

Exercice 3

Soit le filtre bilatéral :

$$\left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{\underline{2}}, \frac{1}{4} \right\}$$

- 1) Etudier sa réponse fréquentielle en module et en phase.
- 2) Etudier la réponse fréquentielle en module et en phase pour la version causale de ce filtre.
- 3) Noter les différences.

Solutions

1. Filtre anticausal

$$\hat{A}_{ac}(f) = \sum_{-1}^1 a_n e^{-2\pi j f n} = \frac{e^{2\pi j f}}{4} + \frac{1}{2} + \frac{e^{-2\pi j f}}{4} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{e^{2\pi j f} + e^{-2\pi j f}}{2} \right) = \frac{1}{2} (1 + \cos(2\pi f))$$

$\hat{A}_{ac}(f)$ est réelle donc la phase est nulle quelque soit f
Résultat prévisible car la réponse impulsionnelle est paire

2. Filtre causal

$$\begin{aligned} \hat{A}_c(f) &= \sum_0^2 a_n e^{-2\pi j f n} = \frac{1}{4} + \frac{e^{-2\pi j f}}{2} + \frac{e^{-4\pi j f}}{4} = \frac{e^{-2\pi j f}}{2} \left(1 + \frac{e^{2\pi j f} + e^{-2\pi j f}}{2} \right) \\ &= \frac{e^{-2\pi j f}}{2} (1 + \cos(2\pi f)) \end{aligned}$$

Le module est identique mais la phase n'est plus nulle, elle dépend linéairement de la fréquence f

1. Filtre anticausal : module et phase

$$\hat{A}_{ac}(f) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\pi f))$$

$$\|\hat{A}_{ac}(f)\| = \left| \frac{1}{2}(1 + \cos(2\pi f)) \right|$$

$$\varphi(f) = 0, \forall f$$

2. Filtre causal : module et phase

$$\hat{A}_c(f) = \frac{e^{-2\pi j f}}{2}(1 + \cos(2\pi f))$$

$$\|\hat{A}_c(f)\| = \left| \frac{1}{2}(1 + \cos(2\pi f)) \right|$$

$$\varphi(f) = -2\pi f$$

