

Отчет по лабораторной работе №8

Построение модели конкуренции двух фирм

Евсеева Дарья Олеговна

1 апреля, 2022

Содержание

Цель работы	4
Задание	5
Теоретическое введение	7
Выполнение лабораторной работы	10
1. Построение модели для первого случая	10
2. Построение модели для второго случая	11
Выводы	14
Список литературы	15

Список иллюстраций

1	Программа для первого случая (1)	10
2	Программа для первого случая (2)	10
3	График для первого случая	11
4	Программа для второго случая (1)	12
5	Программа для второго случая (2)	12
6	График для второго случая	12

Цель работы

Целью данной работы является построение модели конкуренции двух фирм в среде OpenModelica.

Задание

Вариант №21.

Даны два случая:

Случай 1.

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового количества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведется только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке (“назначать” цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом). Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать их не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

где $a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$, $a_2 = \frac{p_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $b = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_1^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$, $c_1 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$, $c_2 = \frac{p_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$

Также введена нормировка: $t = c_1 \theta$.

Случай 2.

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы — формирование общественного

предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.00012\right)M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2\end{aligned}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 7, M_0^2 = 8,$$

$$p_{cr} = 45, N = 70, q = 1,$$

$$\tau_1 = 25, \tau_2 = 20,$$

$$\tilde{p}_1 = 10, \tilde{p}_2 = 7.7$$

Необходимо:

1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

Теоретическое введение

OpenModelica — свободное открытое программное обеспечение для моделирования, симуляции, оптимизации и анализа сложных динамических систем. Основано на языке Modelica.

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт длительного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

N — число потребителей производимого продукта.

S — доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

M — оборотные средства предприятия.

τ — длительность производственного цикла.

p — рыночная цена товара.

\tilde{p} — себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

δ — доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек.

k — постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

$Q(S/p)$ — функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p . Она равна

количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного представляют в простейшей форме:
 $Q = q - k \frac{p}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}})$ (1) где q – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при $p = p_{cr}$ (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина $p_{cr} = Sq/k$. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть, $Q(S/p) = 0$ при $p \geq p_{cr}$) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + Nqp - k = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - k$$
 (2)

Уравнение для рыночной цены p представим в виде

$$\frac{dp}{dt} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau p} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}))$$
 (3)

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу.

Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ . При заданном M уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau p} + Nq(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0$$
 (4)

Из (4) следует, что равновесное значение цены p равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau p_{cr} Nq})$$
 (5)

Уравнение (2) с учетом (5) приобретает вид

$$\frac{dM}{dt} = M \frac{\delta}{\tau} (\frac{p_{cr}}{p} - 1) - M^2 (\frac{\delta}{\tau p})^2 \frac{p_{cr}}{Nq} - k$$
 (6)

Уравнение (6) имеет два стационарных решения, соответствующих условию $dM/dt = 0$:

$$\tilde{M}_{1,2} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$
 (7)

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}^\tau_\delta, b = kNq \frac{(\tau\tilde{p})^2}{p_{cr}\delta^2}$$
 (8)

Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае $a^2 < 4b$) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, $b \ll a^2$) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При $b \ll a$ стационарные значения M равны

$$\tilde{M}_+ = Nq\frac{\tau}{\delta}(1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}})\tilde{p}, \tilde{M}_- = k\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p_{cr}-\tilde{p})} \quad (9)$$

Первое состояние \tilde{M}_+ устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние \tilde{M}_- неустойчиво, так, что при $M < \tilde{M}_-$ оборотные средства падают ($dM/dt < 0$), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу \tilde{M}_- соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр δ всюду входит в сочетании с τ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: $\delta = 1$, а параметр τ будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

Выполнение лабораторной работы

1. Построение модели для первого случая

Напишем программу для построения модели конкуренции фирм для первого случая.

Работу будем выполнять в среде OpenModelica.

Определим необходимые переменные и параметры и запишем уравнения.

```
1 model lab8case1
2   parameter Real p_cr = 45; // критическая стоимость продукта
3   parameter Real tau1 = 25; // длительность производственного цикла фирмы 1
4   parameter Real p1 = 10; // себестоимость продукта у фирмы 1
5   parameter Real tau = 202; // длительность производственного цикла фирмы 2
6   parameter Real p2 = 7.7; // себестоимость продукта у фирмы 2
7   parameter Real N = 70; // число потребителей производимого продукта
8   parameter Real q = 1; // максимальная потребность одного человека в
   продукте в единицу времени
9
10  parameter Real a1 = p_cr / (tau1*tau1 * p1*p1 * N * q);
11  parameter Real a2 = p_cr / (tau2*tau2 * p2*p2 * N * q);
12  parameter Real b = p_cr / (tau1*tau1 * tau2*tau2 * p1*p1 * p2*p2 * N * q);
13  parameter Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
14  parameter Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);
15
16  parameter Real M1_0 = 7;
17  parameter Real M2_0 = 8;
18
19  Real M1; // оборотные средства фирмы 1
20  Real M2; // оборотные средства фирмы 2
21  Real tetha; // безразмерное время
22
23  initial equation
24    M1 = M1_0;
25    M2 = M2_0;
26
```

Рис. 1: Программа для первого случая (1)

```
27 equation
28   time = c1 * tetha;
29   der(M1) = M1 - (b / c1) * M1 * M2 - (a1 / c1) * M1*M1;
30   der(M2) = (c2 / c1) * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - (a2 / c1) * M2*M2;
31
32 end lab8case1;
33
```

Рис. 2: Программа для первого случая (2)

Запустим симуляцию и отобразим на графике значения переменных M , то есть

значения оборотных средств, для обеих фирм.

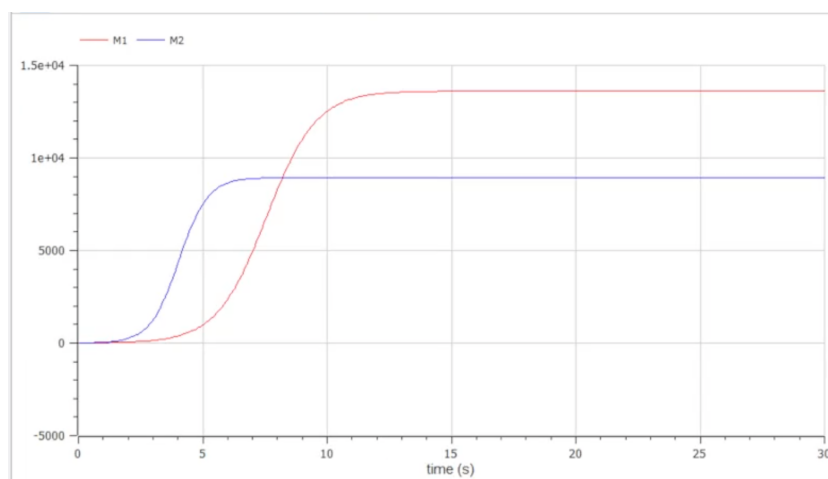


Рис. 3: График для первого случая

По графику видно, что рост оборотных средств предприятий идет независимо друг от друга. Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

2. Построение модели для второго случая

Напишем программу для построения модели конкуренции фирм для второго случая.

Переменные и значения параметров останутся прежними. Исправим уравнения в соответствии с условием задачи.

```

1 model lab8case2
2 parameter Real p_cr = 45; // критическая стоимость продукта
3 parameter Real tau1 = 25; // длительность производственного цикла фирмы 1
4 parameter Real p1 = 10; // себестоимость продукта у фирмы 1
5 parameter Real tau2 = 20; // длительность производственного цикла фирмы 2
6 parameter Real p2 = 7.7; // себестоимость продукта у фирмы 2
7 parameter Real N = 70; // число потребителей производимого продукта
8 parameter Real q = 1; // максимальная потребность одного человека в
   продукте в единицу времени
9
10 parameter Real a1 = p_cr / (tau1*tau1 * p1*p1 * N * q);
11 parameter Real a2 = p_cr / (tau2*tau2 * p2*p2 * N * q);
12 parameter Real b = p_cr / (tau1*tau1 * tau2*tau2 * p1*p1 * p2*p2 * N * q);
13 parameter Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
14 parameter Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);
15
16 parameter Real M1_0 = 7;
17 parameter Real M2_0 = 8;
18
19 Real M1; // оборотные средства фирмы 1
20 Real M2; // оборотные средства фирмы 2
21 Real tetha; // безразмерное время
22
23 initial equation
24   M1 = M1_0;
25   M2 = M2_0;
26

```

Рис. 4: Программа для второго случая (1)

```

27 equation
28   time = c1 * tetha;
29   der(M1) = M1 - (b / c1 + 0.00012) * M1 * M2 - (a1 / c1) * M1*M1;
30   der(M2) = (c2 / c1) * M2 - (b / c1) * M1 * M2 - (a2 / c1) * M2*M2;
31
32 end lab8case2;

```

Рис. 5: Программа для второго случая (2)

Запустим симуляцию и отобразим на графике значения переменных M , то есть значения оборотных средств, для обеих фирм.

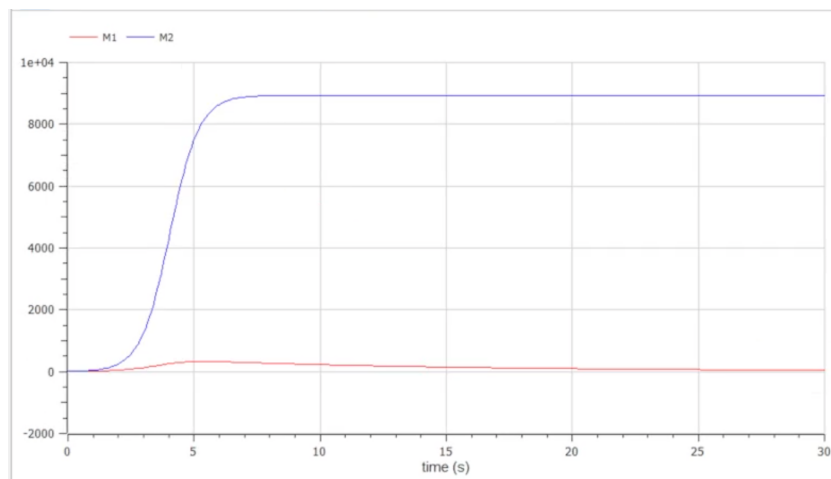


Рис. 6: График для второго случая

По графику видно, что первая фирма, несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начинает нести убытки и, в итоге, терпит банкротство. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

Выводы

В результате проделанной работы мы научились строить модели конкуренции двух фирм в среде OpenModelica.

Список литературы

- Методические материалы к лабораторной работе, представленные на сайте “ТУИС РУДН” <https://esystem.rudn.ru/>
- Документация OpenModelica <https://www.openmodelica.org/doc/OpenModelicaUsersGuide/latest/>