

### Комбинаторика 1

1. На кухне 3 различных чашки, 2 разных блюда и 7 разных чайных ложек. Сколькими способами можно составить набор из чашки и блюда? Из чашки и ложки? Из чашки, блюда и ложки?
2. Сколько двузначных чисел состоят только из чётных цифр (не обязательно различных)? Трёхзначных?  $N$ -значных?
3. Сколько двузначных чисел можно составить из нечётных цифр, используя каждую цифру не более одного раза? Трёхзначных? Трёхзначных, при условии, что цифры идут в порядке возрастания? 7-значных?

↪ **Определение 1.** Перестановкой длины  $n$  называется последовательность из  $n$  различных чисел от 1 до  $n$ .

4. Сколько перестановок длины 4? длины 6? длины  $k$ ?
5. Сколько различных слов, не обязательно осмысленных, можно составить, переставляя буквы слова **ПРИМУС**? **СТРАУС**? **ПЕРЕПЕЛ**? (подсказка: посчитайте ответ для очень коротких слов)
6. Сколькими способами можно посадить 7 человек вокруг круглого стола? (способы  $a$  и  $b$  считаются одинаковыми, если  $a$  можно получить, вращая  $b$  вокруг стола)
7. Сколькими способами можно раскрасить грани куба в 6 цветов, чтобы не было двух граней одного цвета? (способы  $a$  и  $b$  считаются одинаковыми, если можно так изменить положение куба, покрашенного способом  $a$ , в пространстве, что получится куб, покрашенный в способ  $b$ ) Тот же вопрос для октаэдра и 8 цветов.  
Октаэдр - правильный восьмигранник, представляющий из себя две склеенные по основанию пирамидки, у которых основанием служил квадрат (как в Египте).

↪ **Определение 2.** Префиксом строки или последовательности называется некоторое начало её. Например, у строки **КАРП** есть следующие префиксы: "", 'К', 'КА', 'КАР', 'КАРП'

### Комбинаторика 2

1. Сколькими способами можно выбрать 3 ингредиента из 8 имеющихся, чтобы, возможно, получить философский камень? Неважно, в каком порядке добавлять ингредиенты.
2. Сколькими способами можно выбрать  $k$ -элементное подмножество из  $n$ -элементного множества, если порядок выбираемых элементов не важен? (Не важно, какой элемент выбрали первым, а какой вторым). Выведите общую формулу, а затем формулу, записанную без многоточий. (если в вашей формуле есть многоточия)

↪ **Определение 3.** Количество способов выбрать  $k$  элементов из  $n$  (то, что было посчитано в предыдущей задаче) –  $C_n^k$  (читается как Цэ из эн по ка).

Иногда это называют числами сочетаний. Альтернативное обозначение  $\binom{n}{k}$ .

В следующих 3 задачах рекомендуется пользоваться смыслом  $C_n^k$ , описанным в определении (а не формулой)

3.  $C_5^3 = ?$ ;  $C_4^2 = ?$ ;  $C_n^0 = ?$ ;  $C_n^1 = ?$ ;  $C_n^k - C_n^{n-k} = ?$
4. Чему равно значение суммы:  $\sum_{k=0}^n C_n^k$ ?
5. Чему равно  $C_n^k - C_{n-1}^{k-1}$ ?
6. Чему равен коэффициент при  $a^k$  в выражении  $(1 + a)^n$ ? Полученный результат увидел Ньютон, а это выражение называется биномом Ньютона.
7. Чему равно значение суммы:  $\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} C_n^{2k}$ ?
8. Лягушка хочет добраться из верхнего ряда в нижний. При этом она может перемещаться либо вниз, либо влево-вниз. Сколькими способами она может это сделать? (на картинке изображён один из способов, а верхний и нижний ряды отмечены серым).

