Exercice 1

Calculer la dérivée des fonctions :

$$\prod(x)$$

$$\prod(x).\cos(\pi x)$$

$$\prod(x).\sin(\pi x)$$

$$\operatorname{sgn}(\pi x)$$

$$|x|$$

Solutions :

Solutions

aide

$$\frac{d}{dx}\left(\prod(x)\right)=\delta(x+\frac{1}{2})-\delta(x-\frac{1}{2})$$

$$\frac{d}{dx}\left(\prod(x).\cos(\pi x)\right)=-\pi\sin(\pi x).\prod(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\prod(x).\sin(\pi x)\right)=-\delta(x+\frac{1}{2})-\delta(x-\frac{1}{2})+\pi\cos(\pi x)\prod(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\mathrm{sgn}(\pi x)\right)=2\delta(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left(|x|\right)=\mathrm{sgn}(x)$$

Retour

$$\frac{d}{dx}\left(\Pi(x)\right)=0+\delta(x+\frac{1}{2})+0-\delta(x-\frac{1}{2})+0$$

aide

$$\frac{d}{dx}\left(\Pi(x).\cos(\pi x)\right)=\frac{d}{dx}\left(\Pi(x)\right)\cos(\pi x)+\frac{d}{dx}\left(\cos(\pi x)\right).\Pi(x)$$

aide

$$=\underbrace{\left(\delta(x+\frac{1}{2})-\delta(x-\frac{1}{2})\right)\cos(\pi x)}_{=0}-\pi\sin(\pi x).\Pi(x)$$

$$=-\pi\sin(\pi x).\Pi(x)$$

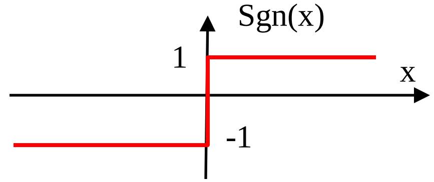
$$\frac{d}{dx}\left(\Pi(x).\sin(\pi x)\right)=\left(\delta(x+\frac{1}{2})-\delta(x-\frac{1}{2})\right)\sin(\pi x)+\pi\cos(\pi x)\Pi(x)$$

aide

$$=-\delta(x+\frac{1}{2})-\delta(x-\frac{1}{2})+\pi\cos(\pi x)\Pi(x)$$

Retour

$$\frac{d}{dx}\left(\mathrm{sgn}(\pi x)\right)=2\delta(x)$$



aide

$$\frac{d}{dx}\left(|x|\right)=\frac{d}{dx}\left(x.\mathrm{sgn}(x)\right)=\mathrm{sgn}(x)+\underbrace{x.2\delta(x)}_{=0}$$

$$=\mathrm{sgn}(x)$$

aide

Retour

Dérivée d’une distribution

La dérivée au sens des distributions est égale à la dérivée usuelle plus une ou plusieurs distributions de Dirac proportionnelles aux sauts aux diverses discontinuités du signal.