**第四章 相似矩阵-----练习题**

一、判断题（对的打“√”，错的打“×”）

1. 正交向量组一定线性无关（ √ ）；

2. 实对称矩阵一定和某一个对角阵相似（ √ ）；

3. 个维正交向量构成的矩阵一定正交矩阵（ × ）；

4. 设为阶方阵，若存在数和向量，满足，则称是方阵的一个特征值（ × ）；

5.如果存在数和非零向量，使得，则是的特征值（ √ ）；

6. 不同特征值可以对应同一个特征向量（ × ）；

7.任何一个特征值都对应无穷多个特征向量（ √ ）；

8. 相似矩阵具有相同的特征值和特征向量（ × ）；

9. 具有相同特征值的矩阵一定相似（ × ）；

10.阶矩阵和都有个线性无关的特征向量，则和相似（ × ）．

二、设与都是阶正交阵，证明也是正交阵．

解：

因此也是正交阵.

三、求下列矩阵的特征值和特征向量:



解：设

设为和正交的个线性无关的向量。即

为线性方程组的一个基础解系。

由，易知为的个线性无关的特征向量，其特征值都为

由，易知为的特征向量，其特征值都为

四、设方阵与相似，求.

解： 由相似，得

 即 

因此



五、设都是阶方阵，且，证明与相似．

解：令 则可逆.

显然有，

所以，与相似

六、设，求；

解：由对称矩阵相似于对角阵的过程，可得



