Exercice 2

On considère un bruit blanc b(t) ergodique et stationnaire à bande limitée [-B,B] dont la densité de probabilité est égale à :

$$P_b(x) = (x+1) \quad si \quad x \in [-1,0] \;\; et$$

$$P_b(x) = (1-x) \quad si \quad x \in [0,1]$$

1. Donner un encadrement pour b(t)
2. Calculer la moyenne du signal et sa puissance
3. Calculer le spectre de puissance
4. Quelle est sa fonction d'autocorrélation
5. Calculer la puissance, l'autocorrélation et le spectre d'un signal constant de valeur a
6. On considère le signal x(t)=a+b(t), calculer l'autocorrélation, le spectre et le RSB de x(t)

Solutions :

Solution

1. $\boxed{b(t) \in [-1,1]}$

2. $$M_b = \int_{-1}^{1} x P_b(x)dx = \int_{-1}^{0} x(x+1)dx + \int_{0}^{1} x(1-x)dx$$

$$\boxed{M_b = \left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_{0}^{1} = 0}$$

$$\sigma_b^2 = \int_{-1}^{1} x^2 P_b(x)dx = \int_{-1}^{0} x^2(x+1)dx + \int_{0}^{1} x^2(1-x)dx$$

$$\boxed{\sigma_b^2 = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{6}}$$

ensem

Solution

3. Spectre de puissance

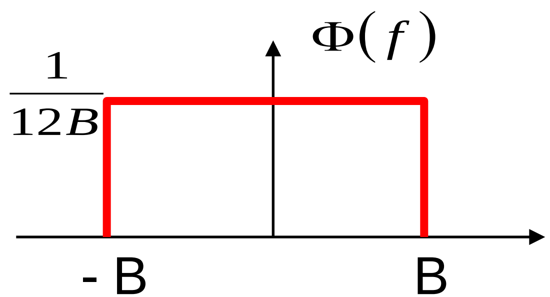
$$\Phi(f) = \begin{cases} \eta \;\; pour - B < f < B \\ 0 \;\; ailleurs \end{cases}$$

$$Pu_b = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(f) df = \sigma_b^2 = \frac{1}{6}$$

Pour un bruit blanc à bande limitée

$$Pu_b = \int_{-B}^{B} \eta df = 2B\eta = \sigma_b^2 = \frac{1}{6}$$

$$\boxed{\eta = \frac{1}{12.B} = \frac{1}{12.B}}$$

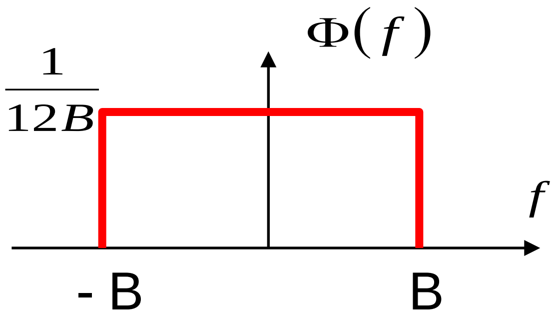


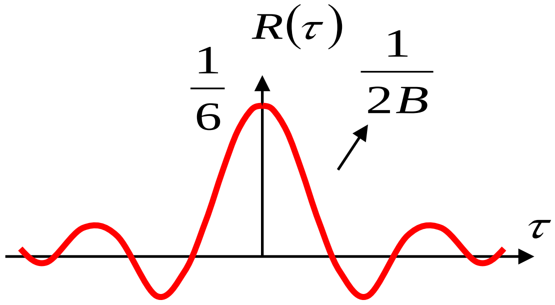
Solution

4. Fonction d'autoccorélation

$$\Phi(f) = \frac{1}{12B}\Pi\left(\frac{f}{2B}\right)$$

$$\Rightarrow R(\tau) = \mathscr{F}^{-1}\left[\Phi(f)\right] = \frac{1}{6}\sin c(2\pi B\tau)$$





Solution

5. Signal constant

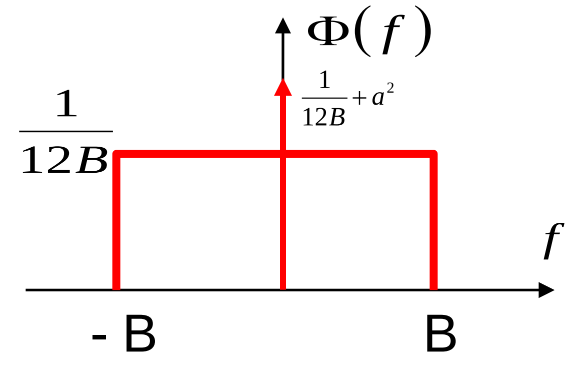
Puissance : a^2

Autocorrélation : $R(\tau) = a^2 \quad \forall \tau$

6. Signal x(t)=a+b(t)

$$R(\tau) = \frac{1}{6}\sin c(2\pi B\tau) + a^2$$

$$SNR = RSB = \frac{P_s}{P_\eta} = \frac{a^2}{1/6} = 6a^2$$



$$\boxed{SNR_{db} = 10\log\left(\frac{P_s}{P_\eta}\right) = 10\log\left(6a^2\right)}$$