AULA 18

Prof. Mathias

Método guloso – Algoritmo de Dijkstra

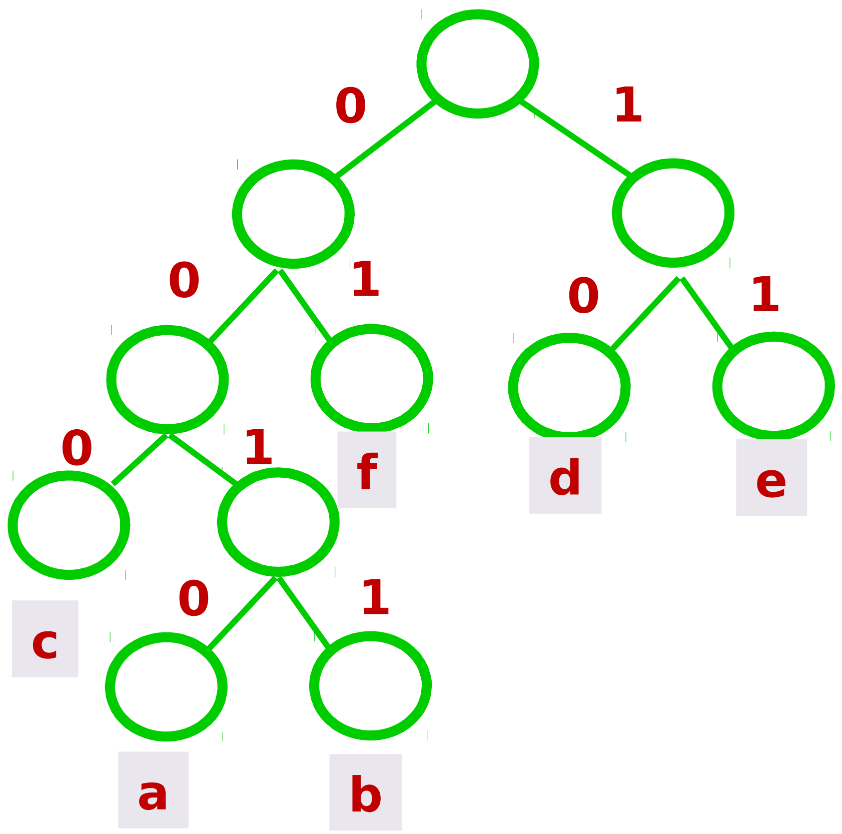
Análise de Algoritmos

Agenda

- Aula anterior
- Introdução
- Algoritmo de Dijkstra
- Exercícios
- Próxima aula

Aula Anterior

- Algoritmo de Huffman – Método Guloso



Agenda

- Aula anterior
- Introdução

Introdução

- Como se resolve o problema de caminhos mais curtos de única origem em um grafo orientado ponderado G=(V,E) para os caso no qual todos os pesos de arestas são não negativos?

Cormen 2002

Introdução

- Vários algoritmos podem resolver o problema de caminhos mais curtos. Entre eles:

  - Algoritmo de Floyd-Warshall
  - Algoritmo de Bellman-Ford
  - Algoritmo de Dijkstra

- O algoritmo de Dijkstra que vamos estudar nesta aula obtém o caminho mais curto de única origem em um grafo orientado ponderado G=(V,E) para os caso no qual todos os pesos de arestas são não negativos

Cormen 2002

Agenda

- Aula anterior
- Introdução
- Algoritmo de Dijkstra

Algoritmo de Dijkstra

- Podemos supor que w(u, v) >= 0 para cada aresta (u,v) Є E.
- O algoritmo mantém um conjunto S de vértices cujos pesos finais de caminhos mais curtos desde a origem s já forma determinados.

Cormen 2002

Algoritmo de Dijkstra

- O algoritmo seleciona repetidamente o vértice u >= V – S com a estimativa mínima de caminhos mais curtos, adiciona u a S e relaxa todas as arestas que saem de u

Cormen 2002

Algoritmo de Dijkstra

- Pelo fato do algoritmo Dijkstra sempre escolher o vértice mais leve ou mais próximo em V-S para adicionar ao conjunto S, dizemos que ele utiliza uma estratégia gulosa.

Cormen 2002

Algoritmo de Dijkstra

- Se executarmos o algoritmo de Dijkstra sobre um grafo orientado ponderado G=(V,E) com função peso não negativa w e origem s, ele termina com d[u] = δ (s,u) para todos os vértices u E V.

Cormen 2002

Algoritmo de Dijkstra

- O tempo de execução do algoritmo de Dijkstra depende de como a fila de prioridade mínima é implementada. Com a pesquisa e quantidade de verificações sobre os vértices correspondentes temos o total de $O(V^2 + E) = O(V^2)$.
- Há implementações que determinam a complexidade em (m+nlogn), sendo m o número de vértices e n o número de arestas.

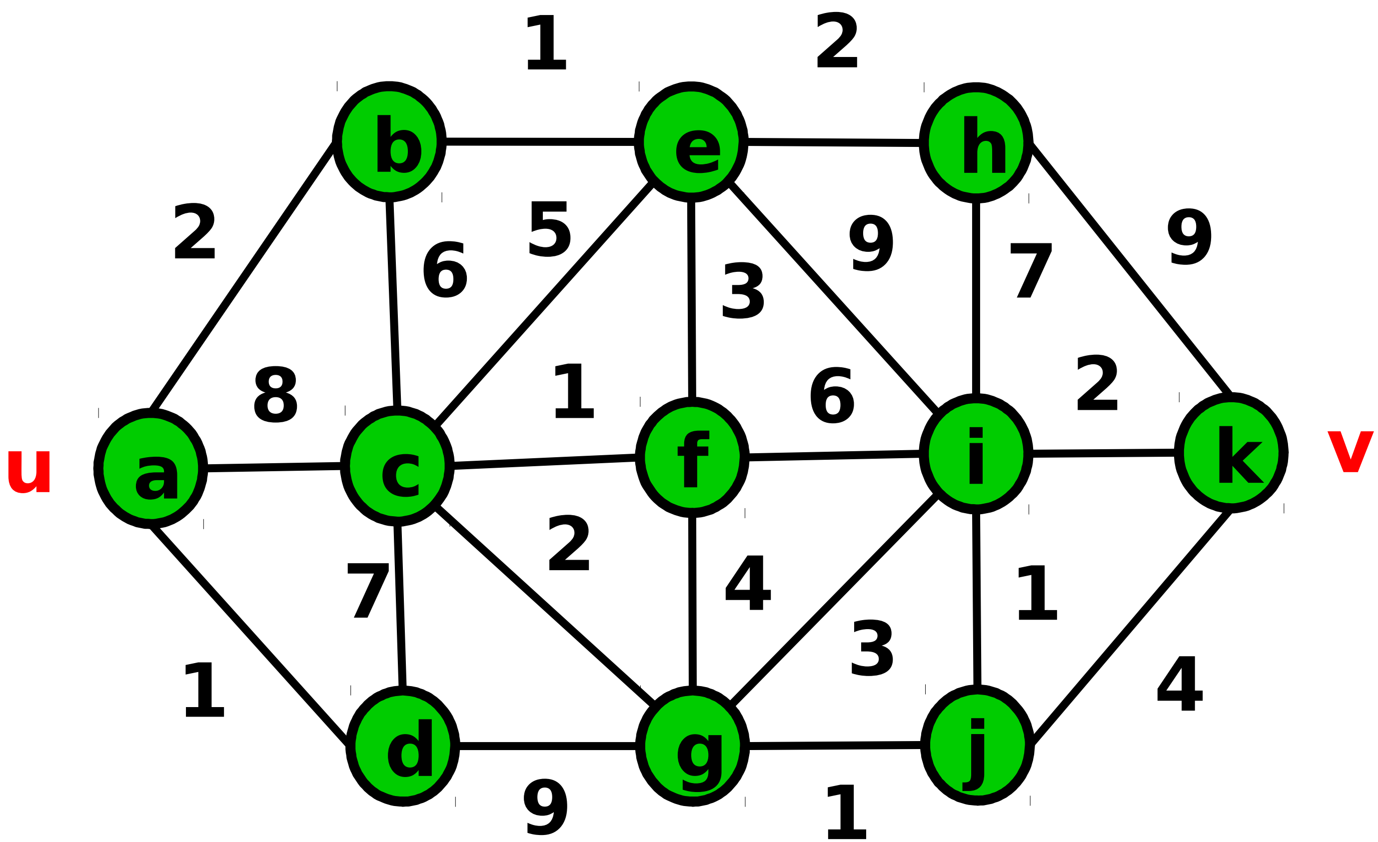
Cormen 2002

Algoritmo de Dijkstra

- Implementação:
  - Seja G um grafo simples tal que cada aresta e associamos um custo c(e) >= 0. O problema do caminho mínimo consiste em encontrar um caminho de menor custo entre dois vértices dados, digamos u e v.

Algoritmo de Dijkstra

- Implementação:
  - Qual o caminho mínimo?



Algoritmo de Dijkstra

- Implementação:

  - O algoritmo de Dijkstra não só encontra o caminho mínimo de u a v, mas de u a qualquer outro vértice do grafo.
  - Este algoritmo pode ser visto como uma generalização de busca em largura
  - Vamos assumir que $c(x,y) = \infty$, se $(x,y) \in E(G)$

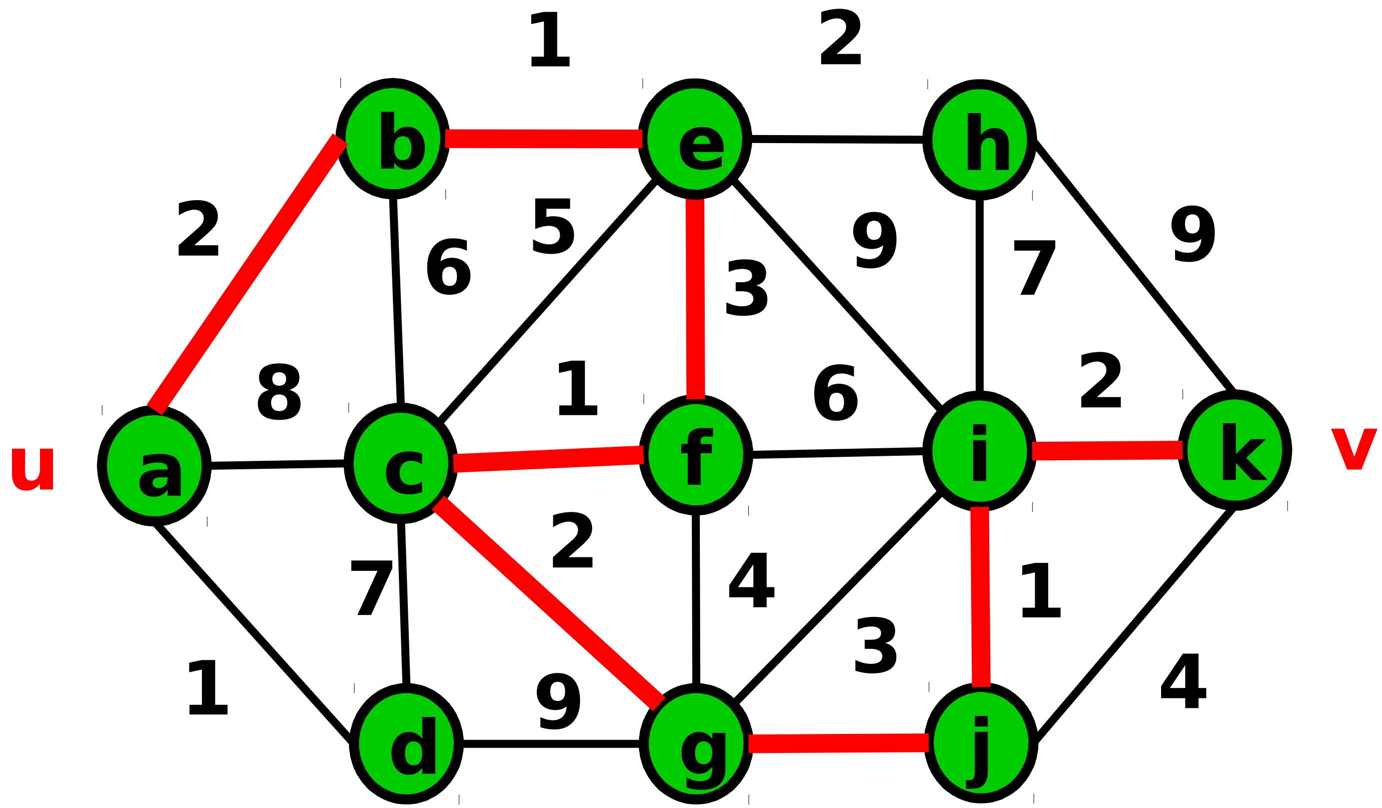
Algoritmo de Dijkstra

- Implementação:

  - d(u) ← 0; S ← {u} // nó inicial recebe 0 e S representa o conjunto de vértices alcançados.
  - Para cada v Є (V(G) – {u}) faça d(v) ← c(u,v) //para cada v diferente de u, custo de u inicial é 0 então incrementa o custo da vértice seguinte.
    - Enquanto S <> V(G) faça
      - Escolha v Є V(G) – S tal que d(v) seja mínimo
      - S ← S U {v}
      - Para cada w Є V(G) – S faça
        - D(w) ← min{d(w), d(v) + c(v, w)}

Algoritmo de Dijkstra

- Qual o caminho mínimo?



A, B, E, F, C, G, J, I, K = 13

Algoritmo de Dijkstra

- Implementação:

  - No final do algoritmo teremos o menor caminho entre s e qualquer outro vértice de G. O algoritmo leva tempo $O(m + n \log n)$ caso seja usado um heap de Fibonacci, $O(m \log n)$ caso seja usado um heap binário e $O(n^2)$ caso seja usado um vetor para armazenar Q.

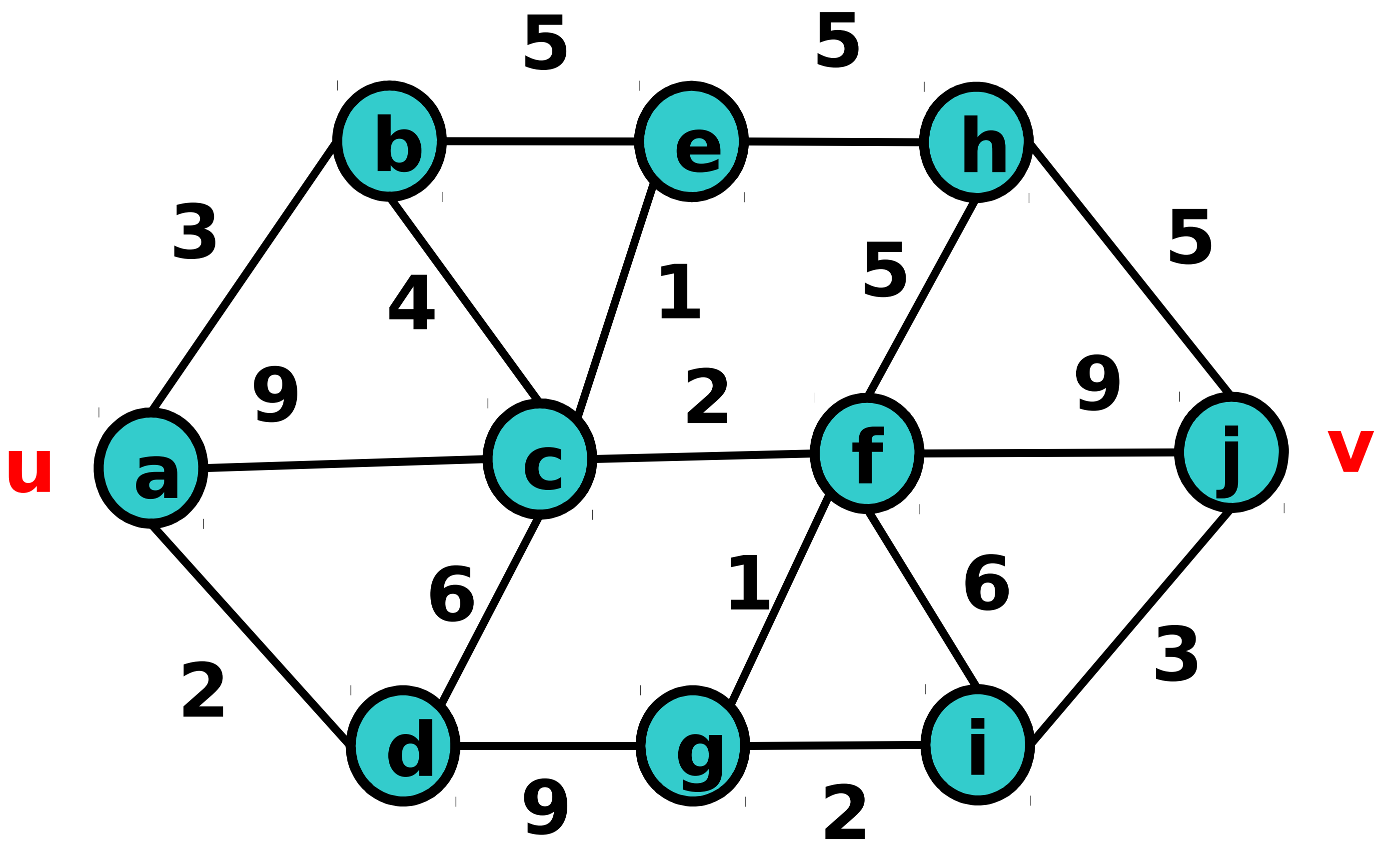
  - Um exemplo prático para aplicação deste algoritmo seria a utilização do menor caminho para uma rota de entrega de mercadorias, onde é necessário sair de um ponto e chegar ao destino pelo menor caminho possível.

Agenda

- Aula anterior
- Introdução
- Algoritmo de Dijkstra
- Exercícios

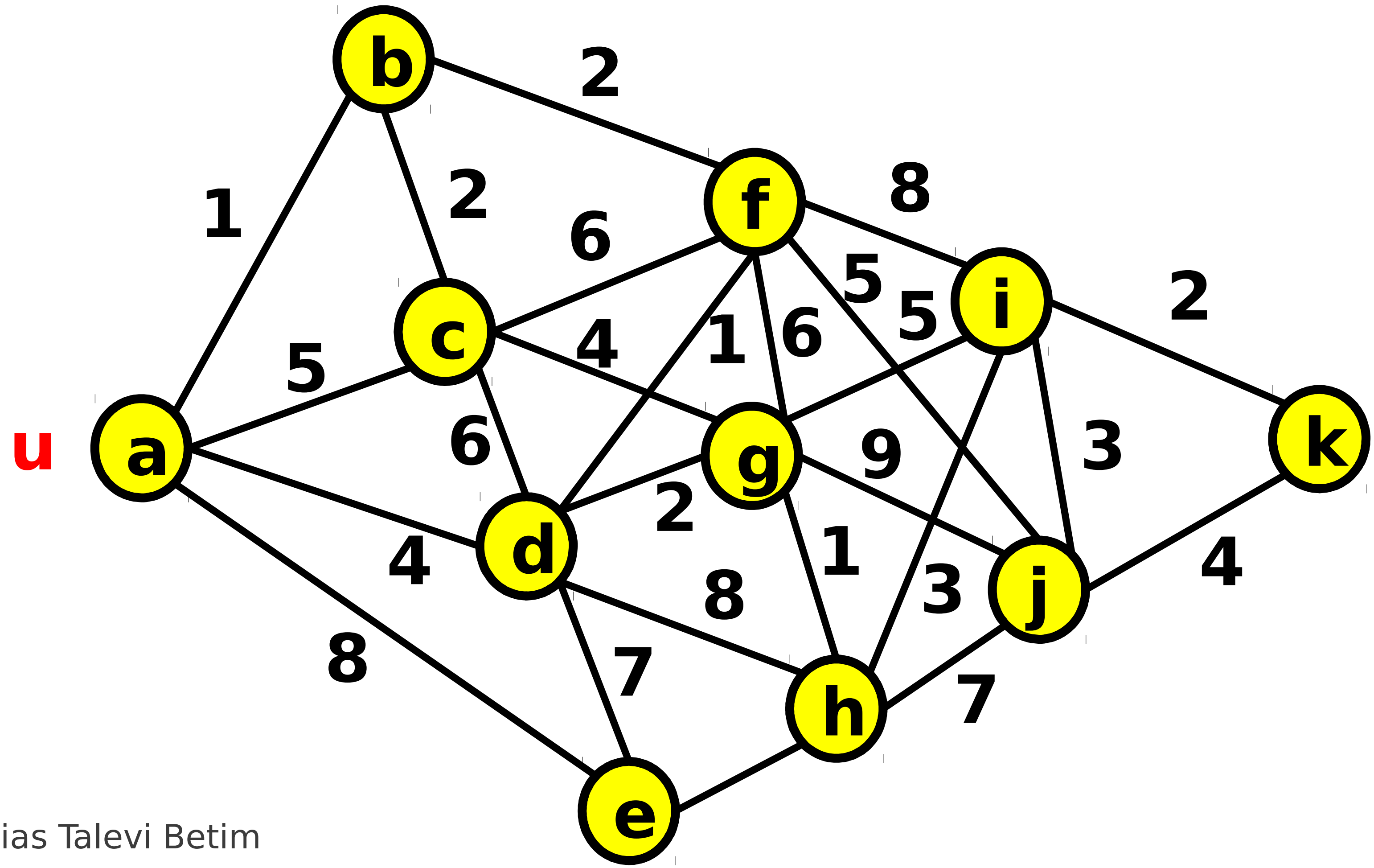
Exercícios

- Qual o menor caminho entre u e v?



Exercícios

- Qual o menor caminho entre u e v?



Exercícios

- Substitua o v por u e determine o caminho mínimo dos grafos anteriores?
- Realizar a L4.

Agenda

- Aula anterior
- Introdução
- Algoritmo de Dijkstra
- Exercícios
- Próxima aula

Próxima aula

- Programação dinâmica
  - Multiplicação de matrizes (MxN)
  - Como determinar uma sequência ótima de multiplicação?
    - São inúmeras possibilidades, a programação dinâmica encontra a melhor.

AULA 18

Prof. Mathias