

Exercice 7

- A. Soit un signal réel périodique de période $T=5$ ms dont le spectre est identiquement nul pour $f>50$ kHz. On propose d'utiliser le programme FFT, pour estimer le spectre fréquentiel du signal.
1. Définir la période d'échantillonnage, la durée D de signal à considérer et le nombre de points N de l'algorithme FFT
 2. Choisir une fenêtre de troncature et définir ses paramètres.
- B. Soit le bruit d'une machine tournante que l'on recueille avec un microphone. On propose d'analyser ce bruit dans l'espace fréquentiel à l'aide d'un algorithme FFT fonctionnant sur 4096 points.
1. Définir approximativement la bande passante du microphone,
 2. Doit-on utiliser un filtre antirepliement, si oui le définir,
 3. Calculer la fréquence d'échantillonnage,
 4. Calculer la résolution fréquentielle,
 5. Quelle fenêtre de troncature doit-on utiliser. Justifier,
 6. Critiquer la qualité des résultats obtenus.

Solutions : ■

Solution A

1. Période d'échantillonnage

$$F_e > 2.F_{\max} = 100 \text{ kHz}$$

2. La transformée de Fourier d'un signal périodique n'existe que pour les fréquences k/T (k : entier relatif, T : période du signal). Il faut donc prélever une tranche de signal de durée $D = T = 5 \text{ ms}$ à l'aide de la fenêtre rectangulaire (fonction porte).

L'algorithme de calcul (FFT) impose un nombre de points $N=2^n$

Le nombre de points est égal à $D.F_e = 0.005 \times 100 \cdot 10^3 = 500$. La puissance de 2 la plus proche est 512, il faut donc choisir $N=512$.

Ceci implique de modifier la durée D ou la fréquence d'échantillonnage. Pour un signal périodique, c'est évidemment la fréquence d'échantillonnage qu'il faut augmenter. Soit

$$F_e > \frac{N}{D} = \frac{512}{0.005} = 102,4 \text{ kHz}$$

$$F_e = 102.4 \text{ Khz}$$

$$D = 0.005 \text{ s}$$

$$N = 512$$

Solution B

1. De 20 Hz à 20 KHz (bande passante de l'oreille humaine),
2. Il faut utiliser un filtre antirepliement ANALOGIQUE. Bande passante [20 Hz, 20 kHz],
3. $F_e = 2 \cdot F_{\max} = 2 \times 20 = 40 \text{ KHz}$
4. Résolution fréquentielle : $1/D = F_e/N = 40\,000/4096 = 9.75 \text{ Hz}$
5. Il ne faut pas utiliser la fenêtre rectangulaire (phénomène de Gibbs trop marqué). Sans information particulière sur la richesse fréquentielle du signal, une fenêtre de Hamming est tout à fait convenable.
6. Le phénomène de Gibbs entraînera des artefacts sur le spectre. Il faudra être prudent dans l'interprétation.