ISN 2ème Année juin 2014

Examen du module Traitement du Signal

Durée : 2h. Sans document.

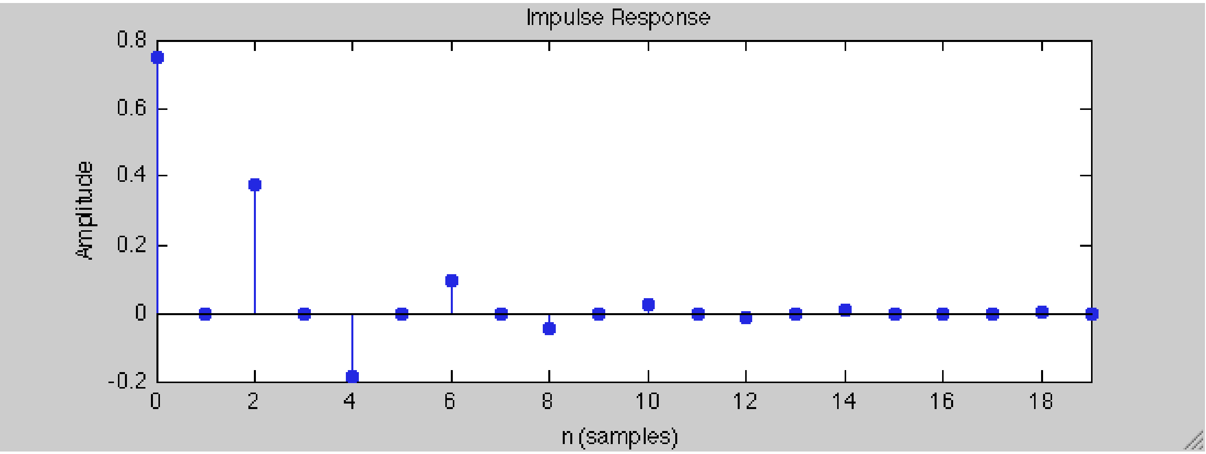
Filtrage numérique

On considère un filtre numérique linéaire causal dont la transmittance en z s'écrit :

$$H(z) = K\frac{z^2 - 2\cos(2\pi f_0)z + 1}{z^2 - 2\rho\cos(2\pi f_0)z + \rho^2}$$

$K, \rho \in \mathbb{R}^+$.
La constante K permet de normaliser à l'unité le gain maximum du filtre.
f_0 : fréquence ajustable (normalisée).

1. Préciser le domaine de convergence du filtre. A quelles conditions le filtre est-il stable ?
2. On injecte une séquence x(n) en entrée, établir l'algorithme récursif de filtrage donnant la sortie y(n).
3. Calculer les 4 premières valeurs théoriques de la réponse impulsionnelle h(n) du filtre et identifier les paramètres K, ρ et f_0 pour obtenir h(n) conformément à la réponse de la figure 1.
4. Calculer l'expression analytique de y(n) correspondante.
5. Calculer les pôles et les zéros de H(z) et les représenter dans C par rapport au cercle unité.
6. Calculer la réponse fréquentielle du filtre et son gain. Tracer le spectre. Calculer la bande passante du filtre. Etudier l'influence de ρ sur cette dernière. Quel type de filtrage obtient-on ?
7. On traite des sons échantillonnés à Fe avec le filtre H(z). On veut atténuer au maximum un sifflement parasite s(n) sinusoïdal, d'amplitude S et de fréquence fs=5KHz. Régler le filtre et indiquer l'atténuation du sifflement (en régime permanent) obtenue. La fréquence fs présente des fluctuations de ±10%, quelle variation sur l'atténuation de S observe-t-on ? Le filtrage est-il acceptable dans ces conditions ? Comment l'améliorer ?



$\{h_n\}=\{\underline{0.7500}, 0, 0.3750, 0, -0.1875, 0, 0.0937, 0, -0.0469, 0, 0.0234, 0.0000, -0.0117, 0, 0.0059, \ldots\}$

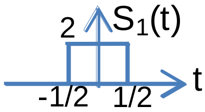
Figure 1 : Réponse impulsionnelle h(n) souhaitée

Signal	**TZ**	**RdC**
$\alpha^n u(n)$	$\dfrac{1}{1-\alpha z^{-1}}$	$\lvert z\rvert > \lvert\alpha\rvert$
$\left[\rho^n \cos(\omega_0 n)\right]u(n)$	$\dfrac{1-\left[\rho\cos(\omega_0)\right]z^{-1}}{1-\left[2\rho\cos(\omega_0)\right]z^{-1}+\rho^2 z^{-2}}$	$z > \lvert\rho\rvert$

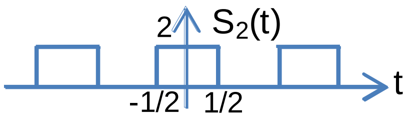
Analyse spectrale

Exercice 1

1. Calculer la transformée de Fourier du signal analogique $S_1(t)$ et tracer le graphe du module



2. En déduire (sans faire de calcul) le graphe du module de la transformée de Fourier du signal périodique $S_2(t)$



Exercice 2 : Principe d'Heisenberg

1. Donner la relation entre les représentations fréquentielle et temporelle pour un signal appartenant à L_2.
2. Quelle est la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas qui a la réponse impulsionnelle la plus courte tout en ayant la bande passante la plus faible ?
3. Quel est l'intérêt pratique de ce filtre ?

Exercice 3

Soit s(t) un signal analogique périodique de période P = 10ms dont on désire faire l'analyse spectrale dans la bande [-10 000,10 000 Hz]

1. Donner les fréquences pour lesquelles le signal s(t) à un spectre non nul.
2. Doit-on utiliser un filtre anti-repliement ? Si oui donner les caractéristiques du filtre,
3. Calculer la résolution fréquentielle optimale,
4. Calculer la durée du signal à traiter pour obtenir le spectre,
5. Doit-on utiliser une fenêtre de troncature ? si oui la définir.
6. On utilise un algorithme FFT pour faire les calculs. Calculer le nombre de points.
7. Déduire la fréquence d'échantillonnage.
8. Ecrire la formule de la transformée de Fourier discrète avec les valeurs numériques définies précédemment.

Exercice 4

Soit un filtre numérique de réponse impulsionnelle h(n) = [$\underline{-1}$, 2, -1]

1. Donner la valeur de la période spectrale du filtre.
2. Calculer sa réponse en fréquence
3. S'agit-il d'un filtre passe pas ou passe haut ?
4. Quel sera l'effet du filtrage sur un signal numérique de support spectral : [-2000,2000] Hz. Donner les principales caractéristiques.