Licence – 1ère année

TD de Mécanique

Programme

1. Rappel sur les vecteurs
2. Repères – Cinématique
3. Principe fondamental de la dynamique
4. Travail, énergie
5. Mouvements de rotation
6. Oscillateur harmonique
7. Cinématique – Changement de référentiel – Composition des mouvements

Licence - 1ère année

TD de Mécanique n°1

Rappel sur les vecteurs

Exercice 1 :

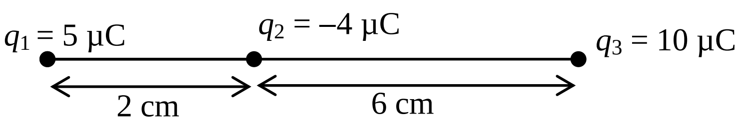
Une mouche part du coin O d'une pièce de dimensions 5 m x 4 m x 3 m et se rend au coin opposé P.

1. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OP}$ dans un repère que l'on choisira astucieusement ?
2. Quelle est la grandeur $d = OP$ du déplacement ? La longueur du trajet effectué peut-elle être inférieure, égale ou supérieure à d ?
3. Si la mouche avait marché au lieu de voler, quelle aurait été la longueur du plus court trajet possible ?

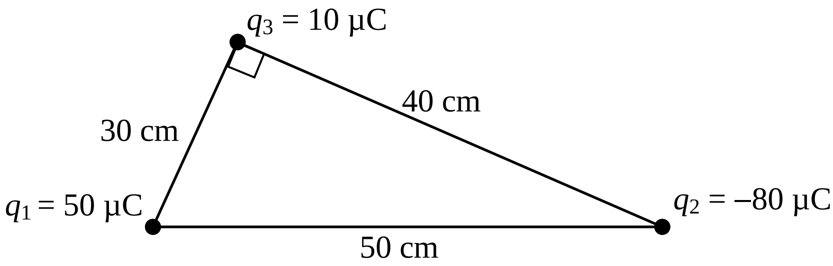
Exercice 2 : la force de Coulomb

L'interaction entre deux particules chargées q_1 et q_2 séparées d'une distance r s'exprime via la force de Coulomb $\overrightarrow{F_C} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \overrightarrow{u_{12}}$ où $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9$ SI et $\overrightarrow{u_{12}}$ le vecteur unitaire orienté de q_1 vers q_2.

1. On considère les trois particules chargées q_1, q_2 et q_3 alignées comme sur la figure ci-dessous. Déterminer la force résultante sur la particule du milieu produite par les deux autres.



2. On considère les trois particules chargées q_1, q_2 et q_3 disposées aux sommets d'un triangle rectangle comme sur la figure ci-dessous. Déterminer la force exercée sur q_3 par les deux autres charges.

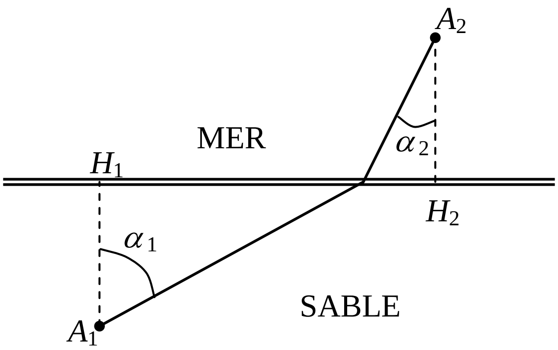


Exercice 3 :

On considère deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$.

3. Les composantes de $\vec{a}$ et $\vec{b}$ étant respectivement (2, 1, –2) et (2, 4, –3), calculer : $\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{a}\wedge\vec{b}$, $\|\vec{a}\|^2$ et $\|\vec{b}\|^2$.
4. On considère un point B de coordonnées (1, 2, 3). Quelle est l'équation d'un plan passant par B et perpendiculaire à $\vec{a}$? En déduire la distance de O au plan.

Exercice 4 : *Optimisation d'un trajet*



Soit une plage rectiligne P. Un point A_1 sur le sable est à la distance $A_1H_1 = a_1$ de P. Un point A_2 en mer est à la distance $A_2H_2 = a_2$ de P. On pose $H_1H_2 = d$ (voir figure ci-dessous).
Un individu I se repose en A_1 sur le sable. I peut courir sur le sable à la vitesse v_1 et nager à la vitesse $v_2 < v_1$. I désire rejoindre le plus rapidement possible une bouée immobile en A_2. Quel trajet A_1OA_2 doit-il emprunter ?
On déterminera d'abord l'équation que doit vérifier $x = H_1O$, puis on simplifiera l'expression obtenue en introduisant les angles $\alpha_1 = (\overrightarrow{A_1H_1}, \overrightarrow{A_1O})$ et $\alpha_2 = (\overrightarrow{A_2H_2}, \overrightarrow{A_2O})$. A quelle loi physique cette expression correspond-elle ? Interpréter.

Exercice 5 :

1. Calculer la dérivée par ra pport au temps du vecteur : $\overrightarrow{OM}(t) = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$ où θ est une fonction du temps.
2. Montrer que $\overrightarrow{OM}$ et $d\overrightarrow{OM}/dt$ sont orthogonaux et généraliser ce résultat à tout vecteur de norme constante.
3. On considère le vecteur $\overrightarrow{OM}(t) = r\sin\theta\left(\cos\varphi\,\vec{i} + \sin\varphi\,\vec{j}\right) + r\cos\theta\,\vec{k}$ où r est une constante et θ et φ dépendent de t. Faire un schéma et montrer que $\overrightarrow{OM}$ et $d\overrightarrow{OM}/dt$ sont orthogonaux.

TD de Mécanique n°2

Repères – Cinématique

Exercice 1 :

Le chauffeur d'un camion roulant à 108 km/h aperçoit soudain un chien à 70 mètres devant lui. Le temps de réflexe du chauffeur est de 0,5 s et sa décélération de 8 m/s². On veut savoir s'il peut éviter d'écraser le chien sans donner de coup de volant.

1. Exprimer la vitesse du camion en m/s.
2. Quelle est la nature du mouvement du camion ?
3. En déduire les expressions de sa position et de sa vitesse en fonction du temps.
4. Calculer le temps au bout duquel le camion s'arrête.
5. En déduire la distance parcourue par le camion avant de s'arrêter. Le chauffeur doit-il donner un coup de volant pour éviter de heurter le chien ?

Exercice 2 :

Un point mobile M décrit une droite $\left(O,\vec{i}\right)$ et son abscisse x est donnée par l'équation horaire : $x = -2t^2 + 4t$ pour $0 < t < 10$ s et où les unités sont celles du système international.

1. Donner l'expression des vecteurs vitesse et accélération du mobile à l'instant t. Conclusion ?
2. Sur quel intervalle de temps le mouvement est-il accéléré ? Retardé ?

Exercice 3 :

Les coordonnées d'une particule sont données par les fonctions du temps : $x = 2t$ et $y = 4t(t-1)$.

1. Déterminer l'équation de la trajectoire.
2. Calculer la vitesse à l'instant t.
3. Montrer que le mouvement a une accélération constante dont on déterminera les composantes tangentielle et normale.

Exercice 4 : *Mouvement hélicoïdal*

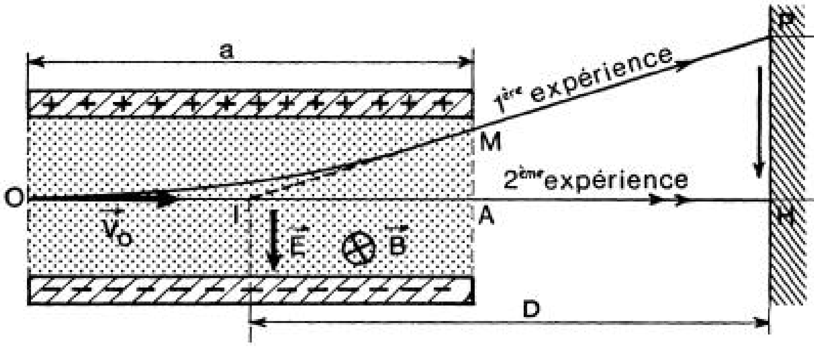
Les coordonnées cartésiennes d'un point M sont données par : $x = a\cos\theta$, $y = a\sin\theta$ et $z = b\theta$ où θ est une fonction du temps connue.

1. Exprimer en fonction de $\theta, \dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$ les coordonnées cartésiennes de la vitesse et de l'accélération de M.
2. Représenter la trajectoire. Soit m le projeté de M sur le plan $z = 0$. Définir le mouvement de M comme la combinaison de deux mouvements dont on précisera la nature.
3. A quelle condition sur θ le mouvement est-il uniforme ? En comparant pour un mouvement uniforme les expressions cartésienne et intrinsèque de l'accélération, déterminer l'expression en fonction de a et b du rayon de courbure R de la trajectoire.

TD de Mécanique n°3

Principe fondamental de la dynamique

<u>Exercice 1 :</u> *Mesure de la charge massique de l'électron, expérience de J.J.Thomson (1897)*



On réalise la déviation d'un faisceau d'électrons, de charge $-e$ et de masse m, à l'aide d'un champ électrique $\vec{E}$, uniforme et indépendant du temps, et on mesure la déviation Y du spot sur l'écran (voir la figure). On néglige la force de pesanteur.

1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur l'électron.
2. Déterminer l'équation de la trajectoire $y(x)$ de l'électron entre O et M.
3. En déduire les coordonnées du point M.
4. Etablir les équations horaires du mouvement de l'électron entre M et P en prenant comme origine du temps, l'instant où il est en M.
5. Donner l'équation de sa trajectoire $y(x)$ et en déduire Y.

On établit maintenant, dans la région où règne le champ $\vec{E}$, un champ magnétique $\vec{B}$, uniforme et indépendant du temps, perpendiculaire à $\vec{E}$. On règle la valeur de $\vec{B}$ de manière à ce que le spot soit ramené en H. On néglige toujours la force de pesanteur.

6. Faire le bilan des forces s'exerçant sur l'électron.
7. Que devient l'accélération lorsque le spot est ramené en H. Justifier soigneusement en détaillant chaque composante.
8. **Facultatif.** En déduire une relation entre v_0, E et B puis l'expression de la charge massique e / m de l'électron en fonction de B, E, a, D et Y.

Les mesures les plus récentes réalisées à partir de perfectionnements de cette méthode ou par des méthodes différentes fournissent la valeur : $e / m = 1{,}7588.10^{11}$ C.kg^{-1}.

<u>Exercice 2 :</u> *Portée d'un tir – Résistance de l'air proportionnelle à la vitesse*

Dans le champ de pesanteur supposé uniforme $\vec{g} = -g\,\vec{k}$, un projectile est lancé d'un point O pris pour origine de l'espace et du temps. La vitesse initiale $\vec{v}_0$ fait avec l'horizontale Ox un angle $\alpha > 0$.

1. Etablir l'équation de la trajectoire.
2. Déterminer les coordonnées du sommet S et la portée OB, les instants t_S et t_B au bout desquels sont atteints S et B, le module du vecteur vitesse aux points S et B.
3. **Facultatif.** Quel est l'ensemble des points de l'espace que l'on peut atteindre avec un projectile lancé de O avec une vitesse $\vec{v}_0$ donnée dans une direction quelconque ?

On tient compte du freinage aérodynamique (résistance de l'air) que l'on modélise par une force $\vec{f}_R = -\lambda m \vec{v}$.

4. Déterminer les équations du mouvement et préciser en quoi il diffère du précédent pour $t \to +\infty$.

Exercice 3 : *Mouvement d'un point sur un plan incliné*

On considère un chariot de masse m posé sans vitesse initiale sur un plan incliné faisant l'angle α avec l'horizontale. Le contact entre le plan et le chariot est caractérisé par le coefficient de frottement $f = f_c$. Soit $\vec{R}$ la réaction du plan sur le chariot. On pose : $\vec{R} = T\vec{u}_x + N\vec{u}_y$ où T est une grandeur algébrique et $N > 0$ car le chariot repose sur le plan.

1. Faire le bilan des forces s'appliquant sur le chariot.
2. Ecrire la relation fondamentale de la dynamique dans le référentiel du laboratoire considéré comme galiléen.
3. Discuter, en fonction de α, la possibilité d'un équilibre.
4. Dans le cas du mouvement, déterminer l'accélération du chariot et sa vitesse en fonction du temps t.

Le chariot glisse maintenant sans frottement sur le plan. Sa position est repérée sur l'axe $x'Ox$ par l'abscisse x de son centre d'inertie G qui est nulle à l'instant initial. On lance le chariot vers le haut à la vitesse v_0.

5. En appliquant la 2ème loi de Newton, déterminer l'accélération a_x du chariot.
6. En déduire l'expression de la vitesse v_x du chariot.
7. Déterminer l'équation horaire $x(t)$ donnant la position du chariot en fonction du temps.
8. Pour quelle valeur de v_0, exprimée en fonction de g, α et a, la vitesse du chariot s'annule-t-elle au point A d'abscisse $x = a$?

x

Approfondissement : *Mouvement d'un point matériel soumis à une force résistante en* v^2

Une bille sphérique, de masse m = 30 g, de rayon r = 1 cm, est abandonnée dans le champ de pesanteur terrestre. Elle est soumise, de la part de l'air, à une force de freinage (la traînée, opposée à la vitesse) : $\vec{F}_f = -C_x \rho S v \vec{v} / 2$, où S est la surface de la projection de la bille dans un plan perpendiculaire à la vitesse, ρ la masse volumique de l'air et C_x un facteur de résistance de l'air.

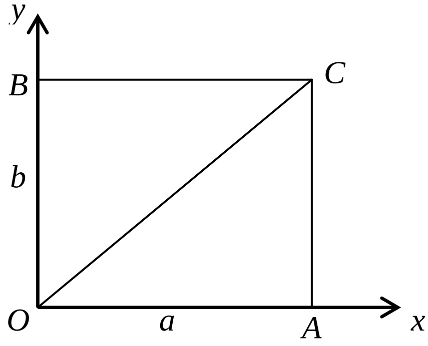
1. On pose $v_l = (2mg/C_x S\rho)^{1/2}$. Ecrire l'équation différentielle à laquelle satisfait la vitesse v.
2. Trouver la loi de variation de v au cours du temps. Quelle signification donner à v_l ? Représenter graphiquement $v(t)$.
3. Application à la chute libre et la chute libre en soufflerie. Expliquer comment évolue la trainée lors d'un saut en chute libre et comment on peut en déduire la vitesse du vent issu de la soufflerie pour un saut stationnaire.

TD de Mécanique n°4

Travail – Energie

Exercice 1 :

Soit la force $\vec{F}_1 = (y^2 - x^2)\vec{i} + 3xy\vec{j}$. Calculer le travail de $\vec{F}_1$ lors du déplacement de O à C de coordonnées (a, b) (voir la figure ci-contre) :



1. Le long de OAC.
2. Le long de la droite OC.
3. Cette force est-elle conservative ?
4. Mêmes questions avec la force $\vec{F}_2 = (y^2 - x^2)\vec{i} + 2xy\vec{j}$.
5. Montrer que $\vec{F}_2$ dérive d'une énergie potentielle.
6. Calculer le travail de $\vec{F}_2$ lors de tous les déplacements possibles de O à C.

Exercice 2 :

Un point matériel M, mobile sur un axe rectiligne, est soumis à une force $\vec{F} = k\left(\frac{a^7}{r^7} - \frac{a^2}{r^2}\right)\vec{u}_r$

où k et a sont positifs et $\vec{u}_r$ est le vecteur unitaire porté par l'axe.

1. Calculer le travail accompli par cette force lorsque M se déplace de r_1 à r_2.
2. Montrer qu'il est possible de trouver un potentiel U. On suppose que ce potentiel est nul à l'infini, tracer la courbe $U(r)$. Préciser la position du minimum.
3. Que se passe-t-il si un point est situé à l'abscisse correspondant au minimum ? Que se passe-t-il si on l'écarte un peu de cette position ?

Exercice 3 :

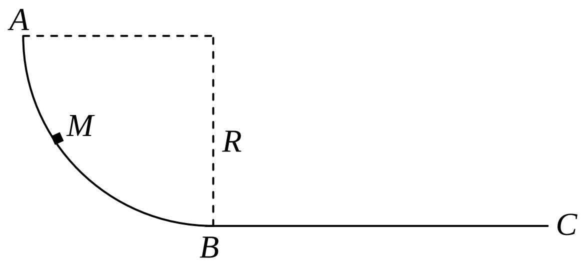
Dans le champ de pesanteur supposé uniforme $\vec{g} = -g\,\vec{k}$, un projectile de masse m = 10 kg est lancé d'un point O pris pour origine de l'espace et du temps. La vitesse initiale $\vec{v}_0$ fait avec l'horizontale Ox un angle α = 45° et v_0 = 10 m.s^{-1}. On suppose qu'il n'y a pas de frottement.

1. Exprimer l'énergie potentielle de pesanteur du projectile en considérant un axe vertical ascendant z.
2. Déterminer son énergie mécanique.
3. En déduire l'évolution de son énergie cinétique et l'altitude maximale atteinte par le projectile.

Exercice 4 :

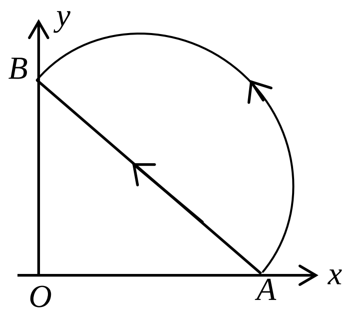
Un point matériel M de masse $m = 2$ kg est abandonné avec une vitesse nulle d'un point A sur une trajectoire qui est un quart de cercle de rayon $R = 40$ cm. Il arrive en B avec une vitesse $v_B = 1{,}2\ \text{ms}^{-1}$ puis glisse sur une surface plane horizontale et atteint le point C situé à 90 cm de B où il s'arrête.

1. Calculer le coefficient de frottement sur la surface horizontale (on suppose que le frottement se traduit par l'existence d'une force horizontale $\vec{f}$ constante opposée au mouvement).
2. Quel est le travail W fourni pour vaincre le frottement lorsque le corps glisse de A en B ?



Approfondissement

Un point M se déplace entre A et B. Il est soumis à une force de frottement de la forme $\vec{F} = -k\vec{v}$. Calculer le travail de la force lorsque M se déplace entre A et B.



1. Sur la droite AB à vitesse constante $v_0 = 3\ \text{m.s}^{-1}$.
2. Sur le cercle $\widehat{AB}$ à vitesse constante $v_0 = 3\ \text{m.s}^{-1}$.
3. La force est-elle conservative ?

TD de Mécanique n°5

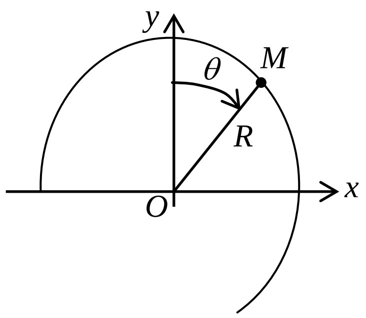
Mouvements de rotation

Exercice 1 :

On considère un point matériel M de masse m mobile autour d'un axe fixe. La distance l de la masse à l'axe de rotation est fixe. On considère le mouvement de M par rapport au référentiel du laboratoire supposé galiléen.

1. Choisir une base appropriée et y donner les expressions de la position, de la vitesse et de l'accélération du point M.
2. Le point M n'est soumis qu'à son poids et à la tension du fil. Donner l'équation différentielle du mouvement vérifiée par θ en utilisant le principe fondamental de la dynamique.
3. Retrouver ce résultat à l'aide du théorème du moment cinétique.
4. Retrouver une nouvelle fois ce résultat en étudiant la conservation de l'énergie.

Exercice 2 :

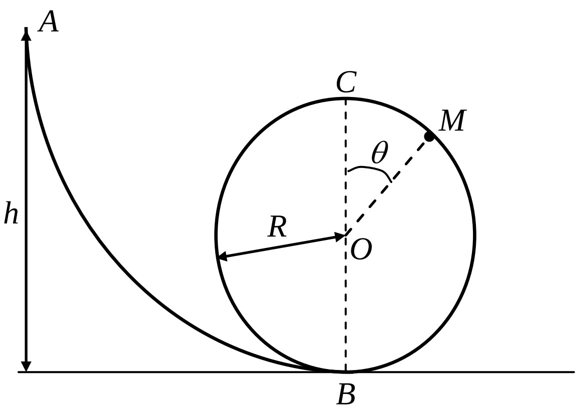


Un petit poids (ponctuel) de masse m est lâché au sommet d'une sphère de rayon R avec une vitesse initiale nulle et roule sans frottement à la surface de celle-ci. Avec les notations du schéma ci-contre, quel est l'angle de décollage du poids ?

1. Faire le bilan des forces subies par le petit poids. Que se passe-t-il lorsqu'il décolle ?
2. Ecrire le principe fondamental de la dynamique et en déduire l'angle de décollage.

Exercice 3 :

Un point matériel M de masse m glisse sans frottement dans une gouttière terminée par une boucle circulaire de rayon R (voir la figure ci-contre). Le point est lâché sans vitesse initiale du point A, situé à une hauteur h au-dessus du point le plus bas de la boucle.



1. Quelle est la norme du v_0 de la vitesse en B ?

Le point aborde la boucle et on repère sa position par l'angle θ entre OM et OC. On suppose qu'il ne quitte pas la gouttière.

2. Quelle est la norme v de la vitesse du point en M.
3. Faire un schéma des forces qui s'appliquent sur le point lorsqu'il est en M et exprimer la norme T de la réaction de la gouttière.

4. Montrer que T s'annule pour une valeur θ_0 de θ donnée par : $\cos\theta_0 = \frac{2}{3}\left(\frac{h}{R} - 1\right)$.

5. Calculer la valeur minimale de l'altitude initiale pour que le point M, abandonné en A sans vitesse initiale, reste en contact avec la gouttière tout au long du trajet

<u>Exercice 4 :</u>

Le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène est le suivant : un électron de masse m et de charge $-e$ décrit des orbites circulaires de rayon r autour d'un noyau fixe en O, de charge $+e$.

1. Exprimer l'énergie potentielle de l'électron, son énergie cinétique et son énergie mécanique en fonction de e, r et $K = 1/4\pi\varepsilon_0$. Cette dernière est-elle constante ?
2. Montrer que $\vec{L}$ le moment cinétique de l'électron est constant. Montrer qu'il est possible d'exprimer v en fonction de $L = \|\vec{L}\|$, e et K.
3. En déduire l'expression de l'énergie mécanique E_m en fonction de L.

Selon Bohr, les seules orbites possibles pour l'électron correspondent à des valeurs bien particulières de L (quantification) : $L = n\hbar$ avec n = 1, 2, 3, …
($\hbar = h/2\pi$ où h est la constante de Planck et $h = 6{,}63.10^{-34}$ J.s)

4. Montrer que dans ces conditions
   a. L'énergie mécanique est quantifiée
   b. Le rayon de l'orbite aussi (montrer que $r_n = n^2 a_0$)
   c. La vitesse de l'électron également (montrer que $v_n = \alpha\, c/n$)

TD de Mécanique n°6

Oscillateur harmonique

<u>Exercice 1 :</u> *Oscillateur harmonique non amorti*

Utiliser la relation fondamentale de la dynamique pour établir l'équation du mouvement pour chacun des systèmes donnés ci-dessous.

1. Le pendule simple. On reprend l'exercice 1 du TD n°6 en considérant l'approximation des petits mouvements autour de la position d'équilibre.
2. Le pendule élastique horizontal. On considère un point matériel de masse m accroché à un ressort de raideur k et oscillant le long d'un axe horizontal.
3. Le pendule élastique vertical. On considère un point matériel de masse m suspendu à un ressort de raideur k et placé dans le champ de pesanteur $\vec{g}$.

<u>Exercice 2 :</u> *Oscillations d'un point autour de sa position d'équilibre*

On considère un point matériel de masse m assujetti à glisser sans frottement sous l'action de son poids sur un guide circulaire de rayon a. Déterminer la période T de ses mouvements autour de sa position d'équilibre.

<u>Exercice 3 :</u> *Oscillateur harmonique amorti*

Une sphère de rayon r et de masse m est suspendue à un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0. Elle est plongée dans un liquide de coefficient de viscosité η et soumise alors à une force de frottement donnée par la formule de Stokes : $\vec{F} = -6\pi\eta r\vec{v}$ où $\vec{v}$ est sa vitesse. Dans l'air, où les frottements fluides sont négligeables sur la sphère, la période des oscillations est T_0. On note $\lambda = 6\pi\eta r / 2m$ le coefficient d'amortissement.

1. Définir, en fonction de λ, les trois types de mouvement possibles.
2. Montrer que dans le cas d'un amortissement faible, le mouvement est pseudo-périodique et déterminer dans ce cas la viscosité du fluide en fonction de m, r, T_0 et de la pseudo-période T des oscillations dans le fluide.
3. Etablir le bilan énergétique entre les instants t et $t + dt$. Toujours dans le cas d'un amortissement faible, calculer en fonction de ω_0 et λ le facteur de qualité de l'oscillateur défini par $Q = 2\pi \mid E / \Delta E \mid$ où ΔE représente la perte d'énergie en une pseudo-période d'un ovscillateur d'énergie initiale E.

TD de Mécanique n°7

Cinématique – Changement de référentiel – Loi de composition des mouvements

Exercice 1 : *Cours*

Démontrer les expressions générales de la vitesse et de l'accélération vues en cours. Identifier les différents termes, aboutissant finalement aux relations : $\vec{v} = \vec{v}_e + \vec{v}_r$ et $\vec{a} = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c$.

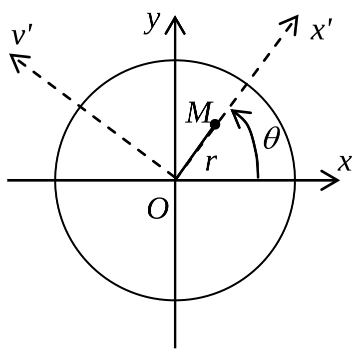
Exercice 2 :

On laisse tomber d'un immeuble de hauteur h une bille sans vitesse initiale. La chute de celle-ci s'effectue à la verticale selon un mouvement uniformément accéléré d'accélération g.

1. Quelle est la trajectoire de la bille dans un référentiel lié à une voiture se déplaçant suivant un mouvement rectiligne et uniforme de vitesse $\vec{u}$ et passant à la verticale de chute au moment du lâcher ?
2. Quelle est la trajectoire de la bille dans le même référentiel si on admet que la voiture entame au moment du lâcher et à partir de la verticale de chute un mouvement rectiligne uniformément accéléré d'accélération $\vec{a}_e$?

(Représenter dans chaque cas la trajectoire demandée.)

Exercice 3 :



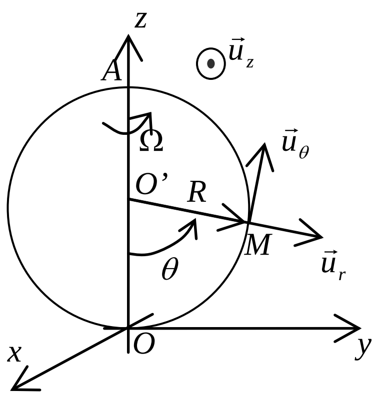
Soit un plateau de manège tournant à vitesse angulaire constante ω (voir figure ci-contre). Un observateur assimilé à un point M, part du centre et marche le long d'un même rayon du plateau (qui mesure 2 m) avec une accélération constante a_0.
$\mathcal{R}$ est le référentiel terrestre (lié au sol). Il est défini par le repère fixe (O, x, y, z). $\mathcal{R}'$ est le référentiel lié au rayon parcouru par M confondu avec Ox'. En $t = 0$, Ox' coïncide avec Ox.

1. Mouvement de M dans $\mathcal{R}'$
   a. Déterminer le vecteur vitesse de M : $\vec{v}_{M/\Re'}$.
   b. Déterminer l'équation horaire $\rho(t)$ du mouvement de M.
   c. L'observateur atteint l'extrémité du plateau en 2 s. Quelle est la valeur de a_0 ?
2. Mouvement de M dans $\mathcal{R}$
   a. Donner l'expression du vecteur vitesse de M, $\vec{v}_{M/\Re}$.
   b. Donner l'expression de son vecteur accélération $\vec{a}_{M/\Re}$.

Exercice 4 :

Un point M est animé d'un mouvement circulaire de pulsation $\omega = 3t$ sur un cerceau Γ. Le rayon de la trajectoire de M est R = 10 cm. Le cerceau tourne autour d'un de ses diamètres (Oz) avec une vitesse angulaire constante Ω et une période de 0,5 s par rapport au référentiel fixe $Oxyz$. Le mouvement de rotation se fait dans le sens trigonométrique par rapport à $Oxyz$.

A l'instant t = 0, Γ est dans le plan Oxz et M part de O avec une vitesse nulle.



1. Calculer Ω la vitesse angulaire du cerceau et $\vec{\Omega}$ le vecteur vitesse angulaire. Donner l'expression de θ en fonction du temps.

2. Donner l'expression de la vitesse du point M par rapport au cerceau dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ liée à M $(\vec{u}_z = \vec{u}_r \wedge \vec{u}_\theta)$.

3. Exprimer dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ en fonction du temps, de R et Ω la vitesse de M par rapport au référentiel fixe, en utilisant la composition des mouvements.

4. Exprimer les composantes et le module des vitesses de M par rapport à Γ et au référentiel fixe lors du deuxième passage en A.

5. Exprimer en utilisant la composition des mouvements et dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$, l'accélération de M par rapport au référentiel fixe.

6. Exprimer les composantes des accélérations de M par rapport à Γ et par rapport au référentiel fixe lors du deuxième passage de M en A.