

Exercice 1 : Cocher la réponse qui vous semble exacte

Questions	oui	non
1. La transformée de Fourier d'un produit de convolution est un produit simple et réciproquement	✓	
2. Un filtre RII peut être de type MA		✓
3. Filtrer un signal après échantillonnage permet de respecter le théorème de Shannon		✓
4. La technique de la transformée de Fourier discrète permet l'estimation des composantes spectrales d'un signal apériodique sans erreur		✓
5. Un filtre ARMA possède au moins un zéro et un pôle	✓	
6. L'autocorrélation est la transformée de Fourier inverse de la densité spectrale d'énergie	✓	
7. Un filtre numérique anti-causal a une réponse impulsionnelle nulle pour $n > 0$	✓	
8. Le spectre de fréquence d'un filtre numérique est discret		✓
9. Le spectre de fréquence d'un filtre numérique est apériodique		✓
10. Un filtre numérique peut s'exprimer sous la forme d'une équation aux différences finies	✓	

Exercice 3

On souhaite faire l'analyse spectrale des sons générés par un piano. Chaque touche engendre un son défini par une note. Ce qui est intéressant à examiner, ce sont les harmoniques car ce sont elles qui donnent la couleur au son, le timbre et qui font la valeur de l'instrument. Supposons que l'on examine le spectre du son "la" (fondamental à 440 Hz supposé périodique) avec un ordinateur.

- Définir la bande passante du microphone à utiliser
- Doit-on utiliser un filtre anti-repliement ? Si oui donner les caractéristiques du filtre.
- Doit-on utiliser une fenêtre de troncature ? si oui la définir si non répondre non.
- Donner la résolution fréquentielle (Δf).
- Calculer la durée de signal minimale à prélever.
- Calculer le nombre d'échantillons N à traiter.
- On utilise un algorithme FFT pour faire les calculs. Calculer la fréquence d'échantillonnage.
- La fréquence d'échantillonnage calculée à la question 7 vérifie-t-elle la condition de Shannon.

1 BP [20Hz, 20kHz]
2 oui $f_e = 440 \text{ Hz}$ (Shannon)
3 oui fonction porte $D = T = \frac{1}{f_e}$
4 $\Delta f = 440 \text{ Hz}$
5 $D = \frac{1}{\Delta f} = T = 2,27 \text{ ms}$
6 $N = \frac{f_e}{\Delta f} = \frac{2 f_{\max}}{\Delta f} = 90$
7 $f_e = N' \Delta f = 56320 \text{ Hz}$ $N' = 128$
8 OUI

Soit la réponse impulsionnelle suivante : $\{1 \ 0 \ -1\}$

- Exprimer la transmittance $F(z)$
- De quel type de filtre s'agit-il ? (MA, AR, ARMA, ARMAX, ARIMA ...)
- Donner le gain du module de $F(z)$ pour la fréquence nulle
- S'agit-il d'un filtre passe-bas ou pas ? (répondre oui, s'il s'agit d'un filtre passe-bas, non dans le cas contraire)
- Donner l'algorithme de filtrage (récurrence)
- Quel effet de ce filtre sur un signal
- Ce filtre peut-il être utilisé en temps réel ? (répondre oui ou non)

1: $F(z) = z - z^{-1}$
2: MA
3: $G = 0$
4: non
5: $y(n) = x(n+1) - x(n)$
6: effet dérivateur
7: non

$$F(z) = z - z^{-1} = \frac{z^2 - 1}{z} \Rightarrow Y(z) = X(z) [z - z^{-1}]$$

$$y(n) = x(n+1) - x(n)$$

$$y_n = a_n + x_n$$

Exercice 1:

filtre

MA $\rightarrow N=0$ (\downarrow)

ARMA $\rightarrow M \neq 0$ $N \neq 0$

\rightarrow AR+MA

Peut-on utiliser un filtre numérique pour filtre anti-repliement? non

périodique \Leftrightarrow discret.

\rightarrow forçément analogique

Ex 3:

filtre anti-repliement \rightarrow coupe les surplus

signal périodique \rightarrow pct porte durée $T = \frac{1}{f_e}$

Δf : écart \hat{e} chq cpoante Fourier

Ex 4:

passé-bas \rightarrow intégrateur

passé-haut \rightarrow dérivateur

ici il faut connaître $x[n+1]$ \rightarrow impossible en temps réel