

# Hoja de trabajo # 2

Luis Gerardo Morales Salazar

Carnet: 2018-1364

morales181364@unis.edu.gt

02 de agosto de 2018

## 1 Ejercicio # 1

1. Demostrar usando inducción lo siguiente  
 $\forall n. n^3 \geq n^2$

Caso base:

$$n = 0$$

$$0^3 \geq 0^2$$

$$0 \geq 0$$

Hipotesis Inductiva:

$$n^3 \geq n^2$$

Demostración :

$$n^3 \geq n^2$$

$$n * n^2 \geq n^2$$

$$(1 + n) * (1 + n)^2 \geq (n + 1)^2$$

$$n + 1 \geq \frac{(n+1)^2}{(n+1)^2}$$

$$n + 1 \geq 1$$

$$n \geq 1 - 1$$

$$n \geq 0$$

## 2 Ejercicio # 2

1. Demostrar utilizando inducción la desigualdad de Bernoulli lo siguiente  
 $\forall n. (1 + x)^n \geq nx$   
donde  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x \in \mathbb{Q}$  y  $x \geq -1$

Caso base:  $n = 0$

$$(1 + x)^0 \geq (0)x$$

$$1 \geq 0$$

Hipotesis Inductiva:  $(1+x)^n \geq nx$

Demostración cuando x es positiva :

$$(1+x)^{(n+1)} \geq x(n+1)$$

$$(1+x)(1+x)^n \geq x(n+1)$$

$$(1+x)^n + x(1+x)^n \geq (nx+x)$$

$$x(n+1)^n \geq x$$

$$(n+1)^n \geq 1$$

$$nx \geq 1$$

Demostración cuando x es negativo:

$$(1+x)(1+x)^{(n+1)} \leq x(n+1)$$

$$(1+x)nx \leq x(n+1)$$

$$(1+x)n \leq n+1$$

$$n+nx \leq n+1$$

$$nx \leq 1$$

$$Si -1 \leq x \leq 0$$

$$entonces : nx \leq 1$$