

# Цель работы

Рассмотреть простейшую модель «эффективность рекламы». Построить модель и визуализировать и анализировать графики эффективности распространения рекламы для трех случаев.

## Задание

Вариант 47

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

$$\begin{aligned}\frac{dn}{dt} &= (0.91 + 0.00005n(t))(N - n(t)) \\ \frac{dn}{dt} &= (0.00001 + 0.81n(t))(N - n(t)) \\ \frac{dn}{dt} &= (0.18t + 0.31tn(t))(N - n(t))\end{aligned}$$

При этом объем аудитории  $N = 1940$ , в начальный момент о товаре знает 26 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

## Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что

$$\frac{\partial n}{\partial t}$$

— скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить;

$t$  — время, прошедшее с начала рекламной кампании;

$n(t)$  — число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем. Это описывается следующим образом:

$$\alpha_1(t)(N - n(t))$$

$N$  — общее число потенциальных платежеспособных покупателей;

$$\alpha_1(t) > 0$$

— характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной

$$\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$$

эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

## Выполнение лабораторной работы

Код программы:

**Случай 1:  $a_1 > a_2$**

```
model lab07

constant Real N = 1940;

Real a1;
Real a2;
Real n;

initial equation
n = 26;

equation
a1 = 0.91;
a2 = 0.00005;
der(n) = (a1+a2*n)*(N-n);

end lab07;
```

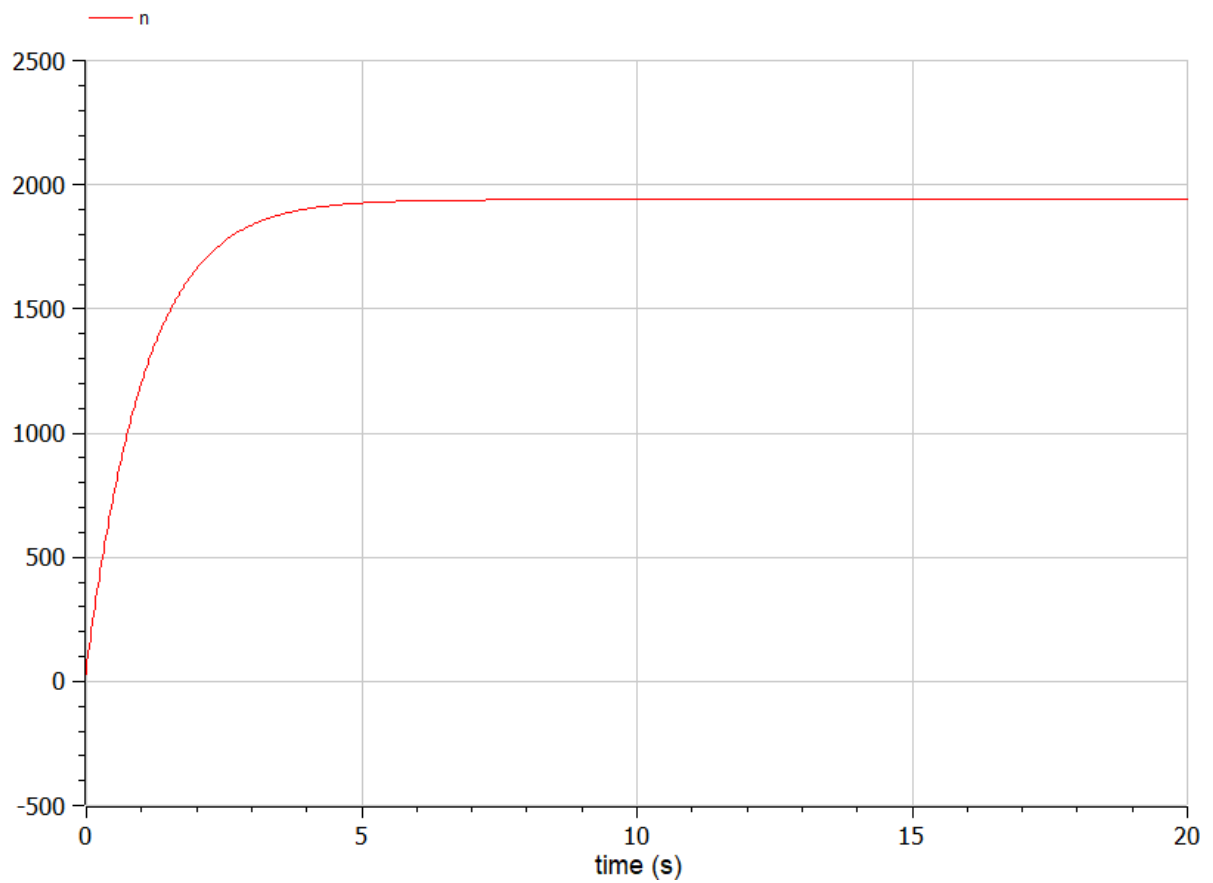


рис.01

### Случай 2: $a_1 < a_2$

```
model lab07

constant Real N = 1940;

Real a1;
Real a2;
Real n;

initial equation n = 26;

equation
a1 = 0.00001;
a2 = 0.81;
der(n) = (a1+a2*n)*(N-n);

end lab07;
```

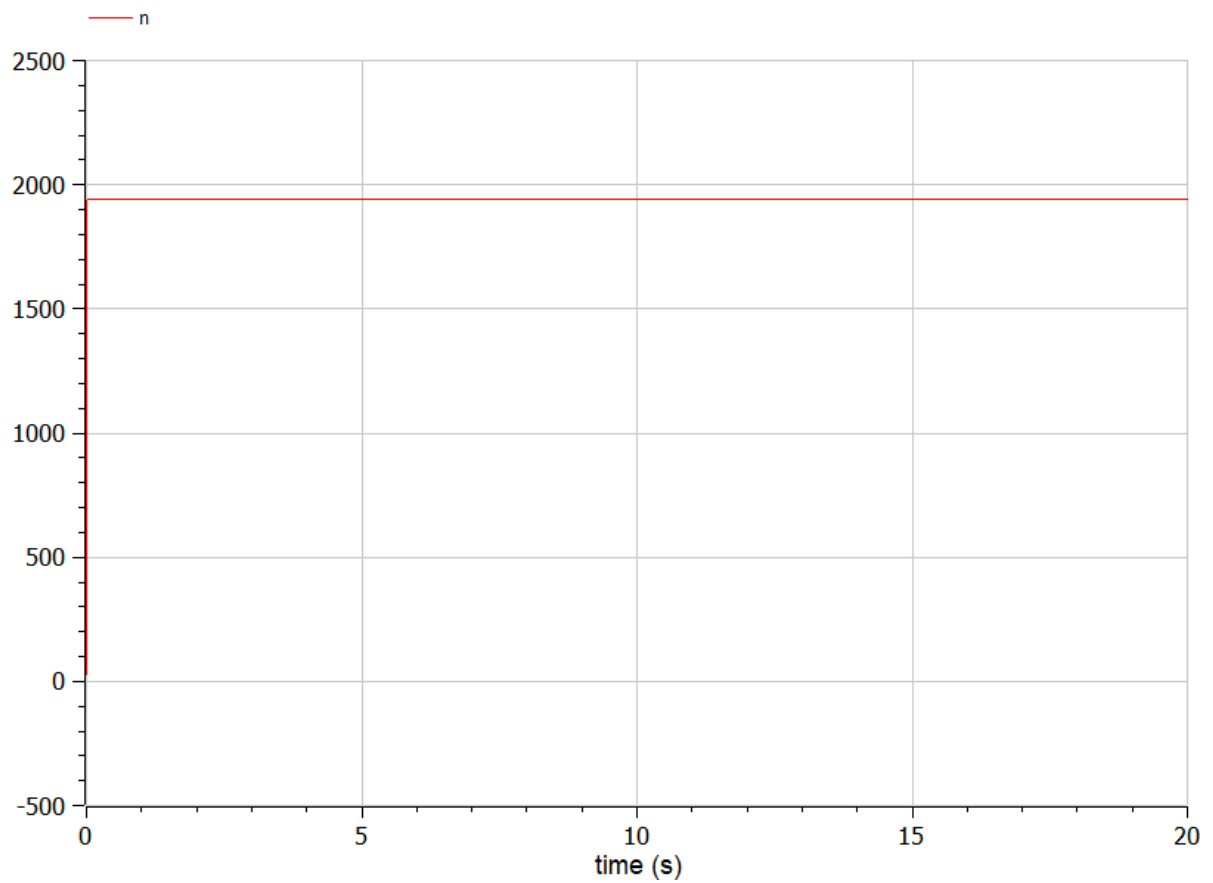


рис.02

### Случай 3: $a_1 \approx a_2$

```
model lab07
  constant Real N = 1940;

  Real a1;
  Real a2;
  Real n;

  initial equation
    a1 = 0.5;
    a2 = 0.3;
    n = 26;

  equation
    a1 = 0.18*time;
    a2 = 0.31*time;
    der(n) = (a1+a2*n)*(N-n);

end lab07;
```

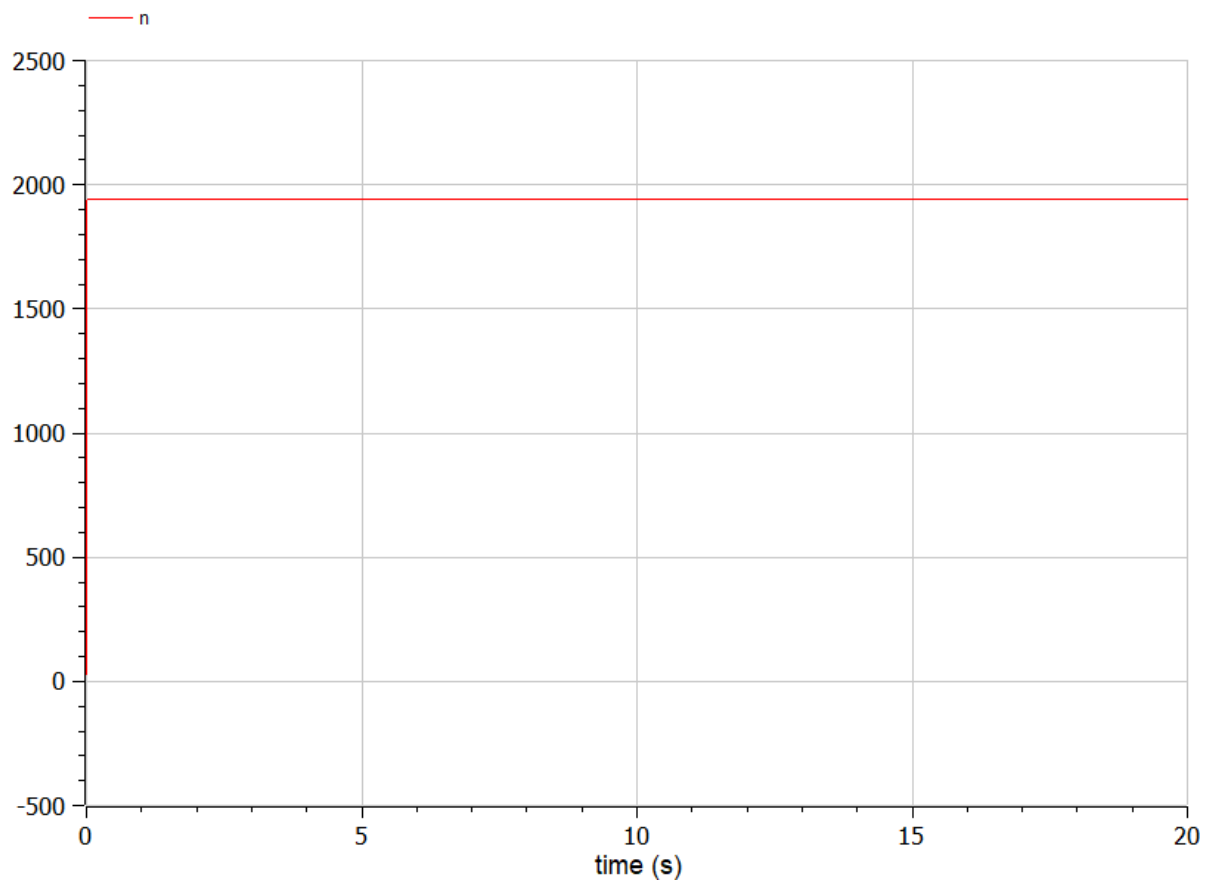


рис.03

### Сравнение эффективности сарафанного радио и платной рекламы

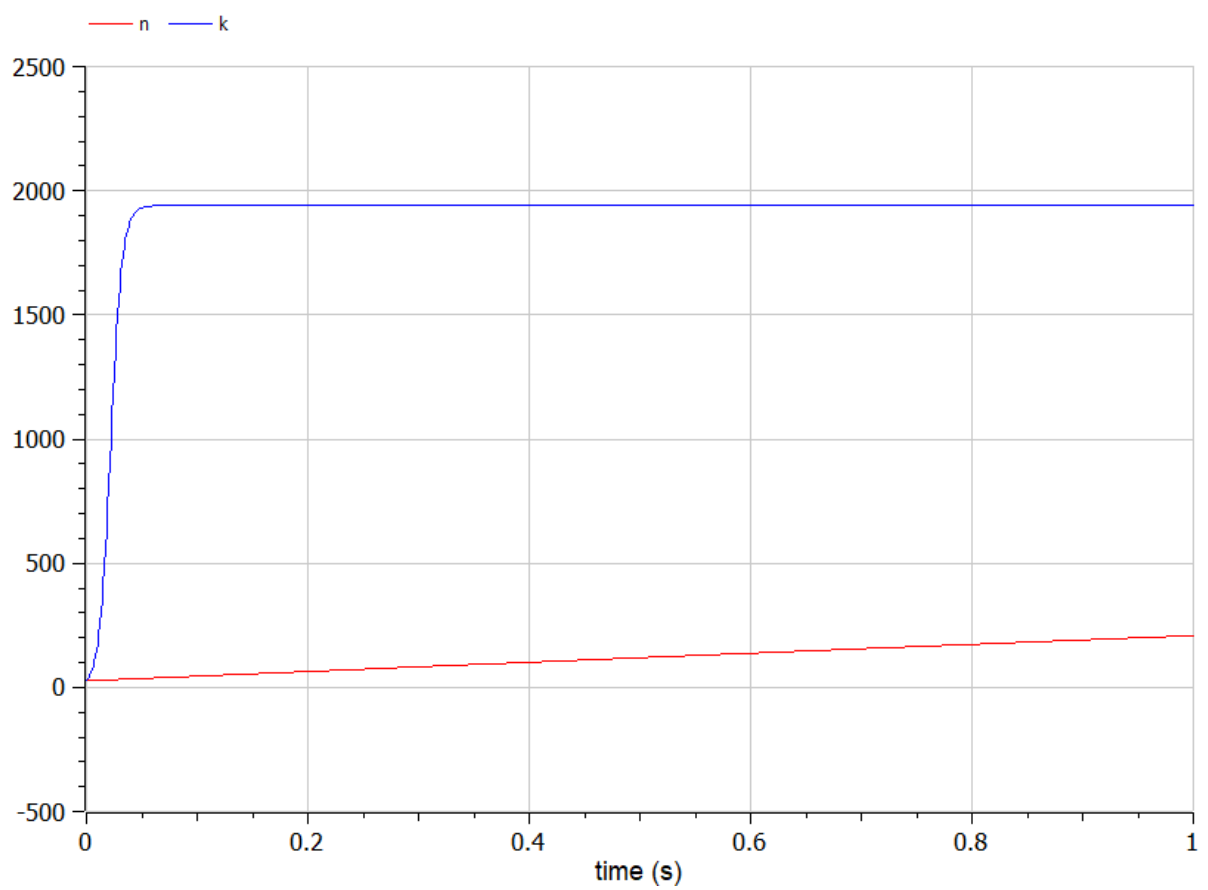


рис.04

# Вывод

Рассмотрел модель эффективности рекламы в разных случаях. Сравнил решения, учитывающее вклад только платной рекламы и учитывающее вклад только сарафанного радио.

## Вопросы

Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель)

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN$$

где

- $N$  — исходная численность населения,
- $r$  — коэффициент пропорциональности, для которого  $r = b - d$ , где
  - $b$  — коэффициент рождаемости
  - $d$  — коэффициент смертности
- $t$  — время.

Модель используется в экологии для расчета изменения популяции особей животных.

Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = rP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$$

- $r$  — характеризует скорость роста (размножения)
- $K$  — поддерживающая ёмкость среды (то есть, максимально возможная численность популяции)

Исходные предположения для вывода уравнения при рассмотрении популяционной динамики выглядят следующим образом:

- скорость размножения популяции пропорциональна её текущей численности, при прочих равных условиях;
- скорость размножения популяции пропорциональна количеству доступных ресурсов, при прочих равных условиях. Таким образом, второй член уравнения отражает конкуренцию за ресурсы, которая ограничивает рост популяции.

На что влияет коэффициент

$$\alpha_1(t)$$

и

$$\alpha_2(t)$$

в модели распространения рекламы

$$\alpha_1(t)$$

— интенсивность рекламной кампании, зависящая от затрат

$$\alpha_2(t)$$

— интенсивность рекламной кампании, зависящая от сарафанного радио

# Список литературы

---

- [Кулябов Д.С. Лабораторная работа №7](#)
- [Кулябов Д.С. Задания к лабораторной работе №7 \( по вариантам \)](#)