

Отчет по лабораторной работе №6

Построение модели эпидемии

Евсеева Дарья Олеговна

16 марта, 2022

Содержание

Цель работы	4
Задание	5
Теоретическое введение	6
Выполнение лабораторной работы	8
1. Написание заготовки для построения моделей	8
2. Построение модели для первого случая	8
3. Построение модели для второго случая	10
Выводы	12
Список литературы	13

Список иллюстраций

1	Основа программы для построения моделей	8
2	Программа для первого случая	9
3	График для первого случая	9
4	Часть графика для первого случая	10
5	Программа для второго случая	10
6	График для второго случая	11

Цель работы

Целью данной работы является построение модели эпидемии в среде OpenModelica.

Задание

Вариант №21.

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 20000$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 99$, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 5$. Таким образом, число людей, восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$.

Необходимо построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп для следующих случаев:

1. если $I(0) \leq I^*$
2. если $I(0) > I^*$

Теоретическое введение

OpenModelica — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica.

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа — это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающих иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α , β — это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Выполнение лабораторной работы

1. Написание заготовки для построения моделей

Напишем основу программы для построения требуемых моделей. Работу будем выполнять в среде OpenModelica.

Определим необходимые переменные и параметры. Зададим для параметров значения (коэффициенты α и β зададим самостоятельно).

```
1 model lab6case1
2   parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
3   parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
4   parameter Real n = 20000; //общее число особей
5
6   parameter Real i0 = 99;
7   parameter Real r0 = 5;
8   parameter Real s0 = n - i0 - r0;
9
10  Real i; // восприимчивые к болезни, но здоровые особи
11  Real r; // инфицированные особи, являющиеся распространителями инфекции
12  Real s; // здоровые особи с иммунитетом
13
14  initial equation
15    i = i0;
16    r = r0;
17    s = s0;
18
19  equation
20
21
22 end lab6case1;
```

Рис. 1: Основа программы для построения моделей

2. Построение модели для первого случая

Дополним код заготовки программы в соответствии с условиями задачи, чтобы построить модель для первого случая.

Запишем уравнения для случая, когда $I(0) \leq I^*$.


```

1 model lab6case1
2 parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
3 parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
4 parameter Real n = 20000; //общее число особей
5
6 parameter Real i0 = 99;
7 parameter Real r0 = 5;
8 parameter Real s0 = n - i0 - r0;
9
10 Real i; // восприимчивые к болезни, но здоровые особи
11 Real r; // инфицированные особи, являющиеся распространителями инфекции
12 Real s; // здоровые особи с иммунитетом
13
14 initial equation
15   i = i0;
16   r = r0;
17   s = s0;
18
19 // i(0) <= i*
20 equation
21   der(s) = 0;
22   der(i) = - b*i;
23   der(r) = b*i;
24
25 end lab6case1;

```

Рис. 2: Программа для первого случая

Запустим симуляцию и отобразим на графике значения переменных R , I и S .

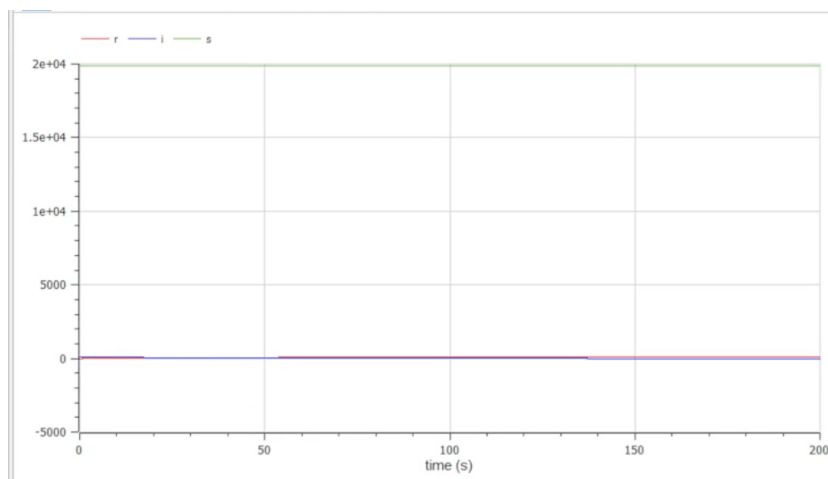


Рис. 3: График для первого случая

Также отобразим на графике отдельно R и I , чтобы лучше рассмотреть их поведение.

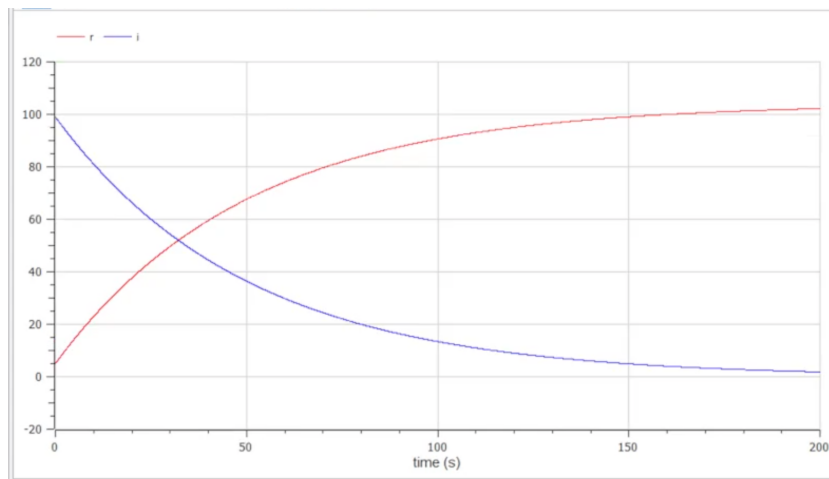


Рис. 4: Часть графика для первого случая

3. Построение модели для второго случая

Теперь дополним код заготовки программы в соответствии с условиями задачи, чтобы построить модель для второго случая.

Запишем уравнения для случая, когда $I(0) > I^*$.

```

1 model lab6case2
2   parameter Real a = 0.01; // коэффициент заболеваемости
3   parameter Real b = 0.02; // коэффициент выздоровления
4   parameter Real n = 20000; //общее число особей
5
6   parameter Real i0 = 99;
7   parameter Real r0 = 5;
8   parameter Real s0 = n - i0 - r0;
9
10  Real i; // восприимчивые к болезни, но здоровые особи
11  Real r; // инфицированные особи, являющиеся распространителями инфекции
12  Real s; // здоровые особи с иммунитетом
13
14  initial equation
15    i = i0;
16    r = r0;
17    s = s0;
18
19  // i(0) > i*
20  equation
21    der(s) = - a*s;
22    der(i) = a*s - b*i;
23    der(r) = b*i;
24
25 end lab6case2;

```

Рис. 5: Программа для второго случая

Запустим симуляцию и отобразим на графике значения переменных R , I и S .

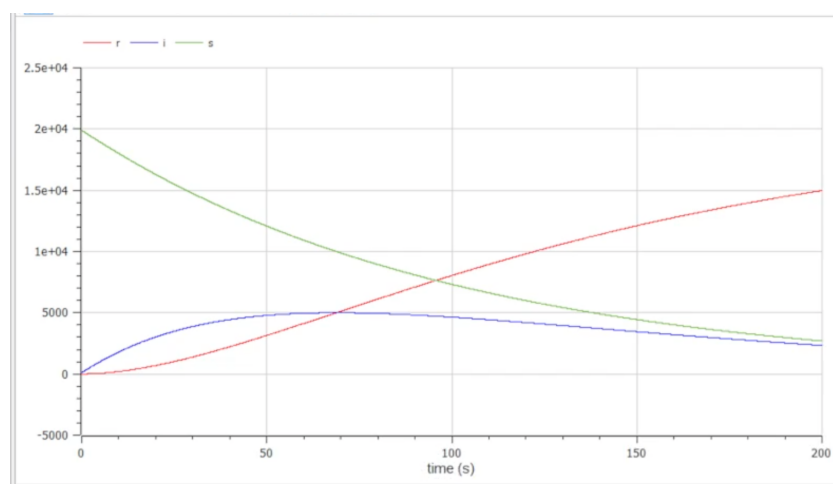


Рис. 6: График для второго случая

Выводы

В результате проделанной работы мы научились строить модели эпидемии в среде OpenModelica.

Список литературы

- Методические материалы к лабораторной работе, представленные на сайте “ТУИС РУДН” <https://esystem.rudn.ru/>
- Документация OpenModelica <https://www.openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest>