

# DESAFIO DA ESCADA

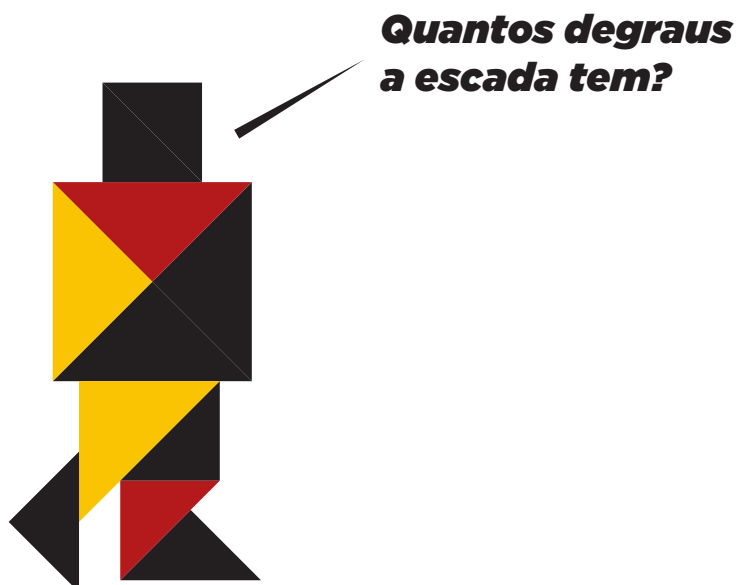


# DESCOBRINDO O DESAFIO

O problema foi apresentado às crianças com o seguinte enunciado:

Uma pessoa está no degrau da metade de uma escada.

Sobe 5 degraus,  
desce 7,  
volta a subir 4  
e depois mais 9,  
e chega ao último degrau.



## SOLUÇÃO

Tomando o trecho do enunciado que diz que *a pessoa se encontra na metade de uma escada, sobe 5 degraus, desce 7, volta a subir 4 e, depois, mais 9, chegando assim no último degrau*, podemos interpretar numericamente que os degraus subidos seriam somados e que os degraus descidos seriam subtraídos. Assim, calculamos que a pessoa subiu 18 degraus ( $5 + 4 + 9$ ) e desceu 7 degraus, o que equivale a subir, no total, 11 degraus ( $18 - 7$ ).

Considerando que a pessoa estava inicialmente no degrau central, na metade da escada, e que teria de subir mais 11 degraus para chegar ao fim da escada, concluímos que existem 11 degraus acima do central. Como esse degrau está no meio, existem também 11 degraus abaixo. O número total de degraus dessa escada será a soma do degrau central (1), com a quantidade de degraus acima dele (11) e a quantidade de degraus abaixo dele (11), totalizando 23 degraus.

# DESCOBERTAS E ANÁLISE

Este desafio foi aplicado com turmas de 3º e 4º anos do Ensino Fundamental, do Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da UFMG - CP/EBAP/UFMG em turmas dos GTDs dos Descobridores da Matemática.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), não prevê, a princípio, habilidades que contemplem esse problema para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Entretanto, deve-se ter em mente que o documento normativo estabelece apenas parâmetros mínimos para a elaboração curricular e reconhece que princípios de trabalho, expostos nas suas competências gerais, possibilitam a expansão desses parâmetros, dentre os quais a necessidade de um trabalho voltado à investigação científica e à comunicação destas. Destacamos a competência geral relacionada a esse entendimento:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Dessa forma, acreditamos ser necessário desenvolver, além dos objetos de conhecimento já previstos no documento, momentos em que o educando possa exercer o papel de investigador, de descobridor.

Da mesma forma, acreditamos ser desejável trabalhar com os estudantes o raciocínio algébrico desde cedo. A Base reconhece essa necessidade ao abordar, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, habilidades

ligadas à álgebra. Alguns benefícios dessa abordagem são confirmados por Blanton et al. (2007):

(...) a álgebra nos anos iniciais é uma maneira de pensar que dá significado, profundidade e coerência para a compreensão matemática das crianças, aprofundando os conceitos já ensinados, de modo que haja oportunidade de generalizar relacionamentos e propriedades na matemática (p. 7, tradução nossa).

A primeira análise que realizaremos será relativa ao registro do aprendiz André, do 3º ano. Como é possível notar na figura 1, a criança realiza a subtração “5 - 7”, tendo como resultado 2. André ainda não havia estudado os números inteiros. Assim, demonstrava compreender que esse número representa os degraus andados “*para baixo*”, a notação de número positivo dificulta a sua operacionalização e, por isso, ele acaba calculando o resultado como 15 e não 11. Entretanto, quando o menino utiliza outra estratégia, fazendo o desenho da situação-problema, na qual desenha a escada e movimenta um boneco subindo e descendo até encontrar a sua posição final, chega ao resultado esperado: o de que houve uma subida de 11 degraus. A escolha de André, em optar pelo desenho, se mostrou acertada.

Apesar de ter encontrado, nos cálculos, que a pessoa subiu 15 degraus, nota-se que o suporte da ilustração possibilitou a André, perceber que, na

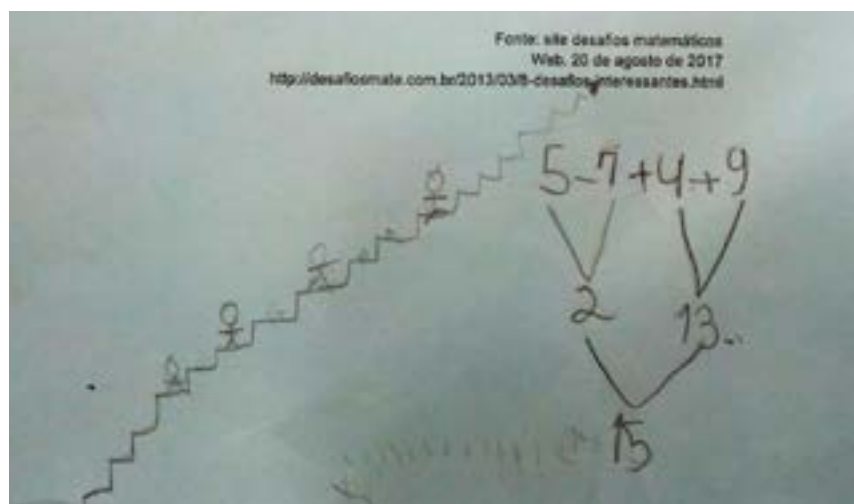
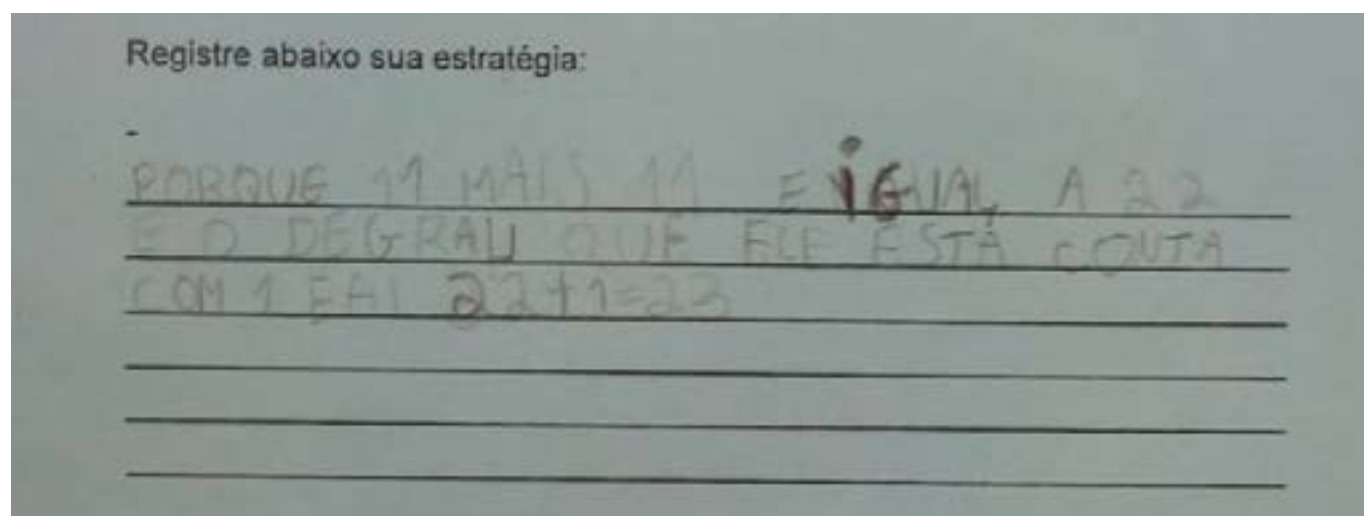


Figura 1 - Registro do estudante André  
Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

verdade, o deslocamento até o final da escada foi de 11 degraus. Avaliamos que esse registro é relevante para a compreensão da importância de desenhos para a resolução de desafios algébricos nessa faixa etária.

Na conclusão da sua resolução, tal como mostra a figura 2, André escreveu: “*porque 11 mais 11 é igual a 22 e o degrau que ele está conta com 1 e aí  $22 + 1 = 23$* ”. Esse procedimento demonstra que o descobridor percebeu que o degrau central deve ser incluído na soma.

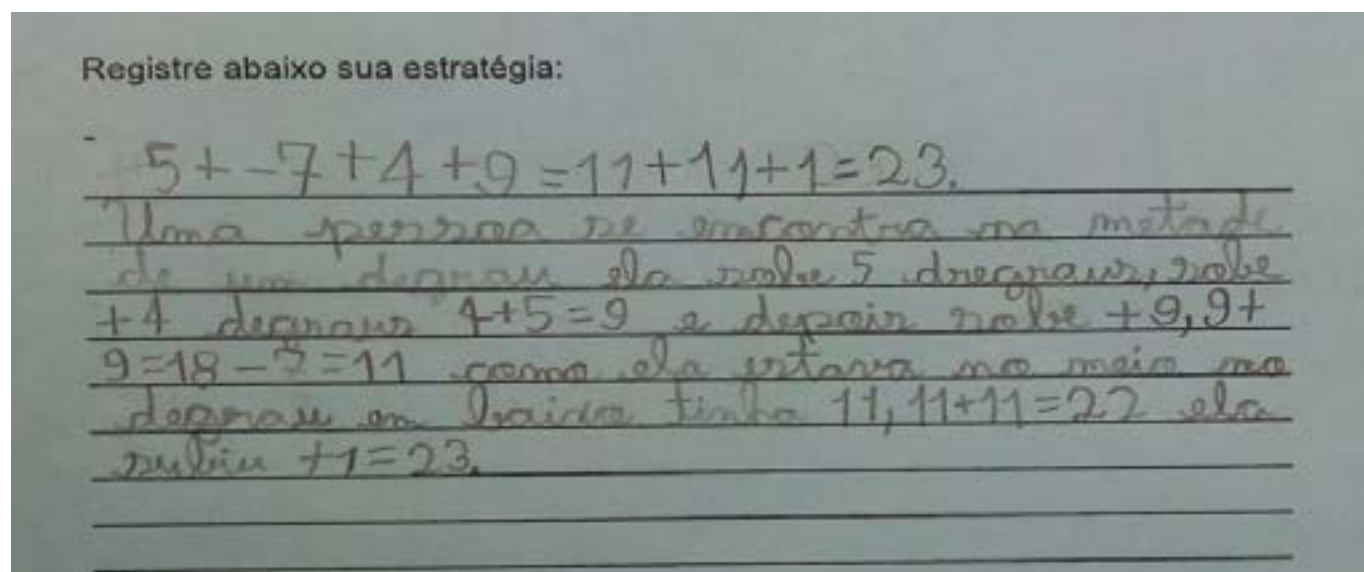


Registro do estudante André.  
Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Nossa segunda análise é relativa à resolução do Renato - estudante da mesma turma, 3º ano. Constatamos que o estudante representou as subidas com números positivos e as descidas com números negativos, recorrendo à adição e à subtração para calcular o “saldo” final da movimentação. Notamos, na figura 3, que primeiro ele soma os números positivos e, depois, subtrai o 7. Como ele trocou a ordem das operações, não ocorreu o erro de André, por ter de efetuar a subtração de 5 por 7, e ele conseguiu concluir que, no total, a pessoa subiu 11 degraus.

Renato, compreendeu, como André, que a pessoa estava no meio e, por isso, seria necessário somar mais um degrau no valor total. Assim, escreveu na última linha do registro da sua estratégia (figura 3), dizendo

que “*ela subiu mais um*”, por isso, acreditamos que, de fato, entendeu a situação-problema, embora a sua escrita não seja suficiente para explicitar como ocorreu a sua conclusão.



Registro do Renato - explicação da resolução.

Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

Gostaríamos de destacar uma das resoluções encontradas no mesmo GTD, pelo estudante Gustavo, de outra turma de 3º ano. Ele encontrou, pouco tempo depois de entregue o problema, o número de 22 degraus, sem sequer fazer algum registro escrito. O professor presente na aplicação pediu que pensasse um pouco mais e ele, também rapidamente, disse que não poderiam ser 22, porque a pessoa se encontrava exatamente no degrau do meio da escada e, então, a resposta deveria ser um número ímpar, logo somou mais um degrau, chegando à resposta de 23 degraus.

Aproveitamos esse relato para destacar uma situação encontrada ao longo do projeto: os aprendizes apresentaram não apenas diferentes estratégias de resolução, mas diferentes tempos, seja para a compreensão dos problemas propostos seja para sua resolução. Assim, se faz necessário que o professor se prepare para isso, podendo propor que os participantes mais rápidos auxiliem os demais ou que resolvam outros problemas ou, até mesmo, que realizem variações, bem como aprofundamentos, do mesmo problema.

Faremos uma última análise de uma resolução da turma do 4º ano. Nessa turma, os professores iniciaram a atividade levando os alunos para a escadaria da escola<sup>1</sup> (figura abaixo). Inicialmente, os estudantes sugeriram uma possível quantidade de degraus de número par. Os professores, então, levaram os participantes para um outro lance de escada, composta por um número par de degraus perguntaram qual seria o meio da escada, pedindo para que se posicionassem no degrau do meio: esse lance tinha 12 degraus. Perguntou quantos degraus havia acima e abaixo dos estudantes. Alguns deles, ao perceberem que não havia o mesmo número de degraus acima e abaixo, mudaram a posição dos pés, colocando-os nos 6º e 7º degraus, simultaneamente, alegando que haveria a mesma quantidade de degraus acima e abaixo.



Registro dos estudantes fora de sala discutindo o Desafio da Escada  
Fonte: Acervo do Projeto, 2020.

---

1 Esse procedimento vai ao encontro de uma Educação Matemática em que a criança utiliza o próprio corpo para aprender. Mesmo que não conheçamos referências para esse uso no Ensino Fundamental, temos que Lorenzato (2011) defende que as crianças, na Educação Infantil, centram inicialmente a referência no próprio corpo e, depois, vão mudando as referências para outros objetos.



Os aprendizes Marcos e Kaique concluíram, depois dessa experiência, que o número de degraus deveria ser ímpar para que houvesse um meio. Após esta constatação, fizeram a atividade tentando diferentes números e verificando, empiricamente, que não eram soluções adequadas. Depois de várias tentativas e experimentações, obtiveram o resultado desejado, de que a escada teria 23 degraus.



Registro dos estudantes fora de sala discutindo o Desafio da Escada.  
Fonte: Acervo do Projeto - 2020.

Após a atividade ser finalizada nas escadarias, as crianças voltaram à sala de aula para registrar o seu raciocínio. Entretanto, houve resistência em realizar o registro escrito. Podemos notar que, após o problema ser resolvido, há certo desinteresse, natural das crianças, em registrar o pensamento, talvez pelo fato de o desafio já ter sido resolvido. Foi necessária uma intervenção dos professores incentivando-as a escreverem seus raciocínios.

Estudantes dentro de sala finalizando o Desafio da Escada.  
Fonte: Acervo do Projeto, 2020.



## Outras considerações

Acreditamos que para resolver o Desafio da Escada é necessário valorizar as ideias e explorar a criatividade das crianças. Como ressaltamos na análise, pudemos notar uma variedade de estratégias entre os participantes das duas turmas. Entretanto, notamos que, durante as resoluções, foi necessário mediar o raciocínio deles, sugerindo que verificassem se o pensamento era coerente com a situação-problema. Por isso, sugerimos que sejam preparados materiais que auxiliem na experimentação do problema, por meio de suporte concreto. Sabemos das diferentes realidades brasileiras e, por isso, queremos pontuar que não é necessário se restringir às situações descritas na análise. O professor poderá produzir materiais diversos, apropriados para a sua aplicação, como utilizar quadradinhos de papel ou palitos de picolé para representar a escada.

Uma possibilidade para a aplicação com as turmas é ampliar o desafio. Você pode, por exemplo, mudar o número de degraus subidos e descidos. O problema poderá ser aproveitado para discutir sobre paridade: é possível que a escada do problema tenha um número par de degraus?

Acreditamos que mesmo utilizando materiais, ou situações concretas, na resolução dos problemas, o professor deverá incentivar que os estudantes façam o registro, que pode ser escrito ou, em algumas situações, oral (nesse caso gravado), da sua estratégia de resolução. O que possibilita ao professor uma análise do pensamento deles, como destaca Cândido (2001):

Esses registros [da comunicação do aluno] servem ao professor como pistas de como cada aluno percebeu o que fez, como ele expressa suas reflexões pessoais e que interferências poderão ser feitas em outras si-

tuações para ampliar o conhecimento matemático envolvido em uma dada atividade (p. 22).

Também pode-se incentivar que os aprendizes compartilhem suas resoluções com seus colegas e familiares. Essa comunicação possibilita que os estudantes reflitam sobre suas estratégias de resolução e que elas criem significado para eles, como salienta Cândido (2001):

No entanto, em matemática a comunicação tem um papel fundamental para ajudar os alunos a construir um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática. Se os alunos forem encorajados a se comunicar matematicamente com seus colegas, com o professor ou com os seus pais, eles terão oportunidade para explorar, organizar e conectar seus pensamentos, novos conhecimentos e diferentes pontos de vista sobre um mesmo assunto (p. 15).

# REFERÊNCIAS

BLANTON, M. et al. Early Algebra. In: VICTOR, J. K. (Ed.). Algebra: Gateway to a Technological Future. Columbia/USA: The Mathematical Association of America, 2007, p. 7-14.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular: Fundamentos Pedagógicos e Estrutura Geral da BNCC. Brasília, Distrito Federal, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Último acesso em: 13/10/2020.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em Matemática. In: Smole, K. S. e Diniz, M. I. (orgs.) Ler, Escrever e Resolver Problemas: Habilidades Básicas para Aprender Matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, pp. 15-28.

Desafios Matemáticos. Disponível em: [desafiosmate.com.br/2013/03/8-desafios-interessantes.html](https://desafiosmate.com.br/2013/03/8-desafios-interessantes.html). Acesso em: 20 ago. 2017.

GEBARA, T. A. A. et. al. Representação Gráfica do Raciocínio Matemático nos Anos Iniciais. In: VII Feira Brasileira de Colégios de Aplicação e Escolas Técnicas, 2019, Belo Horizonte. Anais da VII FEBRAT. Belo Horizonte: Centro Pedagógico da UFMG. UFMG, 2019.

LORENZATO, Sérgio. Educação infantil e percepção matemática. 3<sup>a</sup> Ed. rev. Campinas, SP. Autores Associados, 2011.