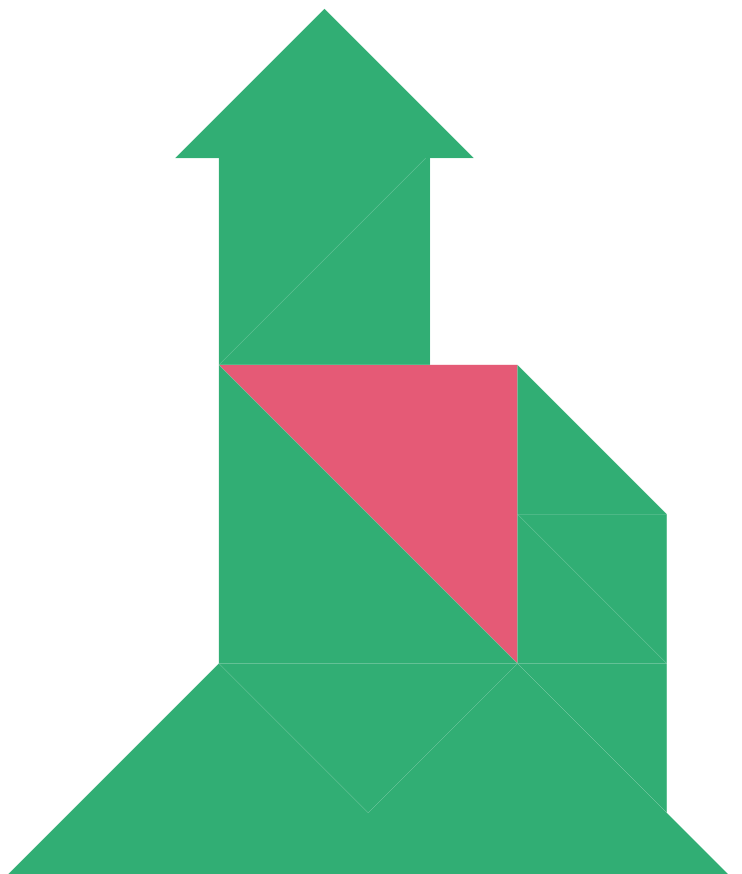


TORRE DA MATILDA



DESCOBRINDO O DESAFIO¹

Matilda tem:



4 quadrados marrons



3 roxos

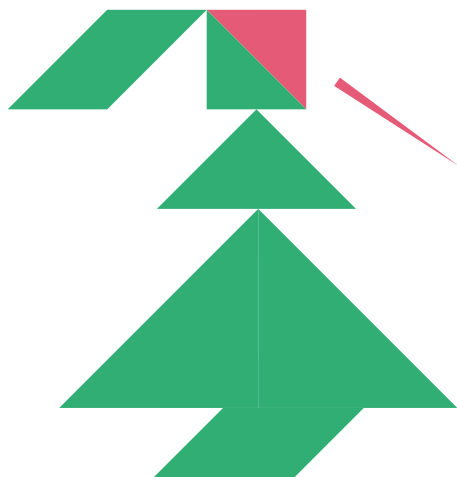


2 laranja



1 verde

Ela quer preencher a torre ao lado de forma que
dois quadrados da mesma cor não poderão se tocar.

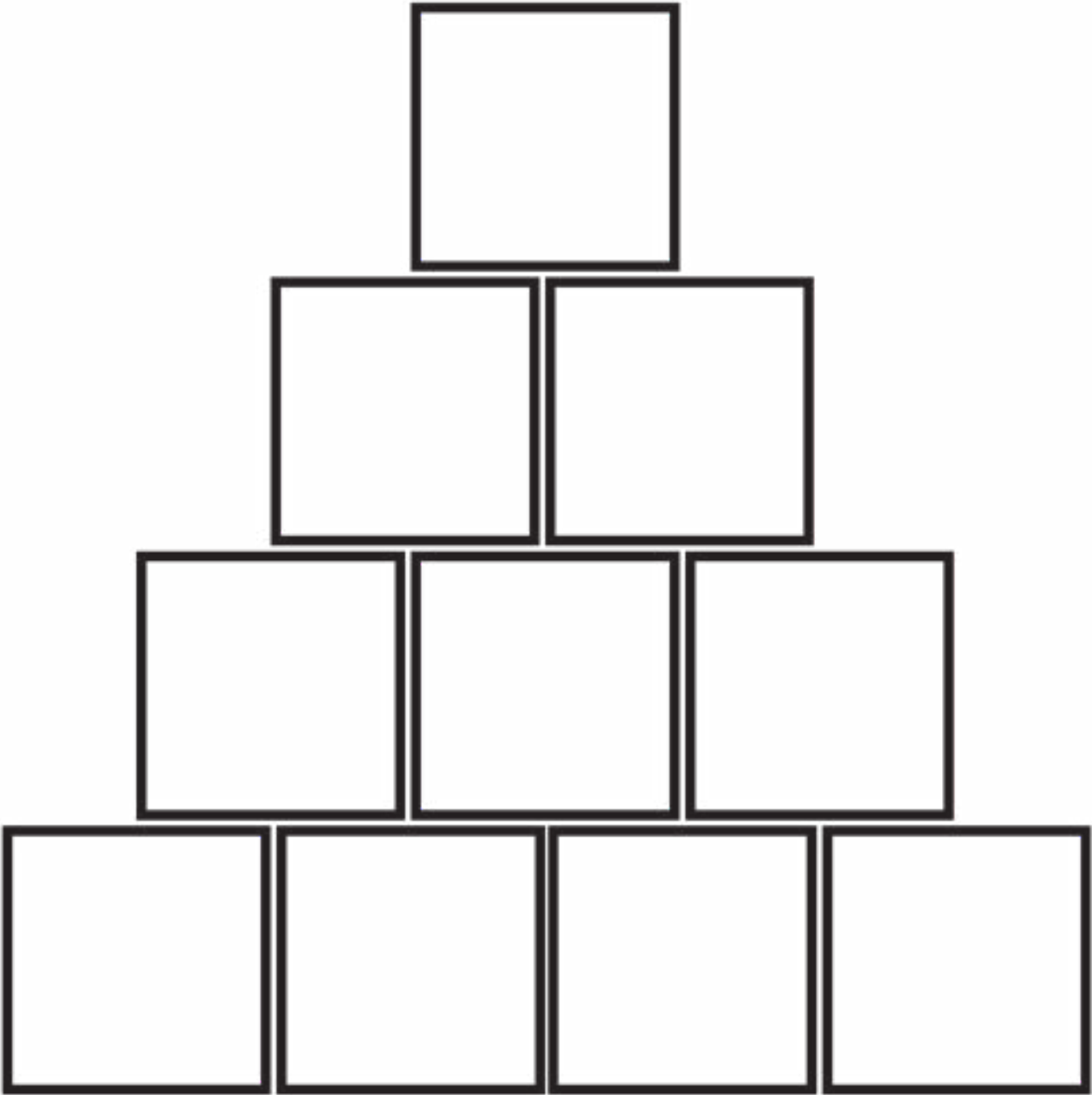


**Oi!
Eu Sou a Matilda.
Você consegue
me ajudar?**

**Quantas torres
diferentes é
possível montar?**

Adaptado de: Canguru Matemático sem Fronteiras. Web. 10 de Abril de 2017.
<http://www.mat.uc.pt/canguru/arquivo.html>

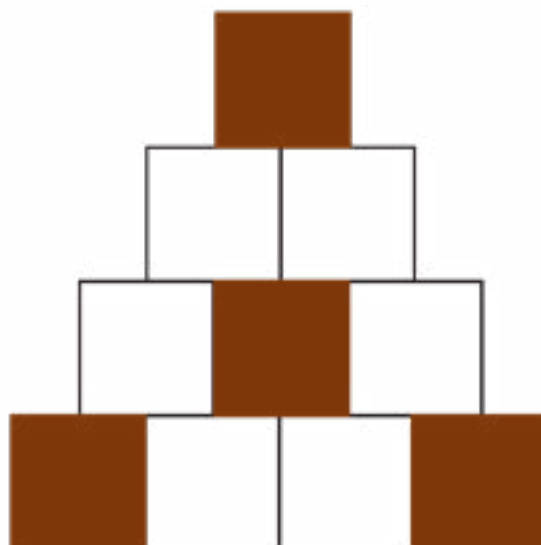
¹ Apresentamos uma versão adaptada do desafio. O enunciado original, desenvolvido com as crianças e analisado neste texto, continha elementos adicionais, como, por exemplo, um espaço destinado ao desenho. Destacamos que a adaptação do enunciado do problema não alterou a análise das estratégias de resolução realizada pela equipe do Projeto.



SOLUÇÃO

Torre Colorida da Matilda não é um problema de solução única, havendo seis respostas possíveis. Um bom modo de resolvê-lo consiste em iniciar posicionando os quadrados que aparecem em maior quantidade, pois são os que apresentam mais restrições, ou seja, começar pelos quadrados marrons. Além disso, é interessante observar a região com maior número de fronteiras, iniciando por ela. No caso da Torre Colorida da Matilda, a região com maior número de fronteiras é a central, estando em contato com 6 outros quadrados.

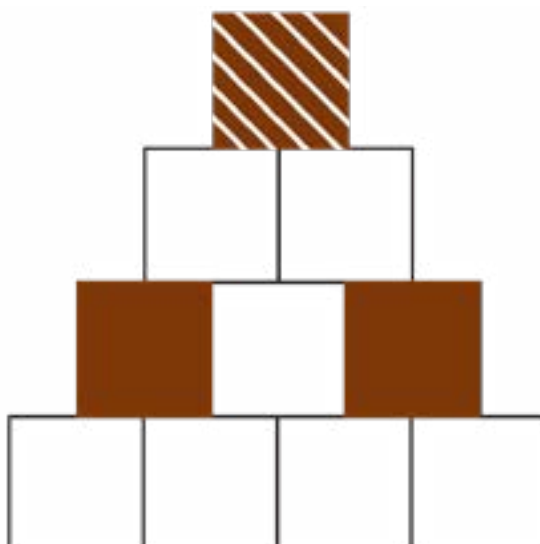
Ao fixar um quadrado marrom no centro, automaticamente, restam 3 posições possíveis para a cor marrom. A partir de uma análise detalhada dos casos, é possível perceber que essa é a única posição possível para a cor marrom.



ce.

Consideramos, nas reflexões a seguir, a base da torre como o primeiro nível e o topo como o quarto nível.

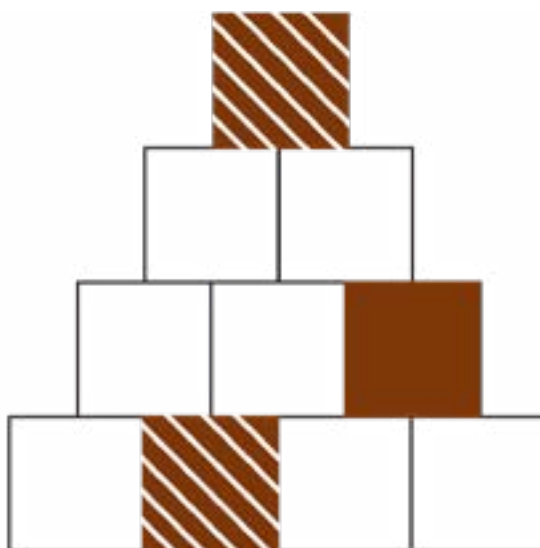
- É impossível posicionar dois quadrados marrons nos extremos do segundo nível, pois, dessa maneira, nos restaria apenas um espaço possível, no quarto nível, mais duas peças marrons para colocar na torre.



Peças marrons nos extremos do segundo nível da torre impossibilitam a resolução

Fonte: Elaborado no Geogebra pelas autoras da análise.

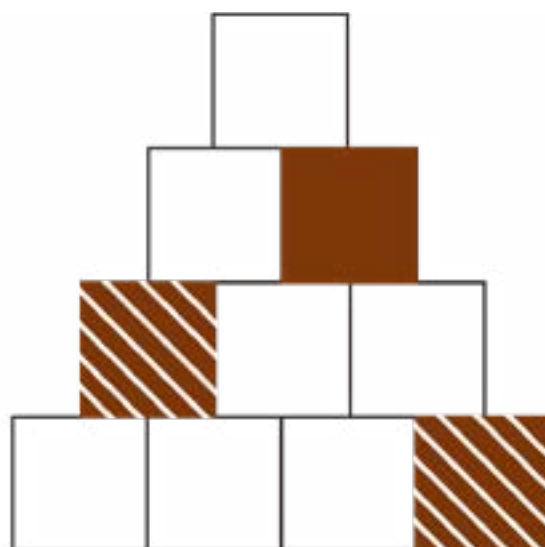
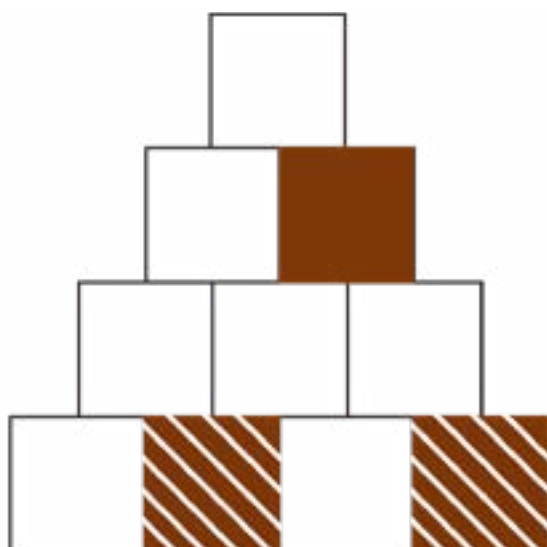
- Pela mesma razão, também não é possível posicionar um marrom em um dos extremos do segundo nível, porque seja qual for as escolhas de posições, nunca conseguiremos colocar a quarta e última peça marrom. A figura a seguir exemplifica a situação.



Exemplo ao posicionar o quadrado apenas em um extremo do segundo nível

Fonte: Elaborado no Geogebra pelas autoras da análise.

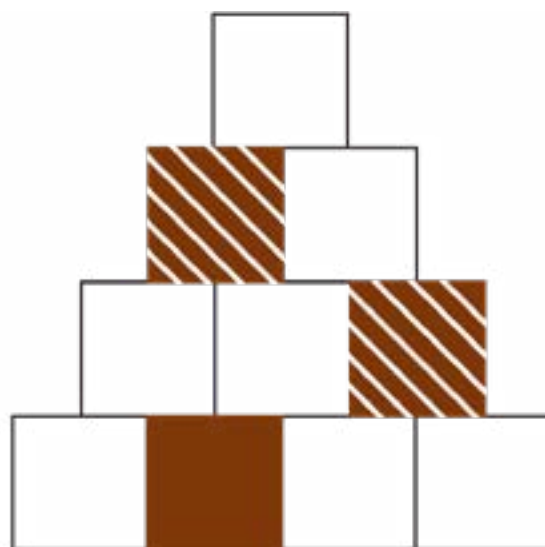
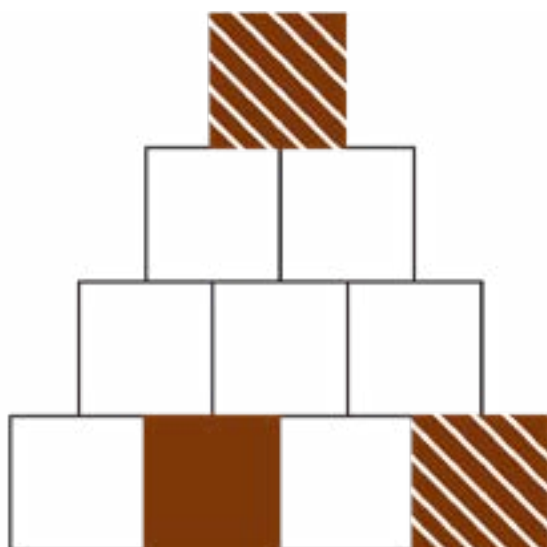
- Nenhum quadrado de cor marrom poderá ser posicionado no nível 3, pelo mesmo motivo. Observe que existem mais de duas possibilidades, mas independente da escolha, não há solução.



Exemplos ao fixar peças marrons no terceiro nível

Fonte: Elaborado no Geogebra pelas autoras da análise.

- E nenhuma peça marrom pode ser posicionada no segundo ou no terceiro quadrado do nível 1. A figura a seguir exemplifica a situação descrita.

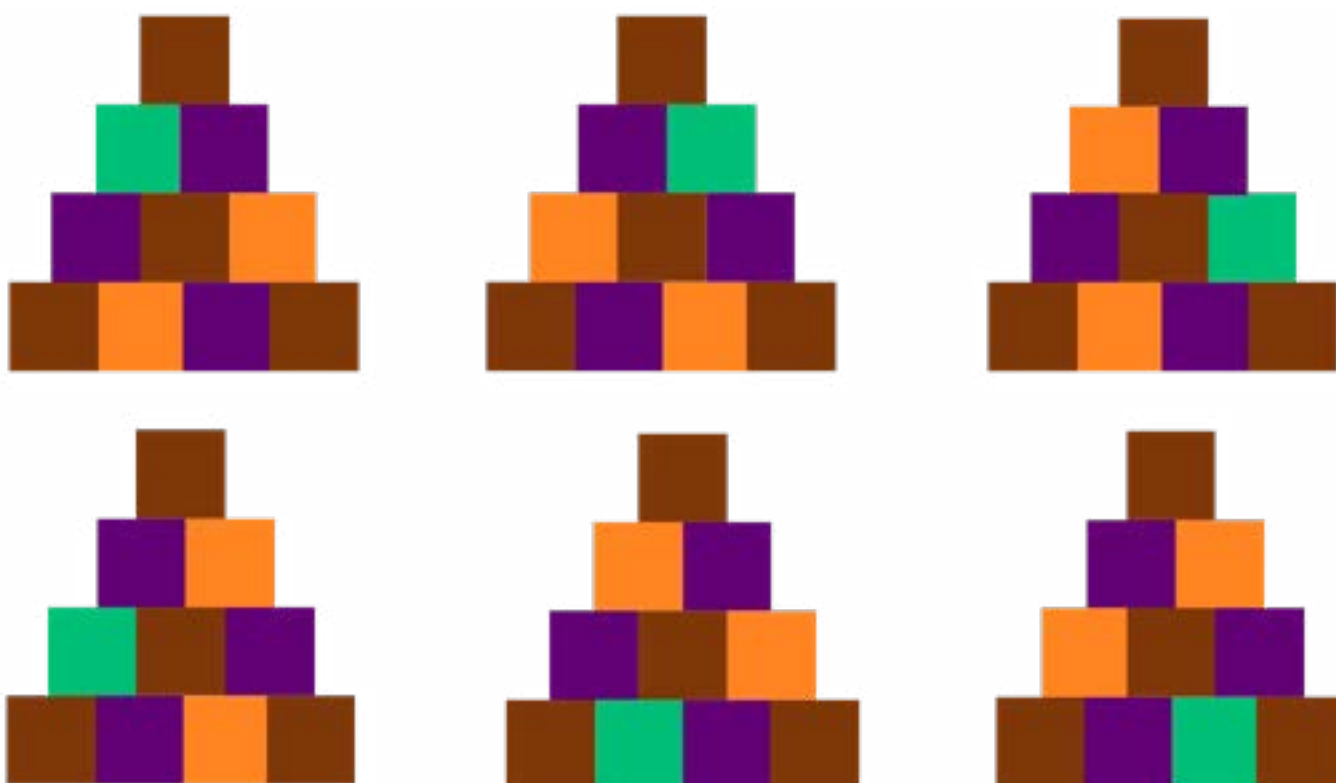


Exemplos ao fixar peças marrons na segunda posição do primeiro nível

Fonte: Elaborado no Geogebra pelas autoras da análise.

Assim, já é possível concluir o lugar das peças marrons: as únicas posições possíveis são no nível 4, os dois extremos do nível 1, e o quadrado central do nível 2. Como são 4 posições possíveis e 4 peças marrons, não há outra maneira de distribuí-las.

Após todos os quadrados marrons estarem posicionados, fica mais simples e intuitivo posicionar as demais cores: os 3 quadrados roxos, depois os 2 quadrados laranjas e, por fim, o quadrado verde. A figura a seguir ilustra as 6 soluções possíveis para o desafio Torre Colorida da Matilda.



Soluções do problema Torre da Matilda

Fonte: Elaborado no Geogebra pelas autoras da análise.

DESCOBERTAS E ANÁLISE

O desafio Torre Colorida da Matilda foi realizado com turmas de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. Ao todo, quatro grupos tiveram a oportunidade de explorar essa atividade, foram eles:

- Um grupo de crianças do 4º ano e outro do 5º ano do Centro Pedagógico da Escola de Educação Básica e Profissional da Universidade Federal de Minas Gerais (CP/EBAP/UFMG);
- Uma turma do 4º ano e outra do 5º ano da Escola Municipal Lídia Angélica.

Trata-se de um desafio que não requer conhecimentos prévios dos estudantes. Para resolvê-lo, as crianças se utilizam do raciocínio lógico dedutivo ou tentativa e erro e do pensamento geométrico.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997, p. 47) indicam alguns objetivos da Matemática para o primeiro ciclo, dos quais destacamos relevância tanto no trabalho com situações-problema de modo geral, quanto no desenvolvimento deste desafio:

Perceber semelhanças e diferenças entre objetos no espaço, identificando formas tridimensionais ou bidimensionais, em situações que envolvam descrições orais, construções e representações (p.47);

Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedi-

mentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis (p.37);

A participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para a criança e um estímulo para o desenvolvimento do seu raciocínio lógico (p. 36).

O documento oficial que tem parametrizado, atualmente, as práticas educativas no Ensino Fundamental é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o qual apresenta competências específicas para o ensino de matemática, das quais destacamos aquelas que podem ser importantes na resolução do desafio Torre Colorida da Matilda.

Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando

o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018, p.267).

A expressão adotada pela BNCC “*argumentos convincentes*” não está conceitualmente bem colocada. Argumentos podem ser convincentes sem que sejam válidos, ou seja, sem que estejam logicamente bem encadeados. Nesse sentido, recomendamos utilizar junto aos estudantes, professores e quaisquer outras pessoas, somente a expressão correta “*argumentos válidos*”.

Não houve dificuldades no entendimento do enunciado do desafio em nenhum dos grupos. As crianças conseguiram entender, sem a necessidade de ajuda específica, o problema a ser resolvido. Sendo assim, considera-se apropriada a sua forma de apresentação.

Um aspecto que favoreceu a adequação desse desafio para o uso em sala de aula, foi a utilização de material manipulativo, mais especificamente, de quadrados coloridos em recortes de papel. No entanto, vale ressaltar que é possível explorar essa atividade sem o uso desse recurso. Para o grupo de crianças do 4º ano do Centro Pedagógico, por exemplo, a solução do problema se deu, em um primeiro momento, sem utilização do referido material de suporte e todos os estudantes conseguiram, a partir de estratégias próprias, apresentar uma solução que atendesse às restrições do desafio.

Para os demais grupos foi disponibilizado material manipulativo, o que favoreceu a resolução do problema de forma mais rápida, uma vez que as crianças puderam fazer tentativas, observar os padrões e, assim, encontrar as possíveis soluções.

Em todas as situações de aplicação, foi possível observar que os grupos trabalharam de forma colaborativa na montagem das torres e que houve variabilidade nas estratégias para se chegar à solução. De modo geral, não foram necessárias intervenções dos monitores e professores na

condução da atividade e, de acordo com o relato das crianças, o desafio foi considerado de média dificuldade.

Para o grupo de estudantes do 5º ano do CP, o desafio foi proposto no sétimo encontro - na sétima semana de atividades, de modo que os monitores já conheciam as preferências dos participantes. Foi averiguado, por meio de entrevista, que o maior interesse era por desafios nos quais pudessem utilizar material manipulativo ou que tivessem ênfase na visualização.

Fiorentini e Miorim (1990) fazem uma reflexão sobre o uso dos recursos didáticos no ensino de Matemática, lembrando que diante das dificuldades dos estudantes em aprender Matemática, os docentes buscam nos materiais didáticos soluções para os problemas que enfrentam na sala de aula. Para os autores, o professor nem sempre tem clareza sobre o motivo pelo qual os materiais didáticos são importantes, bem como do momento em que devem ser usados. Muitas vezes, justificam sua utilização pelo seu caráter motivador. No entanto, a utilização do material didático deve ser justificada pela possibilidade de proporcionar experiências nas quais o aluno *“participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade”* (FIORENTINI e MIORIM, 1990, p. 6).

Para iniciar a atividade, foram disponibilizados os quadrados coloridos para a montagem das torres. Assim, os descobridores começaram a manipular os quadrados para formar a primeira torre e, quando conseguiam encontrar uma torre que respeitasse a regra *“os quadrados de mesma cor não podem se tocar”*, faziam o registro no papel. Então, trocavam a posição dos quadrados para construir uma torre diferente.

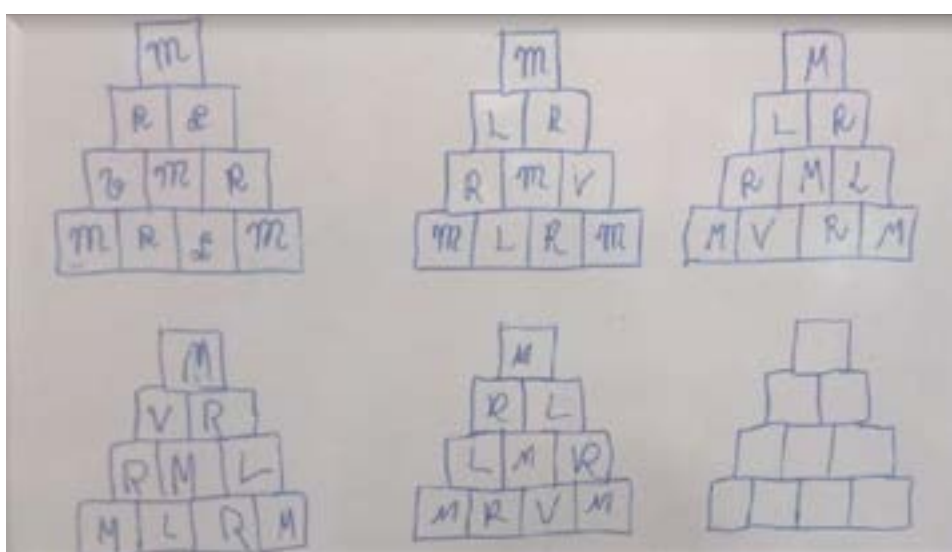
A figura ao lado exibe duas das torres construídas com os quadrados de papel colorido.



Torre construída com os quadrados de papel

Fonte: Acervo dos autores

Para cada torre encontrada, foram observadas duas formas de registro elaboradas pelos aprendizes. A maioria desenhou e coloriu cada uma das seis torres, outros, no entanto, utilizaram uma legenda para simbolizar as cores dos quadrados, conforme pode ser visto na figura a seguir.



Registro de um estudante com soluções do desafio

Fonte: Acervo dos autores

Vários estudantes obtiveram novas torres ao girarem uma mesma sequência das cores verde, roxo e laranja das que já tinham encontrado em torno do quadrado central. Outros, após encontrar as seis torres, é que observaram que havia os pares de torres simétricas. Além disso, as crianças conseguiram verificar que todos os quadrados marrons estão sempre na mesma posição em todas as torres.

Desse modo, a situação apresentada demonstra que a manipulação dos materiais favorece o raciocínio matemático. Nessa perspectiva, Machado (2012) ressalta que:

Num ambiente de manipulação e investigação, o aluno encontra condições para produzir o conceito, produzir conhecimento, experimentar combinações, expressar-se livremente, desenvolver a criatividade, resolver problemas, ampliar sua noção do mundo (MACHADO, 2012, p. 01).

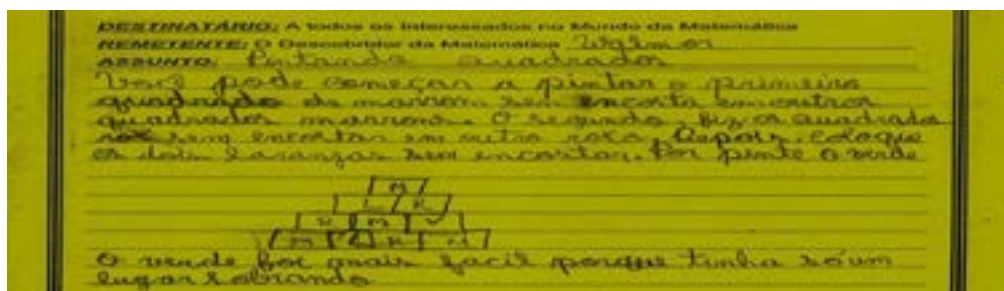
Para o grupo de estudantes do 4º ano do CP, a abordagem do desafio ocorreu de forma diferente daquela que é comumente praticada: o enunciado escrito do desafio foi entregue aos participantes e solicitado que levassem para casa e trouxessem a solução no próximo encontro. Sendo assim, não podemos afirmar que o grupo tenha iniciado a resolução do problema usando material de suporte.

Contudo, apresentaram estratégias de solução variadas e bastante sofisticadas, considerando a faixa etária dos participantes. Conseguiram encontrar cinco torres, e apresentaram as seguintes conclusões:

- Iniciar sempre pelo meio,
- Todos os quadrados marrons estão sempre no mesmo lugar,
- O quadrado verde pode ocupar todas as casas, exceto os lugares dos quadrados marrons;

- Observaram semelhanças em pares de soluções.

O grupo também percebeu que existem duas soluções consideradas diferentes, que, na verdade, são “giros” de uma única solução. Para esse grupo, a análise que realizaremos será a partir do registro de um descobridor do 4º ano.



Solução de um aluno do 4ºano do Centro Pedagógico, 2017

Fonte: Acervo do projeto

A estratégia é iniciada com a coloração da torre não pelo quadrado central, mas, sim, pelo quadrado que se encontra no 4º nível da torre. Porém, para respeitar a regra do desafio, o descobridor usou, primeiramente, todas as cores marrons disponíveis. Essa é uma estratégia que favorece rapidamente a solução do problema, uma vez que essa cor é encontrada em maior quantidade².

Na escola Municipal Lídia Angélica, a abordagem do desafio ocorreu com o uso de material manipulativo. Na turma do 5º ano, a resolução aconteceu de forma muito rápida, o que demonstrou que os estudantes compreenderam a proposta e escolheram estratégias adequadas. No entanto, na turma do 4º ano, a resolução não foi tão rápida. Foi possível verificar que alguns estudantes com mais facilidade, após concluírem o desafio, auxiliaram os que não estavam conseguindo fazer, ou seja, tiveram que trabalhar coletivamente para que toda a turma conseguisse realizar a proposta.

A principal estratégia de resolução adotada foi tentativa e erro. Diante disso, a professora precisou intervir orientando para que separassem as cores e tentassem resolver por cores, ou seja, que posicionassem todas as peças possíveis de uma determinada cor e, só após esgotar as possibilidades, iniciar outra cor. A partir dessa intervenção, as crianças conseguiram resolver o desafio.

Destacamos aqui o importante papel da mediação no processo de resolução de um problema, sem, contudo, suplantar o tempo dos aprendizes ou interromper suas estratégias de resolução, ainda que equivocadas. A mediação deve partir das estratégias já apresentadas pelos estudantes: à medida que forem apresentadas, o professor poderá questioná-los, incentivando-os a pensar em outras possibilidades.

Sugerimos que as intervenções aconteçam por meio de perguntas norteadoras, que incentivem o pensamento criativo e reflexivo e respeitem o processo de aprendizagem de cada criança.

Ao analisarmos a aplicação do desafio, foi possível perceber que as crianças obtiveram mais facilidade em realizar o registro oral da resolução do problema, como mostra o vídeo do descobridor Evandro³.

Também observamos que os estudantes gostaram de manusear os quadrados. Todos conseguiram achar a solução e começaram a reparar que alguns colegas fizeram um pouco diferente, mas que, contudo, as suas respostas estavam corretas.

3 Segue o link em que se encontra o vídeo.

<https://drive.google.com/drive/folders/1HSEUQlie4CuQ0rDxyPrUw6WGg9CZTr7h>



Solução de descobridores do 5ºano da Escola Municipal Lídia Angélica, 2019

Fonte: Acervo do projeto

Após a conclusão da atividade, houve discussão crítica das soluções apresentadas a partir dos seguintes questionamentos realizados pela monitora que aplicou o desafio:

- Quais são as diferenças entre as soluções apresentadas?
- Há outra maneira dos quadrados marrons ficarem e também solucionar o desafio?
- Se eu acrescentar uma cor, conseguiria solucionar o desafio?

Tanto nos materiais analisados quanto no relato da monitora que acompanhou o processo de aplicação, foi possível perceber a importância da problematização. Um exemplo foi o fato de os estudantes refazerem as torres várias vezes a partir do segundo questionamento feito pela monitora, o qual gerou bastante dúvida. Ao refazer o desafio, após muitas tentativas, notaram que não seria possível. O fato de terem refeito o desafio demonstra que a conclusão essencial, do posicionamento dos quadrados marrons, ainda não tinha sido atingida, conquanto os estudantes conseguiram apresentar a solução do desafio. Com base nisso, ressaltamos a

importância da observação, por parte do professor ou do monitor, do processo de resolução e não apenas da apresentação do problema.

Ao analisarmos a aplicação do desafio Torre Colorida da Matilda, foi possível perceber algumas atitudes dos estudantes diante do problema, dentre as quais destacamos:

- A principal estratégia de resolução adotada pelos alunos foi tentativa e erro.

Embora essa estratégia tenha se configurado como a principal, houve apresentação de outras estratégias por parte dos estudantes, o que condiz com a ideologia do Projeto Descobridores da Matemática, que é a de incentivar o protagonismo na construção do saber.

- As crianças perceberam semelhanças no padrão nas cores da torre, por meio de observação - aspecto importante para a resolução do desafio.
- Foram utilizados registros variados para a comunicação das estratégias para a resolução do problema.

Nas turmas acompanhadas foi possível perceber uma multiplicidade das formas de registro e de comunicação das estratégias. Essa diversidade é valiosa, uma vez que o processo de comunicação reflete a produção de significado pelas crianças.

Ao final da aplicação, sugerimos a realização de uma análise coletiva. Essa é uma estratégia bastante positiva, tanto para a “*comunicação matemática*”, presente na socialização das respostas, quanto para a possibilidade de as crianças produzirem generalizações que permitam resolver outros desafios semelhantes.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: EC/SEF, 1997. 142p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Fundamentos Pedagógicos e Estrutura Geral da BNCC**. Brasília, Distrito Federal, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Último acesso em: 15/10/2020.

FIORENTINI, Dario. & MIORIM, Maria Ângela. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim da SBEM-SP, São Paulo: SBM/SP, ano 4, n.7, 1990.

MACHADO, Rosa Maria. **Minicurso - explorando o geoplano**. In: II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf>>. Acesso em: 14/10/2020.