Propriedades ERs

ALUNO: Dericson Pablo Calari Nunes

1) O que significa uma linguagem ser fechada em relação à operação de união?

2) O que significa uma linguagem ser fechada em relação à operação de concatenação?

3) O que significa uma linguagem ser fechada em relação à operação de fecho de Kleene?

4) O que significa uma linguagem ser fechada em relação à operação de interseção?

5) O que significa uma linguagem ser fechada em relação à operação de complemento?

6) As linguagens regulares são fechadas em relação a todas estas operações. Prove isto para as operações de união, concatenação e fecho de Kleene.

7) O que diz o teorema do bombeamento para as linguagens regulares.

8) Mostre que uma linguagem não regular usando o teorema do bombeamento.

RESPOSTAS:

1) Isto quer dizer que a união de duas LLCs produz uma LLC;
2) Isto quer dizer que A concatenação de duas LLCs produz uma LLC;
3) Isto quer dizer que O fechamento completo de uma LLC produz uma LLC.
4) As linguagens livres de contexto não são fechadas sob interseção. Isto pode ser visto tomando as linguagens $A = \{a^n b^n c^m \mid m, n \geq 0\}$ e $B = \{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 0\}$, que são ambos livre de contexto. A interseção é $A \cap B = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$, que pode ser mostrado como sendo não livre do contexto pelo Lema do bombeamento para linguagens livres de contexto.
5) Linguagens livres de contexto também não estão fechadas sob complementação, como para qualquer linguagem de A e B: $A \cap B = \overline{\overline{A} \cup \overline{B}}$.
6) **UNIÃO:**
   Sejam L1 e L2 produzidas pelas gramáticas G 1 = ⟨ V 1 , T 1 , P 1 , S 1 ⟩ e G 2 = ⟨ V 2 , T 2 , P 2 , S 2 ⟩ respectivamente, com V1 ∩ V 2 = ∅ ;
   L1 ∪L2 pode ser gerada pela gramática G 3 = ⟨ V 3 , T 3 , P 3 , S 3 ⟩ em que:
   • V 3 = V 1 ∪ V 2 ∪ {S 3 };
   • T 3 = T 1 ∪ T 2 ;
   • P 3 = P 1 ∪ P 2 ∪ {S 3 → S 1 , S 3 → S 2 }; e
   • S 3 ∉ (V 1 ∪ V 2).

   CONCATENAÇÃO:
   Sejam L1 e L2 produzidas pelas gramáticas G 1 = ⟨ V 1 , T 1 , P 1 , S 1 ⟩ e G 2 = ⟨ V 2 , T 2 , P 2 , S 2 ⟩ respectivamente, com V1 ∩ V 2 = ∅ ;
   L1.L2 pode ser gerada pela gramática G3=⟨V3 , T 3 , P 3 , S 3 ⟩ em que:

- $V_3 = V_1 \cup V_2 \cup \{S_3\}$;
- $T_3 = T_1 \cup T_2$;
- $P_3 = P_1 \cup P_2 \cup \{S_3 \rightarrow S_1 S_2\}$; e
- $S_3 \notin (V_1 \cup V_2)$.

FECHO DE KLEENE:
Seja L1 produzida pelas gramática $G1=\langle V1, T_1, P_1, S_1 \rangle$;
$L_1{}^*$ pode ser gerada pela gramática $G_2 = \langle V_2, T_2, P_2, S_2 \rangle$ em que:

- $V_2 = V_1 \cup \{S_2\}$;
- $T_2 = T_1$;
- $P_2 = P_1 \cup \{S_2 \rightarrow S_1 S_2, S_2 \rightarrow \lambda\}$; e
- $S_2 \notin V_1$.

7) O lema é obtido raciocinando-se a partir das gramáticas que geram LLCs, mais especificamente a partir da estrutura das árvores de derivação associadas a GLCs;
   Aplicação: demonstrar que uma linguagem não é livre de contexto;

8) Seja L uma LLC. Então existe uma constante k>0 tal que para qualquer palavra $z \in L$, com $|z| \geq k$ existem cadeias u, v, x, w e z que satisfaçam as seguintes condições:
   - $z = uvwxy$;
   - $|vwx| \leq k$;
   - $vx \neq \lambda$; e
   - $uviwxiy \in L$ para todo $i \geq 0$.