Exercice 4

Exprimer l'inverse de la transformée en z suivante :

$$F(z) = \frac{z\left(z^2 - z + 2\right)}{(z-1)(z-2)(z-3)} \quad avec\ RdC\ \ 2 < |z| < 3$$

ensem

Solutions

Partition du plan complexe:
Le RdC est une couronne telle que 2<|z|<3
Les cercles extérieur (R_e=3) et intérieur (R_i=2) n'appartiennent pas au domaine de convergence
Les pôles sont : z=1; z=2; z=3. Par définition ils sont en dehors du domaine de convergence

Le pôle z=3 est **à l'extérieur du RdC**, il génère donc un **mode anticausal**
Les pôles z=1 et z=3 sont **du coté intérieur du RdC**, ils génèrent donc **des modes causaux**

Décomposition en élément simples

$$F(z) = \frac{z}{(z-1)} - \frac{4z}{(z-2)} + \frac{4z}{(z-3)}$$

On définit la partie causale par $F^+(z)$ et par $F^-(z)$ la partie anticausale

$$F_+(z) = \frac{z}{(z-1)} - \frac{4z}{(z-2)} \qquad F_-(z) = \frac{4z}{(z-3)}$$

D'où le résultat:

$f_+(n)=u(n)-4.2^n.u(n)=(1-2^{n+2})u(n)$

$f_-(n)=-4.3^n.u(-n-1)$

$f(n)= f_+(n)+ f_-(n)$