

# TRIÂNGULOS NUMÉRICOS



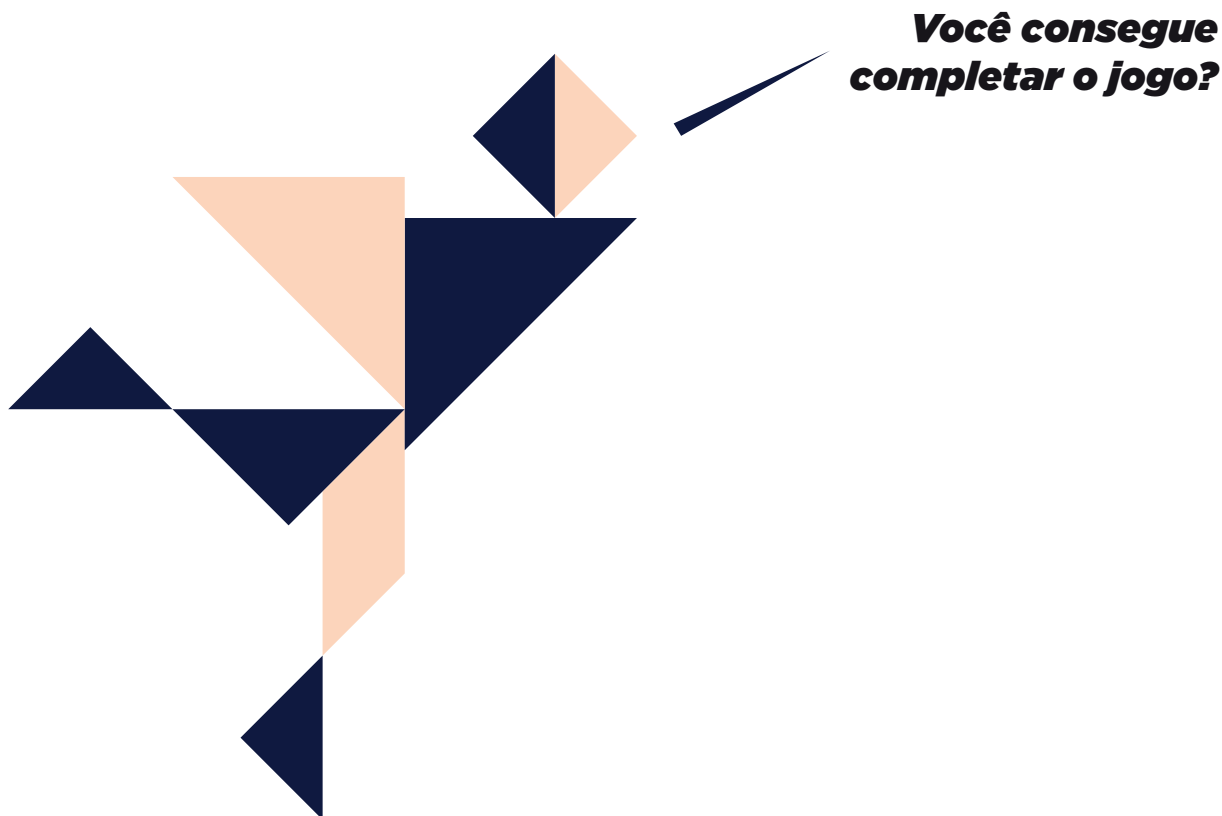
## DESCOBRINDO O DESAFIO

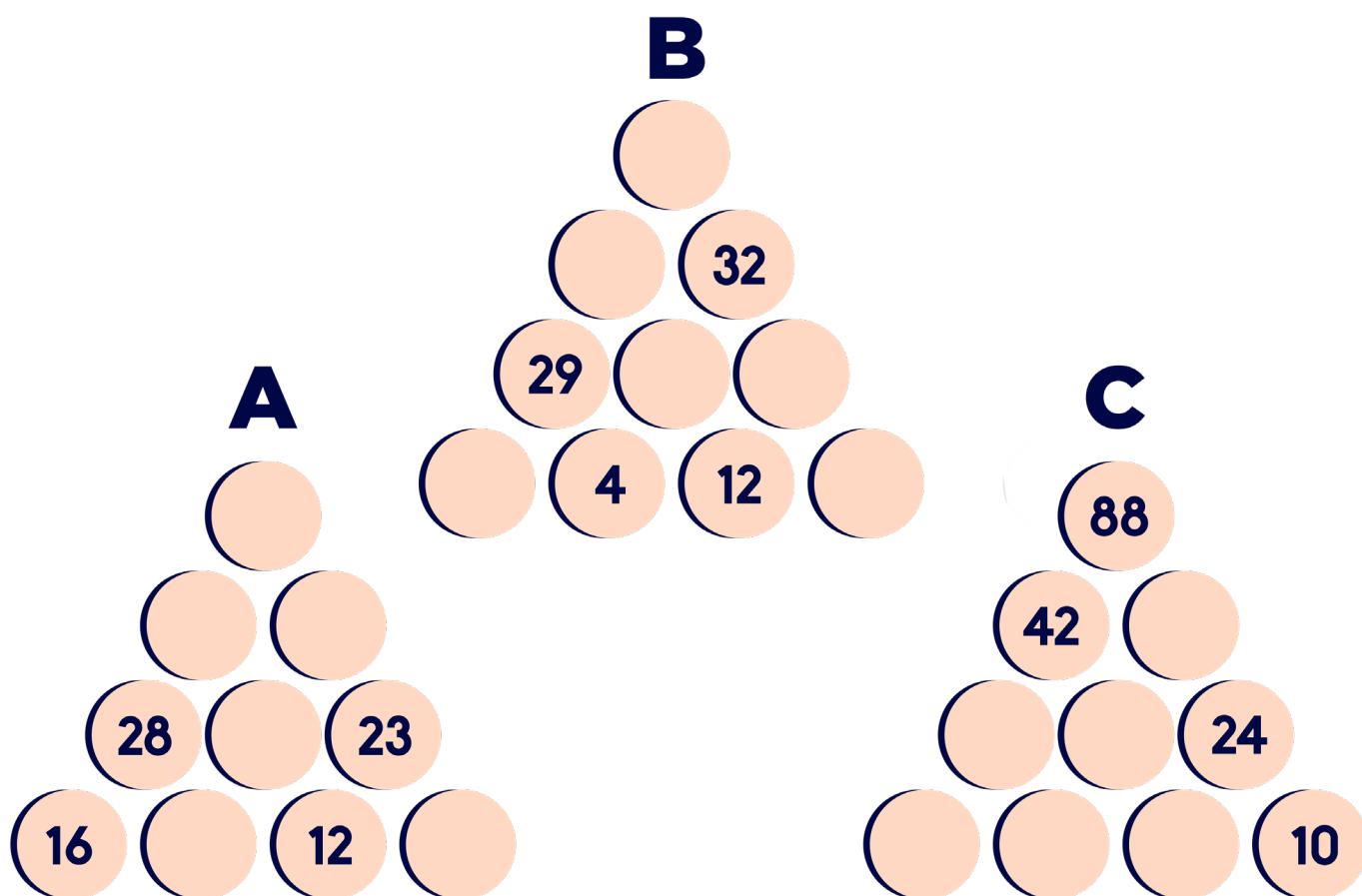
O problema foi apresentado às crianças com o seguinte enunciado:

Ana e Beatriz decidiram brincar com o jogo Triângulo Numérico.

O objetivo do jogo é completar as peças não preenchidas em cada triângulo ao lado, respeitando a regra:

**O número de uma peça é igual à soma dos dois números abaixo dele.**





O problema original foi adaptado do livro “Mente Esperta: 100 jogos para manter seu cérebro afiado” PHILLIPS, Charles. Rio de Janeiro: Coquetel, 2012.

## SOLUÇÃO

Há duas operações que resolvem o problema, são elas:

- Quando se tem os números em dois círculos vizinho na mesma linha, basta somar os seus números para obter o resultado do círculo de cima. Na figura abaixo, exemplificamos essa operação.

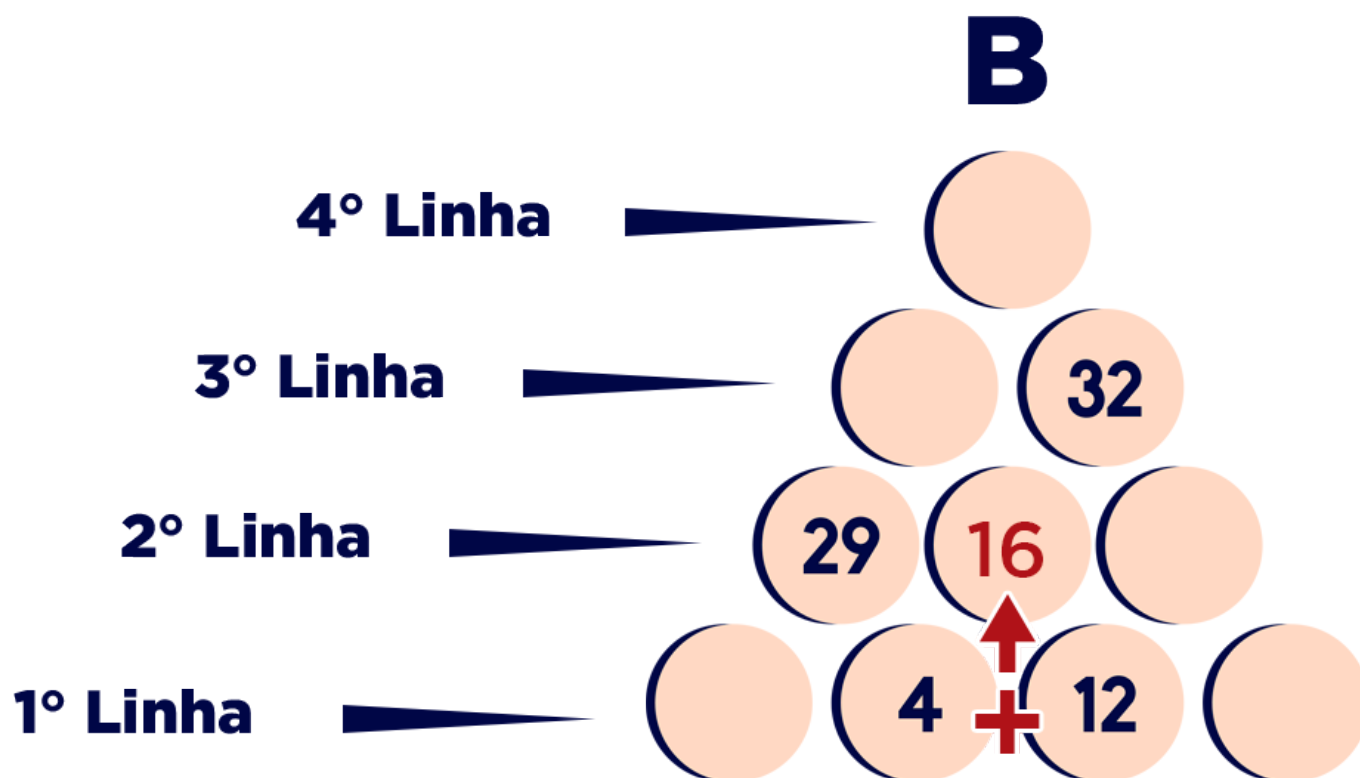


Figura 1 – Resolução do desafio. Fonte: Acervo do Projeto - 2020.

- A segunda operação é utilizada quando se tem dois números vizinhos em linhas consecutivas. Nesse caso, basta fazer a subtração do valor do círculo de cima pelo de baixo, para obter o número que falta no círculo vizinho ao inferior.

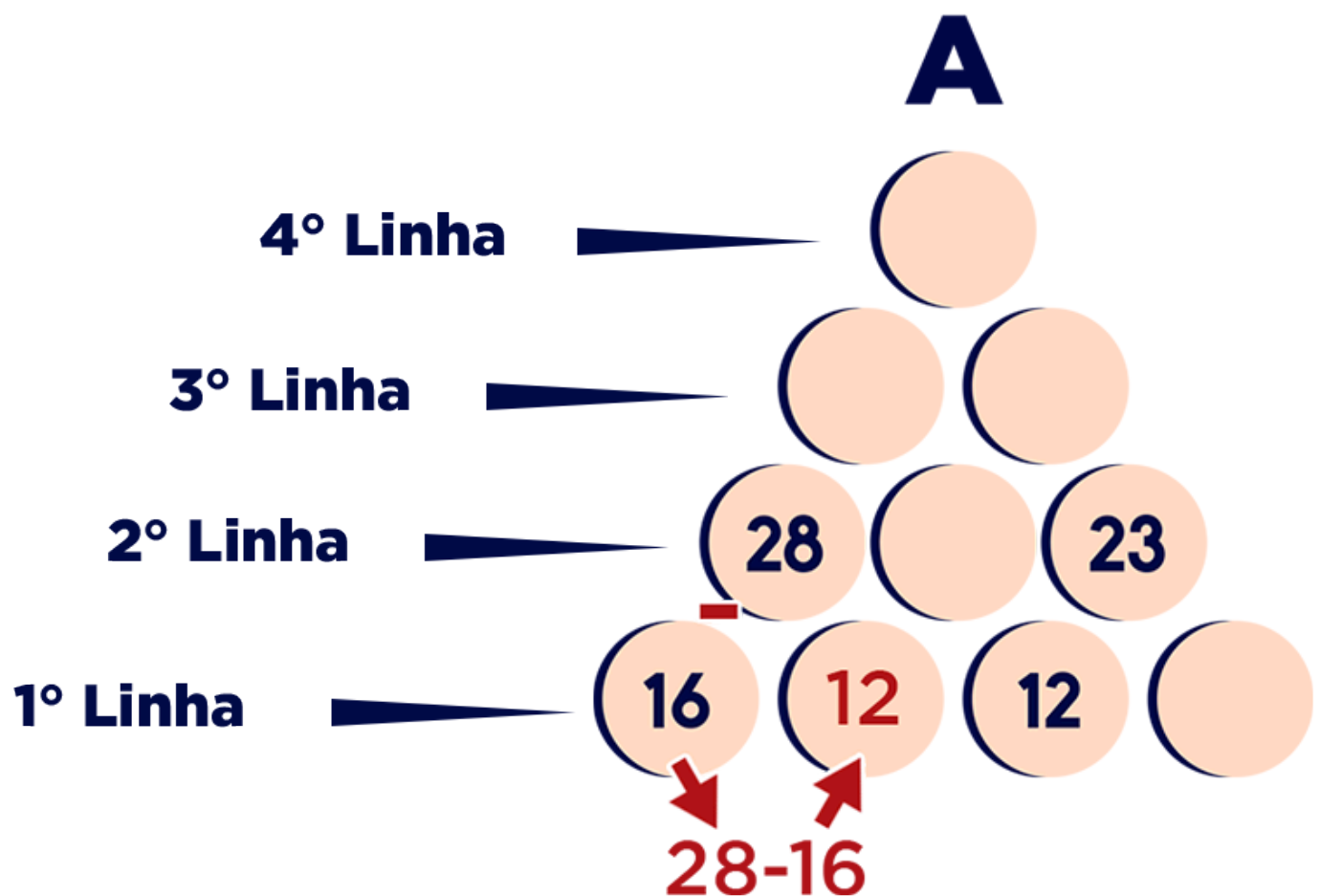


Figura 2 – Resolução do desafio. Fonte: Acervo do Projeto - 2020.

A solução para os três triângulos, mobilizando as operações acima descritas será:

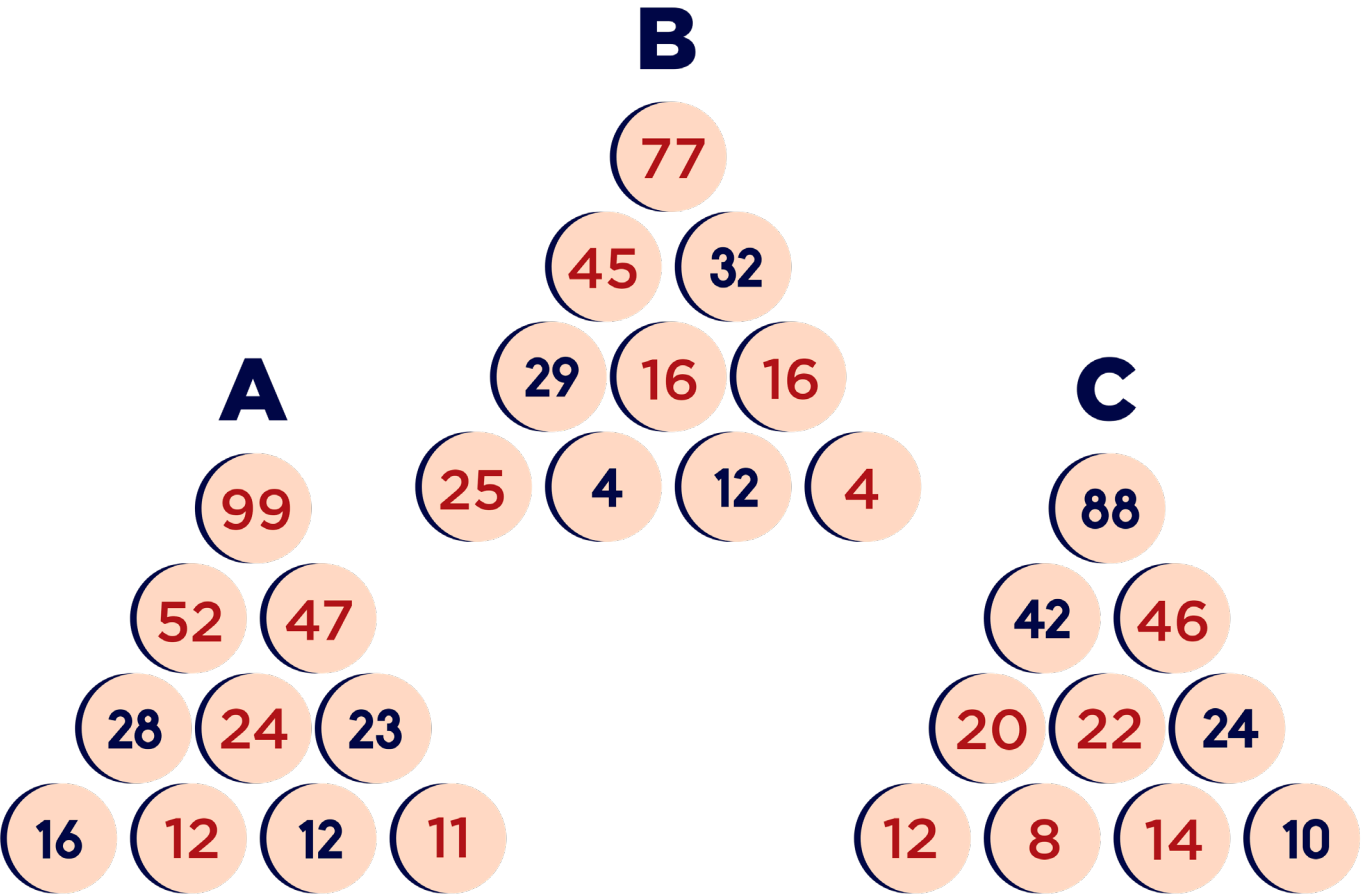


Figura 3 – Resolução do desafio. Fonte: Acervo do Projeto - 2020.

## DESCOBERTAS E ANÁLISES

No projeto Descobridores da Matemática, esse desafio foi aplicado com estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental, do Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG.

O desafio, quando realizado junto às crianças, tinha como enunciado:

Em cada pirâmide, o número em um círculo é a soma dos dois números dos círculos abaixo dele. Sua tarefa é preencher os círculos vazios para completar as pirâmides. Qual foi a sua estratégia? Você começou a preencher por qual das pirâmides, A, B ou C?

Ocorreram mudanças no enunciado: a troca da palavra *pirâmide* pela palavra *triângulo*, por tratar-se de figura plana, exclusão das perguntas e a inclusão de um contexto.

A aplicação desse problema possibilita o desenvolvimento de habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular, (BNCC de agora em diante), dentre as quais destacamos:

*(EF03MA05) Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais;*

*(EF03MA06) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental;*

*(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.*

Acreditamos que esse desafio promova o raciocínio algébrico das crianças, uma vez que os aprendizes utilizam a operação inversa para descobrir alguns dos números. É desejável trabalhar o raciocínio algébrico desde cedo. Alguns benefícios dessa abordagem são confirmados por Blanton et al. (2007):

(...) a álgebra nos anos iniciais é uma maneira de pensar que dá significado, profundidade e coerência para a compreensão matemática das crianças, aprofundando os conceitos já ensinados, de modo que haja oportunidade de generalizar relações e propriedades na matemática (p. 7, tradução nossa).

Para esse desafio as crianças utilizaram diferentes procedimentos de cálculo – mental ou escrito – da adição e subtração, incluindo estratégias pessoais não convencionais, como mencionaremos nos próximos parágrafos.

Antes da aplicação do desafio o enunciado foi lido com os descobridores e, durante a leitura, as crianças indicaram que não entenderam o que era proposto, ou seja, como deveriam dispor os números nos espaços dos círculos. Acredita-se que essa dificuldade tenha relação com a falta de hábito de resolver problemas com esse formato. Assim, houve mediação dos professores, no início da atividade, com a exemplificação no quadro, de como preencher os círculos.

Alguns estudantes foram assessorados individualmente. Por exemplo, o descobridor Bruno solicitou o auxílio da professora, que logo iniciou uma subtração para que ele compreendesse a lógica do problema. Como



mostrado na figura 1, a subtração do lado esquerdo (32-16) foi iniciada pela professora e calculada pelo descobridor.

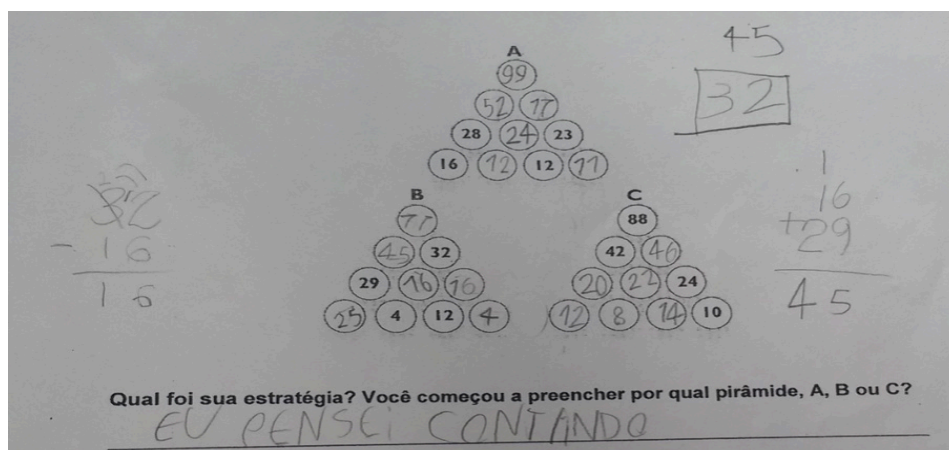


Figura 4 – Sugestão da professora para o início da atividade. Fonte: Acervo do Projeto - 2020.

O descobridor Marcelo, não precisou escrever os cálculos para preencher os círculos e foi um dos primeiros a terminar a atividade. Realizou as somas e as subtrações usando os dedos das mãos. Ao registrar sua estratégia, formulou uma frase bem direta: “*Eu comecei pelo B e fui somando*”. Esse tipo de registro é muito comum nas crianças dessa faixa etária. Depois de solucionado o desafio, não existe, a princípio, interesse em registrar o caminho percorrido para chegar à resposta. Recomendamos que os estudantes sejam incentivados à prática de várias formas de registro, pois tal procedimento oferece oportunidades de reflexão e de organização mental das estratégias que adotaram, seja de forma esquemática, ou oralmente.

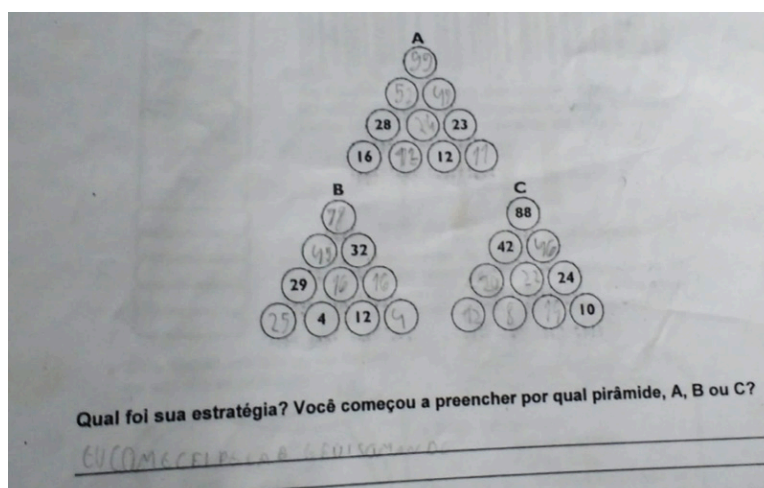


Figura 5 – Resolução do descobridor Marcelo. Fonte: Acervo do Projeto - 2020.

Outras crianças deixaram registrados os cálculos no papel. Na figura 6, nota-se que o descobridor Rodrigo escreve as operações matemáticas em um formato horizontal, dispondo os números, lado a lado, em uma mesma linha. Os cálculos foram realizados com a utilização de palitinhos traçados no papel, como apoio para as contas. A maioria das crianças, por outro lado, realizou o registro das operações, porém optando por armá-las na posição vertical.

Uma boa característica desse desafio foi a de propiciar que, diferentes formas de se fazer as contas, seja por meio do algoritmo convencional, seja por meio do cálculo com suporte dos dedos ou palitos, pudessem ser livremente escolhidas pelas crianças e que suas escolhas fossem reconhecidas como válidas.

É importante mencionar que ocorreu um erro da criança, uma incoerência no preenchimento da pirâmide<sup>1</sup> B. A presença do número 12 na terceira linha, ao lado do 32, satisfaz a regra, se estiver restrita às duas últimas linhas, mas é incompatível se observada a presença dos números 29 e 16 na segunda linha, abaixo dele.

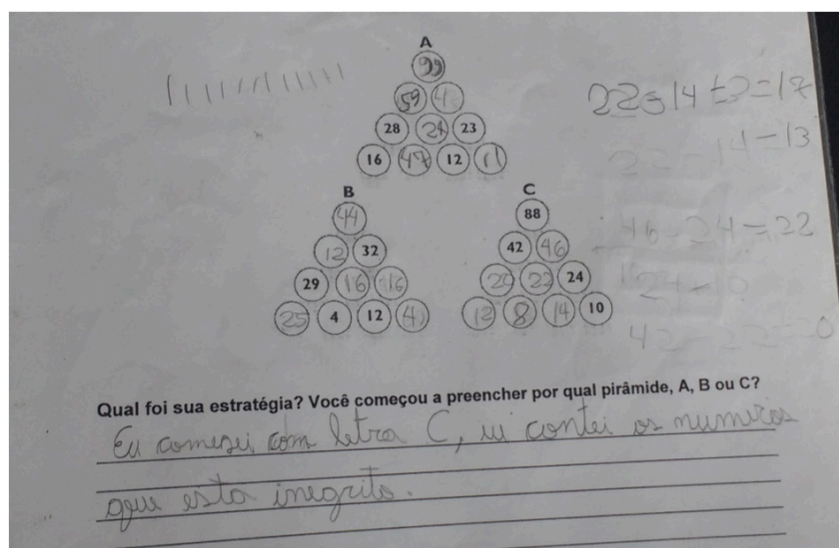


Figura 6 – Resolução do descobridor Rodrigo. Fonte: Acervo do Projeto - 2020.

<sup>1</sup> Nessa análise mantivemos o termo *Pirâmides Numéricas*, pois abordamos a versão do problema que assim nomeava as figuras.

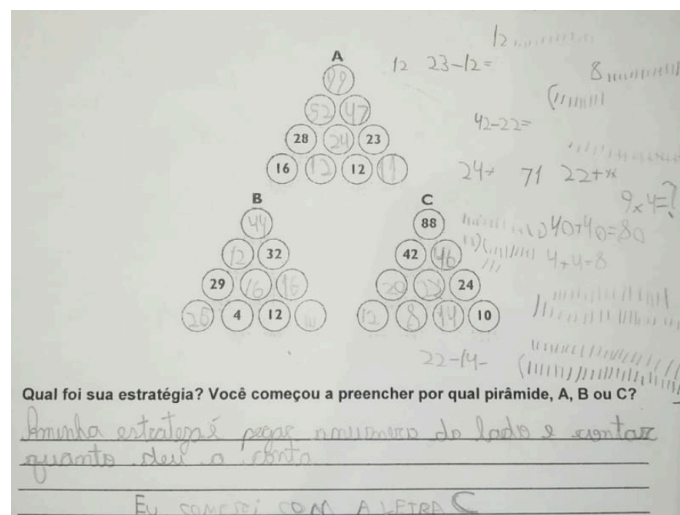


Figura 7 - Resolução do descobridor Bernardo. Fonte: Acervo do Projeto.

No final da aplicação, ampliamos o problema sugerindo que criassem seus próprios triângulos, preenchendo a base deles com a data de nascimento de cada criança. A partir daí montaram seus triângulos e desafiaram o colega ao lado a resolvê-lo. A solução foi bem rápida, uma vez que o raciocínio do problema estava compreendido.

Essa atividade é propícia para se trabalhar a rapidez de raciocínio, o cálculo mental e a confiança dos estudantes. Desse modo, é importante dar liberdade de realizarem as operações sem armar as contas, de forma que exercitem outras formas de cálculo.

Para a sua aplicação, é sugerido que as crianças sejam questionadas a explicar o enunciado que leram, para verificar a compreensão da situação-problema. Caso não tenham compreendido, pode-se insistir para que leiam novamente e tentem interpretá-lo de forma autônoma. Se ainda assim for necessário, exemplifique o raciocínio do desafio no quadro.

Quando as crianças terminarem o problema, aconselhamos que sejam incentivadas a verificarem os resultados encontrados, utilizando operação inversa, por exemplo, pedindo a um grupo que analise a solução de outro.

Uma possibilidade de ampliação é pedir que as crianças construam seus triângulos. Como mencionamos na análise, proponha que a base deles

seja construída com a data de nascimento de cada uma. Por exemplo, para uma criança nascida em 22/10/2012, a base do triângulo será:

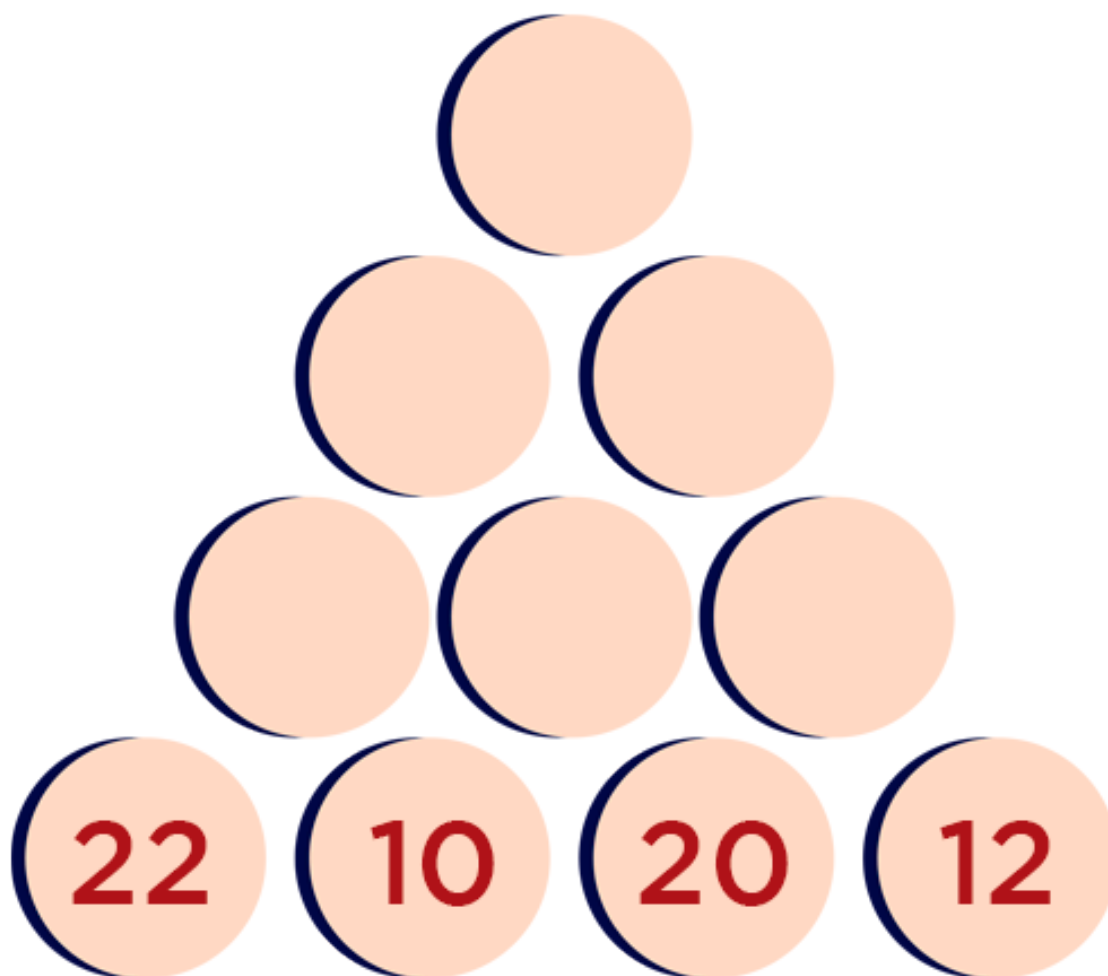


Figura 8 – Exemplo de ampliação para a atividade. Fonte: Acervo do Projeto - 2020.

Outra ampliação possível é a da troca da operação de adição por multiplicação. Nesse caso, recomendamos que os valores sejam menores, uma vez que nessa operação, os números do topo tendem a ser maiores. É interessante aumentar o número de linhas do triângulo.

Outro bom desdobramento é pedir às crianças que solucionem uma configuração inicial, propositalmente impossível de ser preenchida, para gerar discussão ou mesmo que apresentem uma configuração impossível.

## REFERÊNCIAS

BLANTON, M. et al. Early Algebra. In: VICTOR, J. K. (Ed.). **Algebra: Gateway to a Technological Future**. Columbia/USA: The Mathematical Association of America, 2007, p. 7-14.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Fundamentos Pedagógicos e Estrutura Geral da BNCC**. Brasília, Distrito Federal, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Último acesso em: 23/10/2020.

PHILLIPS, Charles. **Mente esperta: 100 jogos para manter seu cérebro afiado**. Rio de Janeiro: Coquetel, 2012.