

# **DESAFIO DAS VARETAS**



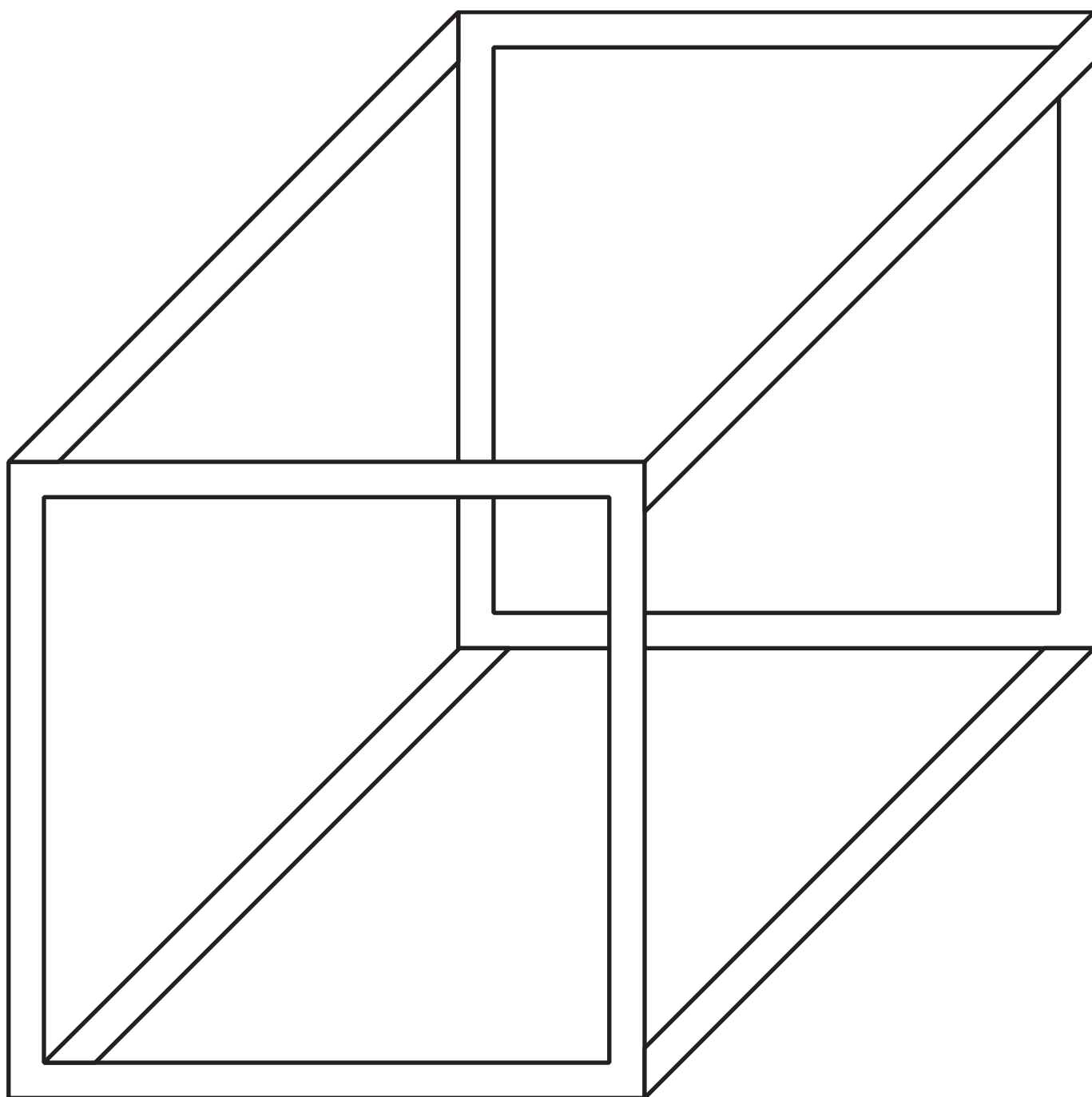
## DESCOBRINDO O DESAFIO

O problema foi apresentado às crianças com o seguinte enunciado:

Mário montou um cubo com 12 varetas iguais e quer pintá-las de modo que varetas que se encontrem tenham cores diferentes.



**Qual é o menor número de cores que Mário pode usar?**



## SOLUÇÃO

As varetas são as arestas do cubo e arestas se encontram em vértices. Como cada vértice é a extremidade de três arestas, são necessárias, pelo menos, três cores diferentes. Três cores são também suficientes, como pode ser visto na figura abaixo. Logo, o menor número de cores que Mário poderá usar para pintar as varetas é três. Observe que a figura indica um modo de pintar as varetas com apenas três cores, mas existem outros. Ao longo da análise, apresentaremos, inclusive, a solução de um estudante que ilustra o fato.

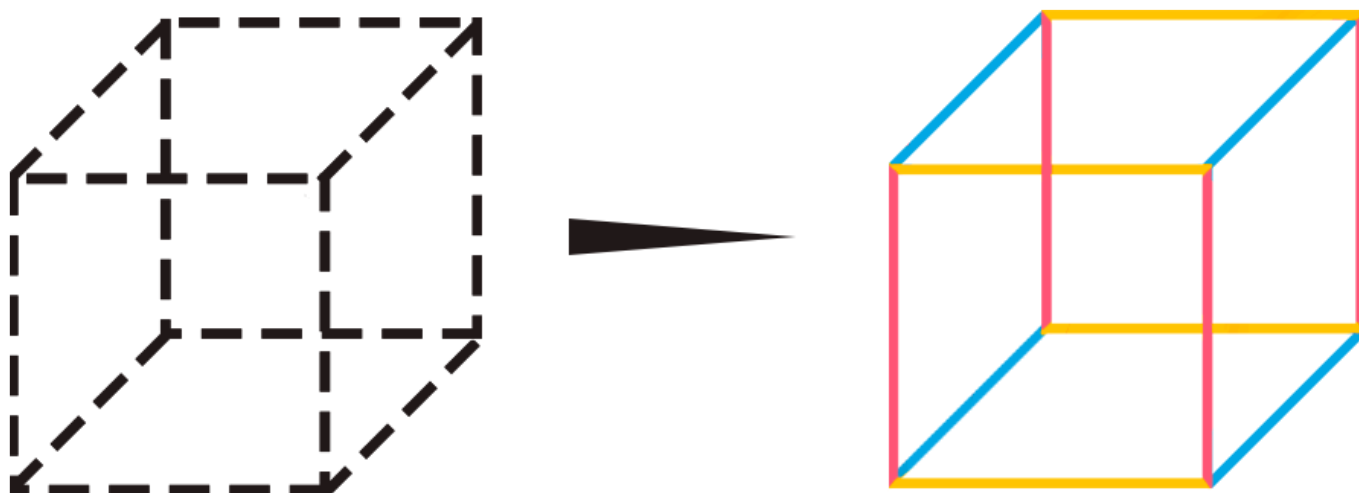


Figura 1: Um modo de colorir as varetas usando três cores. Fonte: Elaborado pela equipe do Projeto.

## DESCOBERTAS E ANÁLISES

Entre as estratégias que os descobridores poderão utilizar para solucionar o Desafio das Varetas, destacamos aqui duas possibilidades, as que foram mais comuns na experiência:

- Iniciar a coloração pelas arestas que se encontram em determinado vértice - nesse caso, usar cores distintas para cada uma,
- Iniciar por arestas que são paralelas entre si, utilizando uma única cor para esse grupo.

No contexto do Projeto Descobridores da Matemática, o Desafio das Varetas foi aplicado em grupos de crianças do 4º ano e do 5º ano do Ensino Fundamental<sup>1</sup>.

Na turma do 5º ano os estudantes foram agrupados em duplas e cada uma recebeu massa de modelar e canudos de plástico para montar o “*esqueleto*”, isto é, a estrutura das arestas do cubo.

---

1 O Desafio das Varetas foi aplicado junto às crianças do 5º ano do Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da Universidade Federal de Minas Gerais e do 4º ano da Escola Municipal Lídia Angélica, escolas parceiras do projeto.

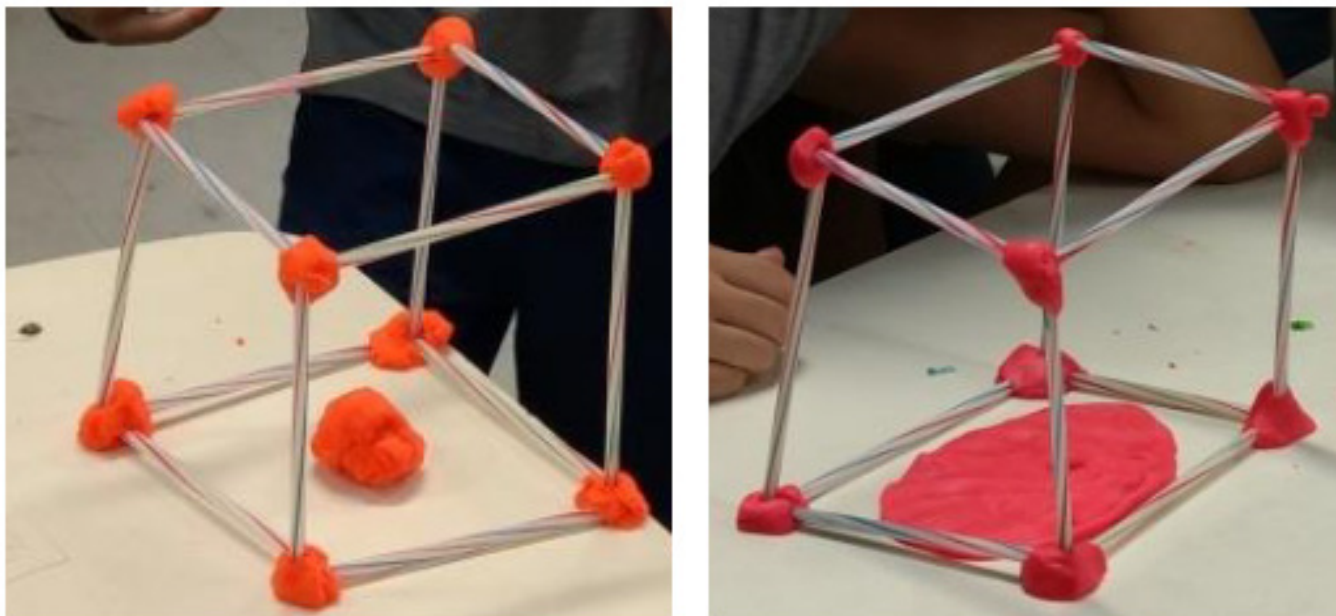


Figura 2 – Esqueletos dos cubos montados com massinha de modelar e canudos. Fonte: Acervo do Projeto

A montagem dos cubos proporcionou interesse e entusiasmo. A proposta dessa construção teve como objetivo principal possibilitar a visualização do objeto geométrico, pois, desse modo a criança consegue pensar, com mais propriedade, nas possíveis soluções do desafio.

Lorenzato (2006) afirma que é quase impossível para um ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado tais objetos. Para as pessoas que já realizaram tal caracterização, quando ouvem seus nomes, a ideia correspondente aos objetos surge, por exemplo, como acontece com a ideia do cubo.

A construção do material manipulativo é um momento valioso que pode e deve ser explorado analisando o empenho, o capricho e a atenção de cada aprendiz (SARMENTO, 2012). Além disso, poderá se constituir em um momento de trocas significativas, interação e afetividade.

Na aplicação do desafio na turma do 5º ano, as estratégias de resolução foram baseadas em tentativas e erros. A maioria dos descobridores não fez registro no papel, porém, tentava encontrar a solução mentalmente, indicando no cubo montado os canudinhos que deveriam ter cores diferentes. A tentativa de resolução foi baseada em iniciar pelas arestas que se

encontravam e, na sequência, pintá-las com cores diferentes. A explicação de um descobridor ao compreender parte da solução foi: “...como cada *vértice* encontra três *canudinhos*, então é necessário, no mínimo, três cores diferentes para pintar as *varetas*”.

Notamos que os estudantes conheciam os termos *vértice* e *aresta* - que não aparecem no enunciado, mas foram livremente utilizados. No entanto, destaca-se que alguns descobridores não apresentaram a solução completa, apenas parte dela, a saber: que não poderiam usar menos de três cores. Todavia, não apresentaram resposta sobre o fato de as três cores serem suficientes, de modo que, foi ao pintar as arestas que demonstraram a compreensão de que não seria necessário usar mais de três cores. Destacamos aqui a importância das mediações de quem está aplicando o desafio, ao fazer perguntas às crianças, para que percebam sobre a quantidade de cores, necessárias e suficientes, previstas no enunciado.

No caso da turma do 4º ano, a dinâmica não contou com o uso de nenhum material ou recurso manipulativo como suporte para a visualização do objeto geométrico. A principal estratégia adotada foi a utilização de lápis de cor para marcar as arestas do cubo, de modo a cumprir a regra do enunciado. Ao colorir todas as arestas, deveriam conferir se o número de cores utilizado era o menor possível. Durante a análise dos materiais produzidos, vimos que os descobridores tentavam colorir sempre com uma cor a menos, com o objetivo de confirmar, ou não, a resposta encontrada. Os cubos desenhados na figura 3 mostram que o descobridor utilizou a estratégia de tentativa e erro, refazendo as tentativas que não foram bem-sucedidas.

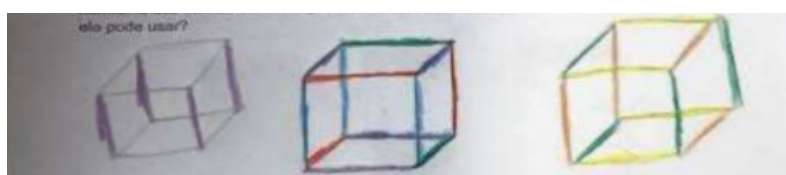


Figura 3: Resolução de um descobridor do 4º ano. Fonte: Acervo do Projeto

No cubo central, podemos observar 4 cores, sendo: 3 arestas reversas pintadas de vermelha, 2 reversas pintadas de verde, 4 arestas pintadas de roxa e 3 de azul. Em nova tentativa, o aprendiz foi capaz de pintar usando apenas 3 cores: amarela, vermelha e azul, compreendendo que esta é a quantidade mínima e suficiente.

A figura 4 evidencia o uso da borracha e as tentativas de resolução de um dos descobridores da turma. Essa tentativa se baseou em iniciar por um grupo de arestas paralelas, e pintá-las da mesma cor.

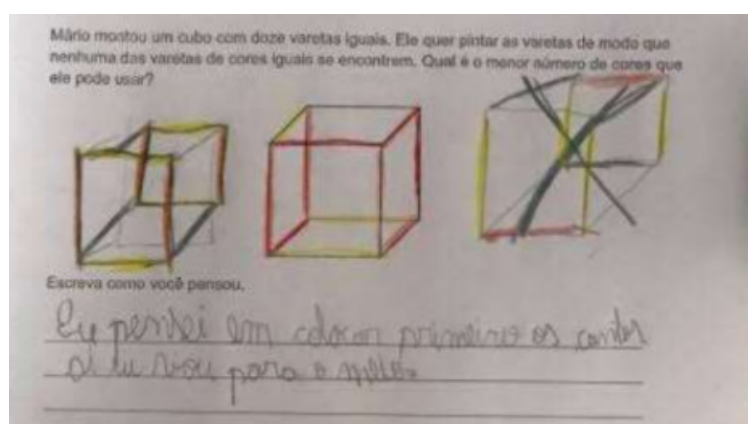


Figura 4: Estratégia de um descobridor - 4º ano. Fonte: Acervo do Projeto.

Além disso, o descobridor explica por escrito: “...eu pensei em colocar primeiro os cantos aí eu vou para os meios.”

Chamamos a atenção para o termo *cantos* - utilizado pela criança. Sabe-se que, no cubo, matematicamente, não faz sentido uma aresta estar num canto. Mas a criança constrói um significado claro para a palavra *canto*, que está ilustrada em seu desenho - a qual pode ser advinda da ideia de que duas paredes de uma sala se encontram num *canto*, por exemplo. Isso nos dá exemplo de bom uso de uma definição. Embora o descobridor não tenha definido tal palavra, usou o que acreditava ser o seu significado. Assim, inferimos que a criança utilizou como estratégia: primeiro, a de pintar todas as 4 arestas verticais paralelas da mesma cor, no primeiro cubo de cor laranja, pois elas não se encontram, e, depois, optou por pintar as arestas restantes, seguindo a mesma lógica.



Verificamos outra estratégia utilizada pelos descobridores do 4º ano. Alguns foram capazes de perceber que outra boa maneira seria a de iniciar colorindo as arestas que se encontram, pois, por se encontrarem, obrigatoriamente, seriam de cores diferentes. Feito isso, bastaria distribuir essas mesmas cores pelo restante do cubo.

A figura 5 apresenta a resolução de um descobridor que ilustra o comentário acima. Vale ressaltar que, ao contrário do exemplo anterior, esse estudante pintou, com a mesma cor, as arestas que se encontram em faces diferentes, mas que não são paralelas, mostrando a outra possibilidade de solução citada acima.

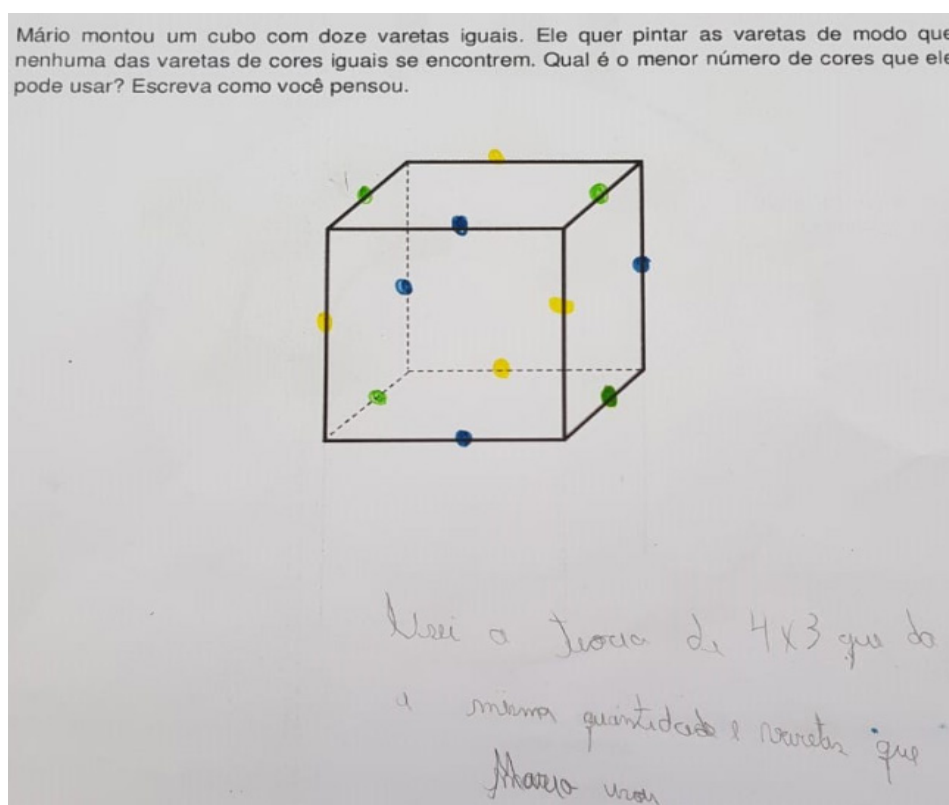


Figura 5: Resposta de descobridor do 4º ano. Fonte: Acervo do Projeto.

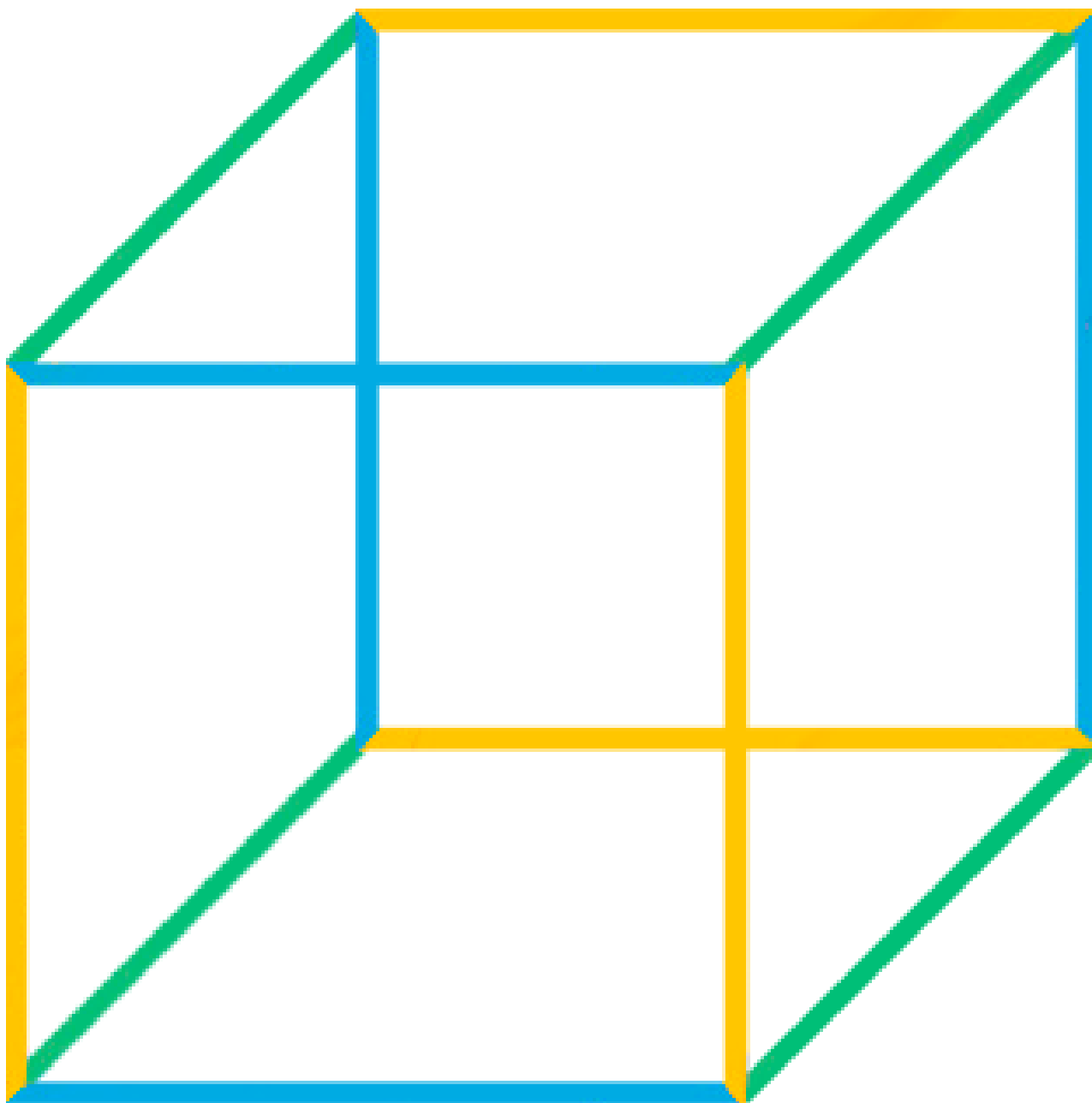


Figura 6: Transcrição do registro. Fonte: Elaborado pela equipe do projeto.

A fim de concluir sua estratégia de resolução, o descobridor registra em sua folha a seguinte frase: *“Usei a teoria 4x3 que dá a mesma quantidade de varetas que Mário usou”*.

Embora não tenha acontecido uma intervenção dos monitores para saber o que o estudante quis dizer com a explicação registrada, uma interpretação possível é a de que estivesse se referindo à existência de três quartetos de arestas, visto que duas arestas no mesmo quarteto nunca se encontram. Sendo assim, cada quarteto poderia ser pintado de uma cor.

Enquanto a maioria dos estudantes utilizou lápis de cor como auxílio, alguns optaram por codificar o nome das cores, e usaram o próprio desenho do cubo do enunciado. Embora utilizando recursos diferentes, a estratégia utilizada foi a mesma: por sucessivas tentativas. No caso do descobridor Marcos, observamos que nem todas as cores utilizadas respeitavam o critério do enunciado: explicitamente, a que ele indicou com “V”. Veja a solução da criança na figura a seguir.

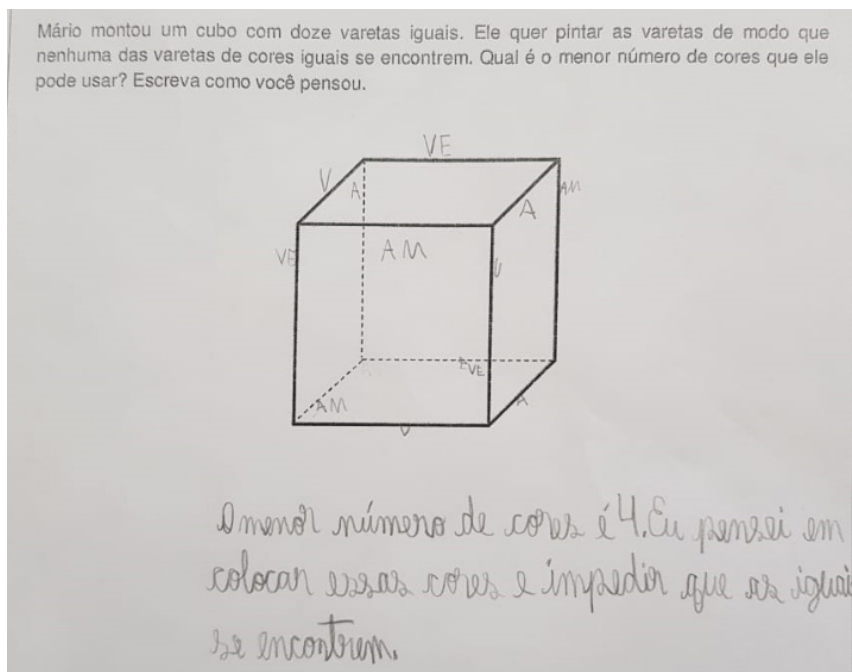


Figura 7: Registro de um descobridor - 4º ano. Fonte: Acervo do Projeto.

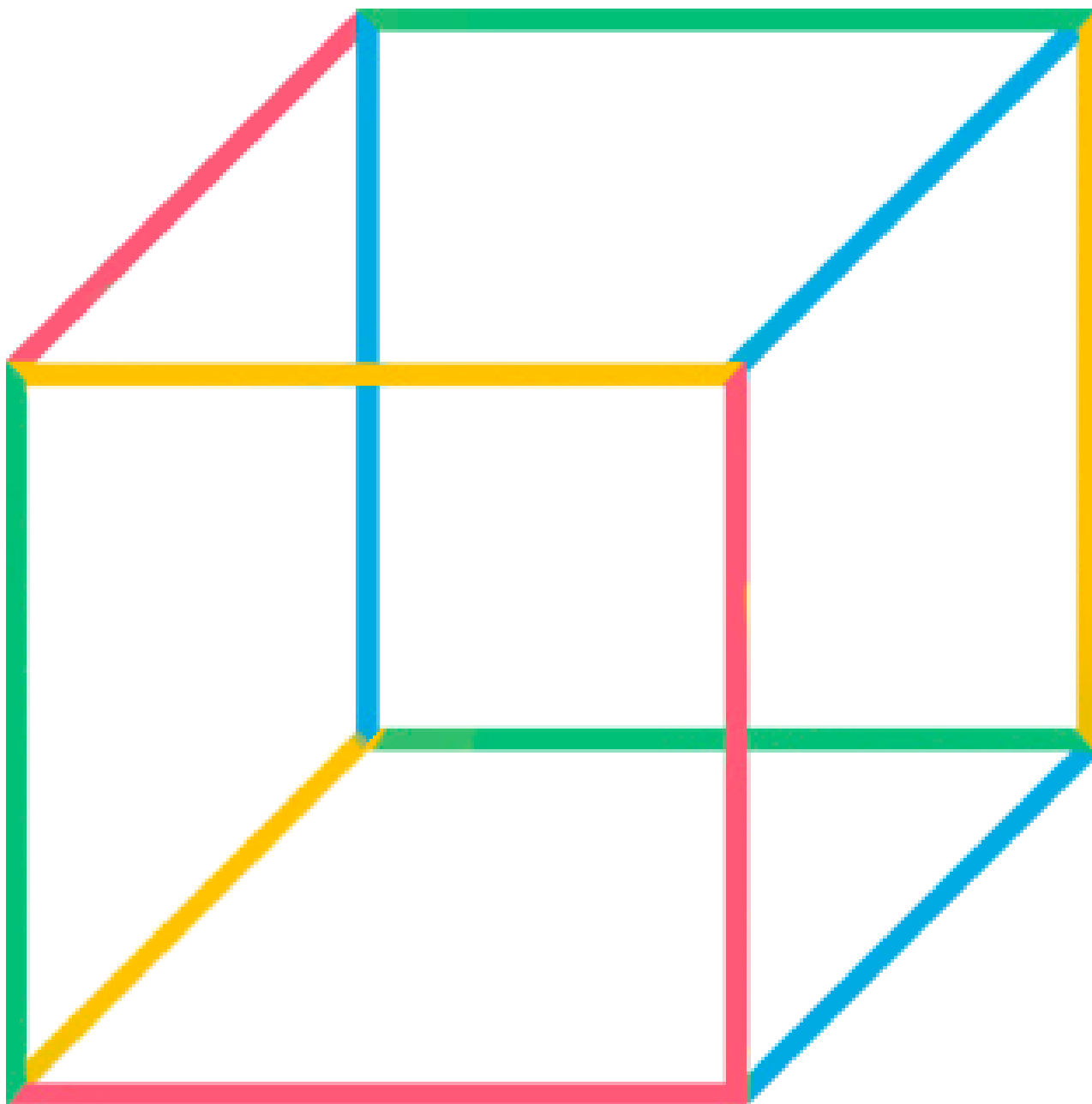


Figura 8: Transcrição do registro Fonte: Elaborado pela equipe do Projeto.

Considerando a seguinte legenda: AM = amarelo; V = vermelho; A = azul; VE = verde.

Embora o registro apresente 4 cores como número mínimo, é importante ressaltar que em atividades como essa, o processo de resolução é importante, mesmo quando a criança não responde, de imediato, o que consideramos correto. É no processo que podemos visualizar as estratégias de resolução, bem como as habilidades matemáticas mobilizadas por quem as desenvolve. No caso acima, embora o estudante não tenha expressado a resposta: 3 cores, demonstrou ter compreendido o enunciado (mesmo tendo

indicado com “V” duas arestas que se encontram), e utilizou o registro para tentar organizar seu pensamento, chegando nas 4 cores que apresentou.

Outra situação curiosa:

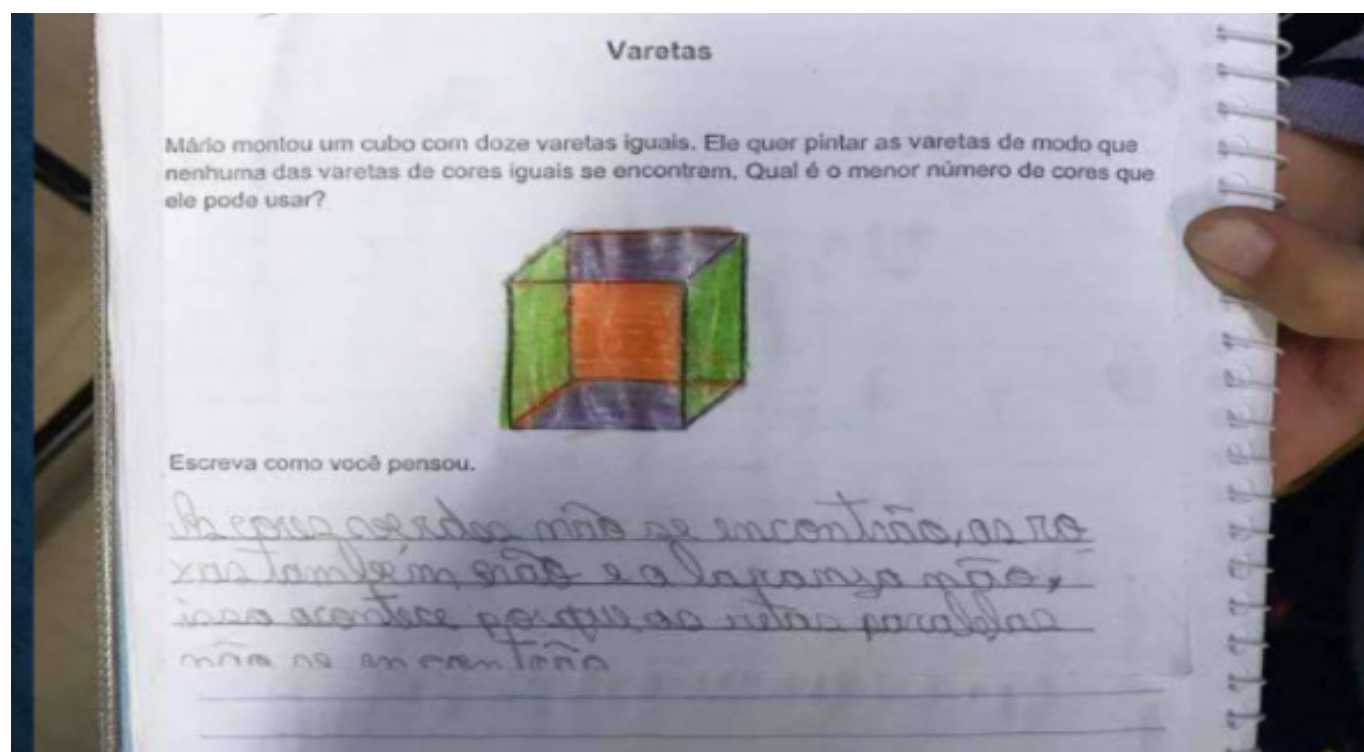


Figura 9: Solução de descobridor - 4º ano. Fonte: Acervo do Projeto.

Nesse caso, o estudante coloriu as faces, além das arestas. Isso pode ocorrer em sala de aula, com frequência, quando um desafio é apresentado por meio de um desenho e a criança inicia o colorido por hábito, diversão ou por ter entendido que era isso o que o enunciado pedia. Vale destacar a importância do registro, pois ao se deparar com essa situação não sabemos ao certo qual foi a intenção da criança. Mas ao ver seus escritos, fica mais visível o seu entendimento a respeito do enunciado. Chamamos a atenção, mais uma vez, para a importância da intervenção com relação à demanda frequente de esclarecimentos acerca do enunciado e daquilo que o adulto percebe do pensamento do estudante.

Uma atitude interessante foi a de convidar os descobridores a compartilhar as soluções encontradas. Esse momento de apresentação coletiva estimula a participação e motiva-os à comunicação de suas estratégias,

favorecendo o desenvolvimento de habilidades voltadas à argumentação em Matemática. Além disso, permite a verificação de possíveis equívocos de compreensão e execução da atividade proposta. A figura 10 ilustra uma exposição para o coletivo.

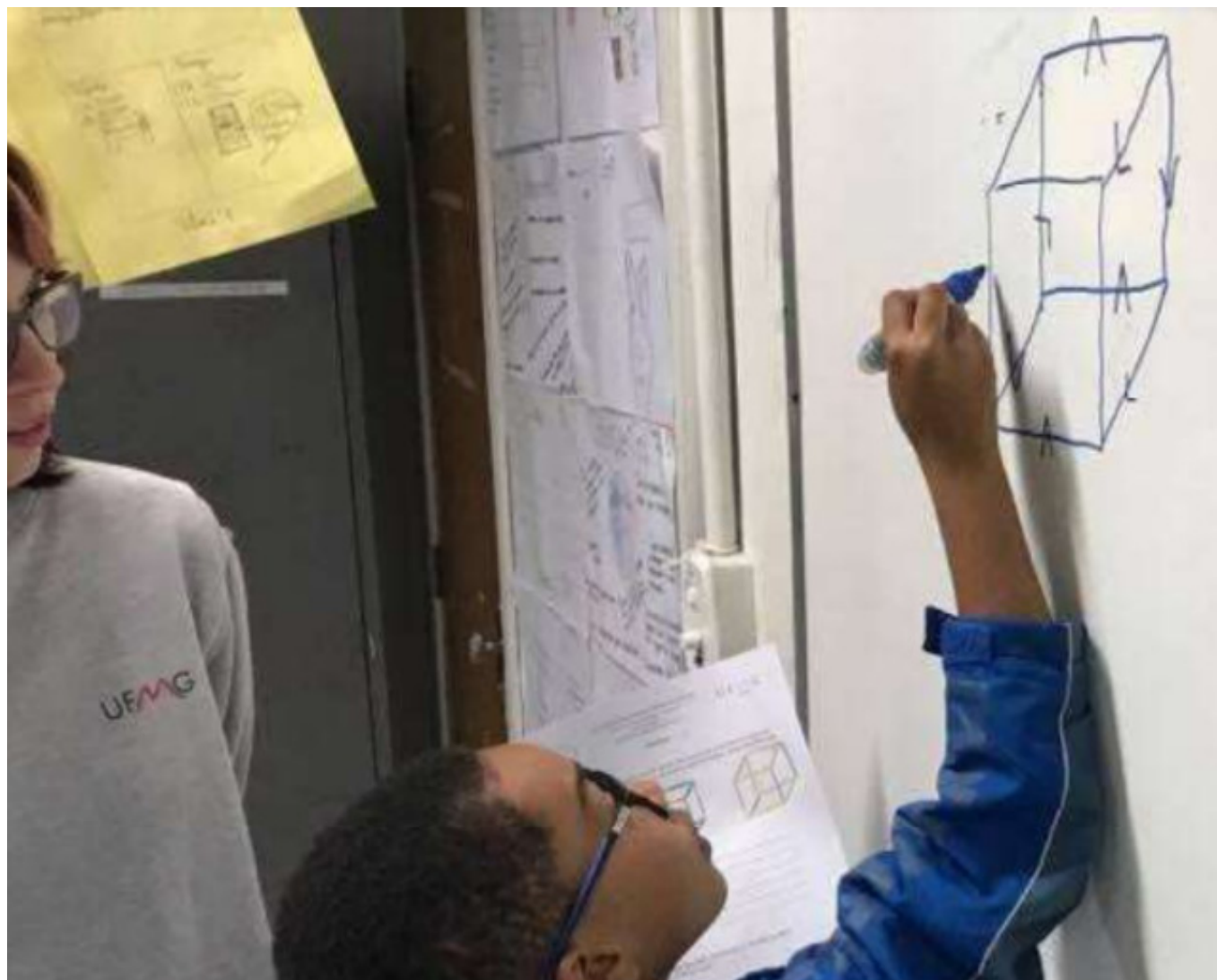


Figura 10: Socialização de resolução. Fonte: Acervo do Projeto.

O Desafio das Varetas está associado a competências para o ensino de Matemática nos anos iniciais, previsto na Base Nacional Comum Curricular, (BNCC de agora em diante), na unidade temática de Geometria. Dessa forma, poderá favorecer o estudo da *“posição e deslocamentos no espaço, das formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais”*, visando promover o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes (IDEM, p. 271).

A BNCC, porém, não apresenta competências especificamente relacionadas a esse desafio, ao tratar do 4º e 5º anos, apontando apenas aspectos a serem desenvolvidos nos anos iniciais - o que sugere que o problema seja adequado.

(EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos;

(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico;

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, (PCNs de agora em diante), apontam que, no ensino de Matemática, é fundamental não subestimar a capacidade dos estudantes. Antes, é preciso reconhecer que *“resolvem problemas, mesmo que razoavelmente complexos, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo”* (BRASIL, 1987, p. 29). Para o primeiro ciclo do Ensino Fundamental, os PCNs indicam alguns objetivos da Matemática, dos quais identificamos como relevantes no desenvolvimento do Desafio das Varetas:

Perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificando formas tridimensionais ou bidimensionais, em situações que envolvam descrições orais, construções e representações; Estabelecimento de comparações entre objetos do espaço físico e objetos geométricos - esféricos, cilíndricos, cônicos, cúbicos, piramidais, prismáticos - sem uso obrigatório de nomenclatura; Construção e representação de formas geométricas (BRASIL, 1997, p. 47; p.51).

Para além das habilidades e competências relacionadas à geometria, é importante destacar que o desafio analisado envolve o raciocínio lógico, pois a partir do estabelecimento do ambiente, isto é, das arestas de um cubo, o problema contempla os conceitos de necessário e suficiente.

O exercício de análise do Desafio das Varetas gerou reflexão a respeito da adequação do enunciado, Por isso, foi reelaborado de forma menos imperativa, sugerindo a retirada da frase *“escreva como você pensou”*. O ideal é que o pedido do registro, nesse caso, faça parte da mediação do adulto e não do enunciado - o que poderá torná-lo mais motivador para os descobridores.



## **Outras Considerações**

Para o desenvolvimento desse desafio, junto a um grupo de crianças, indicamos:

- Uso de materiais manipulativos: massinha de modelar, canudos, palitos etc. Destacamos, entretanto, que seu uso não é imprescindível;
- Quando o assunto é geometria está sujeito a ocorrer algo de confusão com os participantes com relação aos termos e nomenclaturas, por exemplo, confundir cubo com quadrado, faces com arestas. Isso é indicativo de que ainda é preciso consolidar habilidades referentes ao vocabulário e ao raciocínio geométrico;
- Ao final da aplicação, sugerimos a realização de análise coletiva, estratégia bastante positiva para promover a comunicação Matemática, socialização das respostas, bem como para que os aprendizes realizem generalizações que permitam resolver desafios semelhantes.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: EC/SEF, 1997. 142p

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Fundamentos Pedagógicos e Estrutura Geral da BNCC**. Brasília, Distrito Federal, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Último acesso em: 15/10/2020.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis**. In: Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Autores Associados, Campinas – SP, 2006. Org. Sergio Lorenzato.

SARMENTO, Alan Kardec Carvalho. A Utilização dos Materiais Manipulativos nas aulas de Matemática. Universidade Federal do Piauí. 2010. Disponível em: Acesso em 22/06/2014.