Exercice 1

Trouver une condition nécessaire sur les coefficients de la séquence $\{a_n\}$ d'un filtre RIF pour que la nature du filtre soit :

1) de type passe-bas.
2) de type passe-haut.

ensem

Solutions

Par définition un filtre de type passe-bas laisse passer la composante continue (sinusoïde de fréquence nulle), alors qu'un filtre de type passe-haut ne la laisse pas passer.

On peut résoudre le problème de deux manières différentes :

1. Si la séquence correspond à la réponse impulsionnelle d'un filtre passe bas alors la transformée de Fourier $\hat{F}(f)$ de la séquence $\{a_n\}$ à la fréquence nulle ne doit pas être nulle.

Soit $\hat{F}(f) = \sum_n a_n e^{-2\pi jfn}$ et donc $\hat{F}(f=0) = \sum_n a_n \neq 0$

2. Si on injecte un échelon unitaire à l'entrée x(n) du filtre et en testant l'existence à la sortie y(n) du filtre en régime établi d'une valeur non nulle dans un cas et nulle dans l'autre, on pourra dans les deux cas en déduire des relations avec les coefficients du filtre.

Le théorème de la valeur finale permet de déduire la valeur en question à la sortie du filtre.

D'où :

$$A(z) = \sum_{n=0}^{N} a_n z^{-n}$$

$$Y(z) = A(z).X(z)$$

$$y_\infty = \lim_{z\to 1} (1 - z^{-1}).Y(z)$$

$$\text{Si } \; y_\infty = 1 \quad \text{alors} \quad \sum_{n=0}^{N} a_n = 1 \quad \text{pour un filtre passe}-\text{bas}$$

$$\text{Si } \; y_\infty = 0 \quad \text{alors} \quad \sum_{n=0}^{N} a_n = 0 \quad \text{pour un filtre passe}-\text{haut}$$

ensem