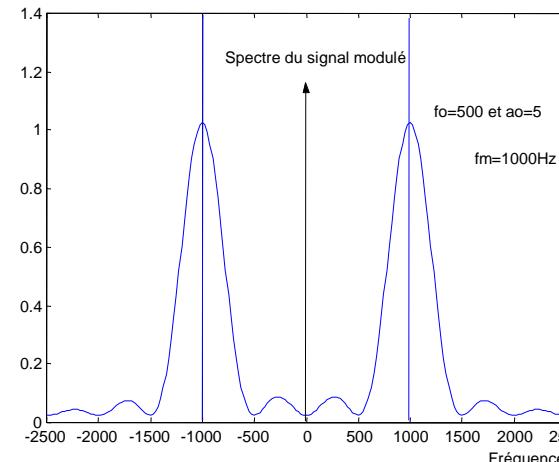
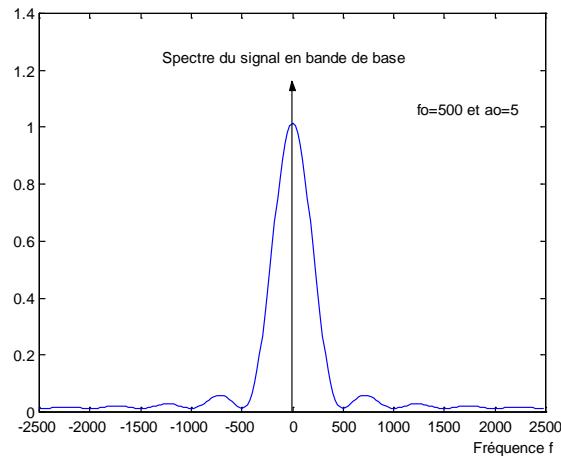
# Modulation tout ou rien OOK On Off Keying

Démodulation OOK = Détection d'enveloppe

Le spectre du signal en bande de base est données par :

$$G_c(f) = a_0^2 T_m \left( \frac{\sin \pi f T_m}{\pi f T_m} \right)^2 + a_0^2 \delta(f)$$

Convolution  
fréquentielle



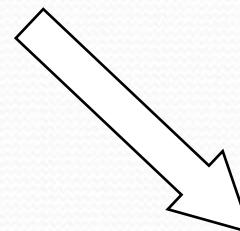
# Modulation MAD à ‘M états’symétrique

- Soit  $M=2^n$  amplitudes possibles

Les valeurs de l’alphabet sont telles que:

$$a_i = (2i - M + 1) \cdot a_0$$

Avec  $i=1, 2, \dots, M$



n	M	alphabet
1	2	-1.a <sub>0</sub> , 1.a <sub>0</sub>
2	4	-3.a <sub>0</sub> , -1.a <sub>0</sub> , 1.a <sub>0</sub> , +3.a <sub>0</sub>
3	8	-7.a <sub>0</sub> , -3.a <sub>0</sub> , -1.a <sub>0</sub> , 1.a <sub>0</sub> , +3.a <sub>0</sub> , +7.a <sub>0</sub>

# Modulation MAD à ‘M états’

•*constellation*

Code Gray  
(1 seul bit change)

The figure shows three symmetric MDA constellations:

- MDA 2 Symétrique:** A horizontal line with two points labeled 0 and 1 at  $\pm a_0$  from the origin.
- MDA 4 Symétrique:** A horizontal line with four points labeled 00, 01, 11, and 10 at  $\pm 3a_0$ ,  $\pm a_0$ , and  $\pm 3a_0$  respectively.
- MDA 8 Symétrique:** A horizontal line with eight points labeled 000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, and 100 at  $\pm 7a_0$ ,  $\pm 5a_0$ ,  $\pm 3a_0$ ,  $\pm a_0$ , and  $\pm 3a_0$  respectively.

MDA 4 symétriques  
2 bits transmis  
simultanément / T

The figure illustrates the modulation process for MDA 4 states:

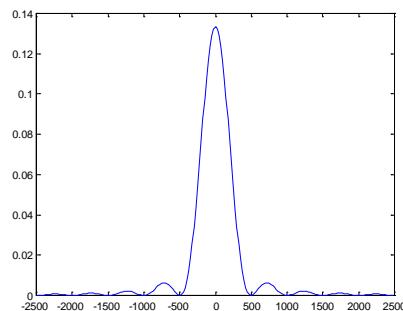
- The top part shows the modulated signal  $m(t)$  as a periodic wave train with period  $T$ .
- The bottom part shows the amplitude  $a(t)$  as a square wave signal. It transitions between levels  $\pm 3a_0$ ,  $\pm a_0$ , and 0, corresponding to the 4 states defined in the constellation diagram.
- The bottom-most axis is labeled "Donnée" and shows binary sequences: 11, 10, 00, 01, 11, 00, 01.
- A note at the bottom states: "Pas de détection d'enveloppe simple possible → Bruit" (Simple envelope detection not possible → Noise).
- The page number 104 is in the bottom right corner.

# Modulation MAD à ‘M états’ symétrique

Spectre d'une tel signal:

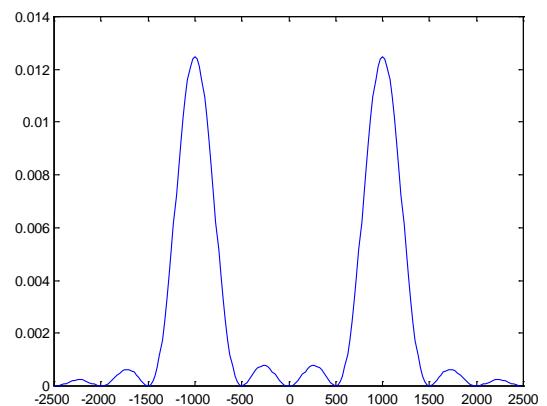
$$\gamma_c(f) = \frac{(M^2 - 1)ao^2T}{3} \left( \frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right)^2$$

En bande de base :



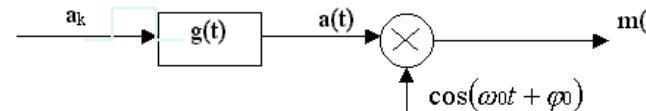
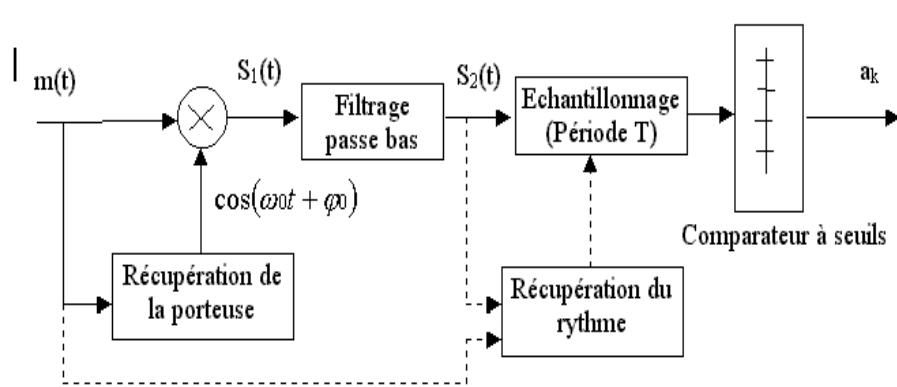
Il ne présente pas  
d'impulsion fréquentielle

Le spectre du signal modulé est décalé de  $\pm fo$



# Modulation: schéma simplifié

## Démodulation: schéma simplifié



$$m(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT_m) \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Après la multiplication par l'oscillateur locale

Après filtrage Passe bas :

$$S_1(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT_m) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \cdot A_l \cos(\omega_l t + \varphi_l)$$

$$S_2(t) = \frac{A_l}{2} \sum_k a_k \cdot g(t - kT) \cos(\varphi_0 - \varphi_l)$$

Si le récepteur est synchronisé en fréquence et en phase :  $\varphi_0 \approx \varphi_l$  alors  $\cos(\varphi_0 - \varphi_l) \approx 1$

$$S_2(t) \approx \frac{A_l}{2} \sum_k a_k \cdot g(t - kT) \Leftrightarrow S_2(t) \approx \alpha \cdot a(t)$$

+ récupérer le rythme de la période  $T_m$  et échantillonner  $S_2(t)$  au milieu de chaque symbole

+ comparer à  $M-1$  seuils

# Modulation MAD à ‘M états’: Performances

Critère de comparaison :  $P_s(e) = f\left(\frac{E_b}{N_o}\right)$

Probabilité d'erreur

$E_b$  l'énergie émise par bit  
 $N_o$  densité spectrale de puissance de bruit considéré blanc

$$P_s(e) = \frac{M-1}{M} erfc \left( \sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M^2 - 1} \cdot \frac{E_b}{N_o}} \right)$$

$$erfc(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2/2} dt$$

Pour un  $P(e) = \text{cste}$  :

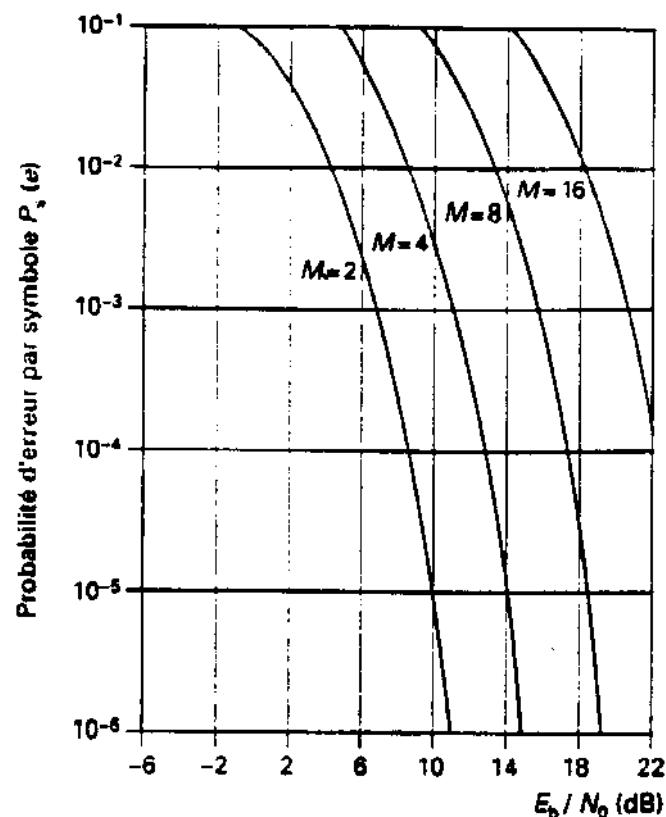
Quand  $M \uparrow$  alors il faut  $\uparrow \frac{E_b}{N_o}$

exemple :  $\rightarrow$  donc  $E_b$

Pour  $P(e)$  donnée,

pour  $M$ : 2  $\rightarrow$  4 alors

$$(E_b/N_o)_{dB} \rightarrow (E_b/N_o)_{dB} + 4 \text{ dB}$$



# Conclusion sur la Modulation MAD à ‘M états’

Augmenter M est tentant, cependant :

- L'efficacité spectrale  $\uparrow$  :  $\eta = \frac{D}{B}$  en bit/s/Hz

Soit dans ce cas :  $\eta = \frac{D}{B} = \frac{1}{T_b \cdot B} \cdot \log_2 M$  en bit/s/Hz

- la  $P_s(e)$  (probabilité d'erreur par symbole)  $\uparrow$  aussi et pour la maintenir cste alors il faut  $\uparrow E_b$

*En conclusion : ce type de modulation est simple mais assez peu employée pour  $M > 4$  (bruit)*  
**→ Performances – bonnes que d'autres modulations**

# Modulation par Déplacement de phase MDP

## *PSK : Phase shift keying*

Rappel :  $m(t) = Re \left[ \sum_k c_k(t) \cdot e^{j(\omega_0 t + \phi_0)} \right]$  avec  $c(t) = \sum_k c_k \cdot g(t - kT) = c_k(t) = a_k(t) + jb_k(t)$

Et  $g(t)$  = impulsion rectangulaire de durée  $T$  et d'amplitude  $= A$

On a toujours :  $a_k(t) = a_k \cdot g(t - kT)$  et  $b_k(t) = b_k \cdot g(t - kT)$

Soit :  $c_k(t) = (a_k + jb_k) \cdot g(t - kT) = c_k \cdot g(t - kT)$

Dans le cas de la MDP : les symboles sont répartis sur un cercle

$$c_k = a_k + jb_k = e^{j\varphi_k}$$

$$a_k(t) = \cos(\varphi_k) \cdot g(t - kT) \quad \text{et} \quad b_k(t) = \sin(\varphi_k) \cdot g(t - kT)$$

## Modulation par Déplacement de phase MDP-M

- Pour la même valeur de M plusieurs M-MDP ( sur le cercle)
- Mais à cause du bruit, les symboles sont répartis régulièrement autour du cercle (pour les discerner en moyenne )

L'ensemble des phases possibles devient:

$$\varphi_k = \frac{\pi}{M} + k \frac{2\pi}{M} \quad \text{lorsque } M > 2$$

$$\varphi_k = 0 \quad \text{ou} \quad \pi \quad \text{lorsque } M=2$$

Remarque :  $k = 0, 1, \dots, M-1$

Les symboles  $c_k$  prennent leurs valeurs dans l'alphabet  $\{e^{j\varphi_k}\}$

Les  $a_k$  et  $b_k$  prennent leurs valeurs dans l'alphabet  $\{\cos\varphi_k\}$  et  $\{\sin\varphi_k\}$

# Modulation par Déplacement de phase MDP-M

Le signal modulé:

$$m(t) = \operatorname{Re} \left[ \sum_k e^{j\varphi_k} \cdot g(t-kT) \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)} \right] = \operatorname{Re} \left[ \sum_k g(t-kT) \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)} \right]$$
$$m_k(t) = \operatorname{Re} \left[ \sum_k A \cdot e^{j(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)} \right]$$

Soit sur un intervalle de temps  $[kT, (k+1)T]$  :

$$m_k(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)$$

→ La phase de la porteuse est modulée par l'argument  $\varphi_k$  → MDP

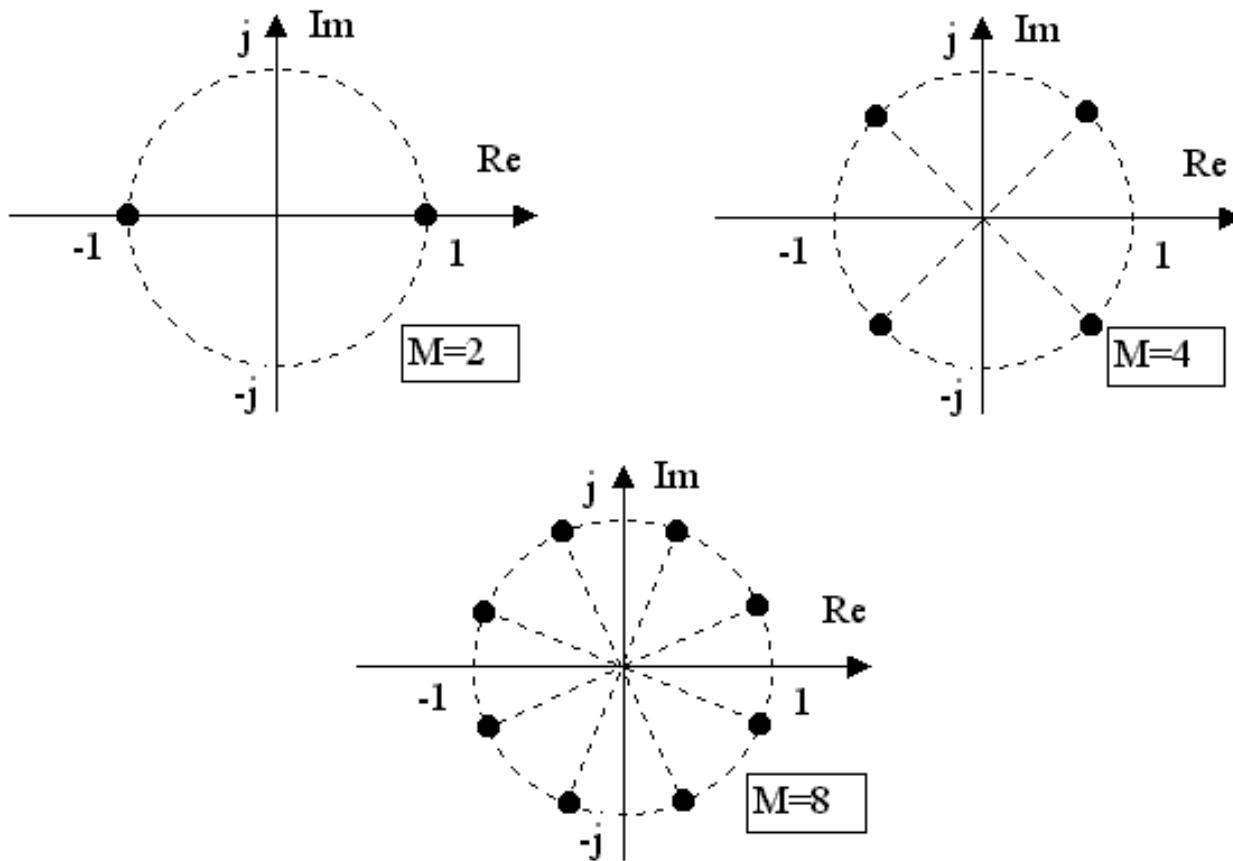
$$m_k(t) = A \cos \varphi_k \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - A \sin \varphi_k \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

La porteuse en phase est modulée par  $A \cos(\varphi_k)$  et la porteuse en quadrature est modulée par  $A \sin(\varphi_k)$

# Modulation par Déplacement de phase MDP-M

- Modulation à enveloppe constante ( module de l'enveloppe complexe)
- + canaux non linéaire en fonction de f
- + donc les amplificateurs travaillent dans leur zone de meilleur rendement
- + énergie identique pour l'émission de chaque symbole

## Modulation par Déplacement de phase MDP-M



$$\varphi_k = \frac{\pi}{M} + k \frac{2\pi}{M}$$

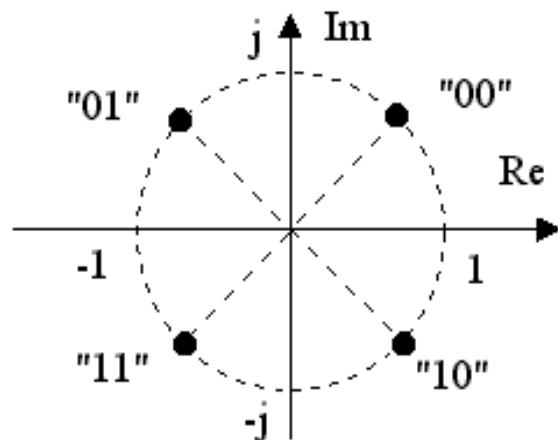
## Modulation par Déplacement de phase MDP-M

Exemple: MDP-4 ou QPSK : 2 bits transmis par période T

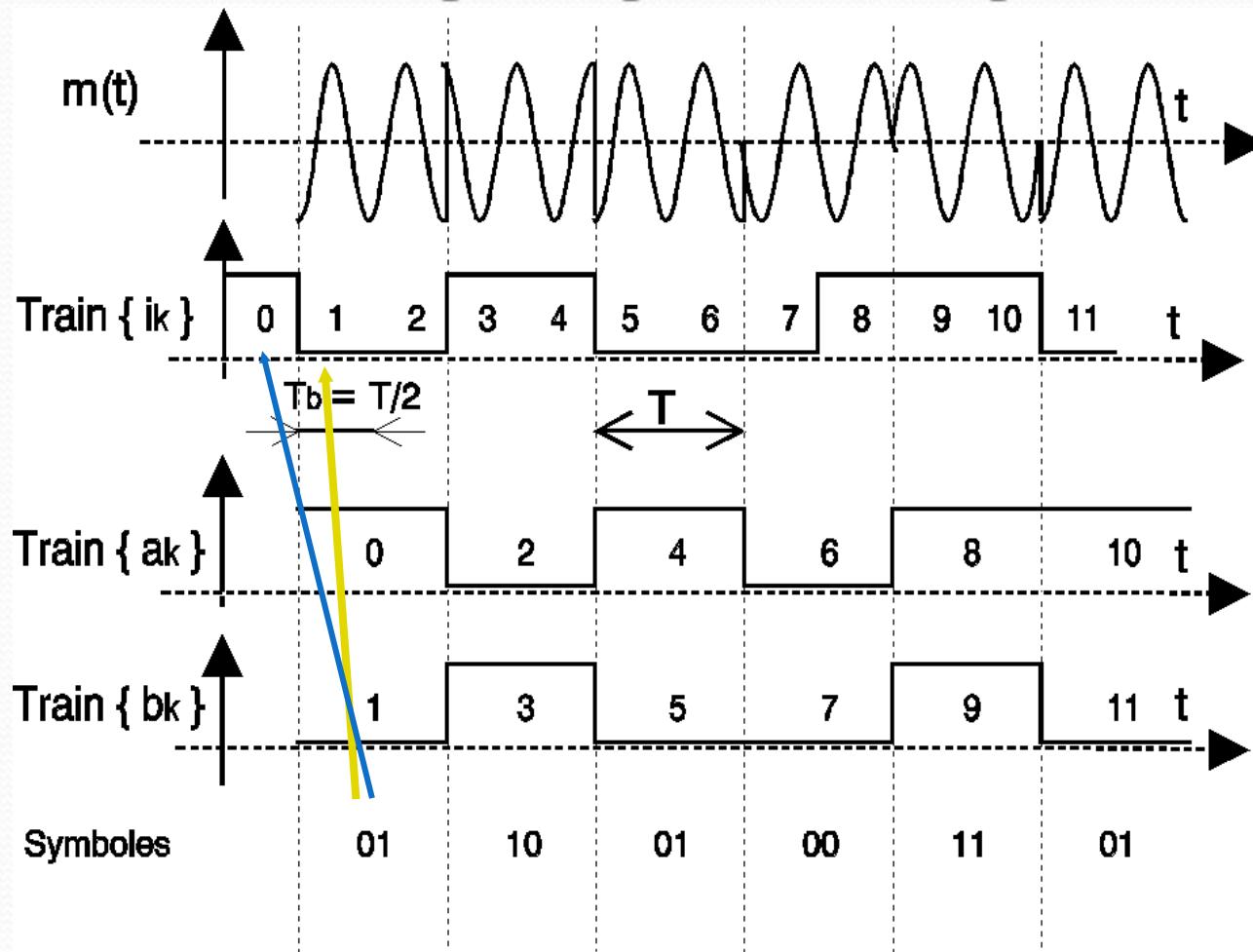
$$n=2, M=4, \varphi_k = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}$$

et  $c_k$  prend sa valeur dans l'alphabet  $\{e^{j\varphi_k}\}$

les  $a_k$  et  $b_k$  prennent leurs valeurs dans  $\{\cos\varphi_k\}$   
et  $\{\sin\varphi_k\}$



# Modulation par Déplacement de phase MDP-4



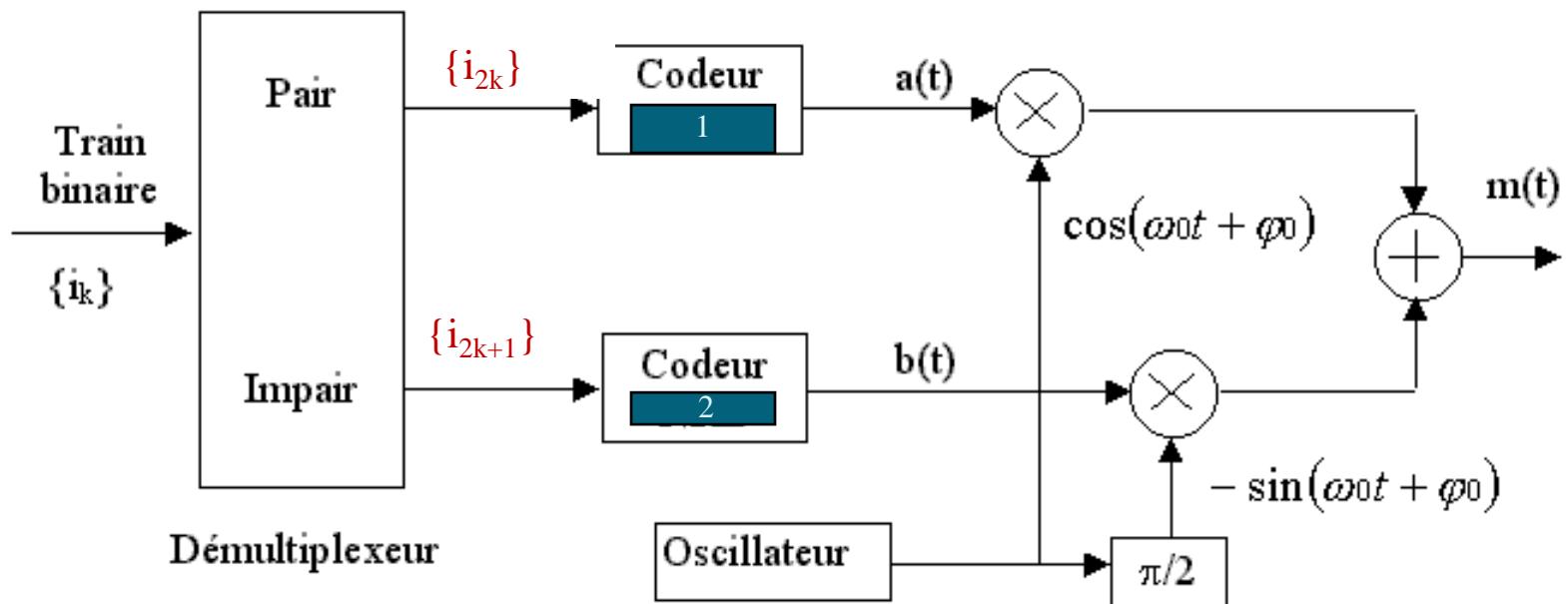
Remarque : retard de  $T_m$  des  $a_k$

Vitesse de modulation  $1/T$

Débit  $D_b = 1/T = 2/T_m$

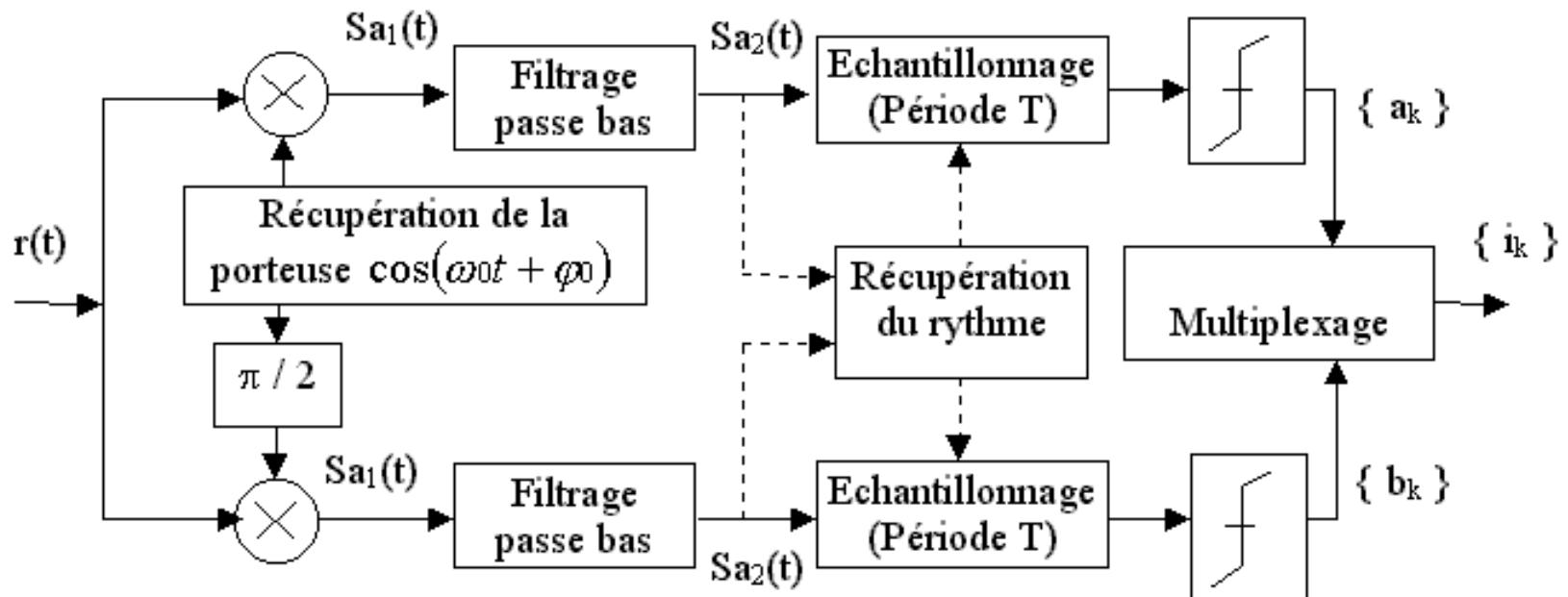
# Modulation par Déplacement de phase MDP-4

## Modulation



Codeur 1 et 2  $\rightarrow$   $a_k(t) = (1 - 2i_{2k}) \frac{\sqrt{2}}{2}$  et  $b_k(t) = (1 - 2i_{2k+1}) \frac{\sqrt{2}}{2}$

# Modulation par Déplacement de phase MDP-4 et démodulation



Pour  $t \in [kT, (k+1)T[ :$        $r_k(t) = a_k \cos(\omega_o t + \varphi_o) - b_k \sin(\omega_o t + \varphi_o)$

$$Sa2_k(t) = \frac{a_k}{2} \quad Sb2_k(t) = \frac{b_k}{2}$$

Puis échantillonner les signaux au milieu de chaque période  
 $\{a_k\}$  et  $\{b_k\}$

# Modulation par Déplacement de phase MDP-M

## Spectre et efficacité spectrale

Pour une même rapidité de modulation  $R=1/T_m$  :

- le spectre du signal modulé MDP-M = spectre du signal modulé MDP-2
- le débit binaire du signal modulé MDP-M = n. le débit binaire du signal modulé MDP-2

M	Modulation	Débit binaire D	$\eta=D/B$
2	MDP-2	D	$\eta$
4	MDP-4	2D	$2\eta$
8	MDP-8	3D	$3\eta$
16	MDP-16	4D	$4\eta$

# Modulation par Déplacement de phase MDP-M Performances

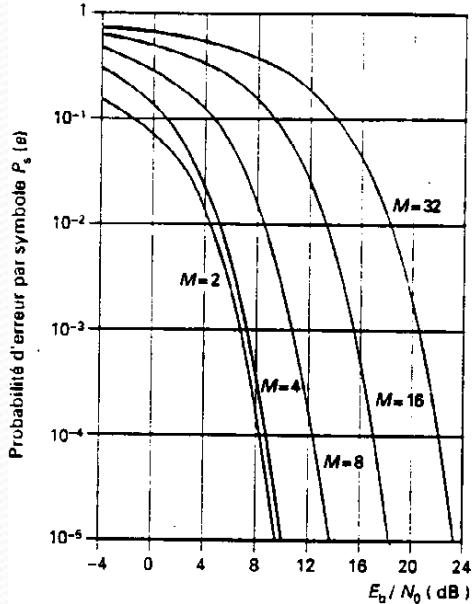
L'augmentation de M réduit la distance entre symboles adjacents  
→ cela dégrade le signal

- La probabilité d'erreur par symbole =  $P_s$  est fonction de  $E_b/N_o$  → si  $M \uparrow$  et on veut  $P_s = \text{cste}$  alors  $E_b/N_o \uparrow$

$$Pe_s = erfc \left[ \sqrt{\log_2 M} \frac{E_b}{N_o} \sin \frac{\pi}{M} \right]$$

- L'efficacité spectrale  $\eta \uparrow$  avec M
- La complexité de l'ensemble émission / réception  $\uparrow$  avec M mais reste abordable

## Comparaison MDA et MDP en fonction de M à partir des courbes de probabilité d'erreur Ps



Par exemple: si  $P_s = 10^{-5}$  et  $E_b / N_0 = 14 \text{ dB}$   
Soit  $E_b \# 25.N_o$

La MDA ne peut émettre que 2 bits/symbole ( $M=4$ )  
La MDP peut émettre 3 bits/symbole ( $M=8$ )

→ Donc avantage à la MDP pour  $2 < M < 16$

→ Au delà il est nécessaire de faire appel à des modulations beaucoup plus complexes (réalisation) → MAQ

## Application de la MDP

Transmission par satellite MDP-2, MDP-4, MDP-8 → MDP-16

- forte atténuation par propagation
- puissance limitée de l'émetteur

→ on priviléie l'efficacité en puissance contre l'efficacité spectrale

Le standard en Europe pour la radiodiffusion numérique par satellite est basé sur une MDP-4

## Conclusions Modulation de Phase

La MDA et la MDP n'utilisent pas efficacement l'énergie pour des M grands :

- pour la MDA les points de constellation sont sur une droite
- pour la MDP les points de constellation sont sur un cercle

→ Or la probabilité d'erreur est fonction de la distance minimale entre les points de la constellation



La solution la plus rationnelle est de répartir les points uniformément dans le plan

## Modulation d'Amplitude sur 2 Porteuses MAQ-M

### *QAM : Quadrature Amplitude Modulation*

$$m(t) = \operatorname{Re} \left[ \sum_k c_k(t) \cdot e^{j(\omega_o t + \varphi_o)} \right]$$

Ou encore

$$m(t) = a(t) \cos(\omega_o t + \varphi_o) - b(t) \sin(\omega_o t + \varphi_o)$$

$$a(t) = \sum_k a_k \cdot g(t - kT) \quad b(t) = \sum_k b_k \cdot g(t - kT)$$

Pour la modulation MAQ-M

$$a_k \in \{a_1, a_2, \dots, a_M\} \text{ et } b_k \in \{b_1, b_2, \dots, b_M\} \rightarrow \text{soit } M^2 \text{ états}$$

Quand  $M=2^n$ , les  $a_k$  et  $b_k$  représentent 2 mots de  $n$  bits

→ Soit le symbole complexe  $c_k$  est représenté par un mot de  $2.n$  bits

En considérant  $m(t)$  pendant une période  $T$ :

$$\begin{aligned}m_k(t) &= a_k \cos(\omega_0 t + \varphi_0) - b_k \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \\&= Re[(a_k + jb_k)e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}]\end{aligned}$$

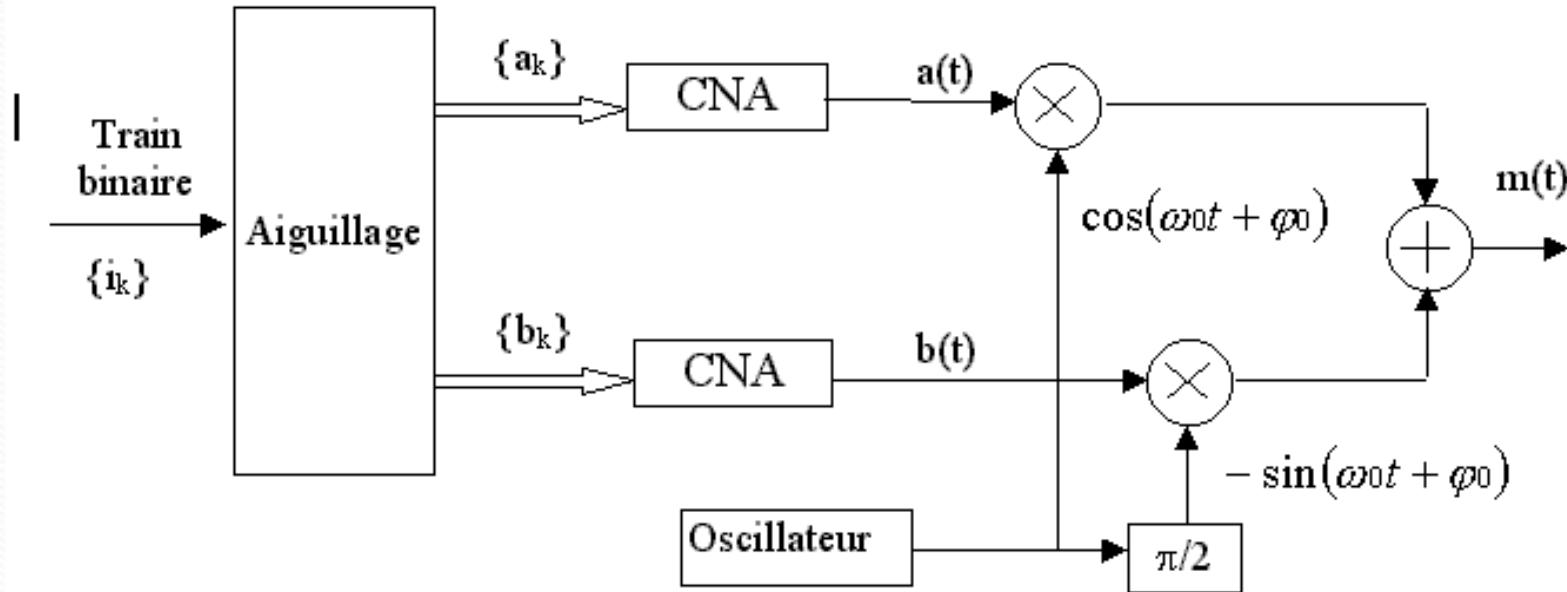
Avec  $c_k = a_k + jb_k = A_k e^{j\varphi_k}$

$$m_k(t) = A_k \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi_k)$$

Efficacité spectrale :

M	Modulation	Débit binaire D	$\eta = D/B$
2	MAQ-2	D	$\eta$
256	MAQ-256	8D	$8\eta$

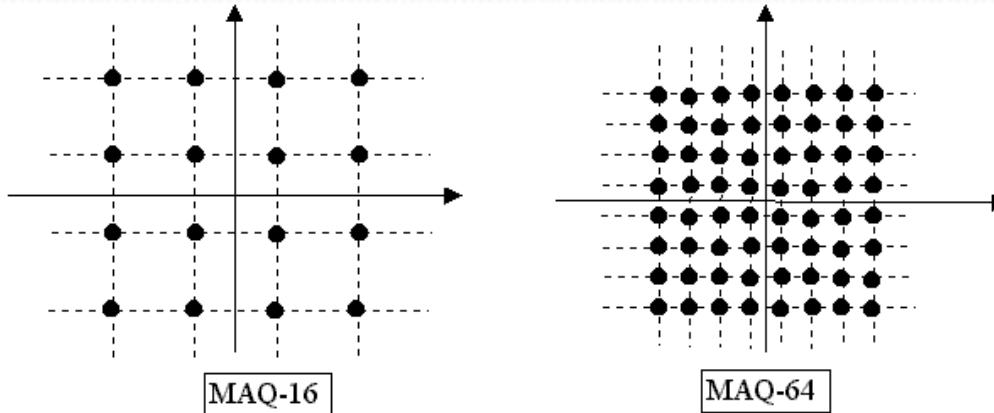
# MAQ-M: Modulateur et démodulateur



A la démodulation : détecteur cohérent (extraction d'une porteuse synchronisée en fréquence et en phase avec la porteuse d'émission) + 2 CAN puis une logique de décodage (aiguillage)

## Exemple : MAQ-16

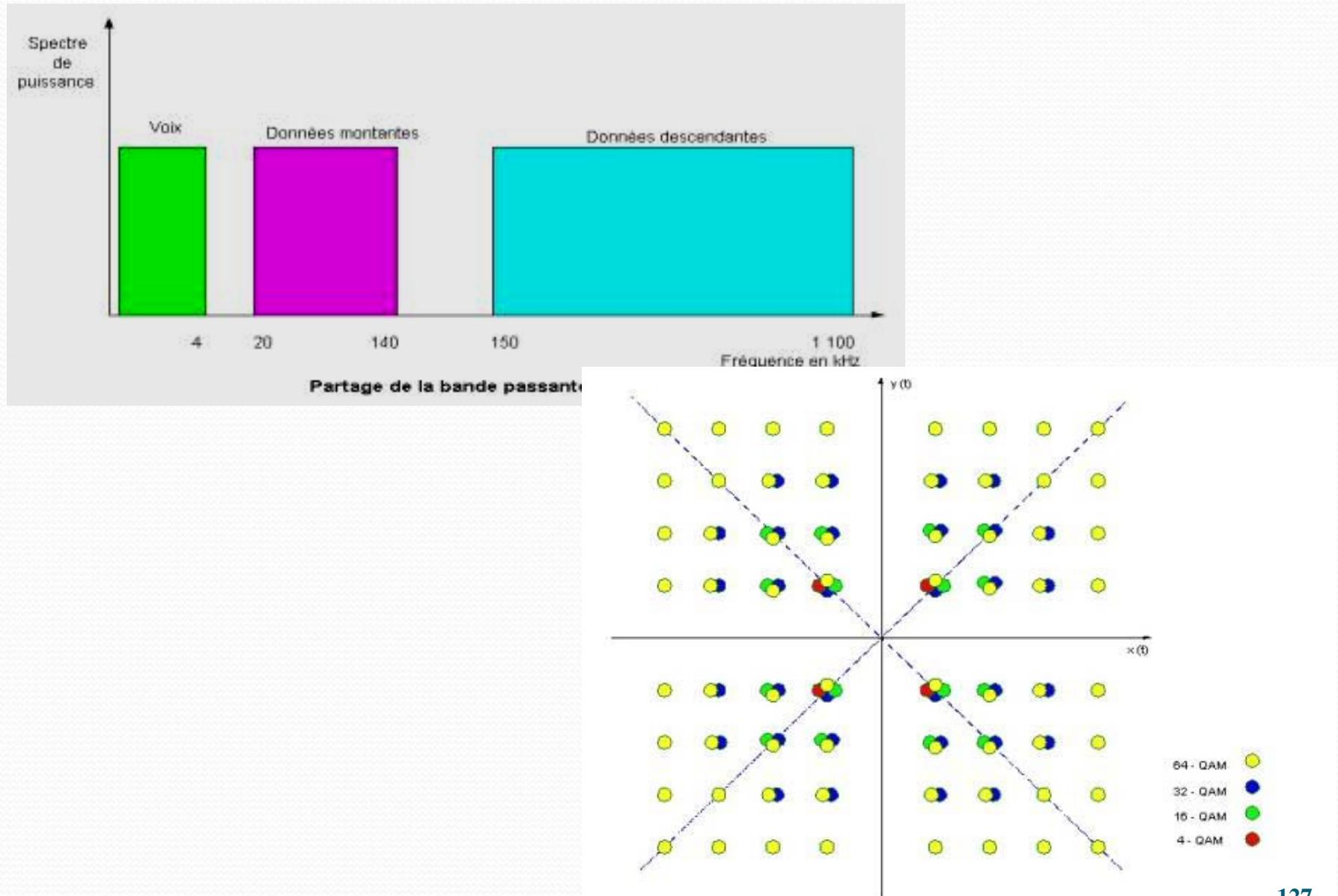
Les  $a_k$  et  $b_k \in \{\pm d, \pm 3d\}$  où  $d = \text{cste}$



Applications :

- Transmission de lignes téléphoniques commutées RTC à 9600 bits/s  $B=3500\text{Hz}$ ; + modems dit ‘Vfast’ MAQ-32 ou MAQ-64 avec des débits de 28 kbits ou 56 kbits ( si la liaison est de bonne qualité )
- Faisceaux hertziens grandes capacités souvent MAQ-16 (140 Mbits/s) dans la bande 6,4-7,1Ghz pour des canaux espacés de 40 Mhz et aujourd’hui MAQ-256 débit 280 Mbits/s avec des canaux espacés de 30Mhz

# Exemple : Modulation QAM pour l'ADSL



## Exemple WIFI

La norme WiFi 802.11a occupe un canal B = 20 MHz dans la bande des 5 GHz. La norme 802.11g est identique, mais dans la bande ISM 2.4 GHz (bande de 802.11b, l'ancienne norme de WiFi).

Nombre de porteuses	64 dont seules 52 sont utilisées (les 12 porteuses externes sont mises à 0 pour réduire l'interférence entre canaux adjacents)
Durée symbole OFDM	3,2 $\mu$ s (312.5 kHz entre porteuses)
Modulation	BPSK, QPSK, QAM16, QAM64
Rendement du code interne	1/2, 2/3, 3/4
Préfixe cyclique (étalement max 800 ns)	1/4 (durée totale symbole = 4 $\mu$ s )
Nombre de pilotes	4
durée du préambule	16 $\mu$ s

Orthogonal Frequency-Division Multiplexing

## Exemple WIFI

La trame physique 802.11a est composée d'un préambule (16 µs), d'un champ signal (4 µs), suivi d'un nombre variable de symboles OFDM (4 µs) portant les données utiles.

Le préambule permet d'assurer une synchronisation rapide en fréquence et en temps.

Le champ signal contient les paramètres de la transmission (modulés en BPSK).

Les débits sont compris entre 6 et 54 Mbit/s.

Exemples de calcul :

$$\text{Débit utile (64QAM, R=3/4)} = (3/4) \times (6 \times 48) / (4 \cdot 10^{-6}) = 54 \text{ Mbit/s}$$

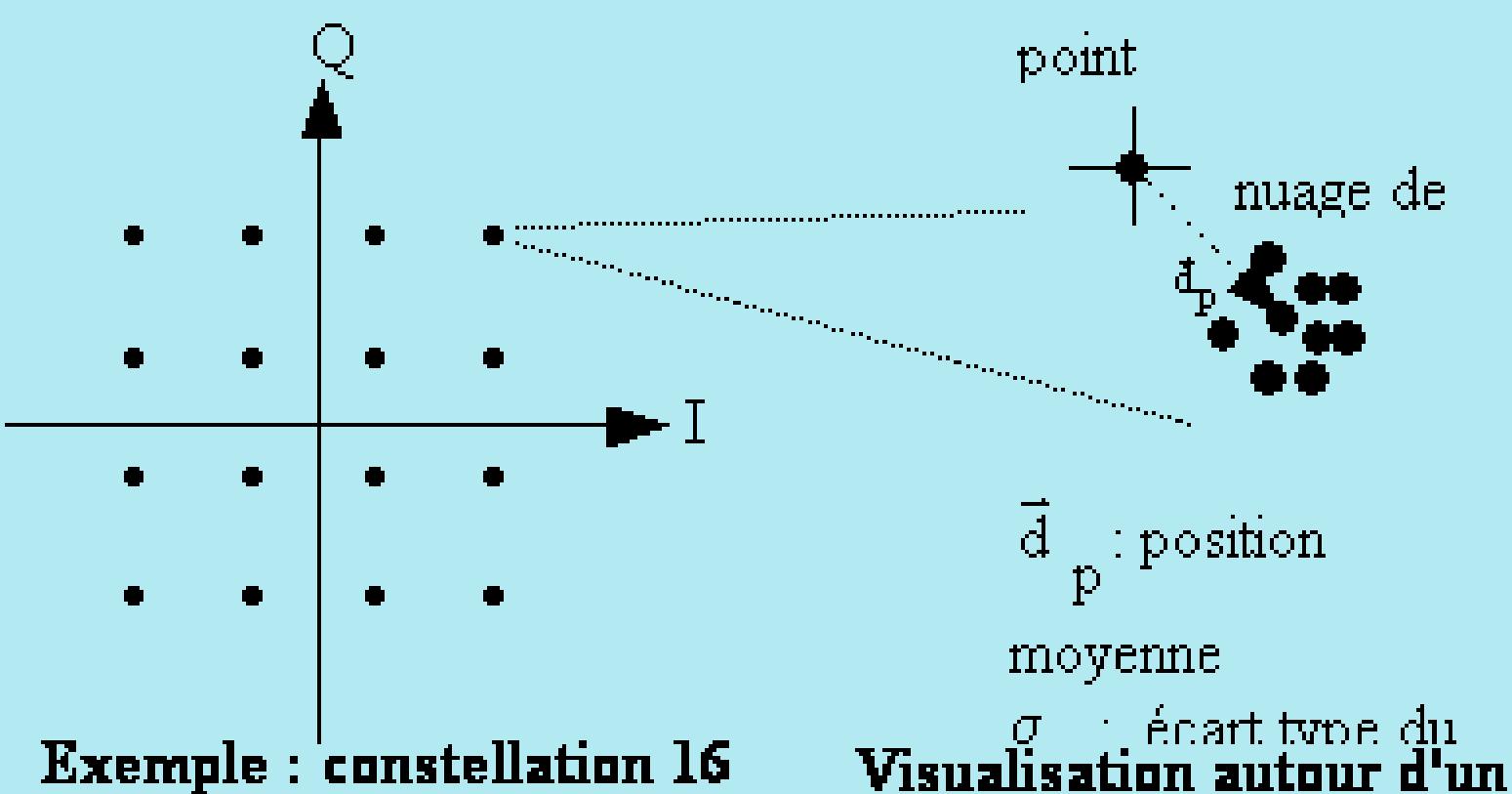
$$\text{Débit utile (BPSK, R=1/2)} = (1/2) \times (1 \times 48) / (4 \cdot 10^{-6}) = 6 \text{ Mbit/s}$$

## Exemple TNT

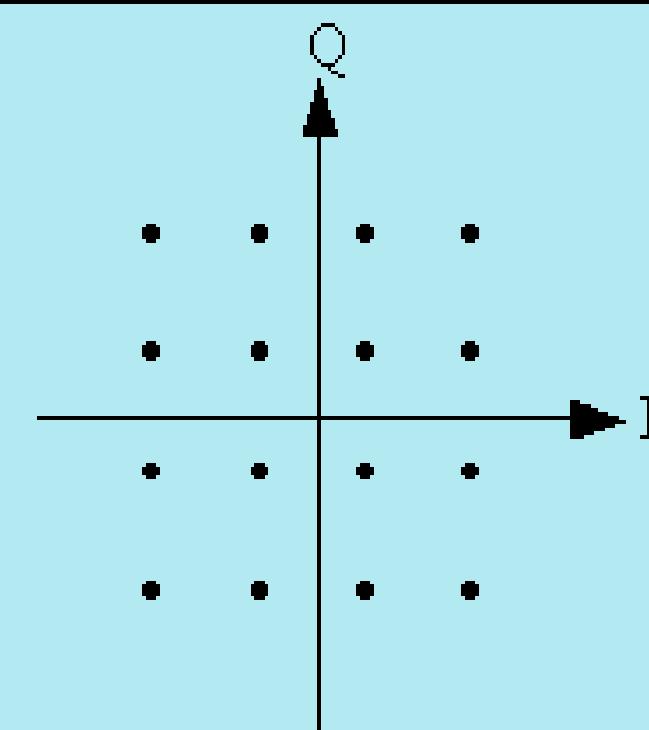
Il y a deux modes 2k/8k qui indique le nombre de porteuses. Pour un débit utile identique, le mode 8k permet de choisir un intervalle de garde plus grand que le mode 2k, et donc une meilleure robustesse aux échos. En France, les paramètres sont les suivants :

Nombre total de porteuses	6817
Nombre de porteuses transportant des données utiles	6048
Durée symbole OFDM	896 µs (1116 Hz entre porteuses)
Modulation	QPSK, QAM16, QAM64
Préfixe cyclique (étalement max entre 4 et 224 µs)	1/32, 1/16, 1/8, 1/4
Rendement du code interne	1/2, 2/3, 3/4, 5/6, 7/8
Rendement du code externe	188/204
Contenu trame OFDM	68 symboles OFDM
Contenu Méga trame	4 trames

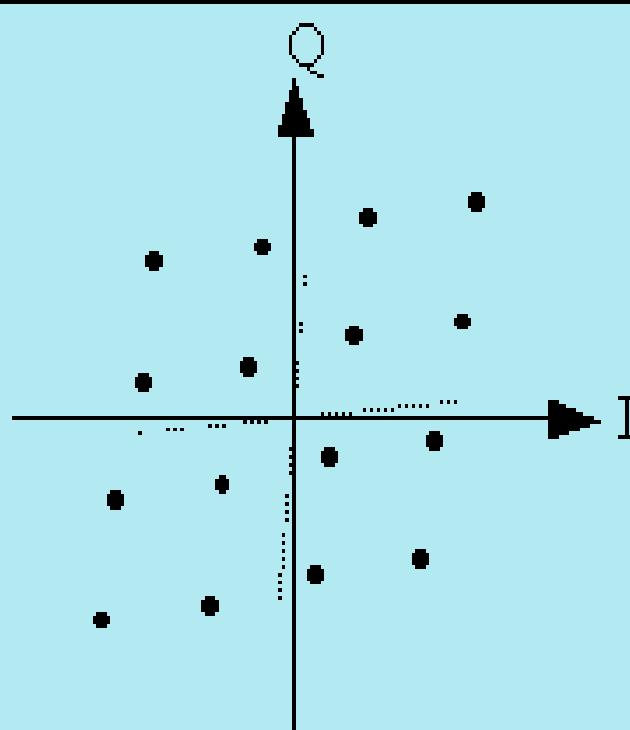
## Modulation QAM défaut



## Modulation QAM défaut



exemple : cas idéal

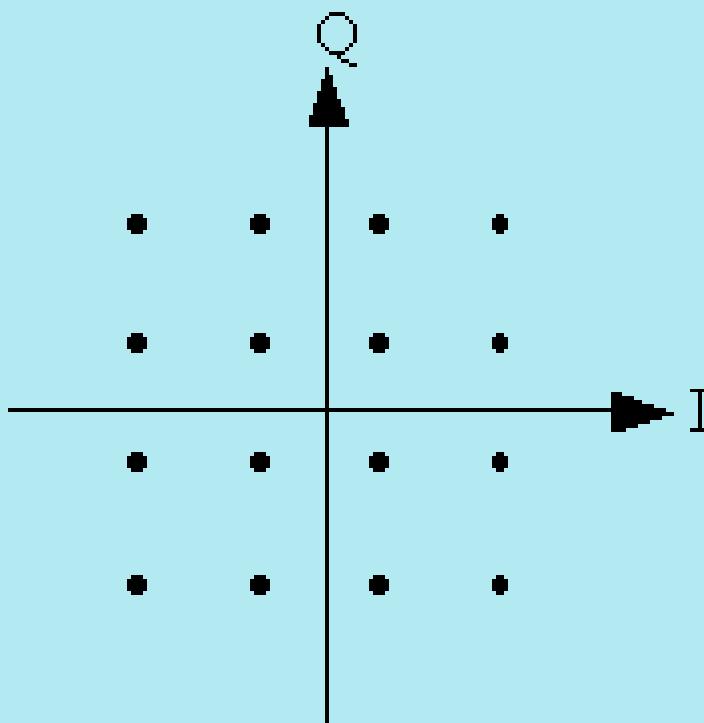


exemple : erreur de

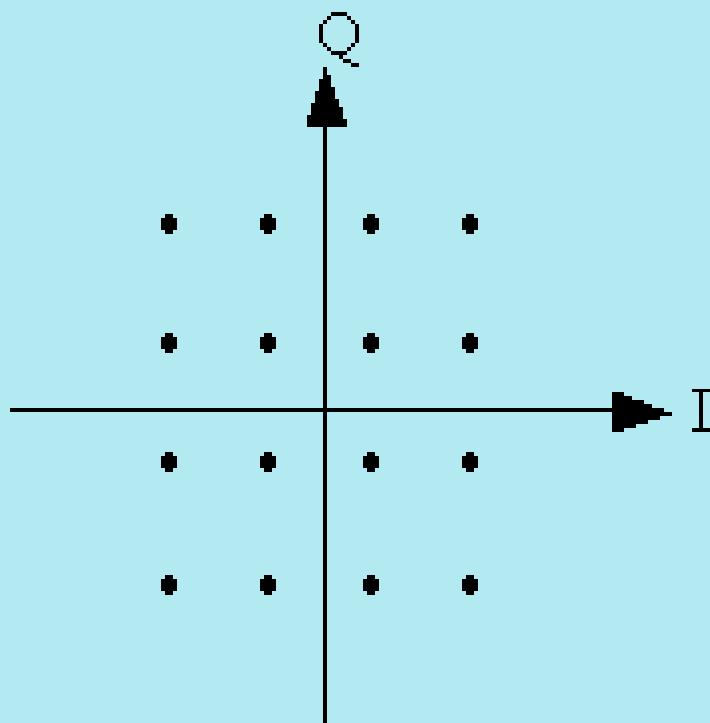
**Exemple : visualisation de l'erreur de phase**

**Entre I et Q**

## Modulation QAM défaut



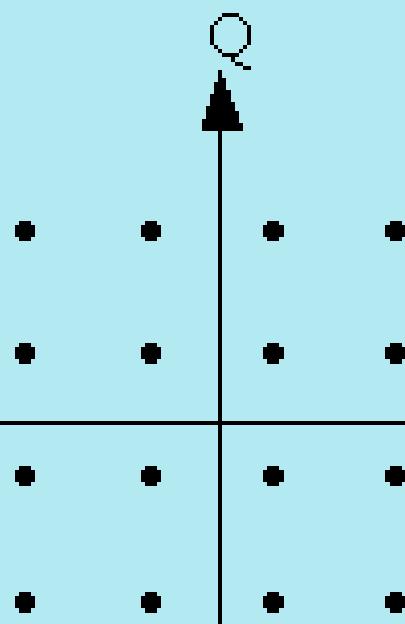
exemple : cas idéal



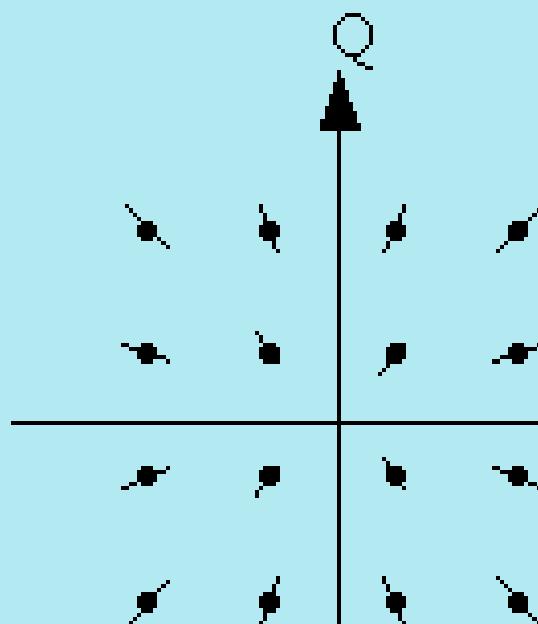
exemple : déséquilibre

**Exemple : visualisation du déséquilibre d'amplitude**

## Modulation QAM défaut



exemple : cas idéal

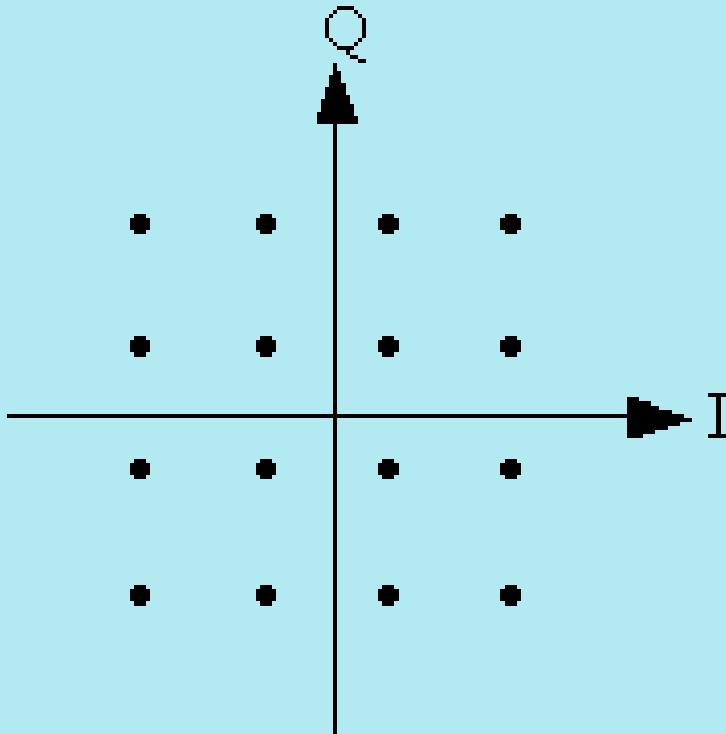


exemple : jitter

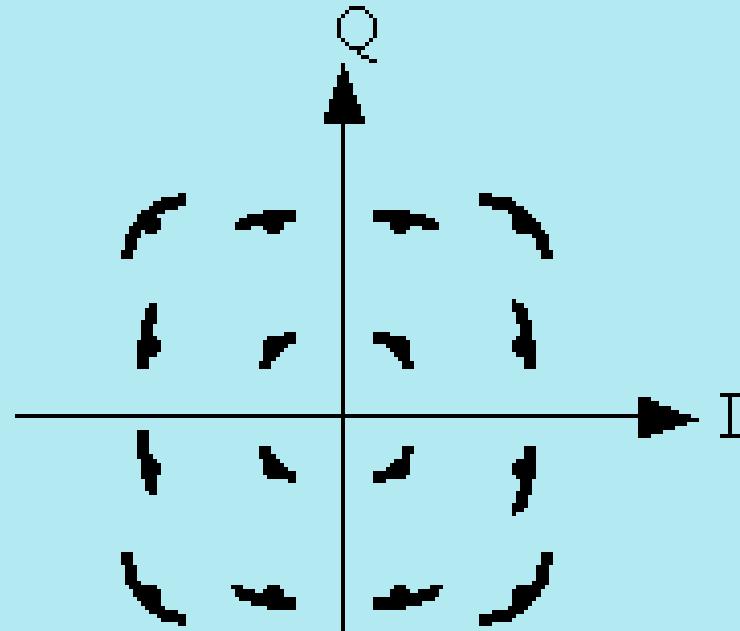
**Exemple : visualisation du phénomène de jitter**

**d'amplitude**

## Modulation QAM défaut



exemple : cas idéal

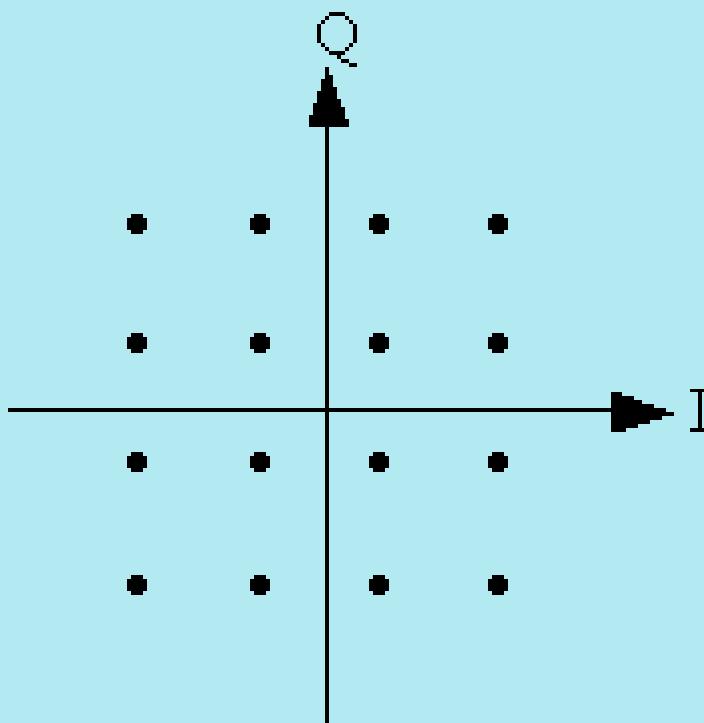


exemple : jitter de phase

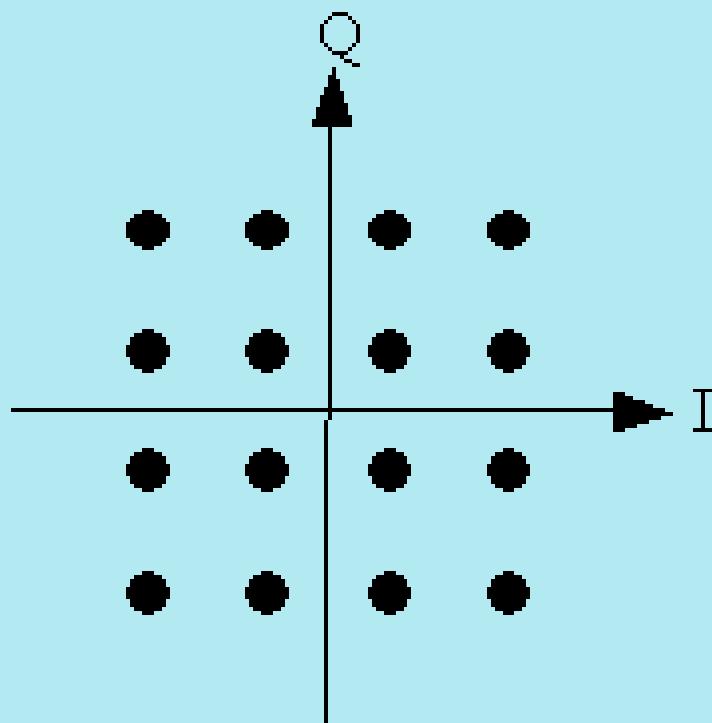
**Exemple : visualisation du phénomène de jitter**

**De phase**

## Modulation QAM défaut



exemple : cas idéal



exemple :

**Exemple : visualisation du phénomène bruit**

# **Modulation par déplacement de fréquence MDF**

***FSK : Frequency shift keying***

## Modulation par déplacement de fréquence MDF

### *FSK : Frequency shift keying*

Le signal modulé peut s'écrire :  $m(t) = \operatorname{Re}[e^{j\phi(t)} \cdot e^{j(\omega_o t + \varphi_o)}]$

Une des propriétés de la MDF : enveloppe constante  $|e^{j\phi(t)}| = cst$

En prenant  $\varphi_o = 0$ :  $m(t) = \cos(\omega_o t + \phi(t))$

La fréquence instantanée :  $f(t) = f_o + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt}$

Avec  $f_o$  la fréquence centrale et  $\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi}{dt}$  la déviation de fréquence

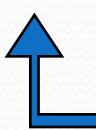
# Modulation par déplacement de fréquence MDF

## *FSK : Frequency shift keying*

Soit  $\Delta f$  la différence de fréquence entre 2 symboles adjacents

Et  $a_k$  un symbole appartenant à l'ensemble  $\{ \pm 1, \pm 3, \dots, \pm M-1 \}$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{\Delta f}{2} \sum_k a_k \cdot g(t - kT)$$

 Impulsion rectangulaire de durée  $T_m$   
 Variation de fréquence entre  $2T_m$

Sur un intervalle  $[KT, (K+1)T_m]$  :  $\phi(t) = \Delta f \cdot \pi \cdot a_k (t - kT) + \theta_k$

$$\phi(kT) = \theta_k = \text{cste}$$


## Modulation par déplacement de fréquence MDF

### *FSK : Frequency shift keying*

La fréquence instantanée devient:  $f(t) = f_o + \frac{\Delta f}{2} a_k$

et  $m(t) = \cos(2\pi(f_o + \frac{\Delta f}{2} a_k)t)$

L'indice de modulation  $m = \Delta f/f_o$ .

$T_m$  conditionne la densité spectrale de puissance du signal modulé  
Si  $m$  est petit devant 1 la modulation est dite à bande étroite

# Modulation par déplacement de fréquence MDF

## Modulateur à phase discontinue

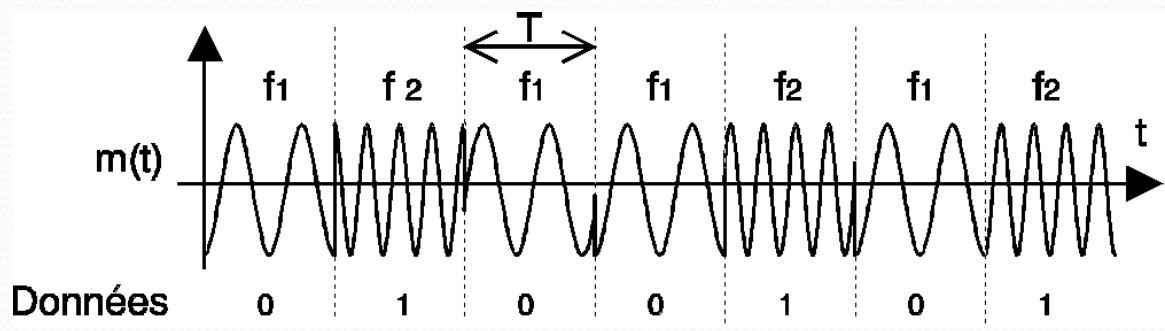
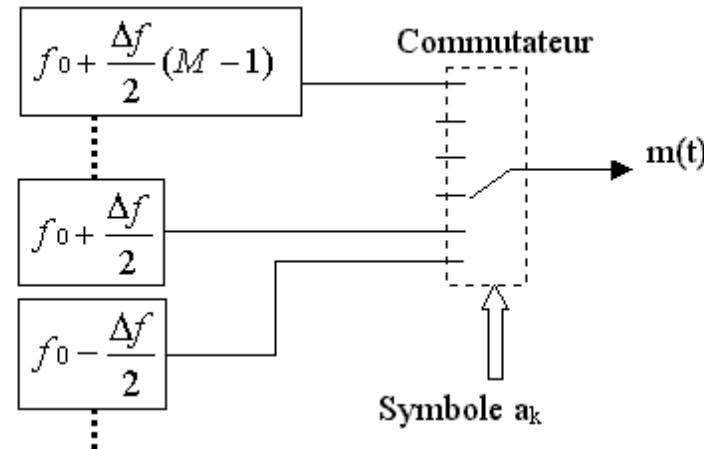
C'est le plus simple

*A chaque transition  
 $k.T_m$  la phase saute*

*MDF binaire à  
phase discontinue*

$$f_1 = f_o - \frac{\Delta f}{2}$$

$$f_2 = f_o + \frac{\Delta f}{2}$$



## Modulation par déplacement de fréquence MDF Modulateur à phase continue

Sur un intervalle  $[KT, (K+1)T]$  :  $\phi(t) = \Delta f \cdot \pi \cdot a_k(t - kT) + \theta_k$

$$\phi(kT) = \theta_k = \text{cste}$$

Pour qu'il y ait continuité de phase entre la fin de l'émission du symbole  $a_{k-1}$  et le début de l'émission du symbole  $a_k$  :

La phase au début de l'émission de  $a_k$  doit être =à la phase au début de l'émission de  $a_{k-1}$  +la variation de phase au cours de l'émission de  $a_{k-1}$  :

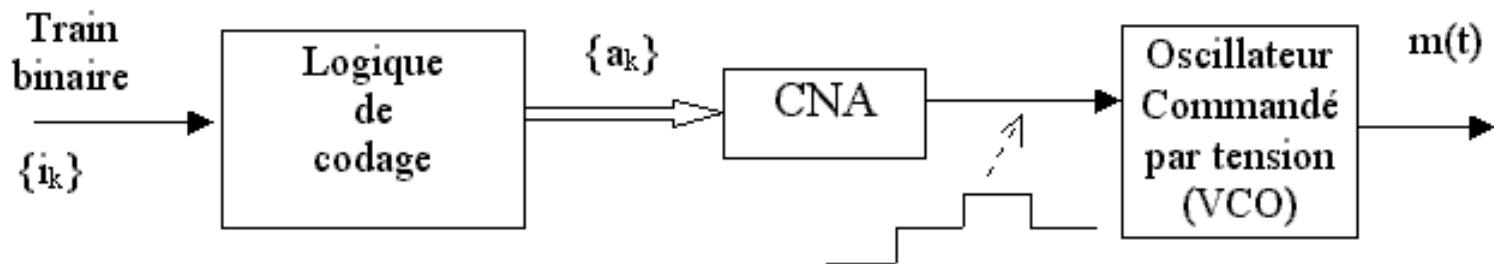
$$\theta_k = \theta_{k-1} + \pi \cdot \Delta f \cdot T \cdot a_{k-1}$$

Cette condition est réalisée si on utilise un oscillateur unique dont on module la phase

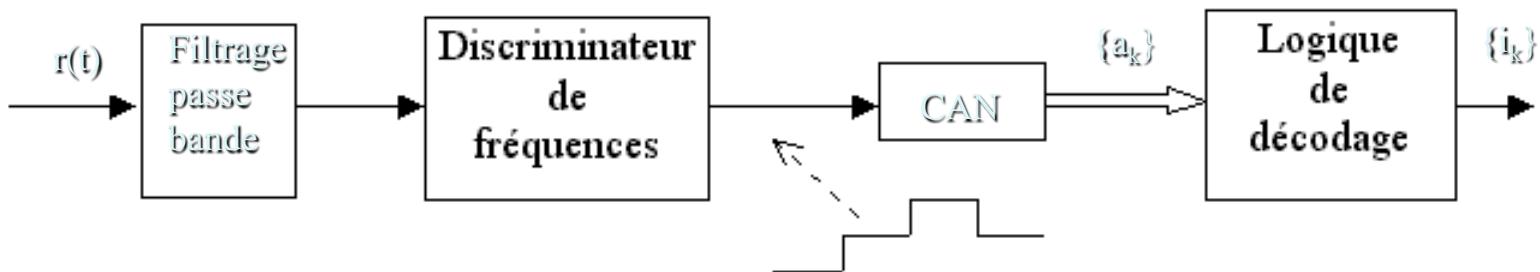
# Modulation par déplacement de fréquence MDF

## Modulateur à phase continue

### Modulateur MDF-M-PC



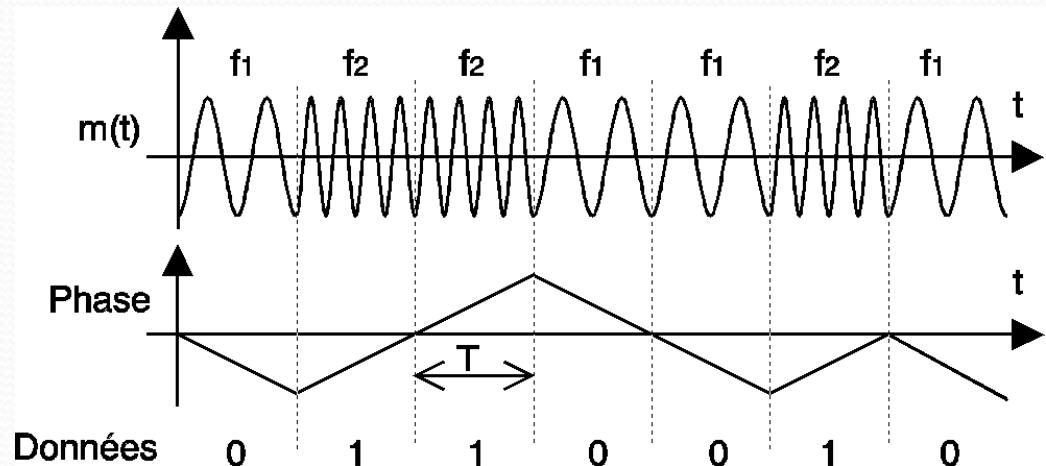
### Démodulateur MDF-M-PC



# Modulation par déplacement de fréquence MDF

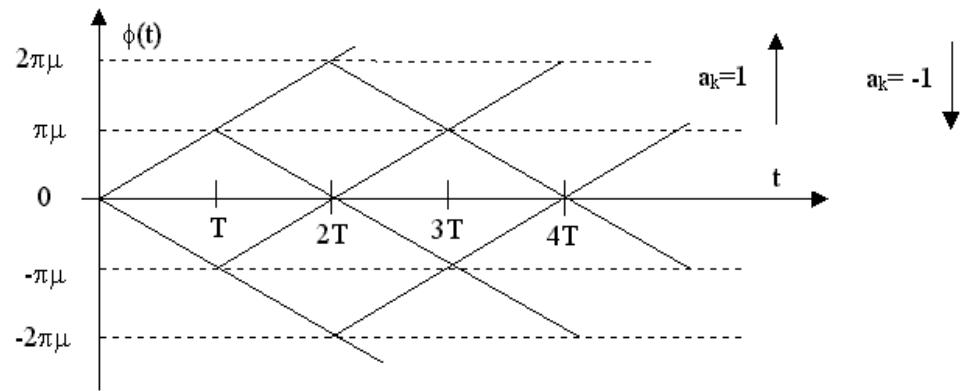
## Modulateur à phase continue

MDF binaire à phase continue



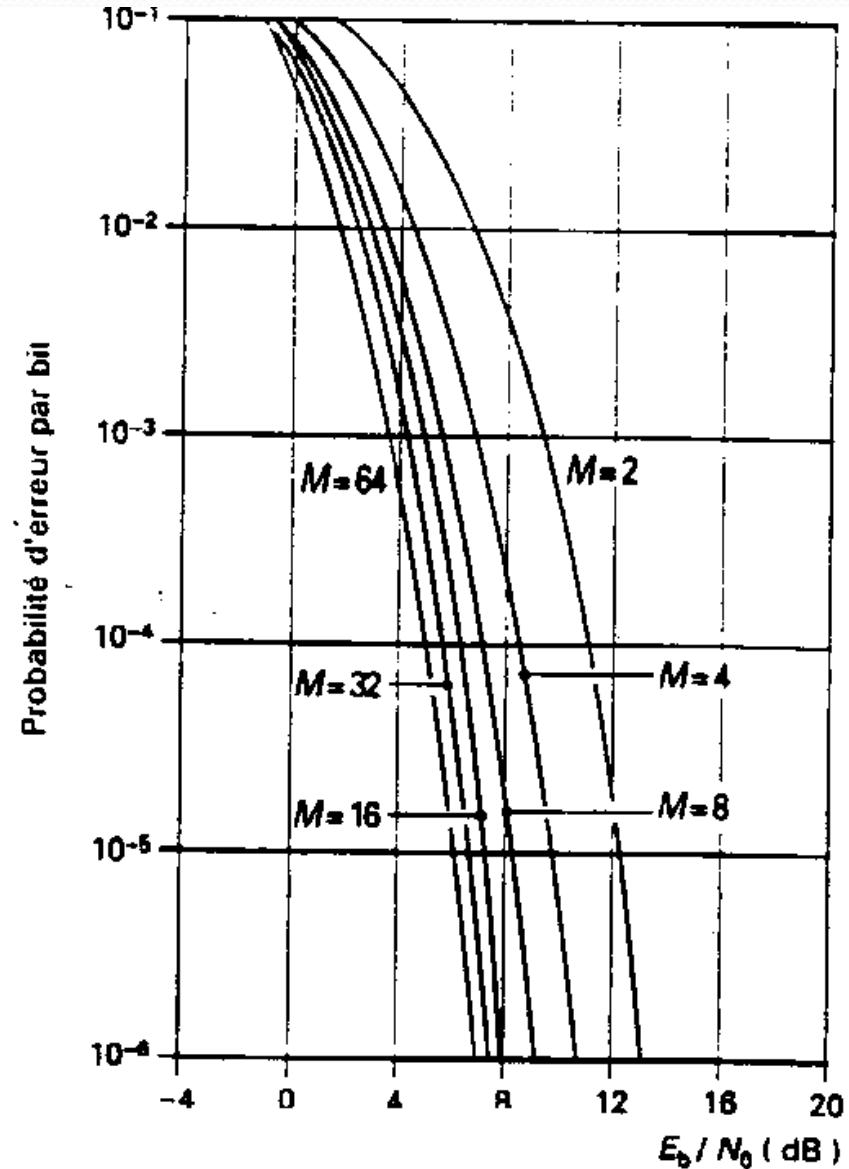
$$\text{Si } a_k = \pm 1 \quad \text{alors} \quad \theta_k = \theta_{k-1} + \pi \cdot \Delta f \cdot T \cdot a_{k-1}$$

Treillis des phases en  
MDF binaire à phase continue



# Modulation par déplacement de fréquence MDF performances

- Ces courbes montrent que contrairement aux MDA et MDP les performances  $\uparrow$  avec  $M$
- Mais  $\uparrow M \rightarrow \uparrow$  l'occupation spectrale
- La DSP est compliquée à calculer ( caractère non linéaire de la MDF)



# Modulation par déplacement de fréquence MDF

## Conclusion

La MDF à phase discontinue:

- Simple à réaliser
- Plus grande bande passante pour transmettre les sauts de phase

*Applications :*

*Transmission de données sur voies téléphoniques = MODEM*

La MDF à phase continue:

- + complexe à réaliser
- Bande passante + étroite

*Applications :*

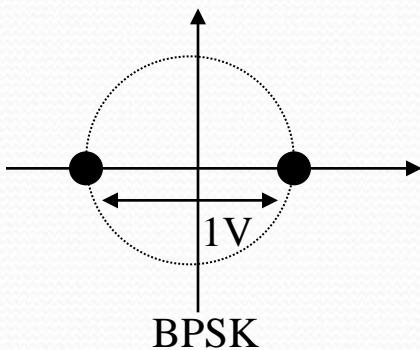
*Cas particulier très utilisée GMSK (radio cellulaire européenne:  
système GSM) →  $g(t-kT)$  = gaussienne et  $a_k = \pm 1$     $g(t-kT)$*

# Téléphonie mobile

Système cellulaire	Américain	Japonais	Européen
Standard	IS 54/56	PDC	IS 54/56
Gammes de fréquence MHz	Rx : 869-894 Tx : 824-849	Rx : 810-826 Tx : 940-956	Rx : 925-960 Tx : 880-915
Nbre de canaux	832	1600	124
Nbre d'utilisateurs/canal	3	3	8
Espacement des canaux	30kHz	25kHz	200kHz
Modulation	$\Pi/4$ -PSK	$\Pi/4$ -PSK	GMSK
Débit binaire	48.6 kbits.s	42 kbits.s	270 kbits.s

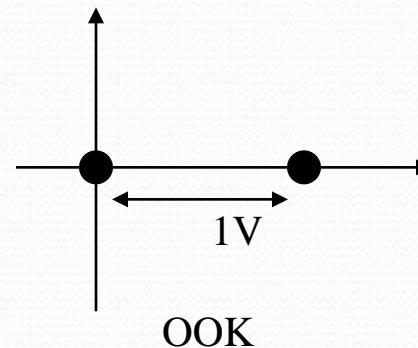
Voici 2 types de modulation: BPSK et OOK. On suppose que tous les symboles sont équiprobables

1. Déterminer la valeur efficace moyenne de la tension de la porteuse associée à chaque modulation.
2. On estime la tension efficace de bruit à  $N_{\text{eff}} = 0,148\text{V}$ . Calculer le rapport signal sur bruit correspondant



$$C_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{(0.5)^2 + (-0.5)^2}{2}} = 0.5\text{V}$$

$$(R_{C/N})_{\text{dB}} = 20 \cdot \log \left| \frac{0.5}{0.148} \right| = 10.6\text{dB}$$

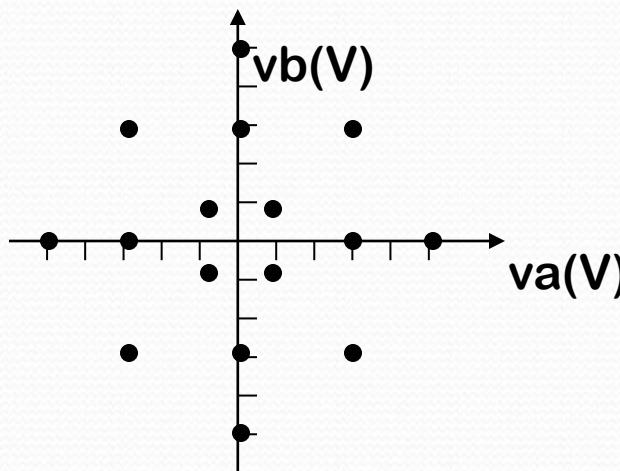


$$C_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{(1)^2 + (0)^2}{2}} \approx 0.707\text{V}$$

$$(R_{C/N})_{\text{dB}} \approx 20 \cdot \log \left| \frac{0.707}{0.148} \right| = 13.6\text{dB}$$

*Remarque : La modulation OOK est plus exigeante au niveau du rapport signal / bruit admissible que la modulation BPSK*

Les fax utilisent une modulation de type V29 ( télécopie rapide:  $B=3100\text{Hz}$  ).  
Soit la constellation V29:



Dans ce type de liaison le rapport signal sur bruit vaut  $(R/S)_{\text{dB}} = 40\text{dB}$

### 1. Calculer la capacité théorique de Shannon du canal de transmission

$$C = 3100 \cdot \log_2 [1 + 10^{40/10}] = 41.2 \text{kbit/s}$$

2. Pour une modulation de type V29, et selon sa constellation ci dessus, combien de bits sont transmis en un moment élémentaire ? Si sa vitesse de modulation est de 2400 Bd alors que vaut D le débit binaire

$$n=4 \quad M=16 \quad D = 9600 \text{ Bit/s}$$

3. Calculer l'efficacité spectrale Eff

$$\text{Eff} = D/B = 9600 / 3100 = 3,1 \text{bit/Hz}$$

## Exemples d'applications

On considère un canal de transmission numérique de débit binaire 9600 bits/s.

Quelle rapidité de modulation est nécessaire si les signaux transmis sont binaires ?

Signaux transmis sont binaires  $n=1$  et  $M=2^1=2$

Rapidité de modulation =  $n \cdot \text{débit binaire} = 9600$  bauds.

Si  $n=4$ , chaque état du signal sur le canal de transmission est utilisé pour transporter 2 bits. Donc le débit binaire est deux fois plus élevé que la rapidité de transmission.

Rapidité de modulation = 4800 bauds

On veut numériser la voix téléphonique en utilisant la méthode MIC (modulation impulsion et codage)

Calculer la valeur du débit de la numérisation de la parole sachant que l'échantillonnage a lieu tous les 125 micro-secondes et que le codage se fait sur 8 bits

125 micro-secondes représentent  $f_e=8000$  Hz

+

l'amplitude est divisée en 256 échelons car codage sur 8 bits.

$$D = 8 \times 8000 = 64000 \text{ bits/s}$$

On souhaite transmettre des images d'écran sur une fibre optique. La définition est de 800 par 600 pixels , chaque pixel est codé sur 16 bits. Le taux de rafraîchissement de l'image est de 60 images par seconde. Quelle largeur de bande est utilisée pour cette transmission binaire  $n=1$  et  $M=2$  ?

$$D = 600 \times 800 \times 60 \times 16 = 460 \text{ Mbits/s}$$

Selon un codage RZ, 90% de l'énergie du signal se trouve entre 0 et  $f=D/2$  donc :  
La largeur de bande = 230MHz

On considère une transmission de trames en full-duplex selon le protocole HDLC, entre deux stations terrestres reliées par satellite. La distance terre-satellite est de 36 000 km et la vitesse de propagation est de 200 000 km/s. Le débit de la station d'émission est de 64 000 bits/s et la station réceptrice permet de lire un maximum de 7 trames/s et son débit est de 50 000 bits/s

1) Quel temps s'écoulera entre le début de l'émission par une station d'une trame T de 512 octets et le retour de la trame contenant l'acquittement de 10 octets (dont on supposera qu'elle est émise dès réception complète de la trame)?

$$t_{prop} = \frac{2 \times 36 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^8} = 0,36s$$

$$t_{emission} = t_{trame} + t_{acq} = \frac{8 \times 512}{64 \cdot 10^3} + \frac{8 \times 10}{50 \cdot 10^3} = 0.06416 \text{ s}$$

$$t_{total} = t_{trame} + 2t_{acq} + 2t_{prop} = 0.78416 \text{ s}$$

## Application FM analogique

On considère le signal FM suivant :

$$v(t) = V \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t) \quad \text{avec} \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 100 \text{ kHz}$$

Un signal FM est dit à bande étroite si  $m$  est petit devant 1

- a) Pour  $m=0.25$  et  $\Delta f=5 \text{ kHz}$  calculer la valeur de la fréquence  $F$  du signal basse fréquence ( $\Omega$ )

$$m = \Delta f \cdot T = m = \Delta f / F \rightarrow F = \Delta f / m = 20 \text{ kHz}$$

b) Montrer que  $v(t)$  peut être représenté par la somme de trois composantes sinusoïdales

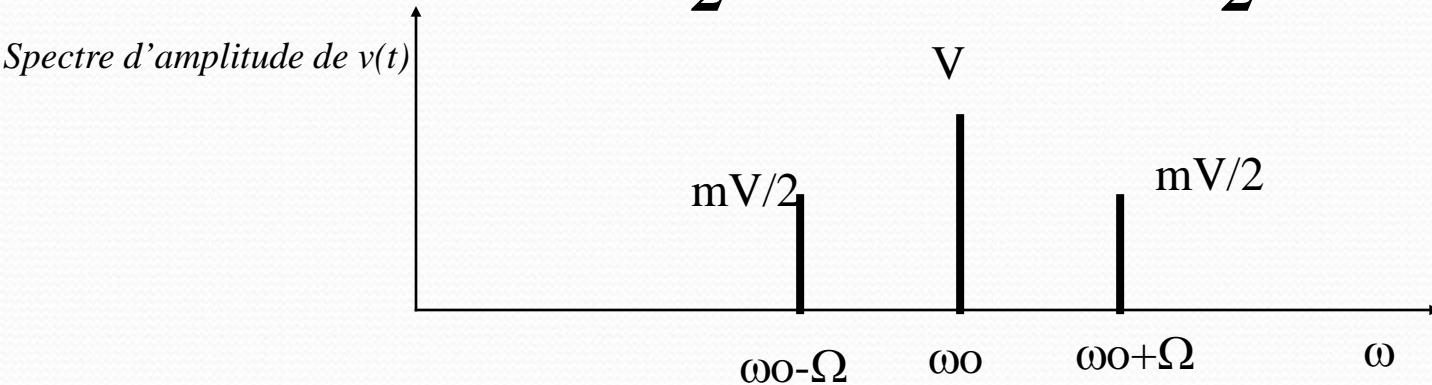
$$v(t)=V \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t)$$

$$v(t)=V \cos(\omega_0 t) \cos(m \sin \Omega t) - V \sin(\omega_0 t) \sin(m \sin \Omega t)$$

En utilisant un DL:

$$v(t) \approx V \cos(\omega_0 t) - mV \sin \Omega t \sin(\omega_0 t)$$

$$v(t) \approx V \cos(\omega_0 t) - \frac{mV}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t + \frac{mV}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t$$



c) Encombrement spectral  $\rightarrow B = 2F$  soit 40 Khz

## FM Analogique

$$v(t) = V \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t) \quad \text{avec} \quad fo = \frac{\omega_0}{2\pi} = 100 \text{kHz}$$

## FM Numérique

L'expression de  $v(t)$  pour  $t \in [kT, kT+1[$  devient :

$$v_k(t) = \cos(\omega_0 t + (2\pi \frac{\Delta f}{2} a_k) t)$$

L'expression de  $v(t)$  devient :

$$v_k(t) = \sum_k \cos(\omega_0 t + (2\pi \frac{\Delta f}{2} a_k) t)$$