Stabilité et stabilisation des systèmes non-linéaires
Travaux Dirigés - Séance 1

Contact : {romain.postoyan,jerome.loheac,samuel.martin}@univ-lorraine.fr

Exercice 1 : représentation d'état

L'équation différentielle de l'oscillateur libre de van der Pol est donnée par

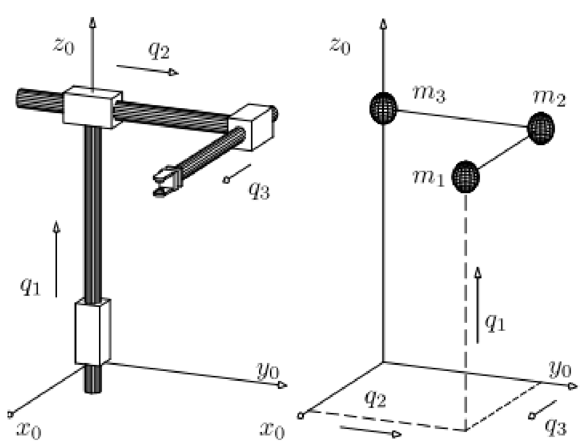
$$\ddot{y}(t) - \epsilon\omega_0(1 - y(t)^2)\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = 0,$$

où $\varepsilon, \omega_0 > 0$ sont des paramètres et $y(t) \in \mathbb{R}$.

1. Quel est l'ordre du système ? Celui-ci est-il linéaire ?
2. Représenter le système sous forme de représentation d'état.

Exercice 2 : représentation d'état (suite)

Considérons le robot à trois degrés de liberté représenté sur la figure ci-dessous (cf. [?]). Celui-ci est constitué de trois liens rigides orthogonaux les uns par rapport aux autres.



Les équations dynamiques obtenues en appliquant les équations de Lagrange sont

$$\begin{aligned}(m_1 + m_2 + m_3)\ddot{q}_1 + (m_1 + m_2 + m_3)g &= \tau_1 \\ (m_1 + m_2)\ddot{q}_2 &= \tau_2 \\ m_1\ddot{q}_3 &= \tau_3\end{aligned}$$

où m_1, m_2, m_3 sont les masses des liens, g la constante gravitationnelle et τ_1, τ_2, τ_3 les forces externes appliquées à chaque joint.

1. Quel est l'ordre du système ? Celui-ci est-il linéaire ?
2. Représenter le système sous forme de représentation d'état.

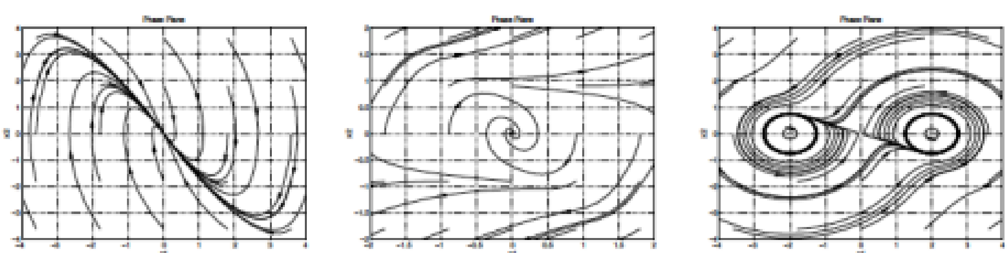
Exercice 3 : méthode du plan de phase

Associer chaque système non linéaire au portrait de phase correspondant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= 0.1x_1 + x_2 - sat(2x_1 + 2x_2) \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1 - 2sat(x_1 + x_2) \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - 0.1x_2 - 5sat(x_1 + x_2) \end{aligned} \tag{3}$$



Exercice 4 : méthode du plan de phase (suite)

Associer chaque système non linéaire au portrait de phase correspondant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_2 - sin(x_1) \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= (1 - x_1^2)x_2 - x_1 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + 0.5x_2x_1^3 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 \end{aligned} \tag{7}$$