**2015~2016学年秋季学期《线性代数》课程考试试题解析**

**一、填空题（本题满分15分，共有5道小题，每道小题3分，请将合适的答案填在每题的空中）**

**1．设，则 ．**

**解析：**

**.**

**注释 本题知识点：行列式的性质**

1. **行列式的某一列乘以一个倍数加到另一列；**
2. **行列式的某一列提一个公因数；**
3. **行列式某两列互换.**

**答案： -18**

**2. 已知向量组,,，，如果向量组线性相关，则常数 ．**

**解析： 由线性相关有，**

****

**得.**

**注释 本题知识点：**

**个维列向量组线性相关的充分必要条件是，由他们组成的行列式等于0.**

**答案：,结果不唯一.**

**3. 已知三阶矩阵的特征值互不相同，且，又是非齐次方程组的三个不同解向量，则方程组的通解为 ．**

**解析： 由得特征值至少有一个为0.**

**由的特征值互不相同，得中一个为0另两个不为0，所以由的秩为2.**

**从而的基础解系含一个向量.**

**由是非齐次方程组的三个不同解向量，得为**

**的基础解系。所以，方程组的通解为.**

**注释 本题知识点：**

1. **矩阵行列式的值等于它的所有特征值的乘积；**
2. **齐次线性方程组的基础解系所含向量的个数等于未知量的个数减去系数矩阵的秩；**
3. **非齐次方程组和齐次方程组解之间的关系.**

**答案：.**

1. **设和都是方阵对应于特征值3的特征向量. 又，**

**则 ．**

**解析： .**

****

**.**

**注释 本题知识点：**

1. **矩阵特征值、特征向量的定义；**
2. **把一个向量表示成其它向量的线性组合.**

**答案：.**

**5．若二次型为负定二次型，那么的取值范围是 ．**

**解析： 二次型的矩阵.**

**负定当且仅当正定，当且仅当的所有顺序主子式都大于0；**

**当且仅当，当且仅当或.**

**注释 本题知识点：**

1. **二次型的矩阵；**
2. **矩阵正定与负定的关系；**
3. **矩阵正定的充分必要条件。**

**答案： .**

### 二、 选择题（本题满分15分，共有5道小题，每道小题3分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内）

**1．设矩阵 , , 则( )**

**(A) 0； (B) 1； (C) 2； (D) 3．**

**解析：，可逆**

**.**

**注释 本题知识点：**

**矩阵左乘或右乘一个可逆矩阵其秩不变.**

**答案：C**

**2. 设都为阶非零矩阵，且，则( )**

**(A) 方程组有无穷多解； （B）方程组有唯一解；**

**(C) 方程组有无穷多解； （D） 方程组仅有零解..**

**解析： 表明的列向量都是的解，**

**由为阶非零矩阵得有非零解，**

**从而，有无穷多解.**

**注释 本题知识点：**

**（1）*AB*=0与齐次线性方程组解之间的关系；**

**（2）齐次线性方程组有非零解的判别条件.**

**答案：C**

**3. 下列矩阵哪个不是正交矩阵( )**

**(A) ； (B) ；**

**(C) ； (D) ．**

**解析 根据正交矩阵的定义或等价条件，可得(B)是正交矩阵.**

**注释 本题知识点：**

**正交矩阵的定义或的列（行）向量组两两正交且长度为1.**

**答案 B**

**4．设为属于特征值的特征向量，则的值为（ ）**

**(A) ； (B) ； (C) ； (D) ．**

**解析 由，得**

**，解得。**

**注释 本题知识点：**

**特征值、特征向量的定义及计算.**

**答案 A**

**5. 设为矩阵，为矩阵,则下列结论正确的是（ ）**

**(A) 若，则矩阵列向量组线性无关；**

**(B) 若，则矩阵列向量组线性相关；**

**(C) 若，则矩阵列向量组线性无关；**

**(D) 若，则矩阵列向量组线性相关.**

**解析 由得的秩为*m*, 的行向量组线性无关.**

**由得的秩为*n*, 的列向量组线性无关.**

**注释 本题知识点：**

**（1）矩阵乘积的秩不超过其中每一个的秩；**

**（2）矩阵的秩不超过它的行数和列数.**

**答案 C**

**三、（本题满分12分）计算下列各题**

**解析：**

**1. 设行列式**，计算.



**2. 计算n阶行列式** 

 .

**注释 本题知识点：**

1. **行列式展开与代数余子式的关系；**
2. **行列式的性质及三角化法.**

**四、（本题满分20分）**

**解析:**

**（1）已知和均三阶方阵，将的第三行2倍加到第一行得到矩阵**，**将的第1列加到第2列得**

**到矩阵，又已知**，求****.

**由已知可得，其中，.**

**显然都为可逆阵，且，.**

**则.**

**(2) 设阶方阵，是矩阵的伴随矩阵，且满足方程，**

**求矩阵.**

**因为，两边同乘以，可得** 

**又，所以.**

**注释 本题知识点：**

**(1) 矩阵的初等行、列变换与矩阵左乘、右乘初等矩阵之间的关系；**

**(2) 利用的性质解矩阵方程；**

**（3）矩阵求逆 .**

**五、(本题满分10分)**

**设矩阵，**

1. **求矩阵****的秩； （2）求矩阵****的列向量组的一个最大线性无关组.**

**解析：**

****

1. **矩阵****的秩的秩为4,；**
2. **矩阵的列向量组的一个最大线性无关组为**，，，

**注释 本题知识点：**

**(1) 利用初等变换化矩阵为阶梯形；**

**(2) 利用矩阵的阶梯形求矩阵的秩及求矩阵列向量组的最大线性无关组.**

**六、（本题满分12分）已知向量**，，，，,**试讨论****为何值时，**

**（1）****不能被****线性表示；**

**（2）****可由****唯一的表示；**

**（3）****可由****表示，但表达式不唯一，并求出表达式.**

**解析：将向量组写成矩阵用初等行变换化为阶梯矩阵：**

** **

**所以，⑴ 当时，，此时线性方程组有唯一解．**

**⑵ 当，时，，，此时线性方程组无解．**

**⑶ 当，时，，此时线性方程组有无穷多组解．**

**此时，原线性方程组化为 **

**因此，原线性方程组的通解为 **

**或者写为 ()**

**注释 本题知识点：**

**(1) 利用初等行变换化矩阵为阶梯形；**

**(2) 利用矩阵的阶梯形判断线性方程组解的情况；**

**（3）非齐次线性方程组的解与向量的线性表出之间的关系.**

**七、（本题满分10 分）试求一正交变换，将二次型**

**化为标准型，并写出标准型.**

**解析：的矩阵及标准形的矩阵分别为，**

**矩阵的三个特征值分别为．**

**特征值对应的特征向量为,**

**特征值对应的特征向量为,**

**特征值对应的特征向量为.**

**因此令： **

**因此所作的正交变换为 ．**

**标准形。**

**注释 本题知识点：**

**(1) 二次型的矩阵；**

**(2) 实对称矩阵的正交化对角化。**

**八、（本题满分6分）设****为****阶方阵，****为****的三个不同特征值，****为相应的特征向量，又****.试向量组****证明线性无关.**

**解析：设存在常数使得  （\*）**

**为的三个不同特征值，为相应的特征向量，可得**

****

**代入（\*）有**

****

**又因为线性无关可得**

****

**因为系数阵的行列式不等于零，有**

**所以向量组证明线性无关**

**注释 本题知识点：**

**(1) 特征值、特征向量的定义及性质；**

**(2) 向量组线性无关的定义及与齐次线性方程组是否有零解之间的关系.**