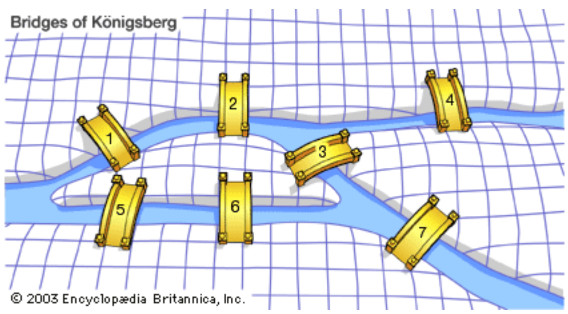
Trabajo de Recuperación de Examen # 1

Luis Gerardo Morales Salazar
Carnet: 2018-1364
morales181364@unis.edu.gt

14 de agosto de 2018

1 PREGUNTA# 1

El famoso matematico Euler hizo la siguiente pregunta: ¿Es possible curzar todos los puentes de Königsberg sin pasar dos veces por el mismo puente?
A continuación se muestra un mapa de los puentes de Königsberg:



1. Nodos del grafo: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

2. El conjunto de vertices del grafo son:

$$VERTICES \begin{cases} <1,2>, <1,3>, <1,4>, <1,5>, <1,6> \\ <2,4>, <2,5>, <2,6>, <2,3>, <3,4> \\ <3,5>, <3,6>, <3,7>, <4,7>, <7,5> \\ <7,6>, <5,6> \end{cases}$$

2 PREGUNTA# 2

Demostrar utilizando inducción que la formula de Gauss para sumatorias es correcta:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

donde $\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \ldots \ + n$.

Para esta demostración, su caso base debe ser $n = 1$ en vez de $n = 0$. Sin embargo, la demostración del caso inductivo procede de la misma forma que se ha estudiado en clase.

1. Caso base :

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{1(1+1)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{1(2)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{2}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i = 1$

2. Caso Inductivo :

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n+1(n+1+1)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n+1(n+2)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n+1}{1} + \frac{n+2}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n+1}{1} + (\frac{n}{2} + \frac{2}{2})$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n+1}{1} + (\frac{n}{2} + 1)$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{n+1}{1}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)+2(n+1)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{(n+1)+(n+2)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{(n+1)((n+1)+1)}{1}$

PREGUNTA #3

Definir inductivamente la funcion $\sum(n)$ para numeros naturales unarios la cual tiene el efecto de calcular la suma de 1 hasta n. En otras palabras:

$$\sum(n) = 1 + 2 + 3 + 4 + \ \ldots \ + n$$

Puede apoyarse de la suma $\oplus$ de numeros naturales unarios para su definición:

$$a \oplus b = \begin{cases} b & \text{si } a = 0 \\ s(i \oplus b) & \text{si } a = s(i) \end{cases}$$

1. Definicion:

$\frac{s(0)(s(0) \oplus s(0))}{s(s(0))}$

$\frac{s(0)(s(s(0)))}{s(s(0))}$

$\frac{s(s(0))}{s(s(0))}$

$s(s(0)) \ominus (\frac{s(0)}{s(0)})$

$s(s(0)) \ominus s(0))$

$s(0)$

PREGUNTA #4

Demostrar por medio de inducción la comutatividad de la suma de numeros naturales unarios: $a \oplus b = b \oplus a$

Caso base:
$a = 0$

$0 \oplus b = b \oplus 0$
$b = b$

$Casoinductivo:$
$a = s(i)$

$s(i) \oplus b = b \oplus s(i)$
$s(i \oplus b) = s(b \oplus i)$
$s(i \oplus b) = s(i \oplus b)$

PREGUNTA #5

Dada la función $a \geq b$ para numeros naturales unarios:

$$a \geq b = \begin{cases} s(o) & \text{si } b = o \\ o & \text{si } a = o \\ i \geq j & \text{si } a = s(i) \;\&\; b = s(j) \end{cases}$$

Demostrar utilizando inducción que $((n \oplus n) \geq n) = s(o)$. Puede hacer uso de la asociatividad y comutabilidad de la suma de numeros unarios para su demostración.

1.Caso Base: n=0
$((0 \oplus 0) \geq 0)$
$(0 \oplus 0)$

2.$Demostración : n = s(0)$

$((s(0) \oplus s(0)) \geq s(0))$
$((s(s(0 \oplus 0))) \geq s(0))$
$((s(s(0))) \geq s(0))$
$(s(s(0)) \ominus s(0) \geq 0)$
$(s(0) \geq 0)$
$(((n \oplus n) \geq n) = s(0)) = s(0)$