

Письменная работа №1

1. Упростите выражение и посчитайте его значение при $a = 9.3, b = 1.4$

$$\frac{(a+b)^2(a-b)^2(4a^2-b^2)}{(2a-b)(a^4-2a^2b^2+b^4)}$$

2. Доказать, что для любого натурального n верно

$$2^{n-1} \cdot (x^n + y^n) \geq (x + y)^n$$

3. На стороне AB $\triangle ABC$ взята точка P такая, что $AP : PB = 2 : 1$, а на стороне AC середина – точка Q . Оказалось, что $CP = 2CQ$. Докажите, что $\angle ABC = 90^\circ$
4. На первом этапе соревнований по бегу состоялись парные забеги, причём каждый бегун бегал с каждым ровно один раз. В каждом забеге кто-то выигрывал (ничьих не было). Теперь букмекеры анализируют эти данные, чтобы заработать кучу денег: считается, что бегун A *может обогнать* бегуна B , если выполнено хотя бы одно из условий:
- В забеге этих двух бегунов победил бегун A .
 - Есть такой бегун C , что в забеге бегунов A и C победил A , а в забеге бегунов C и B победил C

Докажите, что найдётся бегун, который *может обогнать* любого другого бегуна.

5. В производстве горючего используется т.н. *октановое число* - это концентрация октана в данном горючем, выраженная в процентах. Сколько граммов бензина с октановым числом 98 можно получить из 196 граммов бензина с октановым числом 80?
6. Найдите остаток при делении на 5 числа $7^{(7^{(7^7)})}$
7. На шахматной доске 8×8 в один угол поставили коня, а клетку в противоположном углу вырезали. Может ли конь обойти всё оставшееся поле, побывав в каждой клетке ровно по одному разу?
8. Зайцы Игорь и Антон косят трын-траву. Кстати, заяц Игорь, работая один, скосил бы всю траву за 8 часов, а заяц Антон - за 24 часа. За какое время зайцы скосят всю траву, если будут работать вместе?