ENSEM 2ème Année — janvier 2015

Examen du module Traitement du Signal

Durée : 2h. Sans document.

Exercice 1.

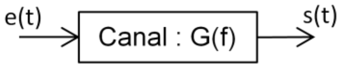
Soit un signal discret x(n). Considérons deux échantillons x(0)=1 et x(1)= -1. Ces échantillons sont transmis sous la forme de deux impulsions : e(t)=x(0).δ(t)+ x(1).δ(t-T).

1. Représenter e(t).

2. Le signal est transmis sur un canal à bande limitée considéré comme un filtre linéaire stable dont la fonction de transfert est :

$$\hat{g}(f) = \frac{1}{B}\Pi\left(\frac{f}{B}\right) \qquad B \in \Re^{+*}$$

Le signal reçu s(t) est :



Quelle est la réponse impulsionnelle du canal ?

3. . Quel est le signal reçu ?

4. Représenter sur un même graphe les composantes du signal reçu correspondant à x(0) et à x(1) pour T=1/(2.B) (il est inutile de représenter la somme). Faites de même pour T=1/B.

5. Le signal reçu est échantillonné ; deux valeurs sont obtenues : s(0) et s(T). Qu'obtenez-vous pour les valeurs de T précédemment choisies ? Commentez en introduisant les notions d'interférences entre symboles, de rapport signal à bruit et de taux d'erreurs binaires.
(on prendra sin(π/2)/(π/2)=0.64)

6. Qu'en concluez-vous sur les choix de T et sur B ?

7. En choisissant de la meilleure manière T et B, que valent les échantillons s(nT) ?

8. Que donne alors le spectre du signal s(nT) échantillonné ? Commenter en discutant alors l'influence du canal sur la transmission.

Exercice 2.

Soit la relation de récurrence : $y(n) - \frac{1}{2}y(n-1) = x(n)$

1. Déterminer la fonction de transfert H(z) du filtre défini par cette relation.

2. Quelles sont les propriétés du filtre ?

3. Exprimez et tracez H(f).

4. Soit a(n) un signal aléatoire pouvant prendre les valeurs +1 ou -1 de façon équiprobable. A deux instants i et j différents (c’est à dire pour i≠j), a(i) et a(j) sont indépendants. Calculez la moyenne et la fonction d'autocorrélation de a(n).

5. On transmet le signal x(n)=a(n)+a(n-1). Montrez que x(n) est stationnaire au second ordre et calculez sa fonction d’autocorrélation.

6. Calculer la densité spectrale de puissance $S_x(z)$ puis $S_x(f)$ et tracez $S_x(f)$.

Exercice 3

On souhaite faire l'analyse spectrale de la parole en recueillant le signal de parole avec un microphone de bande passante égale à 20 kHz. On sait que la fréquence maximale dans un signal de parole est 3400 Hz.

1. Doit-on utiliser un filtre anti-repliement ? Si oui donner les caractéristiques du filtre.

2. Calculer la fréquence d'échantillonnage.

3. Doit-on utiliser une fenêtre de troncature ? si oui la définir.

4. On souhaite une résolution fréquentielle (Δf) maximale de 10 Hz. Calculer la durée de signal minimale à prélever.

5. En déduire le nombre d'échantillons à traiter.

6. On utilise un algorithme FFT pour faire les calculs. Modifier les paramètres de l'analyse pour prendre en compte la contrainte imposée par l'algorithme FFT.

Exercice 4

On souhaite faire l'analyse spectrale des sons générés par un piano. Chaque touche engendre un son défini par une note. Ce qui est intéressant à examiner, ce sont les harmoniques car ce sont elles qui donnent la couleur au son et qui font la valeur de l'instrument. Supposons que l'on examine le spectre du son "la" (440 Hz supposé périodique) avec un ordinateur.

1. Définir la bande passante du microphone à utiliser.

2. Doit-on utiliser un filtre anti-repliement ? Si oui donner les caractéristiques du filtre.

3. Doit-on utiliser une fenêtre de troncature ? si oui la définir.

4. Donner la résolution fréquentielle (Δf).

5. Calculer la durée de signal minimale à prélever.

6. Calculer le nombre d'échantillons N à traiter.

7. On utilise un algorithme FFT pour faire les calculs. Calculer la fréquence d'échantillonnage.

Exercice 5

Soit une séquence numérique […. 12, 56, 78, 44, 33, …….]. On désire sous-échantillonner cette séquence d'un facteur 4 (conservation d'un point sur quatre)

1. Doit-on utiliser un filtre anti-repliement ? Si oui donner les caractéristiques principales du filtre

2. Donner un algorithme de sous-échantillonnage

Exercice 6

Soit un filtre analogique de réponse impulsionnelle $s(t) = ke^{-\alpha t}\ si\ t \geq 0\ et\ 0\ si\ t < 0$ avec α>0 et $k \in R$

1. S'agit-il d'un filtre passe-bas, ou passe-haut ? Justifier votre réponse.

2. Donner la réponse en fréquence de ce filtre.