

Цель работы

Рассмотреть простейшую модель эпидемии. Построить модель и визуализировать график изменения числа особей.

Задание

Вариант 47

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $(N=7451)$ в момент начала эпидемии $(t=0)$ число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=51$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=7$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)-R(0)$.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если $I(0) \leq I^*$.
2. если $I(0) > I^*$.

Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы.

- $S(t)$ — восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи
- $I(t)$ — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции
- $R(t)$ — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha S, & \text{если } I(t) > I^* \\ 0, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, & \text{если } I(t) > I^* \\ -\beta I, & \text{если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности:

- α
— коэффициент заболеваемости
- β
— коэффициент выздоровления

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0)=0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) > I^*$ и $I(0) \leq I^*$

Выполнение лабораторной работы

Код программы:

```
model lab06
constant Real a = 0.01; //коэф заболеваемости
constant Real b = 0.02; //коэф выздоровления
constant Real N = 7451; //общее число популяции

Real R; // здоровые, с иммунитетом
Real I; // заболевшие
Real S; // здоровые, в зоне риска

initial equation
R = 7;
I = 51; //кол-во заболевших в t = 0
S = N-I-R;

equation
//Случай 1: I>I*

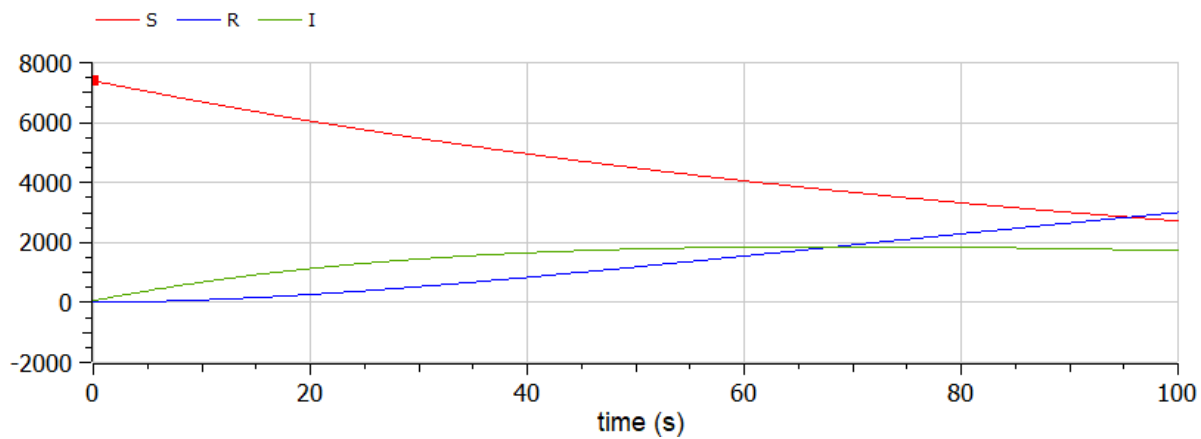
der(S) = - a * S;
der(I) = a * S-b * I;
der(R) = b * I;

//Случай 2: I<=I*

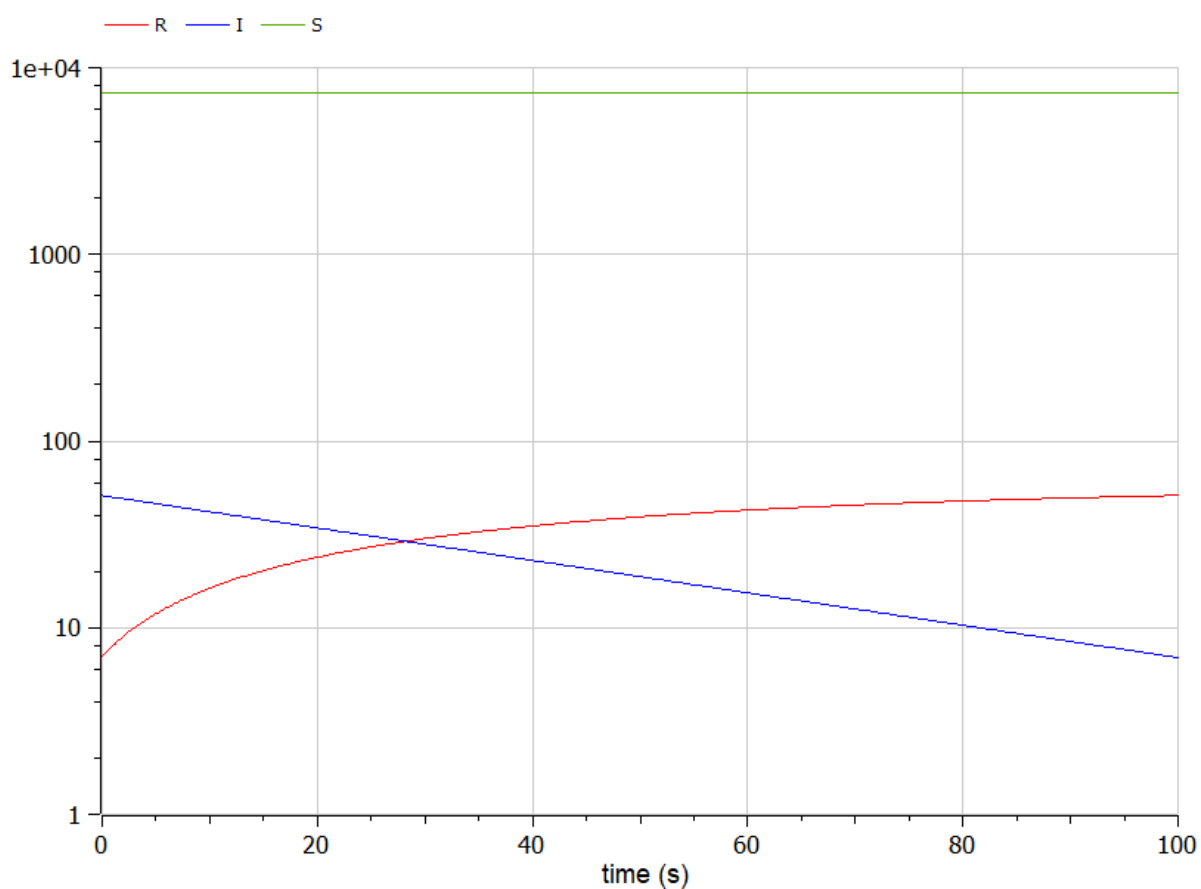
/*
der(S) = 0;
der(I) = -b * I;
der(R) = b * I;
*/

end lab06;
```

Случай 1: $I > I^*$ (рис.01)*



Случай 2: $I \leq I$ (рис.02)*



Выводы

Благодаря данной лабораторной работе познакомился с простейшей моделью эпидемии

Список литературы

Кулябов Д.С "Лабораторная работа №6": https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343817/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%205.pdf

