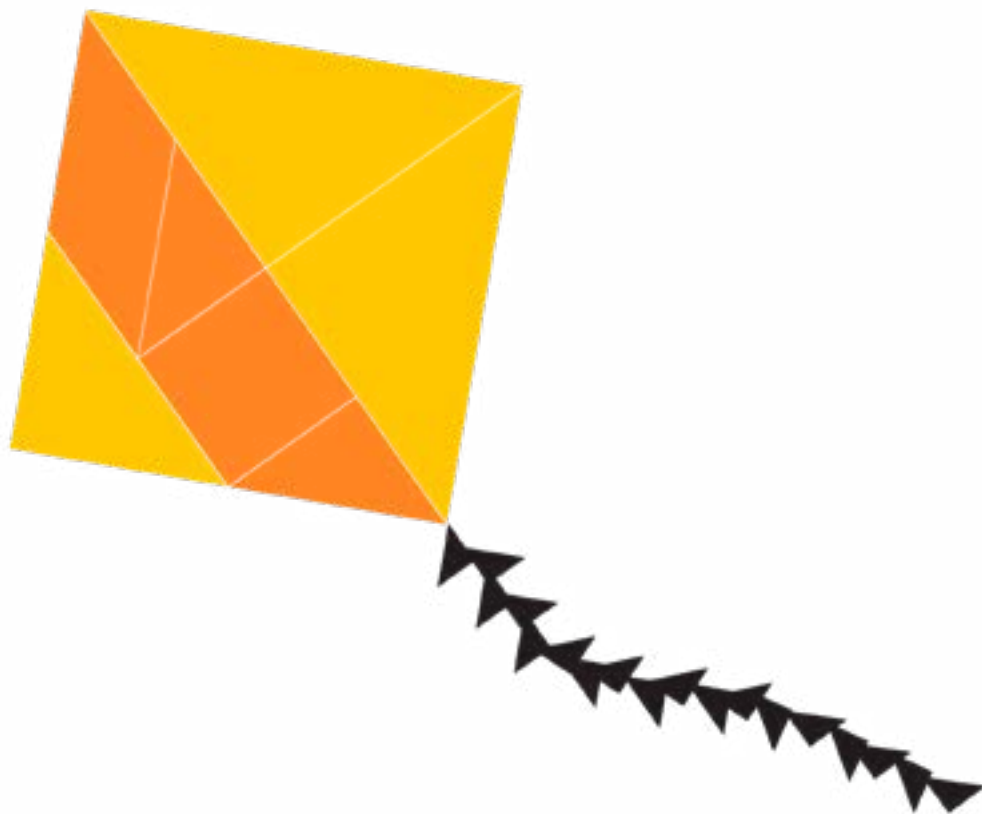


CONSTRUINDO

PIPAS



DESCOBRINDO O DESAFIO

O problema foi apresentado às crianças com o seguinte enunciado:

Júlia e Dudu são irmãos e resolveram construir pipas com a ajuda do pai.

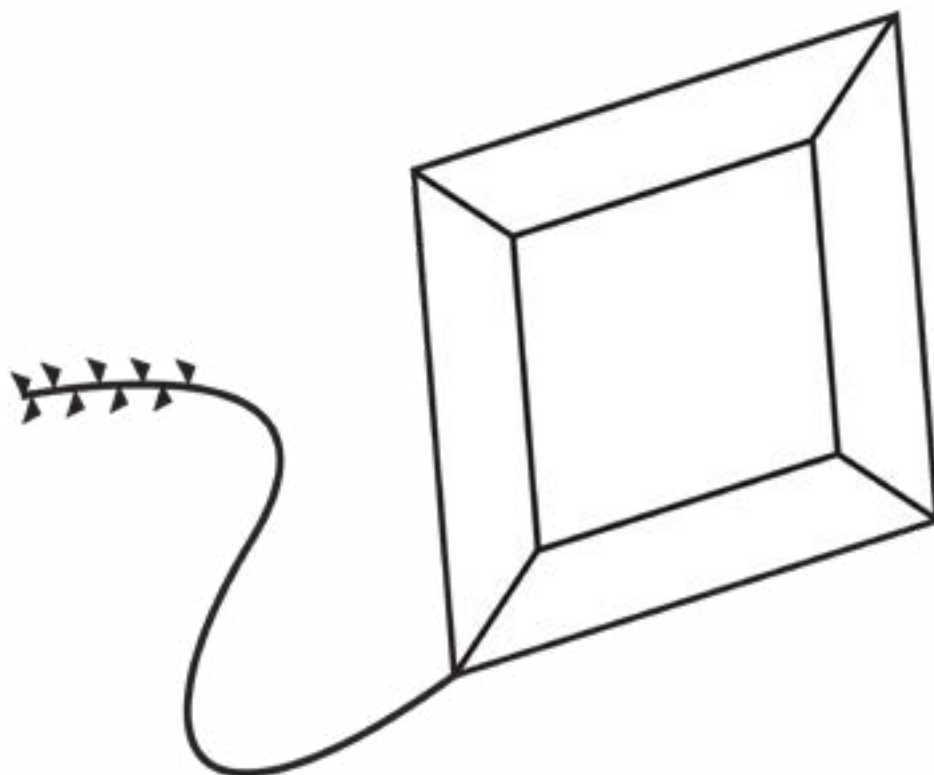
Eles tinham papéis de 3 cores diferentes, azul, laranja e amarelo.

O modelo que querem construir possui 5 partes, como r epresentado ao lado.

Eles querem que as partes que se tocam na pipa não tenham a mesma cor.



Quantos tipos diferente de pipas as crianças podem construir?



SOLUÇÃO

A partir das regras do desafio Construindo Pipas, utilizando 3 cores, podemos, por exemplo, fixar a cor central e observar que ela não pode ser usada em nenhuma das outras partes, e aí usar as outras duas cores.

A listagem completa dos modelos é:

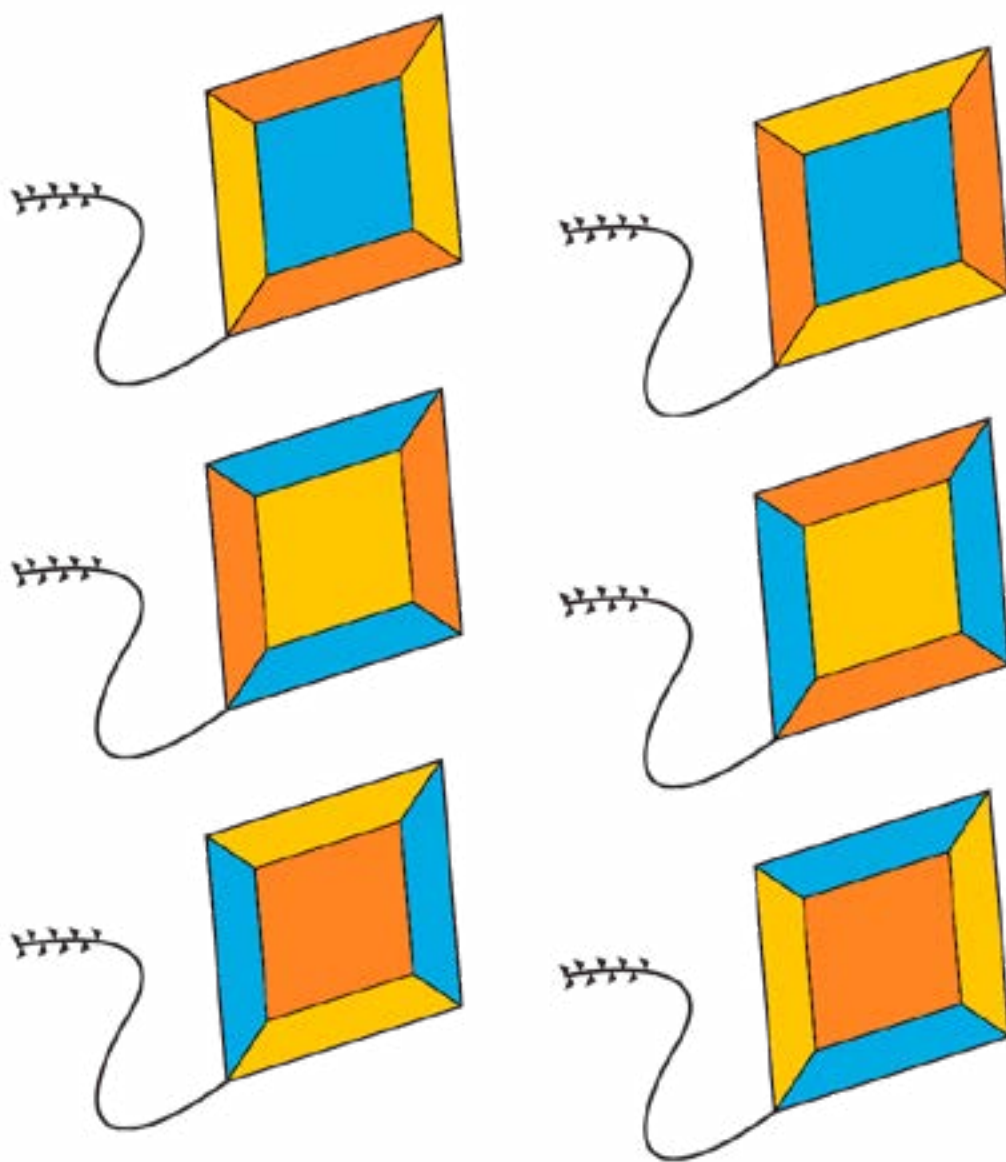


Figura 1: Solução do Desafio.

Fonte: Site quebra-cabeças da Matemática

DESCOBERTAS E ANÁLISE

O desafio Construindo Pipas foi aplicado em um grupo de crianças do 3º ano do Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da Universidade Federal de Minas Gerais (CP/EBAP/UFMG) e do 4º ano da Escola Municipal Belo Horizonte - escolas parceiras do Projeto.

Na realização do desafio na turma do 3º ano, os estudantes, primeiramente, resolveram o desafio sozinhos. Utilizando a folha do enunciado, escolheram usar lápis de cor para colorir a pipa, respeitando a restrição apresentada de *que as partes que se tocam na pipa não tenham a mesma cor*. Posteriormente, socializaram a solução. Para tal, sob orientação dos monitores, utilizaram codificação das cores por meio da escrita de letras, conforme mostra a figura 2.

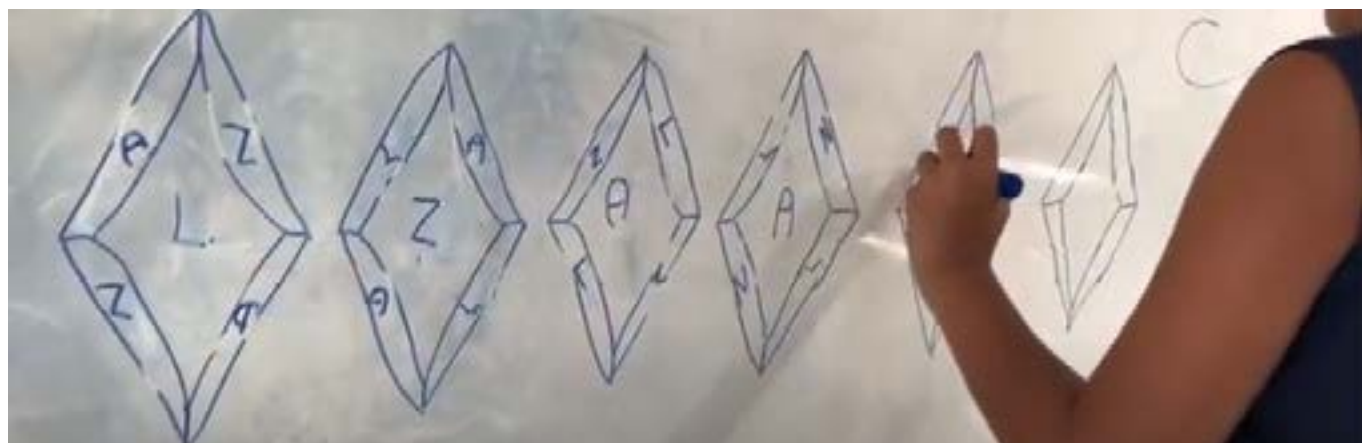


Figura 2: Codificação das cores utilizando letras.
Fonte: Acervo do Projeto

A estratégia utilizada pela maioria dos estudantes foi, inicialmente, fixar uma cor na área central da figura e, em seguida, distribuir as demais cores, evitando o encontro de cores iguais. Após a escolha da cor central, iniciavam o preenchimento de outros espaços que compunham a pipa. Assim, perceberam que, ao utilizarem por exemplo, a cor laranja em uma das partes, a parte oposta também deveria ser colorida de laranja, restando apenas uma cor para preencher os dois espaços vazios restantes.

A coloração da próxima pipa ocorria mediante a verificação do que havia sido feito. Os estudantes buscavam não repetir a cor central conforme evidencia a fala de uma descobridora do 3º ano: *“Já usei o amarelo? Já! Então agora é o laranja.”*

Os demais estudantes fizeram uso desse método até a terceira pipa, quando perceberam que, com a mesma cor central, poderiam construir duas pipas, apenas invertendo as cores dos extremos. Isso ocorreu sucessivamente até o preenchimento da sétima pipa, quando perceberam que sua coloração já tinha aparecido antes e finalmente chegaram à solução do desafio. A solução por listagem organizada das possibilidades - um caminho para a familiarização das crianças com o princípio multiplicativo, era esperada, porque o registro das imagens é um recurso natural, sendo atrativo para os aprendizes.

Apenas uma criança apresentou estratégia de solução diferente. O descobridor, diferentemente dos colegas, não coloriu uma pipa por vez, mas sim uma série de pipas simultaneamente. Primeiramente, escolheu uma cor e, em seguida, coloriu partes diferentes de cada pipa com essa mesma cor. Por se tratar de uma estratégia inusitada para o grupo, o descobridor surpreendeu os colegas e monitores no momento da socialização. A figura 3 mostra parte da solução do estudante.

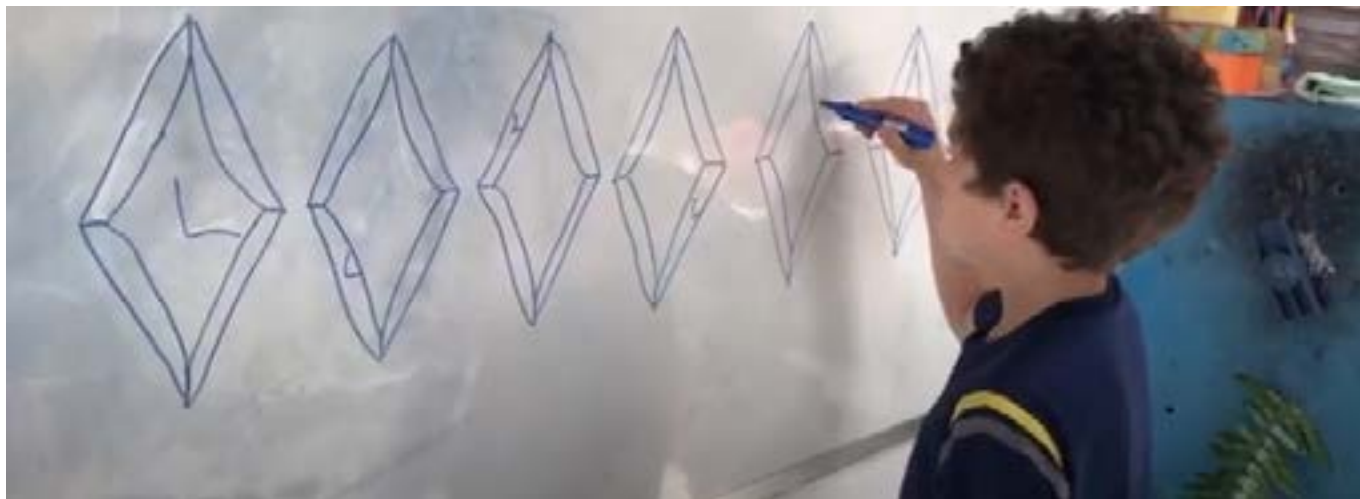


Figura 3: Estratégia de solução do descobridor.
Fonte: Acervo do Projeto.

Quando interrogado pelos monitores sobre como havia pensado, o descobridor deu a seguinte resposta: “*Eu não pensei, eu só fiz.*”

Ao perceberem o ineditismo da estratégia, os aplicadores solicitaram à criança que registrasse no quadro a sua solução. Contudo, ao receberem a resposta “*Eu não pensei, eu só fiz*”, não realizaram intervenções no sentido de explorar tal resposta.

Em situações semelhantes, sugerimos aos aplicadores que realizem contra-argumentos, tais como: tudo bem se você não pensou, após preencher com L as partes diferentes de 5 pipas, qual é o próximo passo? Por que você escolheu colocar essa cor nesta parte da pipa e não em outra? As intervenções são fundamentais na realização de atividades investigativas, pois, por meio delas, as crianças são provocadas a falar o que mobiliza as suas percepções e habilidades matemáticas.

Junto ao grupo do 4º ano, o enunciado foi entregue e solicitado que os próprios estudantes lessem e resolvessem. Entretanto, mesmo tendo respondido que entenderam a atividade, observou-se que muitos estavam colorindo sem respeitar a regra, sendo necessária a intervenção das monitoras. Como estratégia, as aplicadoras desenharam uma pipa no quadro e explicaram, por meio de exemplos, o que significava a regra “*partes que se*

tocam não podem ser da mesma cor”. Assim, foram apresentados exemplos do que seria ou não permitido. Isso corrobora uma impressão comum na aplicação das atividades, a da dificuldade da interpretação de texto. A experiência tem nos dito que, à medida que as crianças vão se acostumando a resolver desafios, a capacidade de interpretação melhora.

Após esse momento, e, demonstrando terem entendido a proposta, os estudantes começaram o processo de resolução do desafio. Utilizaram como recurso uma folha com vários desenhos de pipas, conforme pode ser visto na figura abaixo, e coloriram com lápis de cor cada um dos modelos, até encontrarem a resposta desejada.

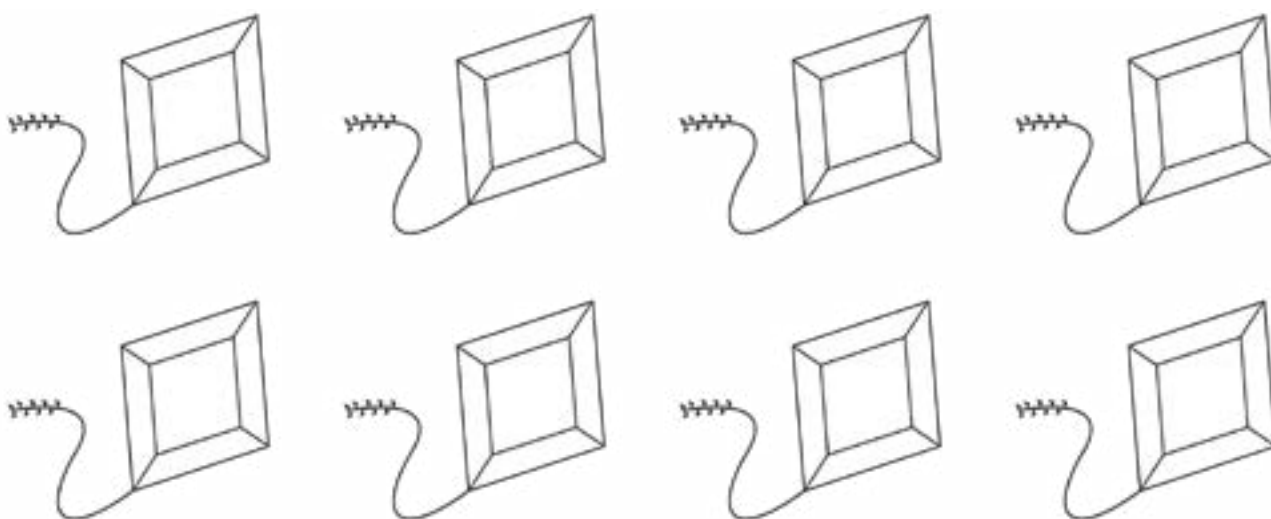


Figura 4 – Recurso para a realização do desafio.
Fonte: Site quebra-cabeças da Matemática.

Destacamos aqui três estratégias observadas:

- colorir aleatoriamente, tanto em relação às áreas, quanto às cores;
- iniciar pelos extremos da figura;
- iniciar pela região central.

A maioria iniciou por tentativas e erros, optando por colorir de maneira aleatória, sem seguir um padrão, sobretudo, buscando respeitar a regra do enunciado *“partes que se tocam não podem ser da mesma cor”*. Dessa

forma, dependendo da maneira que começavam a colorir, não conseguiam terminar de pintar a pipa. Isso aconteceu quando eram coloridas as regiões 1, 3, 5 de cores diferentes, não restando cores possíveis para as regiões 2 e 4. Veja a figura 5 abaixo:

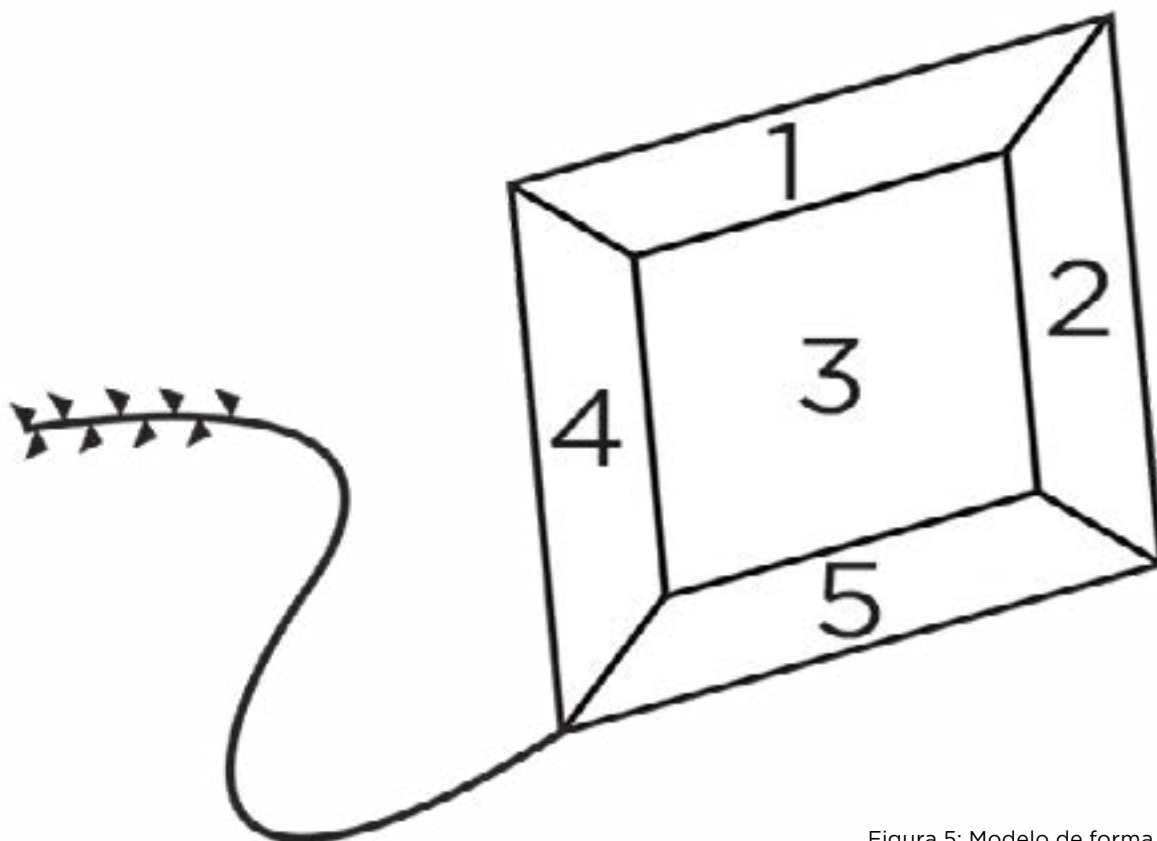


Figura 5: Modelo de forma de colorir.
Fonte: Elaborado pela equipe de análise.

Isso acontece, porque as regiões 2 e 4 fazem fronteira com as três outras regiões (1, 3 e 5), e, logo, não podem ter a mesma cor que aquelas. Entretanto, não podemos escolher uma quarta cor para preencher essas áreas, visto que o enunciado nos informa que apenas podemos utilizar três cores: azul, laranja e amarelo. Após essa tentativa, os estudantes foram capazes de perceber que as regiões 1 e 5 nunca poderiam ter cores distintas. E, o mesmo, para as regiões 2 e 4.

Após tais conclusões, alguns estudantes usaram como estratégia de resolução a de dar início pelas regiões opostas, que, obrigatoriamente, devem ter a mesma cor, ou seja, escolhiam uma cor para as regiões 1 e 5,

uma segunda cor para as regiões 2 e 4, e a cor que sobrasse ia para a região central¹. A figura 6 abaixo ilustra a situação.



Figura 6: Socialização da estratégia utilizada por descobridora do 4º ano.

Fonte: Acervo do projeto.

Ao socializar com a turma, a descobridora explicou que começou colorindo primeiramente as regiões 1 e 4, e, em seguida, passou para as outras regiões.

Outros estudantes optaram por iniciar colorindo a região central. Como a região 3 faz fronteira com todas as regiões, a cor utilizada nessa área não seria mais adotada e as trocas de possibilidades ocorreriam apenas entre as duas cores restantes. Desse modo, os descobridores escolhiam uma cor para ser fixada no centro e tentavam verificar as possibilidades de combinação. Uma descobridora foi capaz de perceber que para cada cor central, havia apenas duas possibilidades de construção da pipa (indicando uma compreensão inicial do princípio multiplicativo), e que, portanto, seria

¹ Essa estratégia pode ser consultada no vídeo produzido durante a aplicação do desafio. Para acessá-lo clique no link: <https://drive.google.com/drive/folders/1JSxtqvqRbaIRSKdiJdTucL9QnKylHWxb>.

capaz de colorir 6 pipas. A figura 7 exemplifica a estratégia utilizada pela criança – a de iniciar pela cor central.

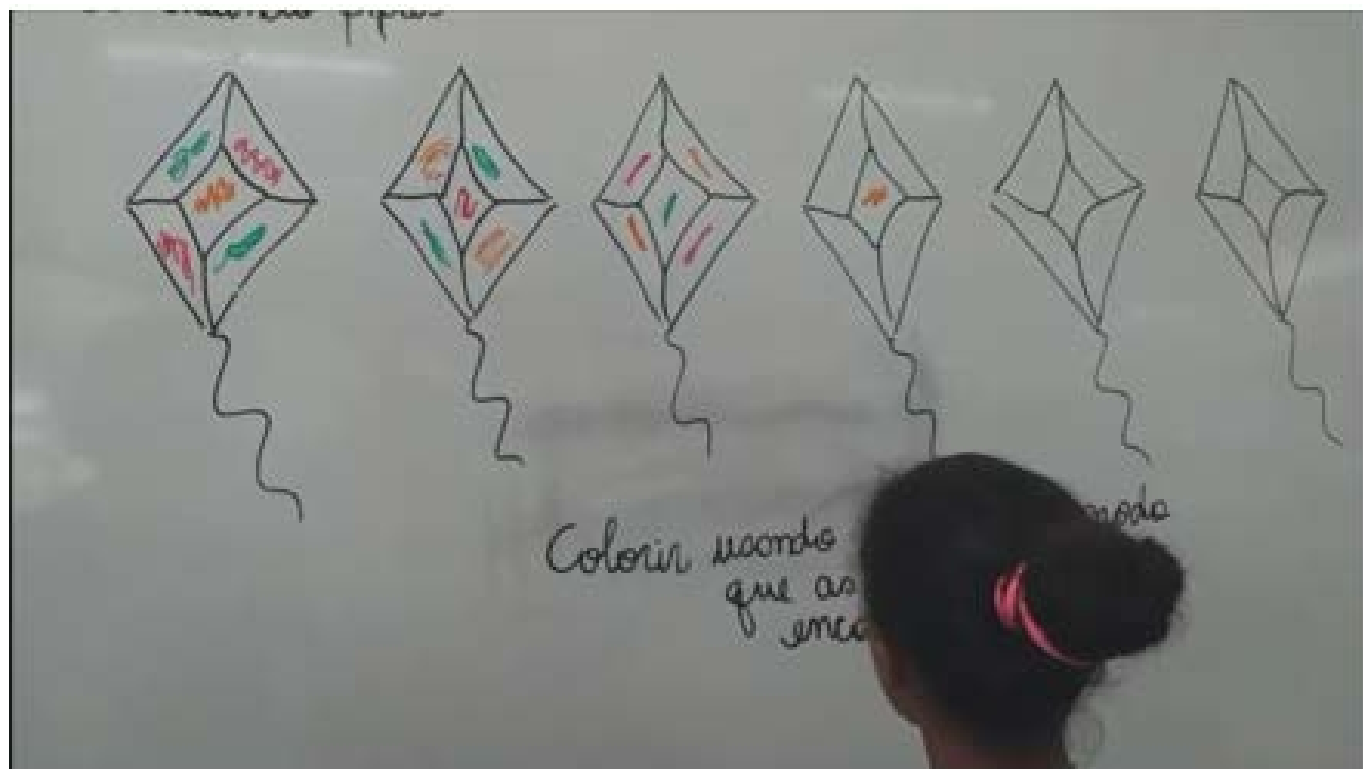


Figura 7: Estratégia de resolução de descobridora do 4º ano.
Fonte: Acervo do projeto.

É importante dizer que nem todos os estudantes encontraram as 6 pipas. Isso aconteceu porque, ao colorir, não conseguiram seguir uma organização no registro, escapando, assim, algumas possibilidades de combinação. O contrário também aconteceu: algumas crianças encontraram uma resposta superior, pois coloriram da mesma maneira mais de um desenho, não se atentando ao que havia sido registrado.

Destacamos aqui, novamente, a intervenção do aplicador. Após todos terminarem, alguns descobridores foram convidados a ir ao quadro para mostrar suas soluções. Nesse momento, foi possível discutir coletivamente as soluções apresentadas, bem como as estratégias utilizadas por cada uma delas. Esse momento de troca é fundamental durante a realização de atividades de investigação, além de propiciar oportunidades de se aprimorar a comunicação, por parte das crianças, de sua linha de pensamento. Foi por meio desse diálogo, por exemplo, que crianças e adultos discuti-

ram a respeito de quais registros estavam corretos; quais foram estratégias utilizadas; qual ou quais não funcionaram, bem como os motivos do não funcionamento. Assim, realizou-se uma reflexão relacionada às seis possibilidades de respostas.

Construindo Pipas é um problema de análise combinatória e está associado às competências para o ensino de matemática nos anos iniciais, previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC - de agora em diante), na unidade temática *Números*, tendo como objetos de conhecimento os *Problemas de Contagem*. Destacamos, abaixo, as competências listadas na BNCC que são contempladas nesse desafio:

(EF04MA08) - Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais;

(EF05MA09) - Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas (BRASIL, 2018, p. 295)²

Outras considerações

Apresentamos sugestões de desenvolvimento:

- Utilização de recursos para registro tais como folhas com os desenhos das pipas a serem coloridas, ou mesmo folhas em branco para o registro dos desenhos. Avaliamos que ter um apoio no registro das estratégias é importante na realização da atividade.
- Sugerimos intervenções no sentido de que as crianças ouçam ou leiam e compreendam as regras do enunciado, especialmente no trecho que condicionará as respostas: *“partes que se toquem não tenham a mesma cor”*.
- Uma possibilidade para uma criança que, porventura, tenha apresentado uma pipa colorida de uma forma que não respeite a regra, é pedir que verifique. Dessa forma, a própria criança chegará a uma conclusão e não ocorrerá um mero apontamento de erro ou engano feito pelo professor.
- Sugerimos, se possível, o uso de recursos tecnológicos, tais como a filmagem para registrar os modos de resolução da criança. O material produzido, inclusive, poderá ser revisitado com a finalidade de discutir e refletir as estratégias e os resultados alcançados.
- Ao final da aplicação, sugerimos a realização de uma análise coletiva. Essa é uma estratégia bastante positiva, tanto para a *comunicação matemática* - socialização das respostas, quanto para a possibilidade de as crianças produzirem generalizações que permitam resolver outros desafios semelhantes.

- Embora, no contexto do Projeto Descobridores da Matemática, os estudantes tenham listado as possibilidades para se chegar à solução do desafio, o desafio Construindo Pipas poderia ser solucionado pelo princípio multiplicativo: considere a figura 5 apresentada anteriormente. Perceba que a região 3 está localizada no centro da pipa e toca todas as demais áreas. Essa região poderia ser preenchida por qualquer uma das três cores disponíveis. Pintada a região central, restam apenas duas cores para a coloração das regiões restantes. As regiões 1 e 2 se tocam e, portanto, devem possuir cores distintas. Ao escolher uma entre as duas cores restantes para preencher a região 1, por exemplo, resta apenas uma cor para o preenchimento da região 2. O mesmo raciocínio vale para as regiões 4 e 5. Desse modo, pelo princípio multiplicativo, a solução seria encontrada realizando a seguinte operação matemática $3 \times 2 \times 1 = 6$. Assim, a partir das condições dadas, é possível construir seis pipas distintas. Aumentando-se uma cor, isto é, disponibilizando o uso de quatro cores diferentes, contudo, considerando ainda a utilização de somente 3 cores na pipa, chegaríamos ao seguinte resultado: $4 \times 3 \times 2 = 24$ pipas distintas. Assim, podemos generalizar a solução para o caso de cores diferentes. A partir das condições dadas, é possível construir: pipas distintas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Fundamentos Pedagógicos e Estrutura Geral da BNCC.** Brasília, Distrito Federal, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Último acesso em: 15/10/2020.

SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. (org.). **Ler, Escrever e Resolver Problemas.** Porto Alegre: Artmed, 2001.