**2016 ~2017 学年春季学期《线性代数 》课程考试试题解析**

## 填空题（本题满分15分，共有5道小题，每道小题3分，请将合适的答案填在每题的空中）

**1．设为阶方阵，的第3列的元素分别为，其对应的余子式为，则**

** 10 ．．**

**解析：**

****

**注释 本题知识点：**

**行列式按行按列展开**

**答案：10**

**2．设矩阵，其中，则 **

**解析：**

**由**

**得到**

**所以**

**注释 本题知识点：**

**向量的运算**

**答案：**

**3. 设四元非齐次线性方程组的系数矩阵的秩为3，已知是它的三个解向量，且，，则齐次方程组的通解为  ．**

**解析：**

**因为四元非齐次线性方程组系数矩阵的秩为3，所以其对应的齐次线性方程组的基础解系中只包含一个解量，而为齐次线性方程组的解，则齐次方程组的通解为**

****

**注释 本题知识点：**

1. **齐次线性方程组的基础解系所包含的向量个数**
2. **齐次线性方程组的通解**

**答案：**

**4．设矩阵有三个不同的特征值，且，则矩阵的秩 ­­ 2 ．**

**解析：**

**由知向量线性相关，而三个特征值不同，所以线性无关，故**

****

**注释 本题知识点：**

**矩阵的秩等于矩阵中行向量组或者列向量组的最大无关组的秩，即最大无关组所包含的向量的个数。**

**答案：2**

**5. 若二次型为正定二次型，那么的取值范围是 ．**

**解析：**

**二次型的矩阵为，由正定二次型的性质知，其对应的顺序主子式大于零。所以，解得，所以**

**注释 本题知识点：**

1. **二次型的矩阵**
2. **正定二次型的条件：顺序主子式大于零**

**答案：**

**二、 选择题（本题满分15分，共有5道小题，每道小题3分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内）**

1. **若向量组的秩为，则必定有【 D 】**

**(A) 必定**

**(B) 向量组中任意小于个向量的部分组线性无关**

**(C) 向量组中任意个向量线性无关**

**(D) 向量组中任意个向量线性相关**

**解析：**

**若向量组的秩为向量组包含的最大无关组的向量个数**

**注释 本题知识点：**

**（1）向量组的秩的定义。**

**（2）最大无关组的定义。 的秩为，则向量组中任意个向量线性相关**

**答案：D**

**2. 设为阶可逆矩阵，交换的第1行和第2行得矩阵，和分别为的伴随矩 阵，则【 C 】**

**(A) 交换的第一列与第二列得到;**

**(B) 交换的第一行与第二行得到;**

**(C) 交换的第一列与第二列得到;**

**(D) 必交换的第一行与第二行得到.**

**解析：**

**由伴随矩阵的定义，很容易得到答案。**

**注释 本题知识点：**

**伴随矩阵的定义**

**答案：C**

**3. 设n阶矩阵A与B等价，则正确的是【 D 】**

**(A) 当时，； (B) 当时，；**

**(C) 当时，； (D) 当时，。**

**解析：**

**由得， 所以当时，。**

**注释 本题知识点：**

**矩阵等价得充分必要条件**

**答案：D**

**4. 设都是可逆方阵，且与相似，则下列结论错误的是【 D 】**

**(A) 与相似； (B) 与相似；；**

**(C) 和相似； (D) 与相似；.**

**解析：**

1. ****
2. ****
3. **和相似都是阶可逆矩阵，所以相似。**

**注释 本题知识点：**

**答案：D**

**5. 已知3阶方阵与非零向量满足，且向量组线性无关，则关于方阵的结论不正确的是【 D 】．**

**(A) ； (B) 矩阵的特征值；**

**(C) ； (D) .**

**解析：**

**因为，向量组线性无关，且，所以矩阵的秩为2，则**

**注释 本题知识点：**

1. **矩阵的秩**
2. **向量组线性无关的性质**
3. **矩阵乘积的秩的性质**

**答案：D**

**三、（本题满分12分）计算下列行列式的值：**

**1. 已知四阶行列式，计算行列式D的所有代数余子式之和．**

**解析：**

****

**注释 本题知识点：**

1. **行列式任一行（列）得所有元素与另一行（列）对应元素的代数余子式的乘积之和等于零。**
2. **范德蒙行列式的计算。**

**2. 计算行列式。**

**解析：**

****

****

****

**注释 本题知识点：**

1. **行列式按行按列展开公式。**
2. **行列式的性质及递推公式。**

**四、 （本题满分12分）已知矩阵，矩阵满足，其中是矩阵 的伴随矩阵，求矩阵。**

**解析：**

**因，所以可逆。**

**方程两端分别同时左乘****，可得**

**所以.**

**注释 本题知识点：**

1. **行列式的计算**
2. **伴随矩阵的性质**
3. **矩阵的运算**

**五、(本题两个小题，满分14分)**

**1. 已知向量组线性无关，,证明：向量组线性无关.**

**证明：设则**

****

**因向量组线性无关,故**

****

**因为故方程组只有零解**

**则所以线性无关**

**注释 本题知识点：**

1. **向量组线性无关的定义**
2. **求解齐次线性方程组**

**2. 设向量组，,,*，***

**求向量组的一个最大线性无关组，并将其它向量用最大线性无关组表示。**

**解析：**

****

**该向量组的一个最大无关组为： ；**

**且。**

**注释 本题知识点：**

1. **向量组最大无关组定义**
2. **矩阵的初等变换**
3. **向量组如何用它的最大无关组表示**

**六、（本题满分12分）**

**已知，试求当参数为何值时，方程组无解，有唯一解，有无穷多解.**

**解析：**

****

**当时，方程组有唯一解；**

**当时，方程组无解；**

**方程组有无穷多解的情形不存在。**

**注释 本题知识点：**

1. **矩阵的初等变换**
2. **非齐次线性方程组的解的情况**

**七、（本题满分12 分）已知二次型**

**经正交变换化成，求的值和正交矩阵P.**

**解析：**

**二次型的矩阵为**

**则且，则**

**．**

**由此可得的特征值，．**

**对于，解方程组，得其基础解系，．**

**对于，解方程组，得其基础解系．**

**对于，解方程组，得其基础解系，**

**正交矩阵为。**

**注释 本题知识点：**

1. **二次型所对应得矩阵**
2. **矩阵得特征值和特征向量**
3. **正交变换**

**八、（本题满分8分）设矩阵有三个线性无关的特征向量，求与的关系.**

**解析：**

**特征方程为，特征值为。**

**因矩阵有三个线性无关的特征向量，所以二重根应有两个线性无关的特征向量，即 ,**

****

**所以。**

**注释 本题知识点：**

1. **求矩阵的特征值**
2. **特征值的代数重数和几何重数的关系**