

Письменная работа №1

1. Упростите выражение и посчитайте его значение при $a = 9.3, b = 1.4$

$$\frac{(a+b)^2(a-b)^2(4a^2-b^2)}{(2a-b)(a^4-2a^2b^2+b^4)}$$

2. Зайцы Игорь и Антон косят трын-траву. Кстати, заяц Игорь, работая один, скосил бы всю траву за 8 часов, а заяц Антон – за 24 часа. За какое время зайцы скосят трын-траву, если будут работать сообща?
3. В компании 3 человека – Алексей, Борис и Виктор. Каждый из них – рыцарь или лжец. Рыцарь всегда говорит правду, лжец всегда лжёт. Один из них украл шар. Алексей сказал: «Борис – лжец». Борис сказал: «Виктор украл шар». Виктор сказал: «Алексей – рыцарь». Кто украл шар, если рыцарь среди них только один?
4. Сколько существует четырёхзначных чисел, у которых все цифры различны?
5. На шахматной доске 8×8 в один угол поставили коня, а клетку в противоположном углу вырезали. Может ли конь обойти всё оставшееся поле, побывав в каждой клетке ровно по одному разу?
6. На стороне AB $\triangle ABC$ взята точка P , такая что $AP : PB = 2 : 1$, а на стороне AC середина – точка Q . Оказалось, что $CP = 2PQ$. Докажите, что $\angle ABC = 90^\circ$.
7. На плоскости дано 50 точек, причём не все они лежат на одной прямой. Через каждую пару точек проведена прямая. Докажите, что среди этих точек можно выбрать точку, через которую проходит не менее 8 таких прямых.
8. Докажите, что в компании из любых 6 человек найдутся либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.
9. Числа $p, 2p + 1, 4p + 1$ простые. Чему может равняться p ? Перечислите все варианты и докажите, что других нет.
10. Имеется квадратная доска со стороной длины n . На ней расставлена не более чем $(n - 1)$ шашка. Разрешается менять местами любые два столбца или строки. Докажите, что с помощью таких операций их можно расставить по одну сторону от главной диагонали (не на ней).