

## Partiel de Physique du mouvement

Le 14 novembre 2014

### **Exercice n°1 :** Cinématique

Les coordonnées d'une particule sont données par les fonctions du temps :  $x = 3t$  et  $y = 2t^2 - 1$ .

1. Déterminer l'équation de la trajectoire.
2. Calculer la vitesse à l'instant  $t$ .
3. Montrer que le mouvement a une accélération constante dont on déterminera les composantes tangentielle et normale ainsi que le rayon de courbure  $R$ .

### **Exercice n°2 :** Mouvements d'une goutte d'eau

Données et opérations utiles à la résolution de l'exercice :

Valeur prise pour l'accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$	$3,24 \times 2,10 = 6,80$
Masse volumique de l'eau : $\rho_1 = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$	$3,24 \times 2,16 = 7,00$
Masse volumique de l'air : $\rho_2 = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$	$\frac{1}{1,3} = 0,77$

On se propose d'étudier le mouvement d'une goutte d'eau dans quatre cas simples. Les quatre parties sont indépendantes.

#### **1. Chute libre par temps calme**

On étudie le mouvement d'une goutte d'eau, assimilée à un point, en chute verticale dans l'air, en l'absence de tout vent. On néglige les frottements. La goutte de pluie considérée a une masse  $m$ , un volume  $V$  et une masse volumique  $\rho_1$  constante. On désigne par  $\rho_2$  la masse volumique de l'air. Elle tombe à partir d'une hauteur  $h = 2 \text{ km}$ .

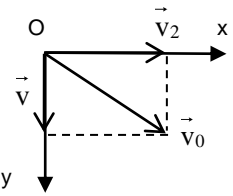
1. Bilan des forces
  - a. Donner l'expression de la poussée d'Archimède  $F_A$  qui agit sur la goutte ?
  - b. On note  $P$  la valeur du poids de la goutte. Établir l'expression du rapport  $P / F_A$  en fonction des masses volumiques  $\rho_1$  et  $\rho_2$ .
  - c. En utilisant les données numériques, montrer que  $F_A$  est négligeable devant  $P$ .

Dans la suite de l'exercice, on néglige la poussée d'Archimède.

2. Etude du mouvement de la goutte.
  - a. L'axe vertical du repère d'étude étant orienté vers le bas, établir l'équation horaire du mouvement.
  - b. Calculer le temps nécessaire à la goutte pour arriver au sol.
  - c. Calculer sa vitesse au moment de l'impact.
  - d. Ce résultat vous paraît-il réaliste ? Qu'aurait-il fallu prendre en compte ?

## 2. Chute par temps venteux

Dans cette partie, on suppose que la force de frottement et la poussée d'Archimède s'exerçant sur la goutte d'eau en chute verticale, sont négligeables devant le poids. Alors qu'elle est en chute verticale à la vitesse  $\vec{v}$ , elle subit brutalement une rafale de vent, de très courte durée, qui lui communique, à l'instant de date  $t = 0$ , une vitesse horizontale, de valeur  $v_2$ . Le vecteur vitesse initial  $\vec{v}_0$  est représenté ci-dessus.



1. À partir de la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du mouvement de la goutte dans un référentiel terrestre muni d'un repère  $(Oxy)$ , tel que le point O coïncide avec la position de la goutte à la date  $t = 0$  s, l'axe  $(Ox)$  est horizontal orienté dans le sens de  $\vec{v}_2$  et l'axe  $(Oy)$  est vertical descendant (schéma ci-contre)
2. Quelle est l'équation de la trajectoire décrite par la goutte d'eau dans le repère  $(Oxy)$  ? Préciser la nature de cette trajectoire.

## 3. Chute par temps calme

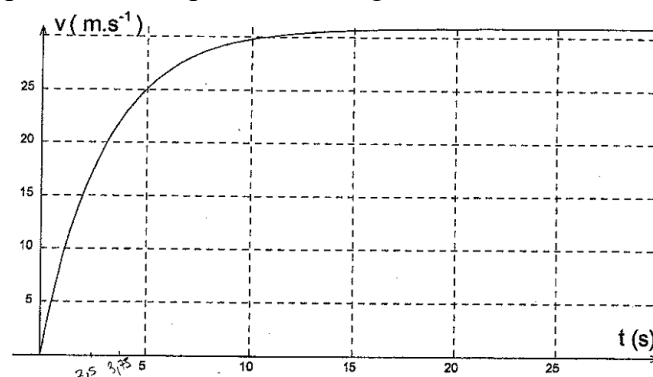
Dans cette partie, on étudie le mouvement de la goutte d'eau, en chute verticale dans l'air, en l'absence de tout vent mais en tenant compte des frottements exercés par l'air. La force de frottement subie par la goutte a pour expression  $\vec{f} = -K\vec{v}$ , où  $\vec{v}$  désigne le vecteur vitesse de la goutte, et  $K$  est une constante. On néglige toujours la poussée d'Archimède.

1. Etude du mouvement de la goutte.
  - a. L'axe vertical du repère d'étude étant orienté vers le bas, montrer que l'équation différentielle du mouvement de chute de la goutte peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} = A \cdot v + B$$

où  $A$  et  $B$  sont deux constantes à exprimer en fonction de  $K$ ,  $m$  et  $g$ .

- b. Quelles sont les unités de  $A$  et  $B$ , dans le système international d'unités ? On donne  $A = -3,24 \times 10^{-1}$  SI et  $B = 10$  SI.
- c. Montrer que la vitesse de la goutte peut s'écrire sous la forme  $v = D(1 - e^{-Ct})$  où  $C$  et  $D$  sont des constantes à exprimer en fonction de  $K$ ,  $m$  et  $g$ . Justifier soigneusement la réponse notamment à l'aide de la courbe représentant l'évolution de la valeur de la vitesse au cours du temps donnée ci-dessous.
- d. En déduire l'expression de la position de la goutte en fonction du temps  $y(t)$ .



2. Etude du régime permanent.
  - a. Comment évolue l'accélération de la goutte d'eau ? Justifier votre réponse.
  - b. Quelle est la valeur de cette accélération lorsque le régime permanent est atteint
  - c. Comparer la valeur des forces qui agissent alors sur la goutte d'eau.
  - d. Donner l'expression littérale de la vitesse limite atteinte par la goutte d'eau.