

Отчет по лабораторной работе №2

Построение математических моделей для выбора правильной стратегии
при решении задач поиска

Евсеева Дарья Олеговна

19 февраля, 2022

Содержание

Цель работы	5
Задание	6
Теоретическое введение	7
Выполнение лабораторной работы	8
1. Анализ данных и вывод уравнения	8
2. Построение траектории и нахождение точки пересечения	10
Выводы	12
Список литературы	13

Список таблиц

Список иллюстраций

Цель работы

Целью данной работы является построение математической модели для решения задачи о погоне с использованием среды Scilab.

Задание

Даны условия задачи о погоне (вариант №21):

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,7 раза больше скорости браконьерской лодки.

Необходимо выполнить следующие задания:

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки.

Теоретическое введение

Задачи поиска — класс задач, состоящих в отыскании наилучшего способа получения такой информации, которая однозначно определила бы решение.

Стратегия — это полный план действий при всевозможных ситуациях, способных возникнуть.

Полярная система координат — двумерная система координат, в которой каждая точка на плоскости определяется двумя числами — полярным углом и полярным радиусом. Полярная система координат задаётся лучом, который называют нулевым лучом, или полярной осью. Точка, из которой выходит этот луч, называется началом координат, или полюсом. Любая точка на плоскости определяется двумя полярными координатами: радиальной и угловой. Радиальная координата соответствует расстоянию от точки до начала координат. Угловая координата равна углу, на который нужно повернуть против часовой стрелки полярную ось для того, чтобы попасть в эту точку.

Scilab — это пакет прикладных математических программ, который предоставляет открытое окружение для инженерных и научных расчетов.

Выполнение лабораторной работы

1. Анализ данных и вывод уравнения

Нам необходимо определить, по какой траектории необходимо двигаться катеру, чтобы нагнать лодку.

1.

Примем за $t_0 = 0$, $x_{л0} = 0$ — место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения, $x_{к0} = k$ — место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

2.

Введем полярные координаты. Будем считать, что полюс — это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{л0}$ ($\theta = x_{л0} = 0$), а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Положение катера и лодки в начальный момент времени

3.

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса θ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки.

Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса, удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4.

Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер $k - x$ (или $k + x$, в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $k - x/3,7v$ (во втором случае $k + x/3,7v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы.

Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{3,7v} \text{ в первом случае или}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{k+x}{3,7v} \text{ во втором.}$$

Отсюда мы найдем два значения: $x_1 = \frac{k}{4,7}$ и $x_2 = \frac{k}{2,7}$, задачу будем решать для двух случаев.

5.

После того, как катер береговой охраны окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r — радиальная скорость и v_τ — тангенциальная скорость.

Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Радиальная скорость — это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$.

Тангенциальная скорость — это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{d\theta}{dt}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$.

Из рисунка выше видно: $v_\tau = \sqrt{(13,69v^2 - v^2)} = \sqrt{12,69}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем: $r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{12,69}v$.

6.

Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{12,69}v \end{cases}$$

с начальными условиями $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$ или $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$.

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{12,69}}$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

2. Построение траектории и нахождение точки пересечения

Данную часть работы будем выполнять в Scilab.

Создадим новый файл и запишем в него соответствующий код для нахождения решения в первом случае.

Содержание файла (случай 1)

Функция `ode()` служит для решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Функции `polarplot()` и `plot2d()` позволяют построить графики. `polarplot()` служит для построения графика в полярных координатах, `plot2d()` — для построения графика кривой.

Сохраним файл и запустим его выполнение.

Полученный график (случай 1)

Мы получили график, на котором можно видеть траектории движения катера и лодки, а также точку их пересечения. Увеличим график, чтобы определить координаты точки пересечения.

Точка пересечения (случай 1)

Мы видим, что координаты данной точки: (6,6; -6,6).

Выполним аналогичные действия для второго случая. Создадим еще один файл и запишем в него аналогичный код для нахождения решения во втором случае.

Отличие будет в значениях начальных данных.

Содержание файла (случай 2)

Сохраним файл и запустим его выполнение.

Полученный график (случай 2)

Мы получили второй график, на котором также можем видеть траектории движения катера и лодки, а также точку их пересечения. Увеличим график, чтобы определить координаты точки пересечения.

Точка пересечения (случай 2)

Мы видим, что координаты данной точки: $(27,8; -27,8)$.

Выводы

В результате проделанной работы мы научились строить математическую модель для решения задачи о погоне с использованием среды Scilab.

Список литературы

- Методические материалы к лабораторной работе, представленные на сайте “ТУИС РУДН” <https://esystem.rudn.ru/>
- Документация Scilab https://help.scilab.org/docs/6.0.0/ru_RU/index.html