# Exercice 3

Un spectromètre permet d'étudier en fonction de la longueur d'onde (la couleur), la répartition spectrale de l'énergie S(λ) d'une source lumineuse.

1. Sous quelles conditions le spectre observé R(λ) se déduit-il du spectre vrai S(λ) par un opérateur de convolution ?

$$R(\lambda)=S(\lambda)\otimes T(\lambda)$$

2. Comment peut-on déterminer expérimentalement T(λ)
3. On suppose la réponse impulsionnelle de la forme :

$$T(\lambda)=\frac{1}{a}\prod\left(\frac{\lambda}{a}\right)\quad a=cste$$

4. Déterminer, à partir de la courbe S(λ), les valeurs de λ pour lesquelles R(λ) passe par un extremum

Solutions :

# Solutions

1. Il faut que les énergies lumineuses s'ajoutent et soient indépendantes de $\lambda$ (invariance par translation)

2. A l'aide d'une source monochromatique (raie laser)

3 $R(\lambda)=S(\lambda)\otimes T(\lambda)=S(\lambda)\otimes\frac{1}{a}\prod\left(\frac{\lambda}{a}\right)$ R($\lambda$) passe par un extremum pour :

$$\frac{d(R(\lambda))}{d\lambda}=0 \Longrightarrow \frac{d(R(\lambda))}{d\lambda}=S(\lambda)\otimes\frac{d(T(\lambda))}{d\lambda}=S(\lambda)\otimes\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{1}{a}\prod\left(\frac{\lambda}{a}\right)\right)=0$$

$$=\frac{S(\lambda)}{a}\otimes\left[\delta\left(\lambda+\frac{a}{2}\right)-\delta\left(\lambda-\frac{a}{2}\right)\right]=0$$

$$\Longrightarrow S(\lambda)\otimes\left[\delta\left(\lambda+\frac{a}{2}\right)-\delta\left(\lambda-\frac{a}{2}\right)\right]=0$$

$$\boxed{S\left(\lambda+\frac{a}{2}\right)=S\left(\lambda-\frac{a}{2}\right)}$$