# Feuille d'Exercices : Séquence 3

# **Exercice** 1.

Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles de  $\mathbb{R}[X]$  ci-dessous en utilisant, suivant les cas, les méthodes:

- $\triangleright$  des limites infinies,
- ▷ d'évaluations.

1) 
$$F_1(X) = \frac{X+3}{X(X-1)}$$
,

3) 
$$F_3(X) = \frac{X+3}{X(X-1)^3}$$

2) 
$$F_2(X) = \frac{X^3 - 2X^2 - X + 3}{(X+1)(X+2)}$$
,

4) 
$$F_4(X) = \frac{X^3 - 3X^2 + 7X - 3}{(X - 1)(X^2 - 2X + 3)}$$
.

#### **Solution:**

1) 
$$F_1(X) = -\frac{3}{X} + \frac{4}{X-1}$$

2) 
$$F_2 = X - 5 + \frac{11}{X+2} + \frac{1}{X+1}$$

2) 
$$F_2 = X - 5 + \frac{11}{X+2} + \frac{1}{X+1}$$
.  
3)  $F_3 = -\frac{3}{X} + \frac{3}{X-1} - \frac{3}{(X-1)^2} + \frac{4}{(X-1)^3}$ .

4) 
$$F_4 = 1 + \frac{1}{X - 1} - \frac{X - 3}{X^2 - 2X + 3}$$

### **Exercice 2.**

Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles de  $\mathbb{R}(X)$  ci-dessous en utilisant la méthode des pôles complexes.

37

1) 
$$F_1(X) = \frac{X^3 - 3X^2 + 7X - 3}{(X - 1)(X^2 - 2X + 3)}$$

3) 
$$F_3(X) = \frac{2X+4}{(X+1)^2(X^2+1)}$$
.

2) 
$$F_2(X) = \frac{X^2 + 2X - 1}{(X^2 + X + 1)^2(X - 2)},$$

4) 
$$F_4(X) = \frac{X^2 + X + 4}{(X+1)^2(X^2+1)^2}$$
.

### Solution:

1) 
$$F_1 = 1 + \frac{1}{X - 1} - \frac{X - 3}{X^2 - 2X + 3}$$
.

2) 
$$F_2(X) = \frac{1}{7(X-2)} - \frac{X+3}{7(X^2+X+1)} + \frac{1}{(X^2+X+1)^2}$$

3) 
$$F_3(X) = \frac{2}{X+1} + \frac{1}{(X+1)^2} - \frac{2X-1}{X^2+1}$$
.

4) 
$$F_4(X) = \frac{25}{6(X+1)} + \frac{1}{(X+1)^2} - 8\frac{X+1}{3(X^2+1)} - \frac{3X-1}{2(X^2+1)^2}$$

# **Exercice 3.**

Décomposer en éléments simples les fractions rationnelles de  $\mathbb{R}(X)$  ci-dessous.

1) 
$$F_1(X) = \frac{X^2 - X - 2}{(X - 1)(X - 2)^3(X^2 - 4X + 5)}$$

2) 
$$F_2(X) = \frac{10X^6 + 7X^5 - X^4 - 66X^3 + 82X^2 - 24X + 184}{(X^2 + 3X + 4)^2(X^2 - 3X + 2)(X - 2)}$$

### **Solution:**

1) 
$$F_1(X) = \frac{1}{X-1} - \frac{2}{X-2} + \frac{3}{(X-2)^2} + \frac{X-4}{X^2 - 4X + 5}$$
.

1) 
$$F_1(X) = \frac{1}{X-1} - \frac{2}{X-2} + \frac{3}{(X-2)^2} + \frac{X-4}{X^2 - 4X + 5}$$
.  
2)  $F_2(X) = \frac{3}{X-1} + \frac{2}{X-2} + \frac{4}{(X-2)^2} + \frac{5X+1}{X^2 + 3X + 4} + \frac{3X-2}{(X^2 + 3X + 4)^2}$ .