Problem 35.2

Очевидно, что решение с динамическим программированием не подходит, так как $n = 10^{100}$, даже для хранения этого числа нужна длинная арифметика.

Будем называть колонкой m последовательных плиток. Весь узор строится из n таких колонок.

Две колонки "сочетаются если их можно поставить в узоре рядом.

Будем называть маской колонки число, в котором в бите с номером i стоит 1, если плитка с этим номером в колонке черная и 0 иначе.

Сделаем матрицу $2^m \times 2^m$, в которой в i, j будет 1, если колонки с масками i, j "сочетаются"и 0 иначе.

Эта матрица описывает рекурентный переход, аналогичный тому, который был бы написан в решении с динамическим программированием.

Если эту матрицу возвести в степень n и умножить справа на матрицу A размера $2^m \times 2^m$, в которой первый столбец состоит из единиц, а остальные элементы - нули, а затем просуммировать элементы этой матрицы, будет получен ответ.

Возводить матрицу в степень можно с помощью бинарного возведения в степень, так что сложность полученого решения - $O(log_2(n) * (2^m * 2^m)^3) = O(log_2(n) * 2^{6m})$