**班级： 学号： 姓名：**

**第三章 向量与线性方程组-----练习题**

一、判断题（对的打“√”，错的打“×”）

1. 若n元线性方程组的系数矩阵为行满秩矩阵，则该方程

组一定有解. （ √ ）

2. 对于任意两个n列维向量和，有. （ × ）

3． 设有m个n维向量，且矩阵，若向量线性无关，则A为列满秩矩阵. （ √ ）

4.若为n维单位坐标向量，则线性无关. （ √ ）

5．若线性无关，且线性相关，则也线性相关. （ √ ）

6. 若一个向量组的秩为n，则该向量组中任意n+1个向量都线性相关. ( √ )

7. 一个向量组的最大线性无关组是唯一的. ( × )

8. 向量空间V中基中向量个数就是空间的维数. ( √ )

9.齐次线性方程组的基础解系是唯一的. (× )

10.若n元齐次线性方程组系数矩阵的秩为r，则其基础解系中一定有n-r个线性无关的向量. ( √ )

11. 若都是n阶方阵，且，则. ( × )

12. 若存在一组不全为零的数，使

，

则向量组线性无关．（ × ）

13. 若有不全为零的数，使

，

则线性相关，也线性相关．（ × ）

（4）若只有当全为零时，使

，

则线性无关，也线性无关．

14.设为矩阵，且，若的行向量组线性无关，则

(1) 方程组有无穷多解；( √ )

(2) 方程组仅有零解；( × )

(3) 方程组无解； (× )

(4) 方程组仅有零解．( × )

二、设是齐次线性方程组的基础解系，向量满足，证明向量组线性无关。

三、设、、是三个*n*阶方阵，证明：若**，**则**．**

**分析** 由上题的结论知，只要证齐次线性方程组****与同解．

**证** 因为****，由上题知，****与******同解，

又****的解一定是的解；

反之，设***x***1为的解，则有，即，

记，则是****的解，又****与******同解，

所以是******的解，即****，即的解也一定是****的解．

因此****与同解，所以****．

四、 当、为何值时，线性方程组



有唯一解，无解，有无穷多组解，并求出有无穷多组解时的通解．

**解：**

将方程组的增广矩阵用初等行变换化为阶梯矩阵：





所以，⑴ 当时，，此时线性方程组有唯一解．

⑵ 当，时，，，此时线性方程组无解．

⑶ 当，时，，此时线性方程组有无穷多组解．

此时，原线性方程组化为



因此，原线性方程组的通解为



或者写为

()

五、设, 已知线性方程组存在两个不同的解，

求 (1) ;

(2) 线性方程组的通解．

解：（1）对矩阵施以初等行变换得，

，

由于线性方程组存在两个不同的解，则有,

故，。

（2）当时，



则得原方程组同解方程组，

上述方程组对应的齐次方程组的基础解系，上述方程组的一个特解为,

通解为：