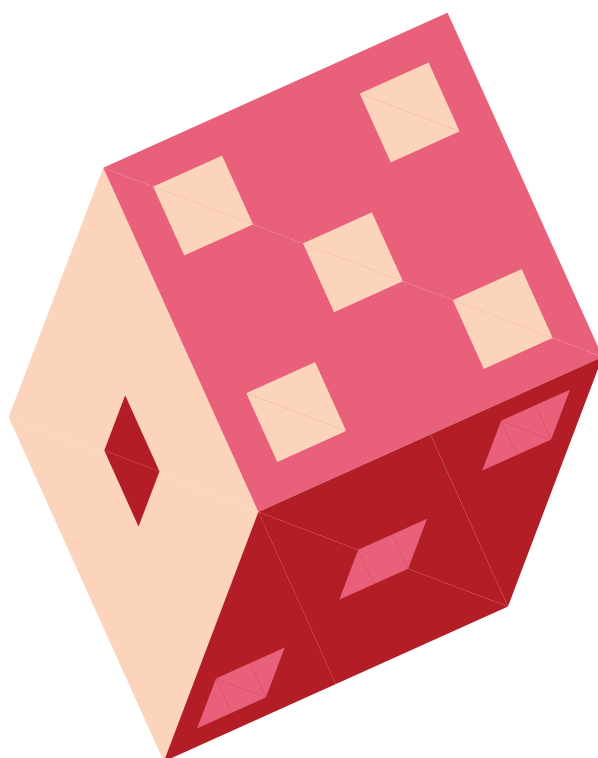
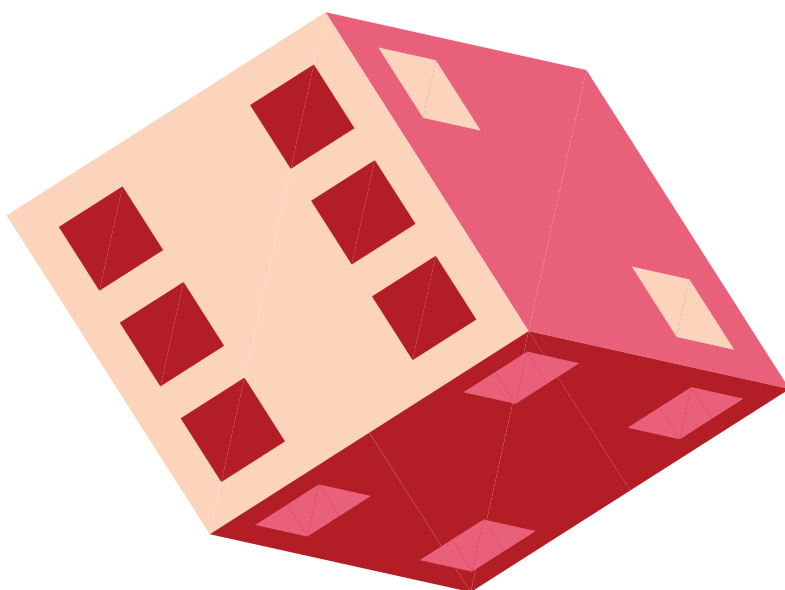
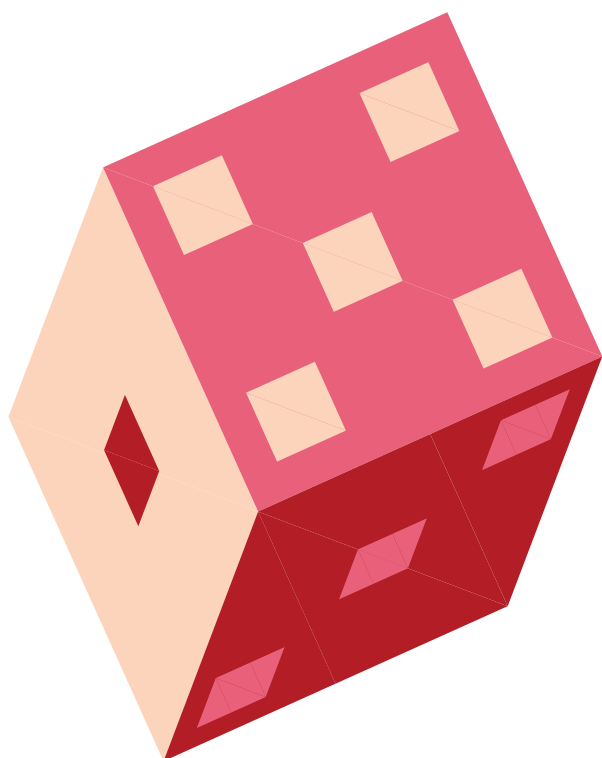


APOSTE NA SOMA



DESCOBRINDO O DESAFIO

O problema foi apresentado às crianças com o seguinte enunciado:



Podem jogar dois ou mais jogadores.

Nesse desafio, a cada jogada, são lançados dois dados ao mesmo tempo e os números de suas faces são somados.
O que vale é o resultado da soma.

Quais são os possíveis resultados dessas somas?

Agora vamos apostar! Cada descobridor escolhe um dos possíveis resultados das somas para apostar.

Um sorteio define a ordem dos jogadores.

O primeiro a jogar lança o par de dados e anota o resultado da soma num papel.

O próximo jogador também joga o par de dados e anota o resultado no mesmo papel, e assim por diante.

O jogo termina quando cada um jogar o par de dados 20 vezes.

Ganha quem apostou no resultado que foi anotado mais vezes no papel.

Todas as apostas têm a mesma chance de ganhar?

Por quê?

SOLUÇÃO

Para a primeira pergunta, as somas possíveis são 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12.

Para a segunda pergunta, como a maior parte dos itens que compõem o problema são relativos às apostas pessoais, apresentaremos apenas a resolução do item E.

A figura 1 apresenta uma tabela com os 36 possíveis lançamentos para um par de dados. Para fixar as ideias, o primeiro dado foi chamado “*preto*” e o segundo “*vermelho*”.

Dado vermelho Dado preto	1	2	3	4	5	6
1	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5	5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6	6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

Figura 1 - Todos os lançamentos possíveis.

Ao olharmos para a soma das faces de dois dados lançados, encontraremos resultados como os representados na tabela da figura 2.

*	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Figura 2 - Possíveis resultados das somas referentes ao lançamento de dois dados.

Fonte: Projeto Descobridores da Matemática.

Analisando a tabela acima, verificamos, por exemplo, que para o resultado ser 7, as combinações favoráveis são provenientes de seis lançamentos: **6 + 1**; **5 + 2**; **4 + 3**; **3 + 4**; **2 + 5**; **1 + 6**. Já para que o resultado seja 6 ou 8, as combinações favoráveis são provenientes de 5 lançamentos. Os resultados 5 e 9 aparecem em 4 combinações favoráveis cada, os resultados 4 e 10 em 3 combinações cada, 3 e 11 em apenas duas e, finalmente, 2 e 12 aparecem somente uma vez na tabela. Assim, a soma mais provável é a soma 7.

DESCOBERTAS E ANÁLISES

O Desafio Aposte na Soma foi aplicado em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental composta por 10 discentes e foi realizada em sala de aula e no pátio da escola.

Esse desafio foi selecionado por apresentar aspectos dos conteúdos referentes ao ensino de probabilidade, além de propor o exercício de diferentes tipos de registros escritos. Entendemos, desse modo, que o problema está associado às competências específicas para o ensino de Matemática, indicadas pela Base Nacional Comum Curricular, (BNCC de agora em diante), relacionadas ao desenvolvimento do raciocínio lógico e da postura de investigação¹, ao estímulo ao trabalho coletivo e ao enfrentamento de situações-problema com múltiplos contextos, bem como à utilização de diferentes registros e linguagens (BRASIL, 2020).

Após a aplicação, percebemos, com relação ao enunciado original do problema, a necessidade de modificações, pois as perguntas norteadoras não pareciam claras aos discentes. O problema estava proposto para o resultado da soma e as crianças entenderam que deveriam apostar no par de dados e não no resultado da soma deles. Por exemplo: apostar na soma 5 é diferente de apostar no par $2 + 3$, pois, o par $4 + 1$ serviria igualmente. Outra situação que desafiou os adultos foi o desconhecimento das crianças sobre o significado da expressão “ter mais chance”.

Embora o desafio vise desenvolver ideias interessantes e envolventes, a forma de apresentação destoou do estilo dos desafios propostos pela

¹ Para saber mais sobre investigação matemática, acesse: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)

equipe do projeto, o que gerou, de imediato, uma demanda por adaptações e problematizações não previstas inicialmente.

Sobre o estilo dos desafios presentes no acervo do Projeto Descobridores da Matemática, é comum a seleção, a adaptação e a criação de problemas com características como: enunciados sucintos; existência de um formato de redação onde a criança não encontre de imediato uma resposta para a situação, mas que, sobretudo, reflita de maneira aprofundada sobre a proposição apresentada. Evitamos operar com as características de um livro texto, inclusive, por ser um recurso conhecido na cultura escolar. Pretendemos promover a ampliação do contato da criança com diferentes formas de apresentação de desafios e de problemas. Diniz (2001), define como característica de problemas de livro-texto, os tópicos frasais para construir o problema, representados por indagações curtas, diagramas ou parágrafos sucintos, como é apresentado na proposta original do Aposta na Soma. As reflexões da equipe sobre como avançar na elaboração de enunciados é desafio constante e nossa equipe propôs um novo enunciado:

Nesse desafio, a cada jogada, são lançados dois dados ao mesmo tempo e os números de suas faces são somados. O que vale é o resultado da soma. Quais são os possíveis resultados dessas somas?

Agora vamos apostar! Cada descobridor escolhe um dos possíveis resultados das somas para apostar.

Um sorteio define a ordem dos jogadores.

O primeiro a jogar lança o par de dados e anota o resultado da soma num papel.

O próximo jogador também joga o par de dados e anota o resultado no mesmo papel, e assim por diante.

O jogo termina quando cada um jogar o par de dados 20 vezes. Ganha quem apostou no resultado que foi anotado mais vezes no papel.

Todas as apostas têm a mesma chance de ganhar? Por quê?

Embora necessitando de alteração em seu enunciado, Aposte na Soma é um desafio rico em questões referentes ao ensino-aprendizagem de Matemática nos anos iniciais. O desafio está relacionado às habilidades da BNCC, direcionadas a estudantes de 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, que tem como objetivo principal identificar, em eventos aleatórios, resultados possíveis para a situação proposta, tais como as que se seguem:

EFO3MA25 - Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência;

EFO4MA26 - Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações;

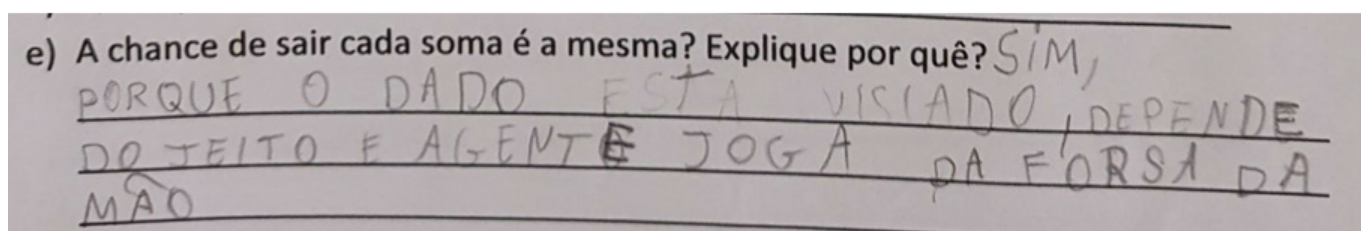
EFO5MA22 - Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

Silva e André (2019) sugerem que, ao se aplicar problemas que consistem na soma relativa ao lançamento de dois dados, é possível auxiliar os estudantes a desenvolver capacidades de “fazer previsões (levantar hipóteses) e avaliar a razoabilidade delas por meio de testes” (p. 56).

Conforme mencionado, as crianças apresentaram dúvidas relativas a se a aposta deveria ser o resultado da soma e não a do par de dados obtido com o lançamento. Isso ocorreu devido a não estar explícita tal informação no enunciado original. Desse modo, os conceitos de soma, aposta e chance, com o sentido de probabilidade, foram desenvolvidos durante a aplicação do desafio em aula.

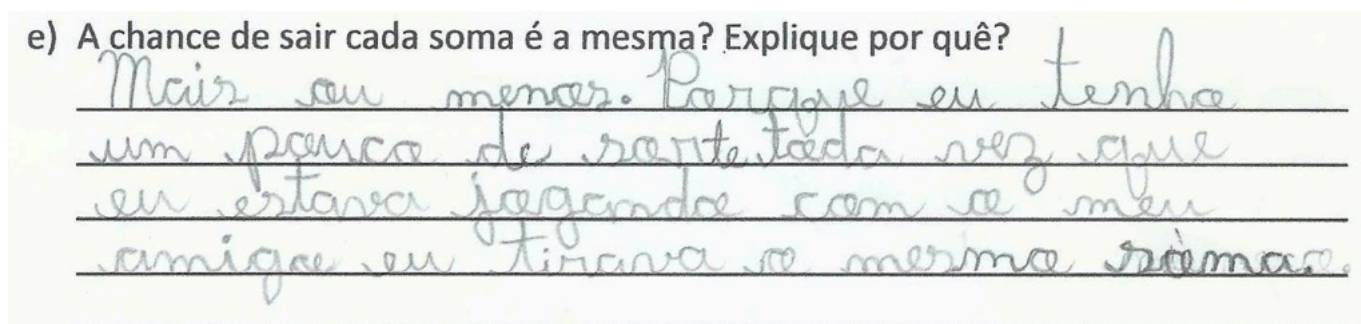
Quanto ao processo de resolução do problema, cabe destacar que os estudantes lançaram os dados várias vezes com a intenção de validar suas hipóteses iniciais de que a soma mais provável depende de experiências pessoais ou fatores não-matemáticos. Essa forma de raciocínio é explicitada no relato da estudante Milena, do 3º ano, em seu registro: “A chance de sair o número 2, é maior que a chance de tirar o 6, porque eu jogo o dado e não sai o 6”.

O argumento de Milena foi refutado por André, que lançou um dado 5 vezes consecutivas, em 3 delas obtendo a face de valor 6, virada para cima. Nessa ocasião, as crianças levantavam hipóteses relacionadas à sorte ou ao modo como se jogava os dados - com maior ou menor força, para explicar o número resultante do lançamento. As figuras 2 e 3 ilustram a situação.



e) A chance de sair cada soma é a mesma? Explique por quê? SIM,
PORQUE O DADO ESTÁ VICIADO, DEPENDE
DO JEITO E AGENTE JOGA DA FORÇA DA
MÃO

Figura 2 - Resolução de estudante do 3º ano do CP/UFMG. Fonte: Acervo do Projeto.



e) A chance de sair cada soma é a mesma? Explique por quê?
Mais ou menos. Porque eu tenho
um pouco de sorte toda vez que
eu estava jogando com a meu
amigo eu tirava a mesma soma.

Figura 3 - Resolução de criança do 3º ano do CP/UFMG. Fonte: Acervo do Projeto.

Observando os modos como os estudantes construíram as hipóteses e os registros, percebemos a necessidade de reformulação das intervenções do professor. Para tanto, passamos a levar material adicional, propondo dinâmicas com o corpo e ampliando o número de aulas para a discussão do desafio.

Diante dessa perspectiva e no sentido de indagar as crianças sobre as hipóteses formuladas, elaboramos uma dinâmica a partir de um jogo conhecido como *Corrida de Cavalos*, a fim de propor a experimentação de uma forma recreativa e lúdica. Nessa dinâmica, cada estudante apostava em um número entre 2 e 12, isto é, uma das somas possíveis, para ser o número do seu cavalo e andava uma casa quando a soma de dois dados lançados resultava o seu número. O lançamento dos dados se sucedia até que um participante chegasse ao final da corrida. As figuras 4 e 5 ilustram a situação.



Figura 4 - Estudantes do 3º ano do CP/UFGM organizados para a iniciar a Corrida de Cavalos. Fonte: Acervo do Projeto.



Figura 5 - Estudantes 3º ano do CP/UFMG no momento final da dinâmica com o cavalo 6 à frente. Fonte: Acervo do Projeto.

Com o uso desse jogo buscamos favorecer o desenvolvimento do conceito de probabilidade. As crianças foram indagadas: quais são as possíveis somas dos dados? Há apostas melhores que outras? O que é chance? Essas problematizações surgiram a partir das interações estabelecidas entre os professores e os descobridores. Os estudantes observaram que havia apostas “boas” e “ruins” e, assim, mudaram a forma de apostar, no decorrer das jogadas, pois notaram, por exemplo, que os cavalos 2, 3, 11 e 12 se movimentavam pouco. A partir dessa constatação, passaram a apostar mais nos cavalos 6, 7 e 8 – aqueles que mais avançaram nas jogadas anteriores.

No retorno à sala de aula foram discutidas e socializadas as conclusões sobre os termos chance, soma e aposta, além de realizada a análise de expressões como apostas ruins e boas. O **vídeo** e a figura 6, a seguir,

ilustram essa situação, realçando a necessidade de o docente problematizar as diferentes ideias expostas pelos aprendizes.

Figura 6 – Discussão após a dinâmica. Fonte: Acervo do Projeto.



Esse momento da prática foi demarcado pelo levantamento de hipóteses pelos estudantes, definido por D’Ambrósio (1989) como a situação em que o discente se envolve com o “fazer” Matemática, além de, simplesmente, fazer investigações a partir da situação-problema proposta. Nota-se que a criação de suposições compõe o processo de aprendizado e cabe ao professor motivar a realização de descobertas a partir de um processo de investigação que é individual e também coletivo, pois decorrente de metodologias que permitem diálogos.

A maioria das crianças, no começo do jogo, defendeu a ideia de que a sorte seria determinante, mas algumas conseguiram observar que certas somas são mais prováveis que outras, ao se lançar os dados. Alguns estudantes mudaram de ideia: foram induzidos ao pensamento matemático a partir da prática, visto que a experiência não validou suas hipóteses iniciais. A instalação de um ambiente no qual possa ocorrer o confronto no

plano das ideias, tem se apresentado como um forte aliado nas estratégias de intervenção elaboradas pelos docentes. As figuras 4 e 5 apresentam registros relativos a esse entendimento.

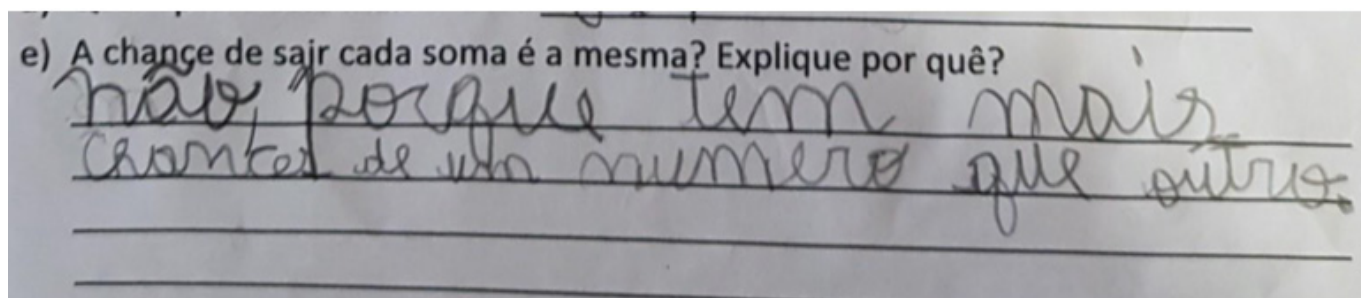


Figura 4 - Resolução de descobridor do 3º ano do CP/UFMG. Fonte: Acervo do Projeto.

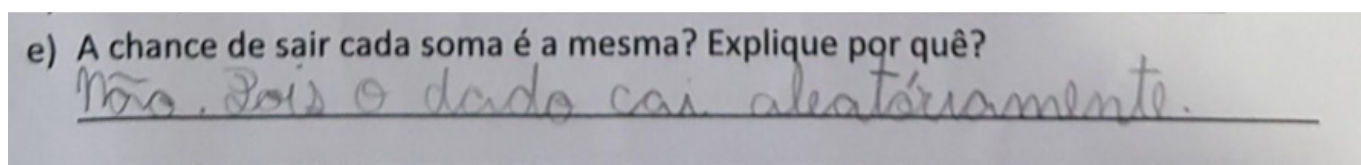


Figura 5 - Resolução de descobridor do 3º ano do CP/UFMG. Fonte: Acervo do Projeto.

Nas figuras expostas acima, podemos observar que os aprendizes, mesmo que de maneira inicial, conseguiram compreender o conceito de eventos aleatórios e respondem que as probabilidades são distintas. Diante disso, concluímos que Aposta na Soma, após realizadas as devidas alterações, é um problema rico para ser desenvolvido junto a turmas de anos iniciais do Ensino Fundamental, por possibilitar, de forma lúdica, interativa e com a utilização de materiais concretos, o desenvolvimento de importantes habilidades que compõem a aprendizagem da Matemática, com a exploração do conceito de probabilidade.

Além disso, o problema apresentado, visa o desenvolvimento das formas particulares de pensamento e raciocínio, envolvendo fenômenos aleatórios e a interpretação de amostras. Aposta na Soma não requer conhecimentos prévios para sua aplicação, mas é necessário que os conceitos de chance e de aposta sejam discutidos com a turma, como um tipo de combinado, para desafiar os estudantes a compreenderem, de forma experimental, o estudo de probabilidade.

Fica evidente a importância da atuação docente, intervindo em momentos adequados, oferecendo oportunidades para que as crianças consolidem seus pensamentos e afirmações, pois quando vivenciam tais tipos de raciocínio, por meio de jogos, o aprendizado se torna significativo, facilitando a compreensão dos conteúdos abordados.

Essa proposta possibilita o uso de outros recursos didáticos, tais como:

- Uso do quadro da sala de aula;
- Criação da pista de corrida em uma folha de papel ou cartolina;
- Confeção dos cavalos e pista de corrida com materiais recicláveis (tampas de garrafa, papelão etc.).

Permite ainda outro raciocínio, ao centralizar a aposta nos pares de dados e não na soma de suas faces. Nesse caso, cada par de dados distintos, por exemplo $\{2,3\}$, ocorre duas vezes em 36 possíveis jogadas – o 2 pode sair no primeiro ou no segundo dado, mas cada par de dados iguais, por exemplo $\{5,5\}$, ocorre apenas uma vez em 36 jogadas. Assim, ao ser realizado um número suficientemente grande de lançamentos, o par $\{5,5\}$ vai ocorrer com resultado próximo da metade das vezes que o par $\{2,3\}$, enquanto os pares $\{2,3\}$ e $\{4,6\}$ ocorrerão aproximadamente o mesmo número de vezes.

Além disso, Aposte na Soma, abarca a exploração de outras habilidades elencadas na BNCC, como EF03MA27 e EF04MA27, sobre a comparação dos dados apresentados em tabelas de dupla entrada e a utilização de termos como maior e menor frequência, e EF05MA23, sobre determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios. Nesse caso, pode-se introduzir a expressão numérica na forma de fração.

Com a aplicação do Aposte na Soma é possível perceber que as crianças desenvolvem habilidades importantes, tais como: investigar, elaborar e testar hipóteses para resolver problemas. Além disso, aprendem

a criar soluções, a partir da experimentação, procedimento que viabiliza que realizem seus registros com segurança.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base nacional comum curricular. Brasília, DF, 2020. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio> Acesso em: 18 out. 2020.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19

DINIZ, M. I. Os problemas convencionais nos livros didáticos. In: SMOLE, K. S. e DINIZ, M. I. (org.). Ler, Escrever e Resolver Problemas. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 99-102.

PONTE, João Pedro Mendes. Investigar, ensinar e aprender. Actas do ProfMat 2003 (CD-ROM, pp. 25-39). Lisboa: APM. Disponível em: [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf)

SILVA, M. M., ANDRÉ, R. G. M. Orientações Metodológicas: Matemática - Ensino Fundamental. Pernambuco: [s.n.], 2019. Disponível em: <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/?pag=1&cat=18&art=4419>. Acesso em: 28 out. 2020.