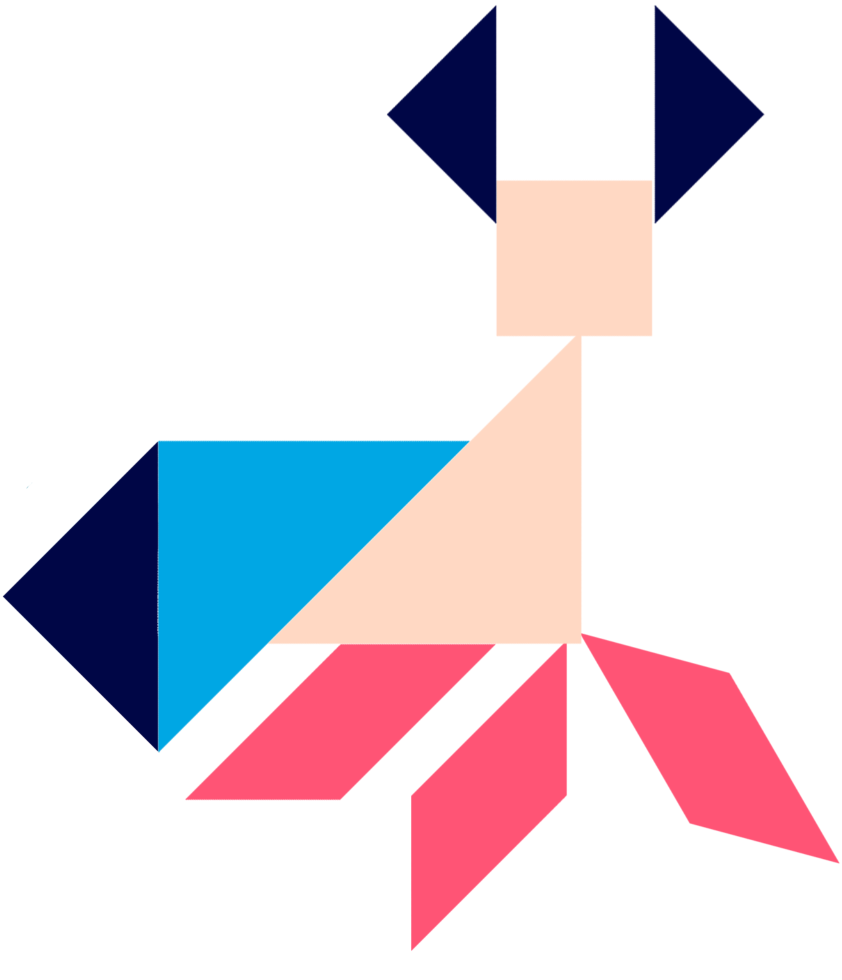
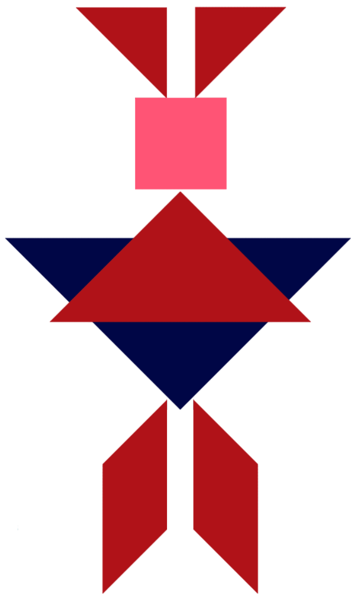
MONSTROS NA RODA



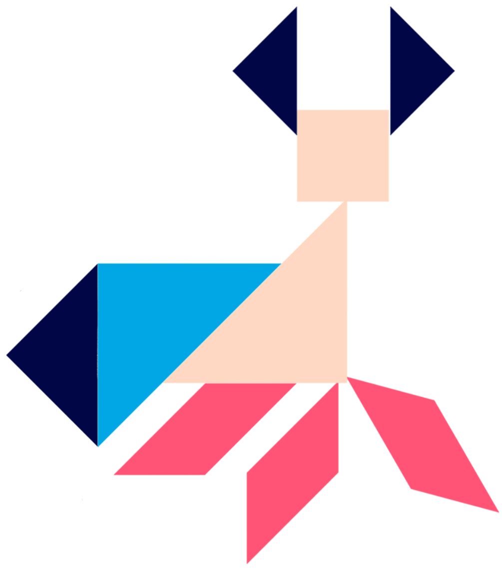
DESCOBRINDO O DESAFIO

No planeta Estrileto moram:

4 monstros de uma perna

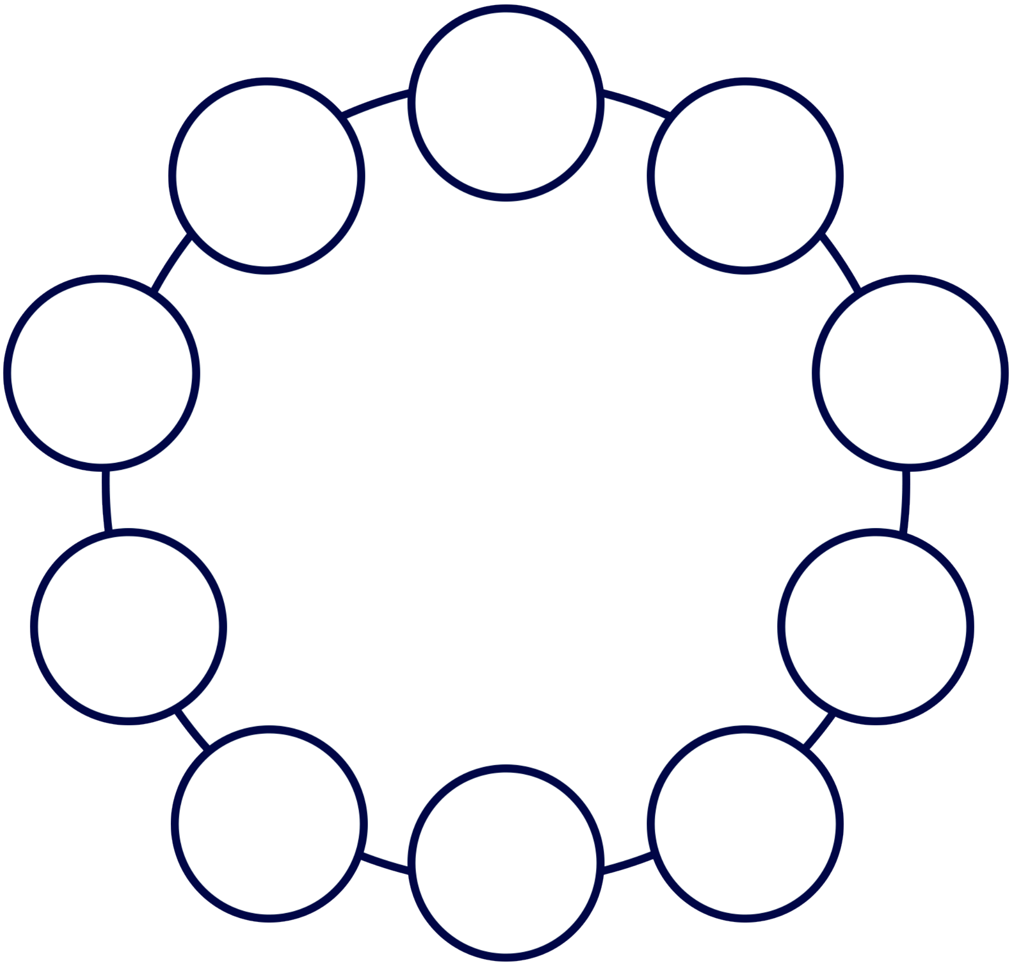


3 monstros de duas pernas



3 monstros de três pernas

É preciso colocar um monstro em cada espaço da roda ao lado, de modo que a quantidade de pernas em três espaços consecutivos nunca seja o triplo de algum número.



Adaptação do desafio Números en rueda II, do livro Manual de la feria de matemática, de Ted Lewis.
Disponível em: **www.mathfair.com**

SOLUÇÃO DO PROBLEMA[1]

Outra forma de apresentar o problema é: a cada três monstros seguidos, a soma da quantidade de suas pernas não pode ser divisível por três. Daremos sequência ao texto utilizando esse segundo modo de apresentação do problema[2].

A primeira questão a ser observada é que a soma da quantidade de suas pernas não pode ser 3, 6, e 9, pois são números divisíveis por 3. Isso nos faz concluir que não podemos ter 3 monstros iguais consecutivos.

Vamos posicionar monstros de 3 pernas verificando se é possível que dois deles sejam vizinhos. Entretanto, essa análise pode também ser feita iniciando por monstros de uma ou duas pernas.

Desconsideraremos os casos simétricos, isto é, quando os monstros estão em posições diferentes, mas, com uma rotação ou espelhamento, podemos voltar à forma anterior, como no exemplo da figura 1:

---

1 O texto da solução a seguir foi adaptado do Site Quebra-cabeças de Matemática, produzido por Aniura Milanés Barrientos, Carmen Rosa Giraldo Vergara, Leandro Augusto Rodrigues Araújo, Nora Olinda Cabrera Zúñiga, e Taciany da Silva Pereira. Algumas modificações (inserções e alterações) foram realizadas de acordo com a perspectiva de trabalho do Projeto Descobridores da Matemática. O texto original pode ser encontrado em: **https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=137**

2 Destacamos a importância do professor considerar as habilidades matemáticas necessárias para a compreensão do enunciado e execução do desafio. Por exemplo, dizer que *"a cada três monstros seguidos, a soma da quantidade de suas pernas não pode ser divisível por três"*, pressupõe que os estudantes já tenham se apropriado da operação de divisão.

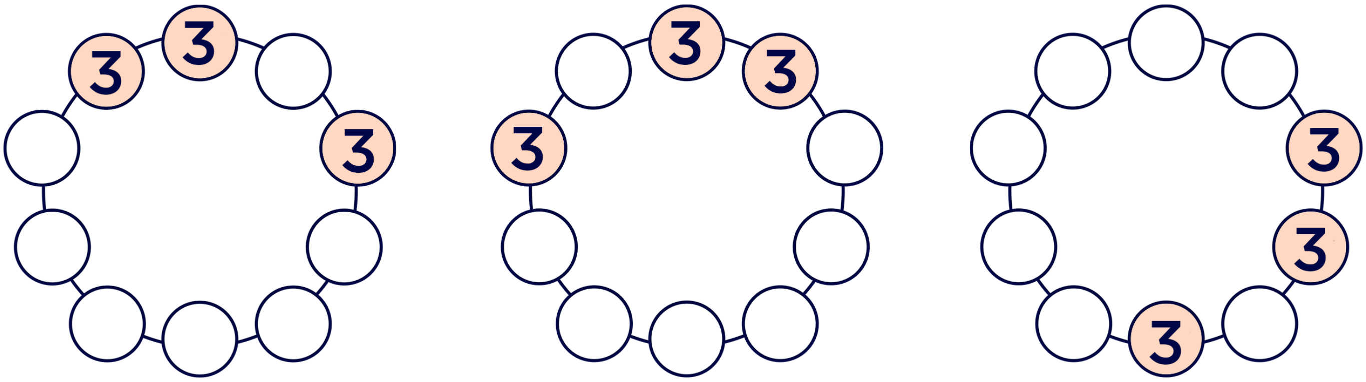


Figura 1: Exemplos de casos simétricos.
Fonte: Site Quebra-cabeças da Matemática.

Assim, chegamos aos 8 casos não simétricos:

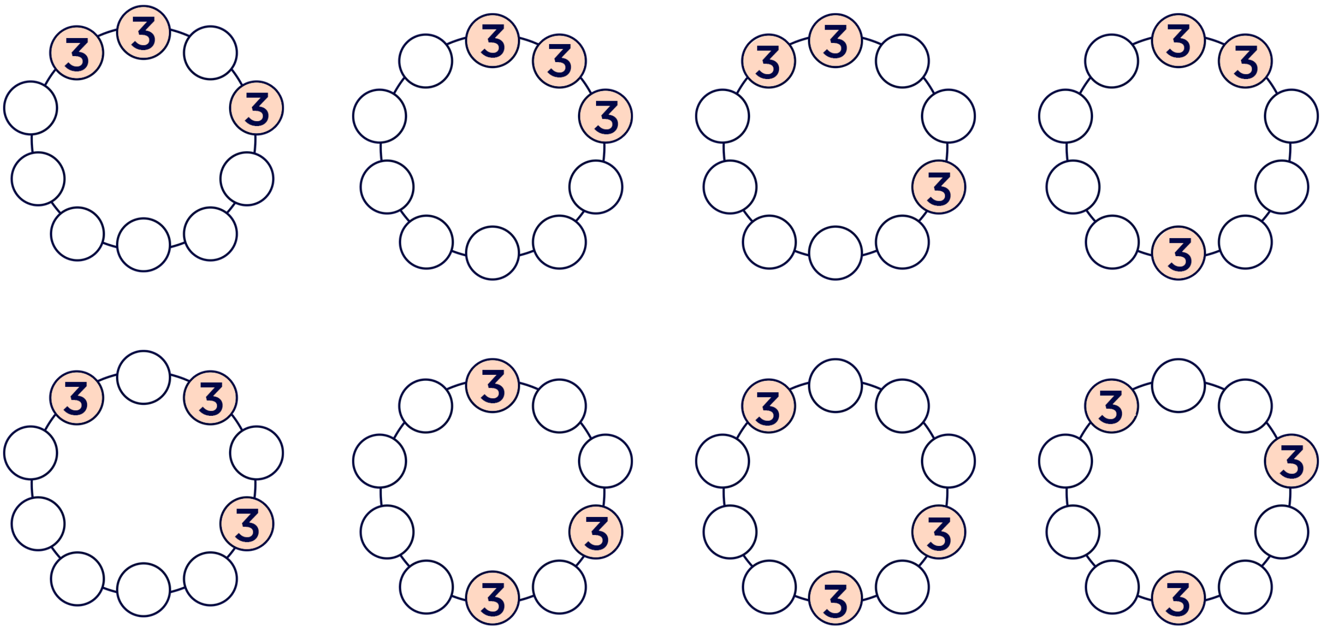
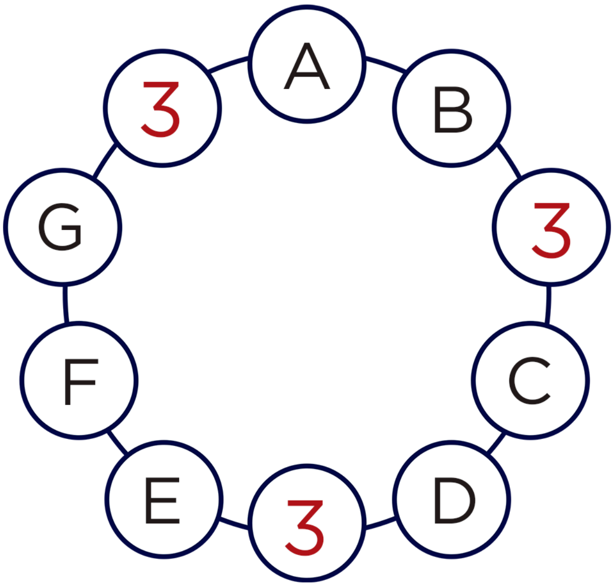


Figura 2: Todos os casos não simétricos possíveis.
Fonte: Site Quebra-cabeças da Matemática.

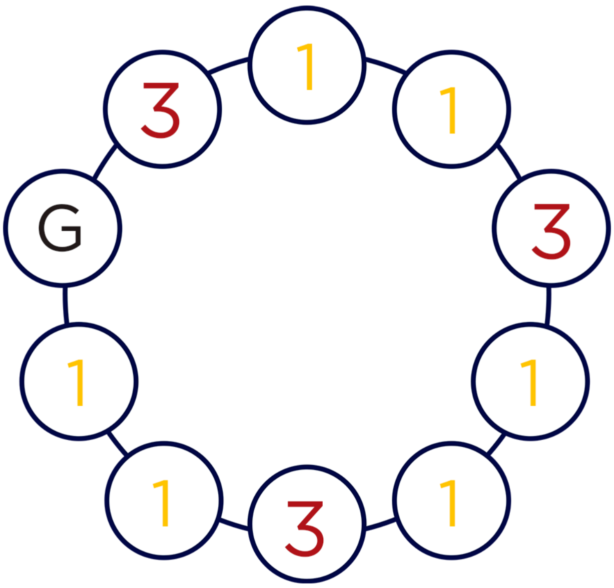
O caso II não apresenta solução de acordo com a condição abordada acima, ou seja, quando temos 3 monstros iguais consecutivos não é possível haver resto. Já os casos III, IV, V, VI, VII e VIII, após análise minuciosa, é possível concluir que também não têm solução, pois sempre há 3 monstros consecutivos cuja soma das pernas é divisível por 3. Vamos exemplificar essa situação analisando o caso VIII e considerando o seguinte esquema, em que os números representam a quantidade de pernas de cada monstro:



Para o primeiro trio, (3, A, B), observe que não podemos posicionar os monstros de 1 e 2 pernas juntos, uma vez que a soma resultará em 6. Apenas atenderemos ao critério do enunciado em 2 casos:

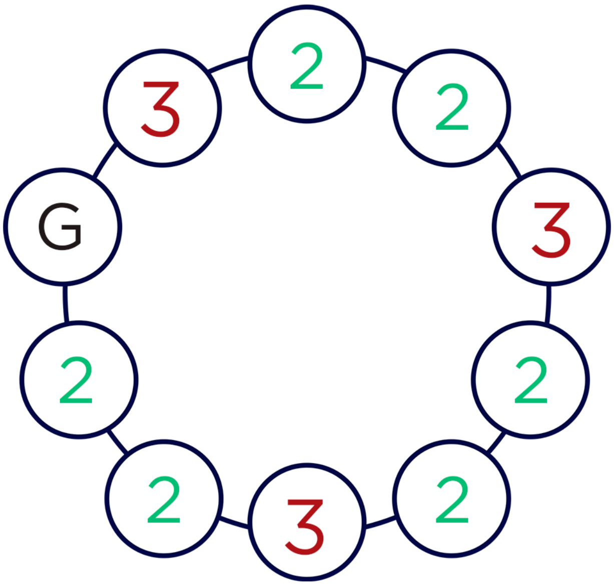
A e B ocupadas por monstros de 1 perna.

A e B ocupadas por monstros de 2 pernas.



Considerando a primeira hipótese, automaticamente, C só pode ser preenchida por um monstro de 1 perna, assim como D. Essa reação em cadeia resulta em que todas as casas até a F só podem ser preenchidas por monstros de 1 perna, o que é impossível, visto que só temos 4 monstros desse tipo. Além disso, impossibilita colocar qualquer monstro na posição G.

Situação análoga acontece na segunda opção, ao fixar os monstros de 2 pernas, evidenciando a impossibilidade desse posicionamento.



Logo, o único caso com solução possível é o I, conforme analisaremos abaixo. Para facilitar a explicação, nomearemos os espaços vazios, como mostra a figura 3.

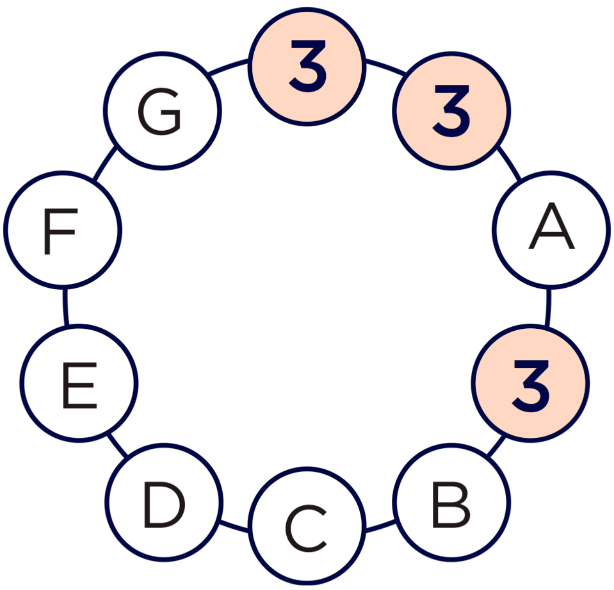


Figura 3: Figura representando único caso possível dos monstros de 3 pernas.
Fonte: Site Quebra-cabeças da Matemática.

Para a posição A, temos duas opções. Contudo, se colocarmos um dos monstros de 2 pernas em A, restariam 4 monstros de uma perna e 2 monstros de duas pernas para preenchermos os espaços B, C, D, E, F e G, e sempre teríamos 3 monstros consecutivos de uma perna.

Portanto, na posição A, só podemos colocar um dos monstros de uma perna. Seguindo a ordem alfabética, para B e todas as outras posições restantes, só temos um tipo de monstro que pode ser colocado, de forma que a soma das pernas em 3 espaços consecutivos não seja divisível por 3. Logo, a solução encontrada é única, como pode ser vista na figura abaixo.

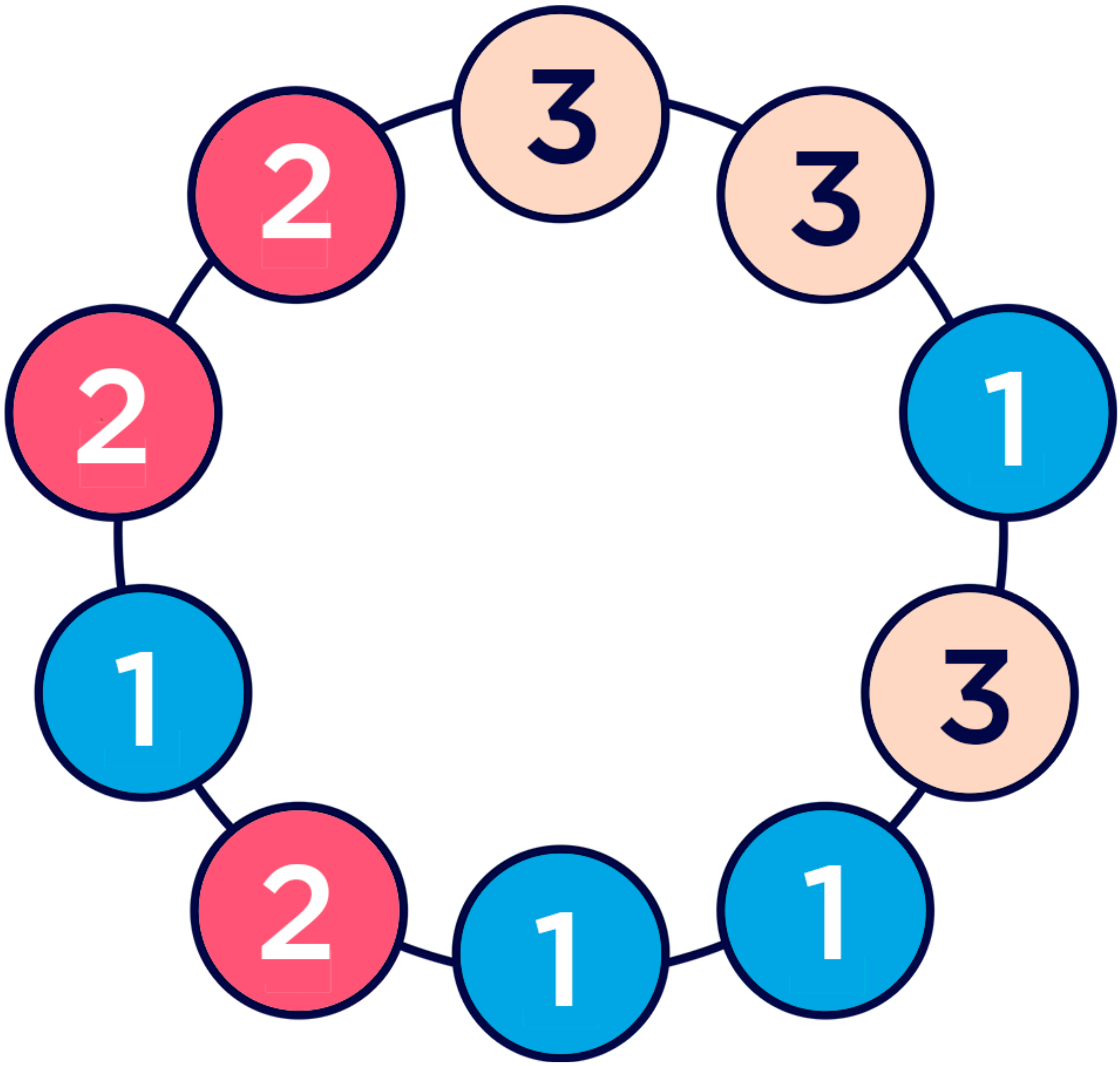


Figura 4: Solução do desafio.
Fonte: Site Quebra-cabeças da Matemática.

DESCOBERTAS E ANÁLISE

Monstros na Roda II é um desafio que requer conhecimentos prévios, uma vez que, para solucioná-lo, é necessário saber realizar adições simples, utilizar o conceito de divisibilidade por 3, bem como o de sequências de números.

Para o primeiro ciclo do Ensino Fundamental, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática indicam alguns objetivos, dos quais destacamos:

> Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações (BRASIL, 1997, p.47).

Também a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento oficial que atualmente determina o que deve ser ensinado na Educação Básica do país, prevê competências específicas, das quais destacamos:

> (EF02MA05) Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito (BRASIL, 2018, p.283).

> (EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações,

> critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000 (BRASIL, 2018, p.301)[3].

O desafio foi realizado com uma turma de 5° ano da Escola Municipal Belo Horizonte. A turma apresentou dificuldade na compreensão do enunciado, especialmente em relação à frase *"sobrar um valor"*[4]. Para contornar isso, as monitoras leram e explicaram o desafio, apresentaram exemplos de divisão com resto, demonstrando o que significava tal expressão. Além disso, apresentaram, no quadro, a tabuada do 3, para que os estudantes pudessem ter a noção de quais números são os múltiplos de 3. Essas intervenções evidenciaram que o grupo não havia, até então, se apropriado das habilidades matemáticas necessárias para compreender e solucionar o problema. Destaca-se aqui, a alternativa de adequação no enunciado que as monitoras poderiam ter recorrido, a saber, ao apresentar o desafio: *"...a cada três monstros seguidos, a soma da quantidade de suas pernas deve ser diferente de 3, de 6, e de 9"*.

Apesar da dificuldade demonstrada, considera-se satisfatória e adequada a forma de apresentação do desafio em análise. No entanto, enfatizamos a necessidade de que o aplicador conheça as possibilidades de alterações do enunciado, conforme apresentamos no parágrafo anterior. Assim, mediante necessidade, pode-se mudar a forma de abordar o problema.

Levando-se em conta que foram necessárias intervenções dos monitores e professores na condução da atividade e, de acordo com o relato das crianças que analisamos, o desafio foi considerado de média dificuldade.

O uso de material manipulativo para a solução do desafio proposto se mostrou um facilitador e, mais uma vez, favoreceu a solução do problema.

---

3 Embora a BNCC indique competências para o 6° e demais anos finais do Ensino Fundamental, em nossa experiência do Projeto foi possível verificar a adequação do desafio para estudantes do 4° ano, contemplando as habilidades e competências previstas no documento.

4 Parte do enunciado apresentado a esta turma era o seguinte: *"Agora, é preciso colocar na roda os monstros de modo que, a cada 3 monstros seguidos, a soma da quantidade de suas pernas dividida por 3 sempre sobre algum valor"*.

Na própria proposta os elaboradores indicam a confecção de materiais manipuláveis, como pode ser visto na figura a seguir.

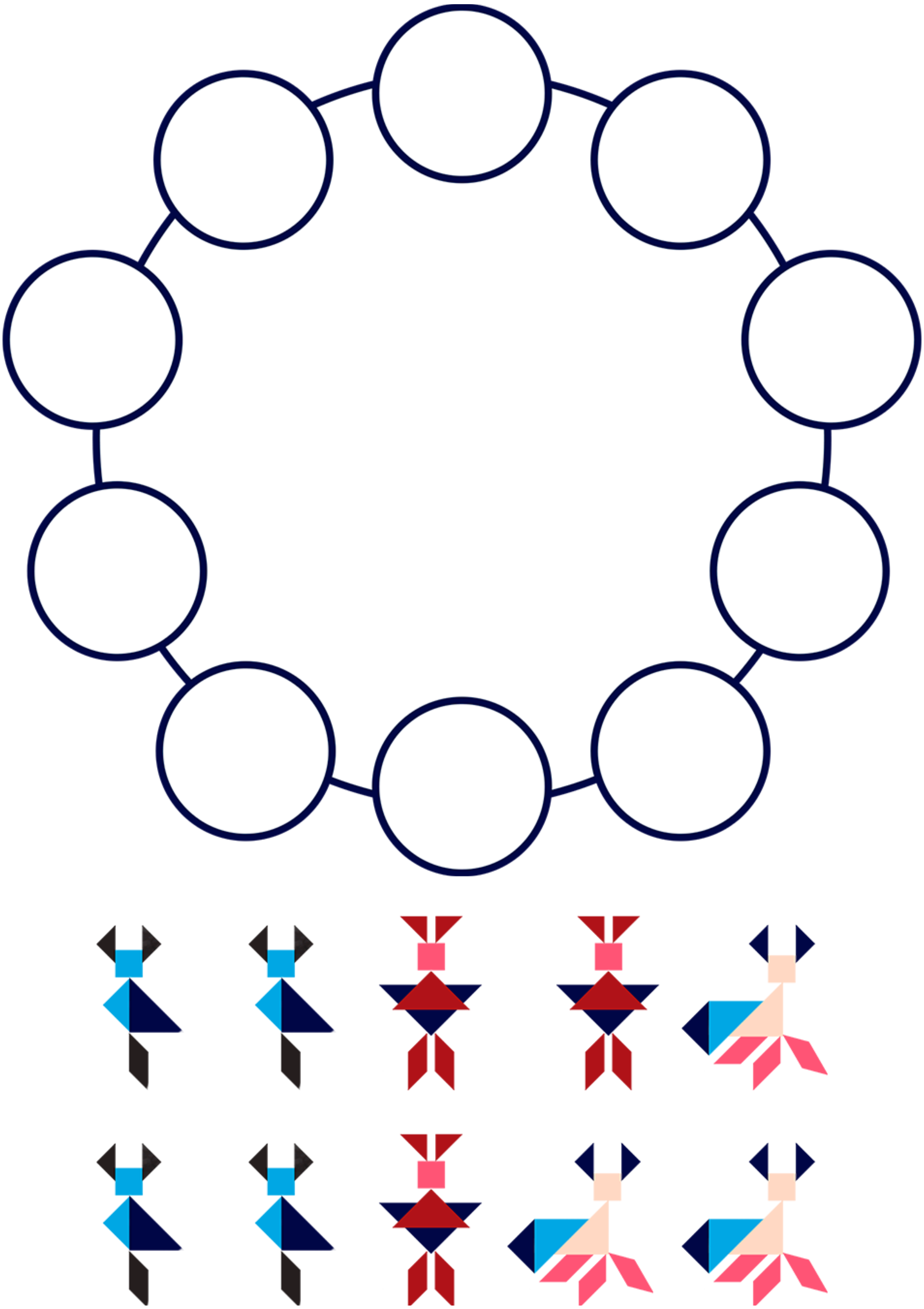


Figura 5: Conjunto de materiais que permitiráresolver o desafio interativamente.
Fonte: Site Quebra-cabeças da Matemática.

Sobre o uso de materiais manipulativos, Agranionih & Smaniotto (2002) fazem a seguinte reflexão:

> [...] uma atividade lúdica e educativa, intencionalmente planejada, com objetivos claros, sujeita a regras construídas coletivamente, que oportuniza a interação com os conhecimentos e os conceitos matemáticos, social e culturalmente produzidos, permite o estabelecimento de relações lógicas e numéricas e a habilidade de construir estratégias para a resolução de problemas (IDEM, 2002, p. 16).

Nesse sentido, se o uso do material manipulativo for planejado, serve de suporte ao raciocínio lógico-matemático, como foi verificado na aplicação desse desafio.

Mesmo apresentando no quadro a tabuada do 3, verificou-se que as crianças, ainda não haviam se apropriado de algumas habilidades matemáticas específicas necessárias para o desafio. Assim, foi preciso desenhar no quadro a roda na qual os monstros deveriam ser posicionados, com o intuito de desenvolver o desafio de forma coletiva. Essa dinâmica foi bastante eficaz, por propiciar a socialização das estratégias individuais, o que permitiu maior compreensão da proposta. Por outro lado, o "fazer juntos" acabou se mostrando um dificultador no processo de registro da estratégia de solução pelas crianças. Algumas se mostraram resistentes em registrar a estratégia, uma vez que já haviam apontado a solução para a monitora socializar no quadro. Outras crianças apresentaram dificuldades em sistematizar no registro as estratégias utilizadas.

Nesse sentido, chamamos a atenção para a questão do registro. Foi possível inferir que algumas crianças, mesmo diante de toda intervenção da monitora, continuaram sem compreender o problema. Acreditamos que, pelo fato de ter sido utilizada uma abordagem de resolução coletiva, no momento em que foi proposto que realizassem o registro, elas continuavam demonstrando não ter compreendido o desafio. Para evitar esse caso, é preciso pensar em possibilidades de futuras intervenções. O aplicador pode recorrer à leitura coletiva com os estudantes; sugerir que, em duplas ou pequenos trios, leiam o enunciado juntos e expliquem uns aos outros; recorrer à confecção e/ou uso de materiais manipulativos; ou, ainda, explorar as respostas equivocadas apresentadas a partir do que já se sabe ou se conseguiu fazer.

Destacamos a importância de que os processos de resolução do problema e de registro das estratégias e resultados devem ser significativos para os estudantes, caso contrário, o desafio poderá cumprir o papel de uma tarefa convencional, menos atrativa.

A principal estratégia utilizada pelas crianças, foi de tentativa e erro. Com o material concreto, os estudantes posicionavam os monstros em roda aleatoriamente e, depois, faziam as contas de soma e de divisão para conferir se o resultado respeitava a regra do enunciado. A cada vez que o posicionamento não correspondia ao que era pedido, reposicionavam os monstros até encontrarem uma ordem correta. Segue a resolução do descobridor da matemática João, utilizando as figurinhas de monstros.

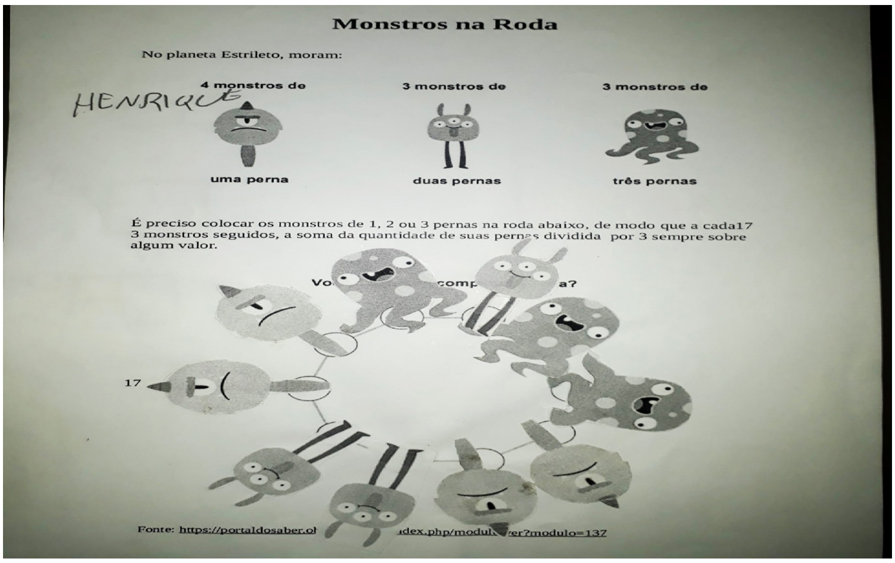


Figura 6: Registro do descobridor João - solução do desafio Monstros na Roda II.
Fonte: Acervo dos autores.

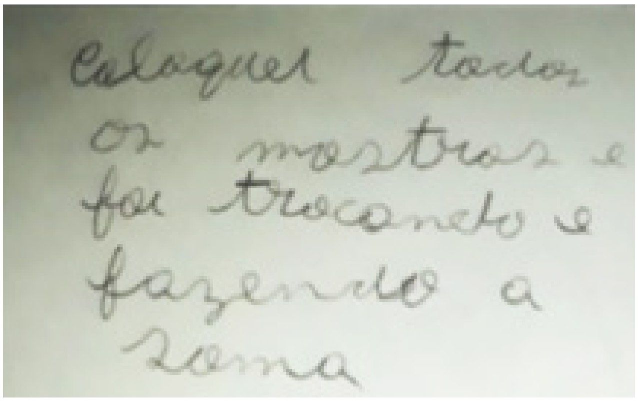


Figura 7: Explicação da estratégia do descobridor Fernando.
Fonte: Acervo dos autores.

Nesse processo, os estudantes buscavam *“truques”* para a resolução do problema. Quando encontravam uma soma que atendia aos critérios, tentavam repetir em outros trios de monstros: *“esses 3 números deram certo, então é só colocar igual”.*

Essas tentativas possibilitaram o desenvolvimento do raciocínio matemático, e de estratégias para a resolução do desafio proposto, o que levou os estudantes a observarem alguns casos que eram possíveis ou impossíveis. Seguem algumas conclusões das crianças:

- Nunca podemos posicionar 3 monstros iguais consecutivos, pois a soma sempre resultaria num número divisível por 3, logo, a divisão não sobra resto;

- Nunca poderíamos posicionar 3 monstros distintos, pois a soma do número de pernas também resulta num divisível por 3. Temos 1 + 2 + 3 = 6 que não tem resto quando dividido por 3.

Tais observações facilitaram e agilizaram a resolução do problema, pois desse modo evita-se posicionamentos falhos. No registro da descobridora Ana (figura 8), vimos que foi capaz de destacar algumas somas que não seriam interessantes, como o 6 e o 9. Além disso, no centro do círculo, destaca a soma 1 + 2 + 3 = 6, que é justamente o caso em que se posicionam 3 monstros distintos seguidos.

Após o suporte do material concreto para resolução, algumas crianças optaram por codificar os monstros para transcrever a resolução. A própria descobridora Ana por exemplo, deu a resposta em algarismos de acordo com os números de pernas de cada monstro.

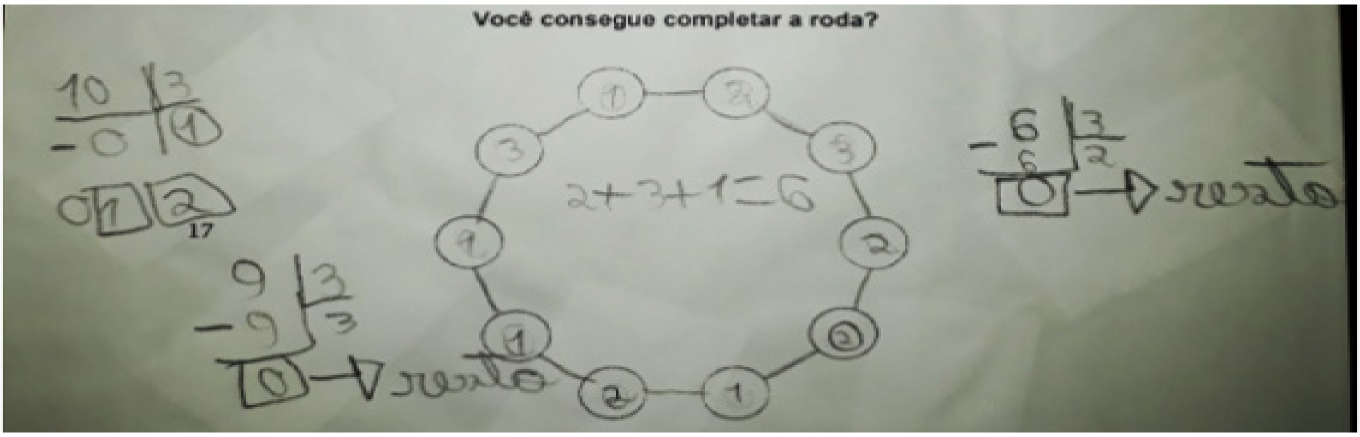


Figura 8: Registro da descobridora Ana - solução do desafio.
Fonte: Acervo dos autores.

Devido ao fato de algumas crianças, até então, não terem se apropriado das especificidades do problema, fez-se necessário a intervenção das monitoras, especialmente no que se referia aos vários trios de monstros que deveriam ser analisados. Alguns estudantes, no momento da conferência, consideravam apenas os grupos nas posições: A-B-C; D-E-F e G-H-I e não consideravam B-C-D, por exemplo, que também deveria respeitar a regra exigida.

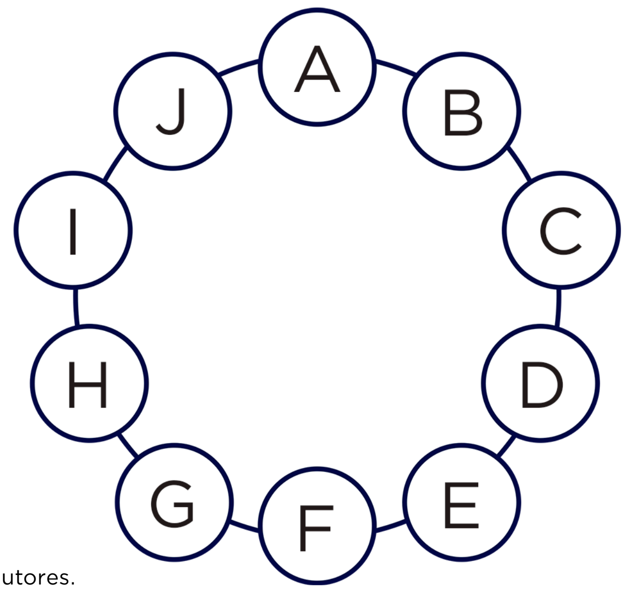


Figura 9: Roda do desafio Monstros na Roda II Fonte: Acervo dos autores.

Segue, na figura abaixo, a resolução da descobridora Maria, do 5º ano, que, após sua finalização, mesmo estando correta, se esqueceu de conferir todos os grupos de monstros, considerando a existência de apenas 3. Desse modo, fez-se necessário a intervenção dos monitores, por meio de um desenho no quadro, mostrando todas as possibilidades de trios.

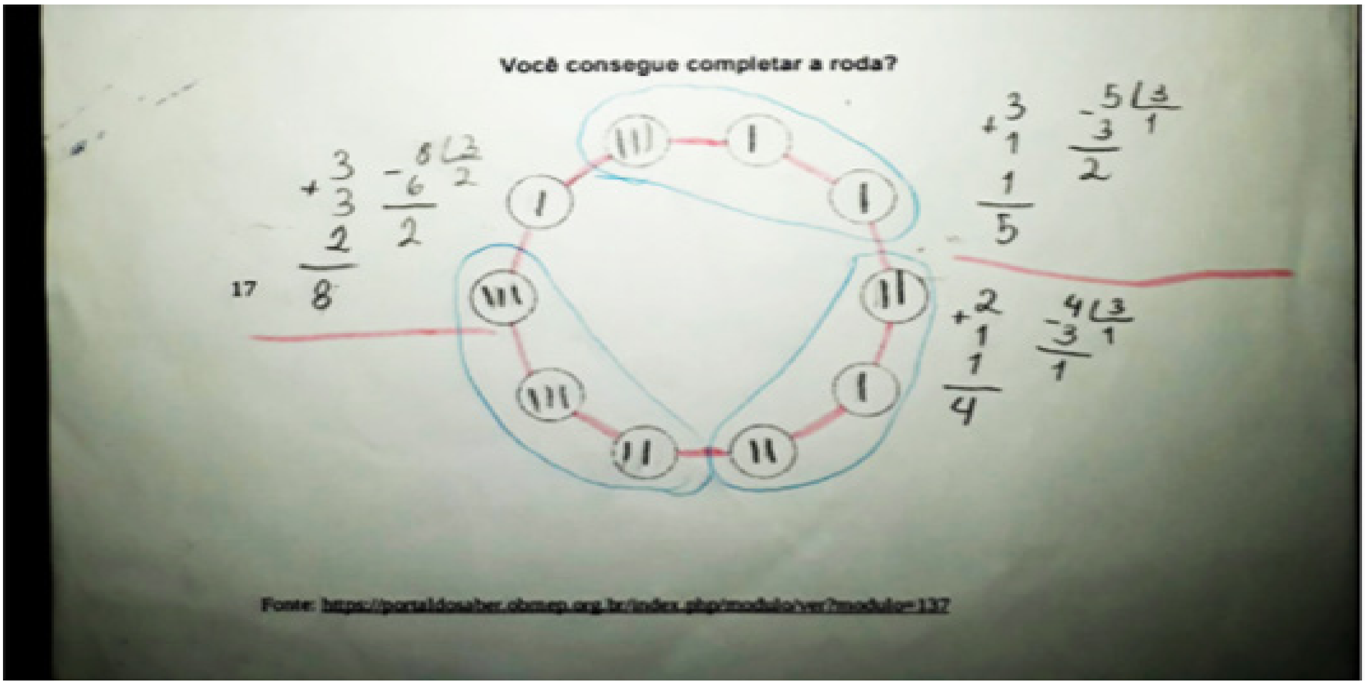


Figura 10: Registro da descobridora Maria. Fonte: Acervo dos autores

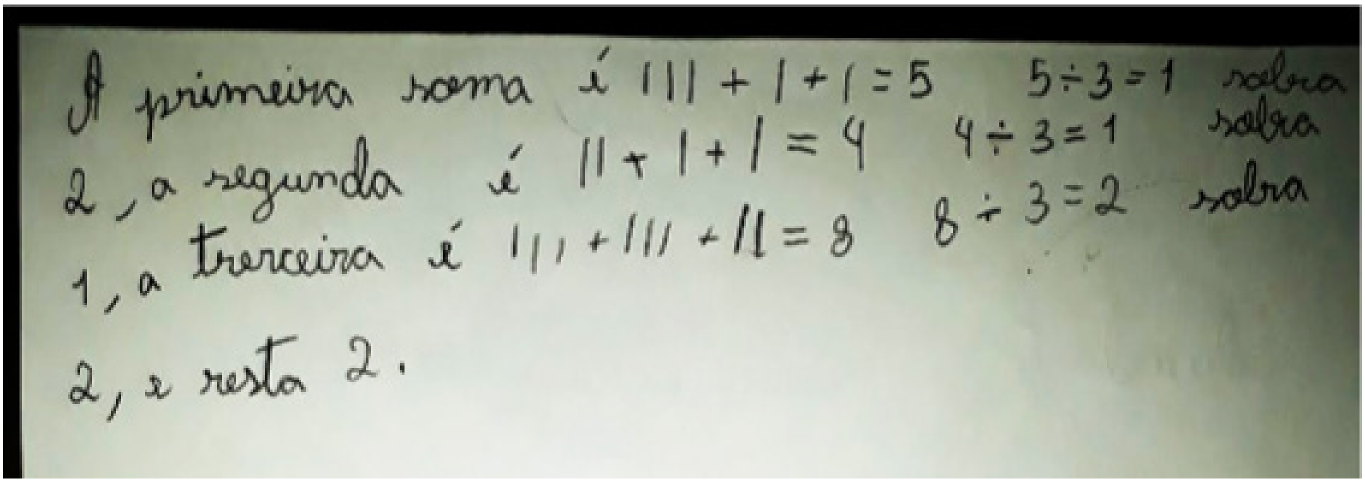


Figura 11: Registro da solução da descobridora Maria. Fonte: Acervo dos autores

Aplicado o desafio, é válido questionar aos descobridores quais foram as soluções encontradas e as respectivas semelhanças entre elas. Isso porque, a solução para esse problema é essencialmente única, como foi visto na seção “Solução” acima, sendo que as diferenças se dão em virtude da rotação ou espelhamento das imagens. Nas aplicações, os estudantes apenas perceberam esse padrão após as monitoras questionarem as diferenças e as semelhanças entre as soluções encontradas. Seguem duas soluções desenvolvidas por descobridores da matemática.

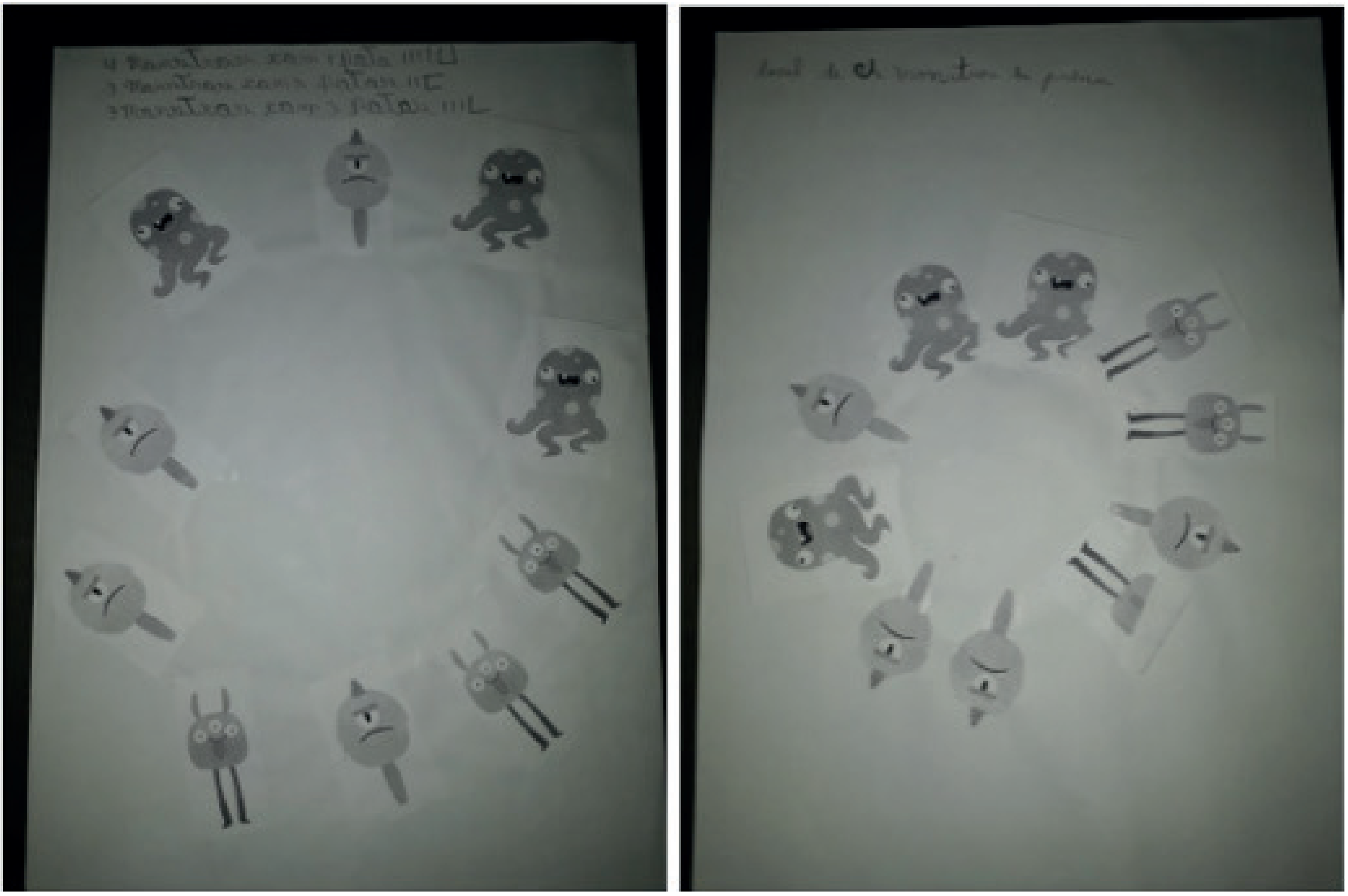


Figura 12: Duas soluções onde podemos observar a rotação. Fonte: Acervo dos autores

Para desenvolver o desafio, será preciso que os descobridores tenham conhecimentos acerca dos conteúdos que o compõem: adição de três números naturais; noção de divisibilidade por 3; e sequências de números. Contudo, o fato de os estudantes ainda não terem se apropriado dessas habilidades específicas não inviabiliza a sua aplicação. Considerando que um problema também tem a função de gerar curiosidade a respeito de um conteúdo e, como os conceitos presentes estão ao alcance dessa faixa de escolarização, compreendemos que tais habilidades podem ser desenvolvidas a partir do desafio.

Recomendamos, como sempre, que as crianças trabalhem em duplas ou grupos, para que as ideias sejam socializadas.

REFERÊNCIAS

AGRANIONIH, N. T.; SMANIOTTO, M. **Jogos e aprendizagem matemática:** uma interação possível. Erechim: EdiFAPES, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: EC/SEF, 1997. 142p

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular:** Fundamentos Pedagógicos e Estrutura Geral da BNCC. Brasília, Distrito Federal, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Último acesso em: 15/10/2020.