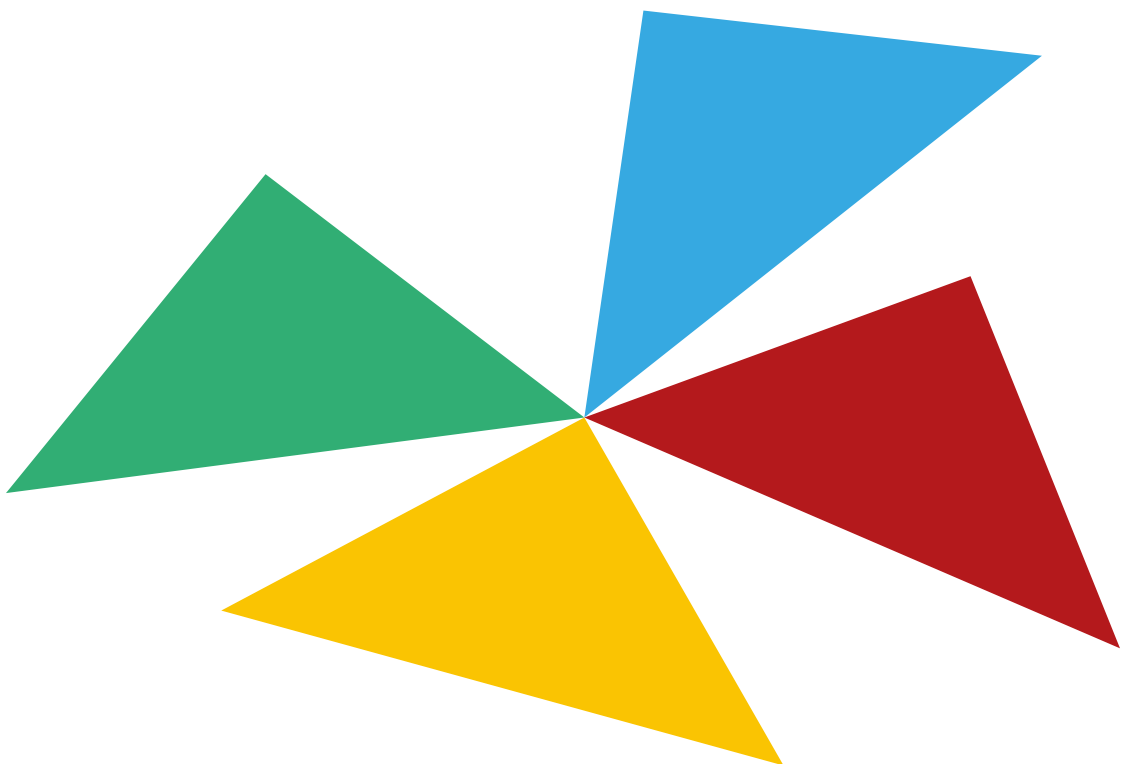


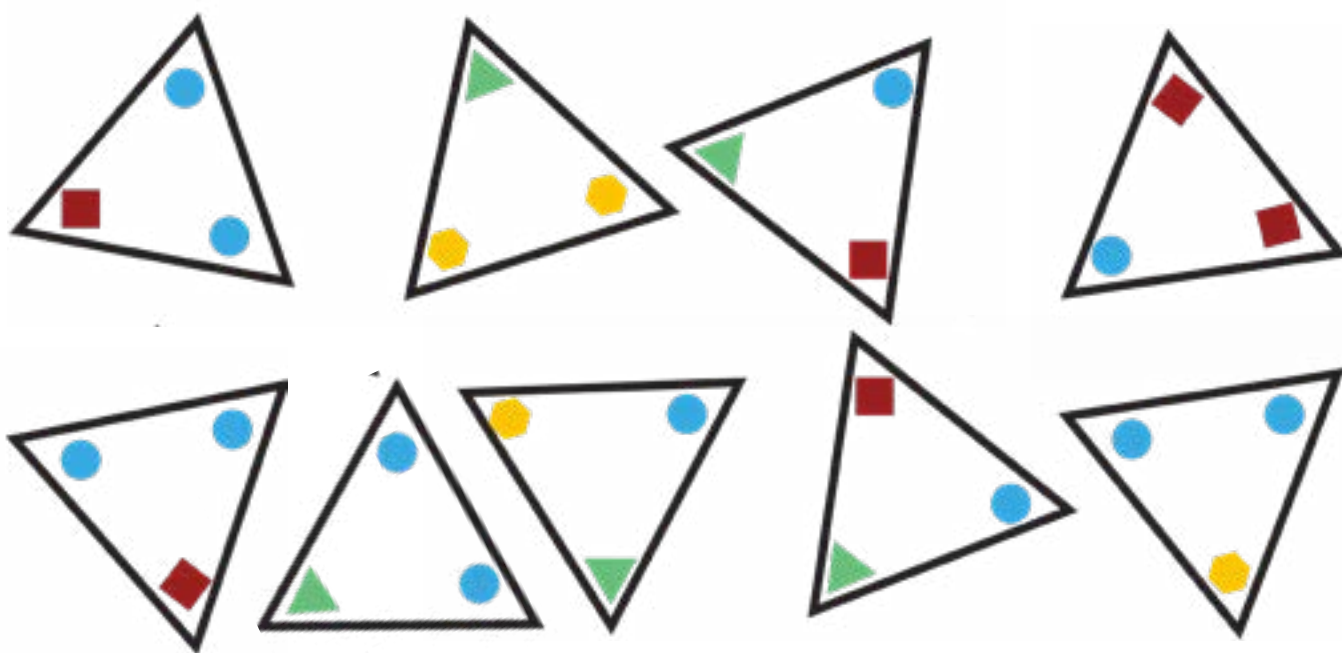
# **TRIÂNGULOS AMIGOS**



## DESCOBRINDO O DESAFIO

O problema foi apresentado às crianças com o seguinte enunciado:

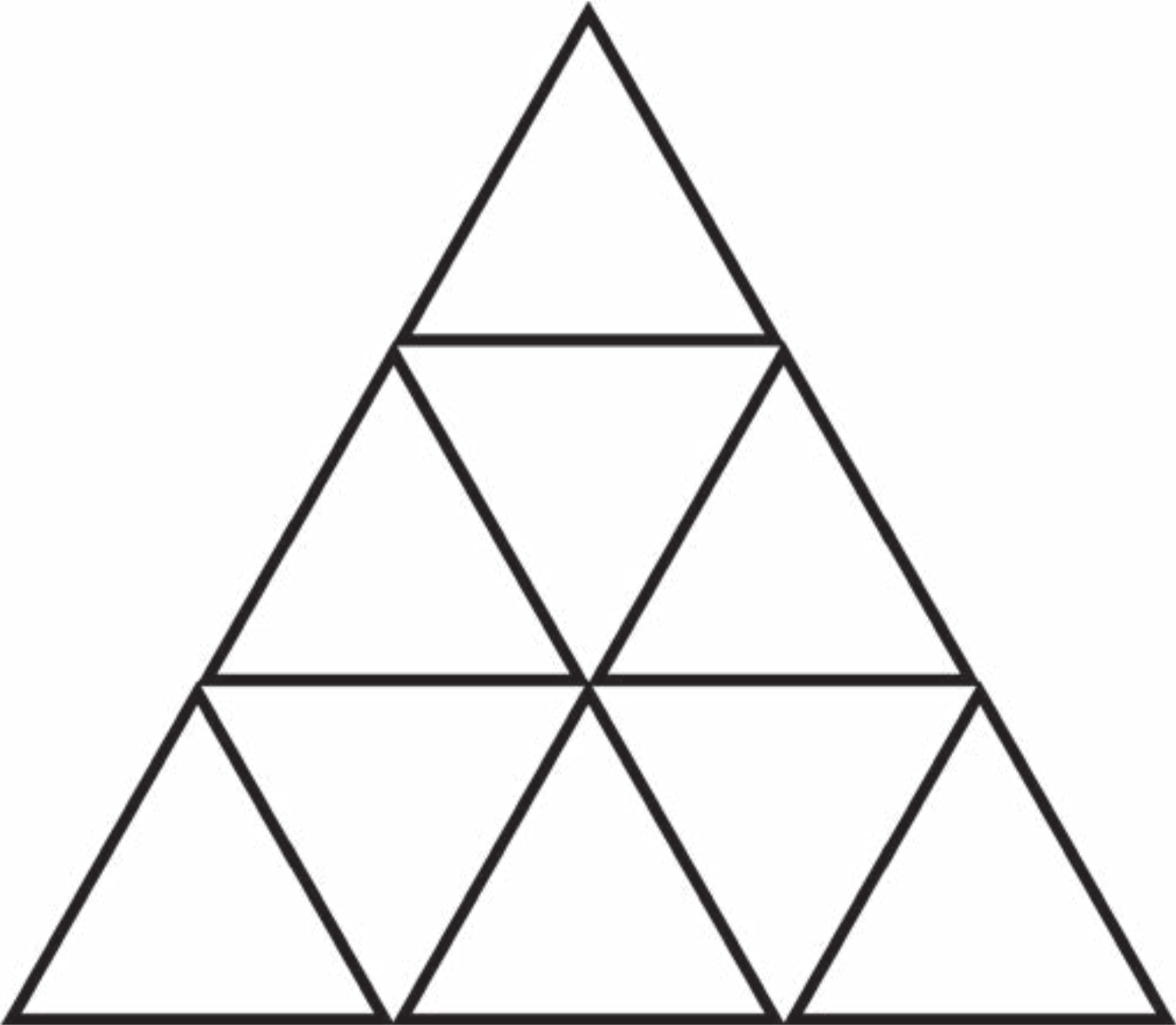
Este jogo tem nove fichas triangulares, como as mostradas abaixo.



As fichas devem ser colocadas em cima do molde ao lado, de modo que as pontas que se encontram tenham sempre o mesmo desenho.

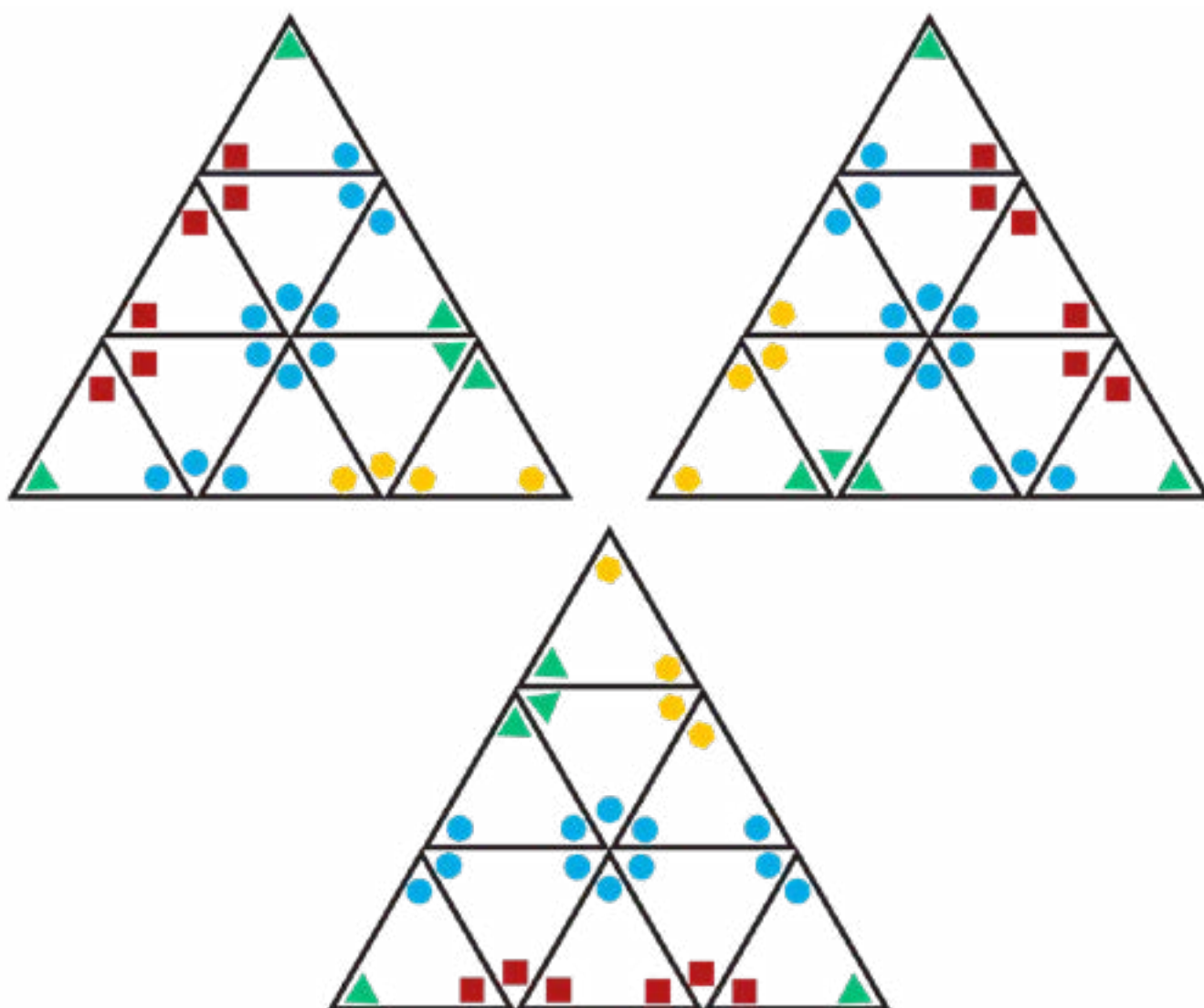


***Descubra como montar  
esse quebra-cabeças!***



# SOLUÇÃO

Triângulos Amigos é um desafio que possibilita três formas de solução, que diferem entre si apenas por rotação das figuras. As resoluções estão elencadas abaixo.



## **DESCOBERTAS E ANÁLISES**

O Desafio Triângulos Amigos foi aplicado em turmas de 3º ano do Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG. O trabalho foi organizado em duplas e trios de crianças, que não apresentaram dificuldades no entendimento do enunciado, tampouco na resolução.

Esse problema foi selecionado a fim de permitir o uso de material manipulável e promover maior interatividade entre os estudantes e a Matemática. Para tanto, tivemos como suporte o material do portal Quebra-Cabeças da Matemática, que propõe o uso de encartes recortáveis, como nas figuras a seguir:

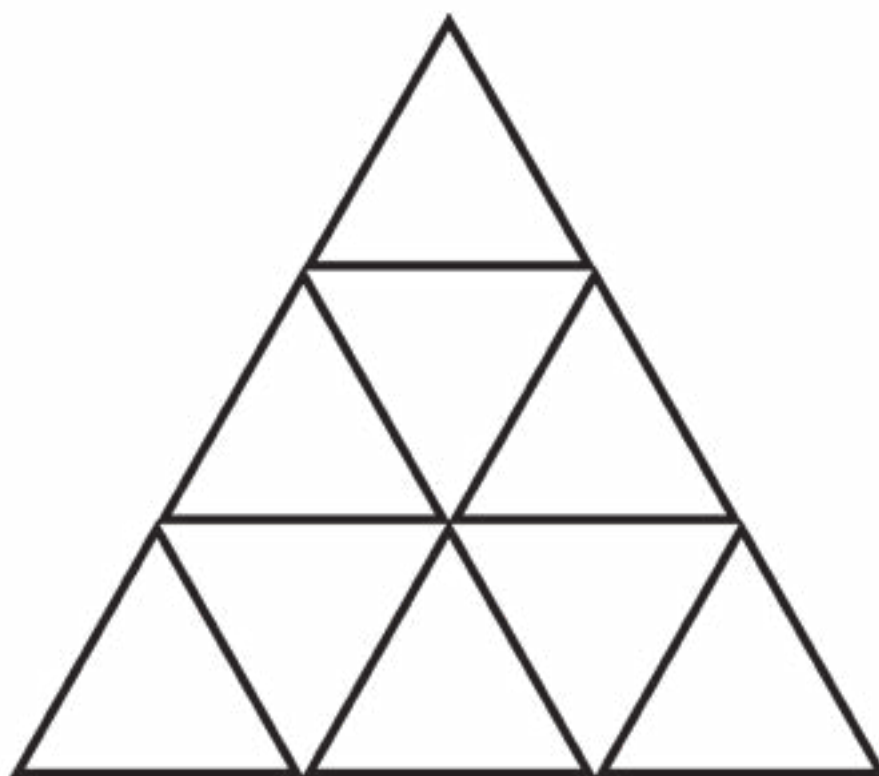
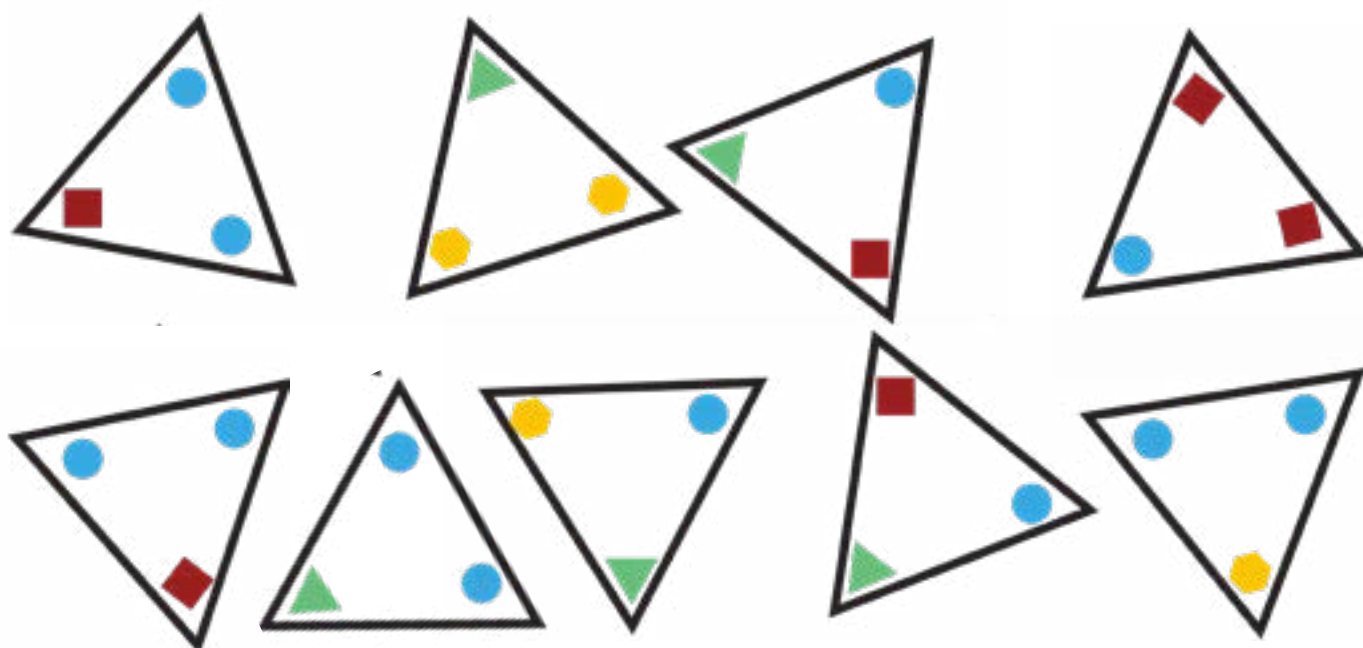


Figura 1 - Encartes recortáveis. Fonte: Portal Quebra-cabeças da Matemática.

Podemos observar que o problema não se relaciona especificamente à nenhuma habilidade definida pela Base Nacional Comum Curricular. Contudo, a partir da intervenção do professor, é possível trabalhar parcialmente as habilidades EF02MA03, EF03MA15 e EF05MA17, que abordam a comparação de quantidades, a classificação e comparação de figuras planas, bem como o reconhecimento de polígonos quanto aos lados e vértices.

Para chegar à solução, algumas crianças resolveram por tentativa e erro e, outras, observaram que as figuras presentes em maior quantidade deveriam estar localizadas no centro do triângulo, pois o ponto central é onde está a maior concentração de vértices.

Trata-se de um desafio que não exige conhecimentos prévios. No entanto, foram necessárias mediações, por parte dos professores, para explicar o conceito de pentágono, para nomear figuras e para incentivar a contagem de cada tipo de figura presente no problema. Isso proporcionou às crianças a percepção de que a cor em maior quantidade deveria estar no centro e, dessa forma, perceberam uma padronização que evitaria a colagem precoce das peças, como estava acontecendo inicialmente. Tal percepção possibilitou diferentes soluções, como as mostradas a seguir.

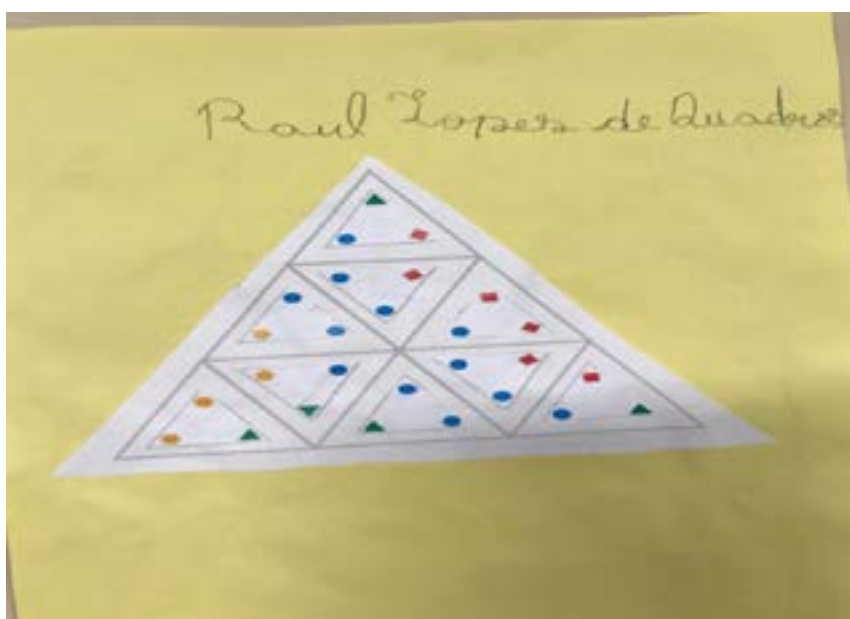


Figura 2 – Registro dos estudantes Ronaldo e Regina - 3º ano. Fonte: Acervo do Projeto.

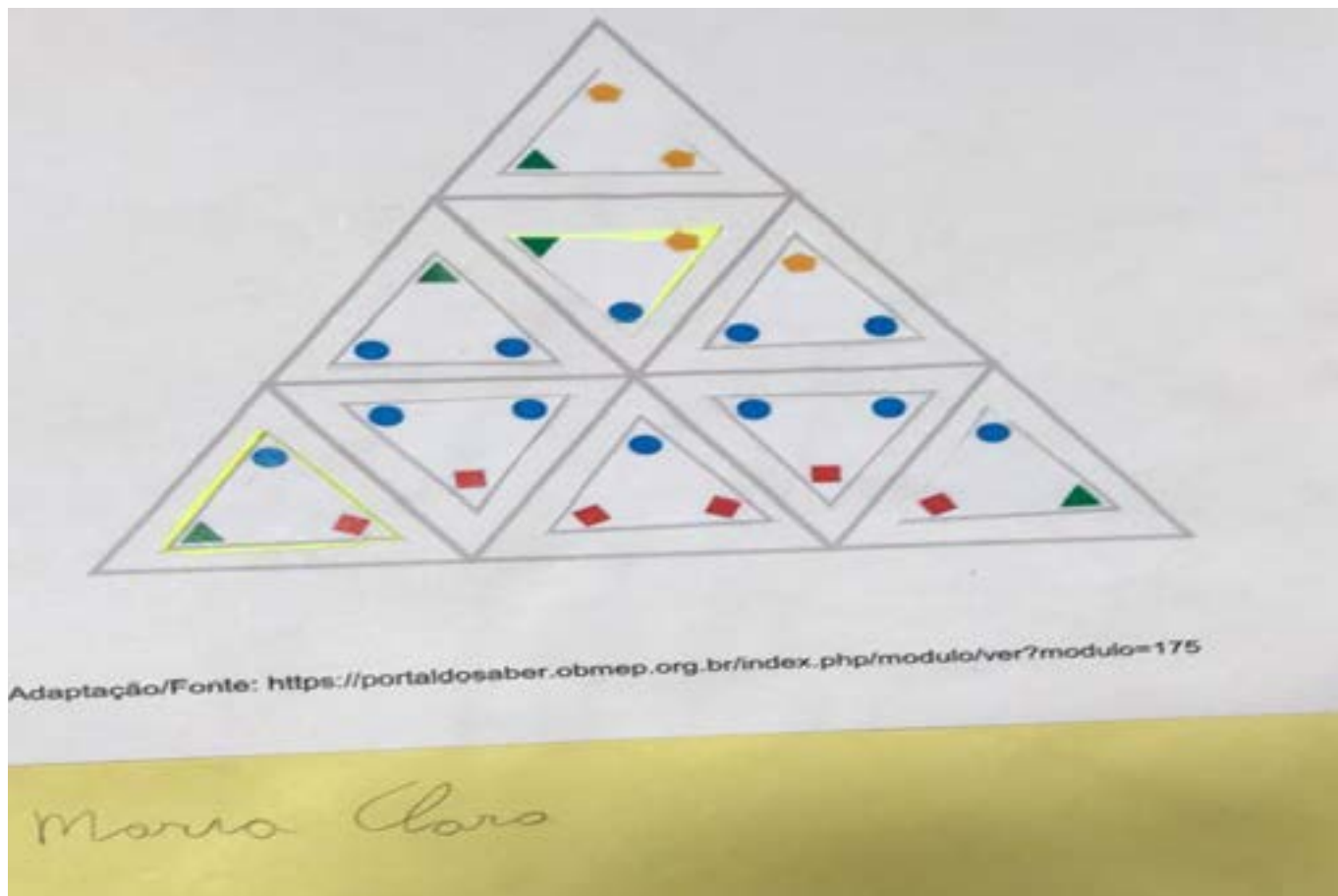


Figura 3 - Registro da Marina, Clarice e Bruna - 3º ano. Fonte: Acervo do Projeto.

Percebeu-se que, durante o trabalho em grupo, os estudantes se mostraram colaborativos e interessados, o que permitiu trabalhar as competências gerais como a interação com seus pares de forma cooperativa, de modo a identificar aspectos consensuais e, consequentemente, o desenvolvimento do espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos válidos ou refutar argumentos dos colegas.

A dupla citada na figura 2 chegou à solução primeiro e Ronaldo buscou explicar aos outros estudantes, no quadro da sala, sobre seu procedimento de resolução, sem, contudo, apresentar a resposta. Tal situação é abordada por Colaço (2004) que observa que crianças, ao trabalharem juntas:

orientam, apoiam, dão respostas e inclusive avaliam e corrigem a atividade do colega, com o qual dividem a parceria do trabalho, assumindo posturas e gêneros



discursivos semelhantes aos do professor” (COLAÇO, 2004, p.339).

O momento interativo é capaz de promover o compartilhamento de ideias, evitando a intervenção dos adultos, algumas vezes autoritária e diretiva.

Esse desafio também foi utilizado no contexto do Ensino Remoto Emergencial em 2020 no Centro Pedagógico. Seleccionamos dois vídeos para exemplificar o modo como as crianças se expressaram. O excerto extraído do [vídeo](#) do estudante Ian, evidencia a construção de um esquema para se chegar a uma solução:

*Ian: A regra é simples, eu tenho que mostrar [querendo dizer montar] essa pirâmide [foi como chamou o triângulo do molde] com esses pequenos triângulos. Eles têm formas e cores diferentes. As formas diferentes não podem se encontrar e ainda sim eu tenho que formar a pirâmide. Eu cheguei à conclusão que esses daqui [apontando para os pentágonos] estão em menor quantidade. Então eles ficam nos cantos [apontando para um dos lados do triângulo molde]*

*Ian: os círculos estão em maior quantidade, então eles devem ficar aqui no meio [indicando o ponto central do triângulo do molde]. E é assim que a pirâmide deve ficar.*

Dessa forma, notamos que o estudante compreendeu as regras do quebra-cabeça e conseguiu visualizar uma figura geométrica que não foi mencionada no problema – como é o caso da *pirâmide*. Destacamos que a *pirâmide*, nomeada assim pela criança, é o triângulo maior, visto que o problema não trata de figuras geométricas espaciais.

Materiais para manipulação oferecem a oportunidade de raciocinar tendo em mãos objetos e, portanto, se caracterizam como recursos

para ensinar a resolver problemas (LINDQUIST, 1994), permitindo o desenvolvimento de habilidades de visualização para executar diferentes processos mentais. Nesse sentido, a narrativa da criança evidencia que o uso de materiais concretos aguça a curiosidade e o desenvolvimento da percepção sensorial. Além disso, após a construção do quebra-cabeças, Ícaro apresenta em seu vídeo uma *dica* para o público, um indicador de que o problema, ou a comunicação de sua solução, foi objeto de grande interesse da criança.

*Ian: Uma dica: Aqui [apontando para a diagonal onde só há círculos azuis] tem uma fileira de azuis, uma fileira de vermelhos [apontando para a configuração de seis quadrados vermelhos ao longo de um dos lados do molde, paralelo à fileira de azuis], só que não completa essa fileira [apontando para os vermelhos], porque aqui tem dois triângulos [indicando os vértices].*

É possível perceber que o problema, por ser um quebra-cabeças, despertou o interesse da criança. Sobre problemas com essa característica, Smole e Diniz (2019), afirmam:

os quebra-cabeças também são importantes por permitirem o desenvolvimento de habilidades espaciais e geométricas tais como: visualização e reconhecimento de figuras, análise de suas características, observação de movimentos que mantêm essas características, composição e decomposição de figuras, percepção de posição e distâncias, enriquecimento do vocabulário geométrico e a organização do espaço através da movimentação das peças (SMOLE; DINIZ, 2019).

A descobridora Melissa, como é mostrado no [vídeo](#), criou conjecturas a partir das figuras que apareciam em menor número para verbalizar sua resolução de Triângulos Amigos:

*Melissa: Eu contei quantos tinham, em cada ponta [das fichas triangulares] as cores. O amarelo é o que menos tinha, então eu tive que deixar o amarelo de canto [apontando para um vértice do molde]. O amarelo eu não fiz nenhuma combinação com ele. Tem muito pouco amarelo para fazer várias combinações. O verde eu fiz uma combinação só, os outros dois eu deixei eles de fora, porque o verde também tem pouco, não tem outro verde para fazer duas combinações [apontando para os outros dois vértices do molde]. O vermelho, eu fiz duas combinações e não deixei nenhum vermelho de fora [“de fora”, para ela, significa estar num vértice do molde]. Eu usei todos os azuis para fazer as combinações’.*

Melissa trata por *combinações* os agrupamentos de triângulos, pentágonos, quadrados ou círculos, que estão localizados em figuras diferentes, como mostra a figura 4. As *combinações* estão demarcadas pelo círculo vermelho.

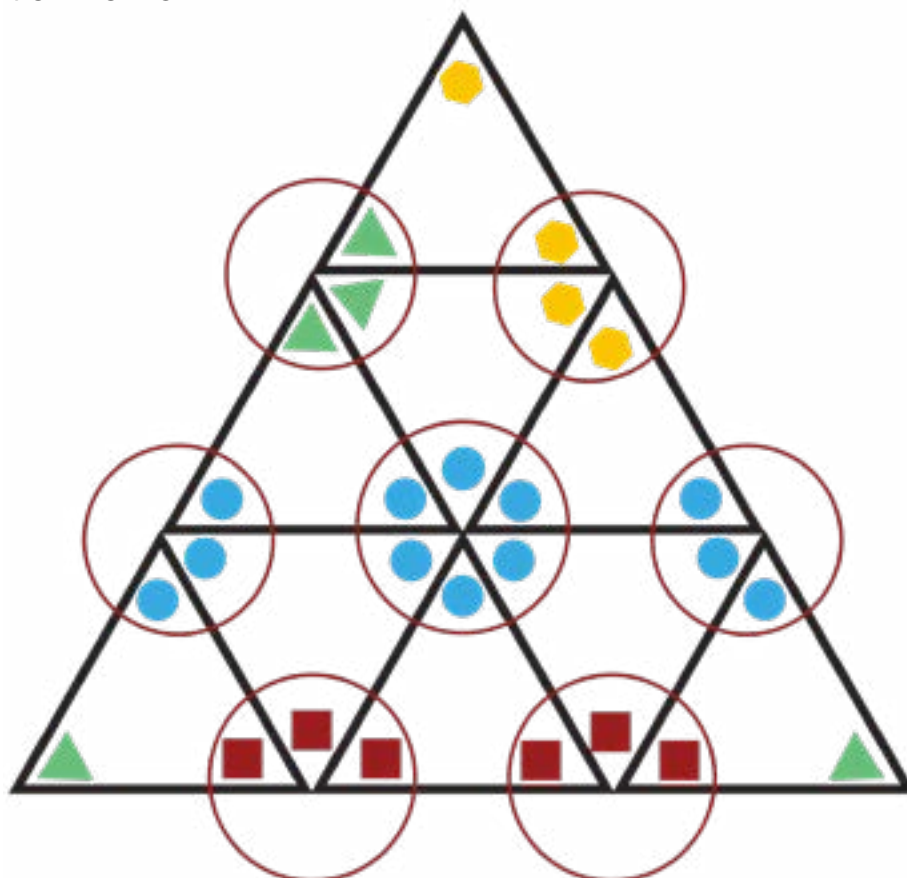


Figura 4 -Exemplo de combinação - descobridora Melissa - 3º ano.  
Fonte: Adaptado do Portal Quebra-cabeças da Matemática.

A criança, ao utilizar o termo *combinações*, cria uma hipótese para solucionar o desafio, a qual faz parte do processo investigativo que o problema demanda. Como Melissa assumiu o método de exploração e explicação de acordo com o seu processo, é possível inferir que o cenário para a investigação construiu um novo ambiente de aprendizagem, do qual a criança foi responsável (SKOVSMOSE, 2000), protagonista.

Em suma, Triângulos Amigos convida as crianças a montarem um quebra-cabeça mediante a organização, comparação e contagem de desenhos, além de incentivá-las a atuar em equipe. Com isso, é possível estimular o pensamento matemático de forma crítica e provocadora, considerando acertos, erros e dúvidas.

Mediante o problema, pretende-se que os estudantes compreendam as regras do desafio, reconheçam que há locais no molde que precisam de mais desenhos iguais, comparados a outros. Necessitamos que organizem as nove fichas no molde, confirmem e compartilhem os próprios raciocínios durante o processo de resolução.

Esse problema poderá ser usado também para abordar, de maneira inicial, conteúdos relacionados a vértices, lados, arestas, e categorizar figuras planas como círculos, triângulos, quadrados e hexágonos. Sugerimos que seja perguntado às crianças quais são as diferenças entre as soluções. As soluções diferem umas das outras apenas por uma rotação de  $120^\circ$  ou de  $240^\circ$  em torno do ponto central do triângulo.

Uma curiosidade: durante a aplicação, em momento presencial, as peças utilizadas *voaram* pela sala devido ao dia quente associado ao uso do ventilador, o que nos inspirou a recomendar o uso de outros materiais, além da impressão sugerida anteriormente - materiais menos sujeitos a gerar confusão como a do ventilador. Por isso, sugerimos o uso de folhas de maior gramatura, como o papelão ou a cartolina.

# REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base nacional comum curricular.** Brasília, DF, 2020. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>. Acesso em: 02 nov. 2020.

COLAÇO, V. de F. R. **Processos interacionais e a construção de conhecimento e subjetividade de crianças.** In Psicologia: Reflexão e Crítica, Porto Alegre, v. 17, n. 3, p. 333-340, 2004.

IMPA. **Portal da OBMEP - Quebra-Cabeças,** 2020. Desafios Matemáticos acompanhados de materiais complementares. Disponível em: <https://portaldaubmep.impa.br/index.php/site/index?a=4>. Acesso em: 02 nov. 2020.

LINDQUIST, Mary M.; SHULTE, Alberto P., orgs. **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo, 1994.

SMOLE, K.S; DINIZ, M.I. **Quebra-cabeças: Um recurso para ensinar e aprender geometria na educação infantil.** Disponível em: <https://mathema.com.br/artigos/quebra-cabecas-um-recurso-para-ensinar-e-aprender-geometria-na-educacao-infantil/>

**SKOVSMOSE, O., 2000. Cenários para investigação. Bolema, 14, 66-91.**