

Цель работы

Цель лабораторной работы научиться решать задачу о погоне, выводить уравнение, описывающее движение, работать с Scilab.

Задание №47

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,6 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,4 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

Постановка задачи

1. Место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения:

$$t_0 = 0, x_{л0} = 0$$

Место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки:

$$x_{к0} = 16.6$$

2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров,

$$x_{л0}(\theta = x_{л0} = 0)$$

а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер — $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как

$$x/v$$

или

$$k - x/4.4v$$

во втором случае

$$k + x/4.4v.$$

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

в первом случае

$$\frac{x}{v} = \frac{16.6 - x}{4.4v}$$

во втором случае

$$\frac{x}{v} = \frac{16.6 + x}{4.4v}.$$

Отсюда мы найдем два значения

$$x_1 = \frac{16.6}{3.4} x_2 = \frac{16.6}{5.4}$$

, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки V . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие :

— радиальная скорость

$$v_r$$

— тангенциальная скорость.

$$v_\tau$$

Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса:

$$v_r = \frac{dr}{dt}.$$

Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем

$$\frac{dr}{dt} = v.$$

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна

$$v_\tau = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$v_\tau = \sqrt{19.36v^2 - v^2} = \sqrt{18.36}v$$

Тогда получаем

$$r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{18.36} v$$

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{18.36} v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

и

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{r}{\sqrt{18.36}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Код программы

Данная лабораторная работа выполнялась в программе Scilab 6.1.1.

```
//начальные условия в случае 1

r0=16.6/3.4;

tetha0=0;


//начальные условия в случае 2

//r0=16.6/5.4
//tetha0=-%pi;


//функция, которая описывает движение катера береговой охраны

function dr=f(tetha, r)

    dr=r/sqrt(18.36);

endfunction;


//функция, описывающая движение лодки браконьеров
```

```

function xt=f2(t)

    xt=tan(fi)*t;

endfunction

fi=3*pi/4;

tetha=tetha0:0.001:2*pi;

r=ode(r0,tetha0,tetha,f);

t=0:1:800;

//построение траектории движения катера и лодки, зеленым и красным цветом
соответственно

polarplot(tetha,r,style = color('green'));

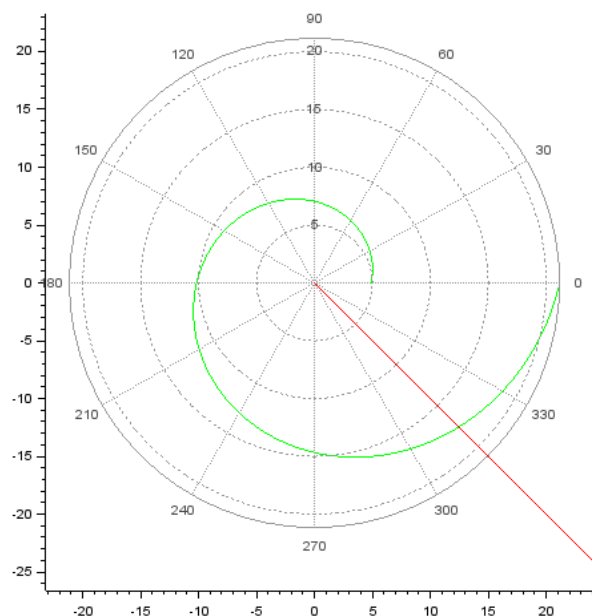
plot2d(t,f2(t),style = color('red'))

```

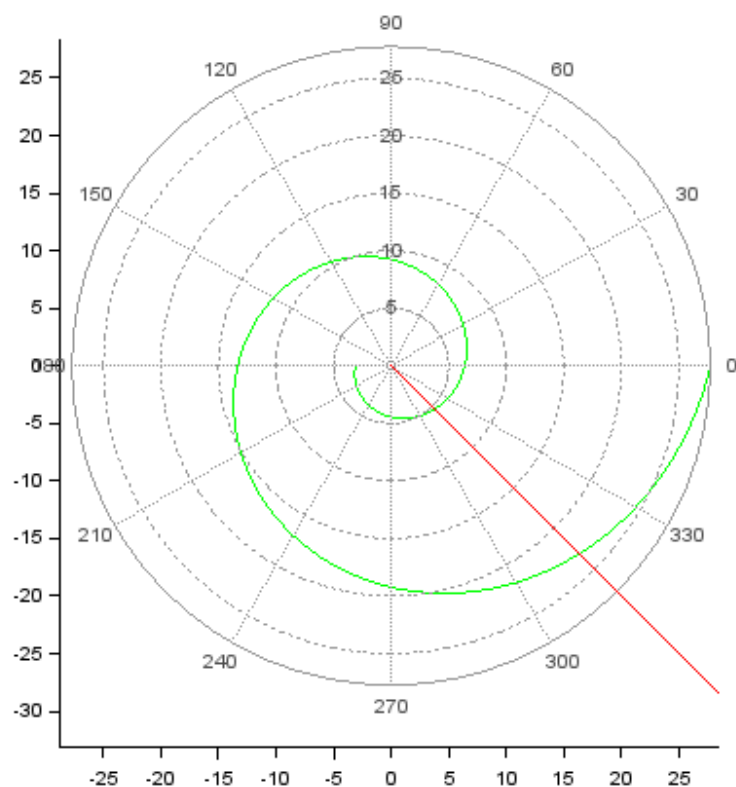
Построение траектории движения

Графики движения и точки пересечения. Зелёным цветом — охрана, красным — браконьеры.

Случай первый. (рис.01)



Случай второй. (рис.02)



Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я освоил Scilab, научился решать задачу о погоне и строить графики, записал уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев, построил траекторию движения катера и лодки для двух случаев, нашел точку пересечения траектории катера и лодки.

Список литературы

Кулябов Д.С "Лабораторная работа №2": https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343800/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%201.pdf