**2016 ~2017 学年秋季学期《线性代数 》课程考试试题解析**

## 一、填空题（本题满分15分，共有5道小题，每道小题3分，请将合适的答案填在每题的空中）

**1.设均为四阶方阵，且是的伴随矩阵，则**  ．

**解析:**

**由于**

**所以**

**注释 本题知识点：**

****

****

****

**答案：**

**2．设矩阵满足则**  .

**解析:**

**由**

**得**

**即**

**所以**

**注释 本题知识点：**

****

**答案：**

**3. 已知向量组线性无关，若向量组线性相关，则参数**  **．**

**解析:**

**由题设可得**

****

**因为线性无关，线性相关.**

**所以**

**解得**

**注释 本题知识点：**

**（1）向量组的线性相关性与向量组的秩.**

**（2）向量组线性相关的充分必要条件是齐次线性方程组有非零解.**

**答案： **

**4．已知向量组则向量组的秩为 ­­** .

**解析:**

****

**所以向量组的值秩为**

**注释 本题知识点：**

**（1）矩阵的秩等于它的列向量组的秩，也等于它的行向量组的秩.**

**（2）矩阵的初等变换不改变矩阵的秩.**

**答案：**

**5. 设三阶实对称矩阵的两个非零特征值对应的特征向量分别为且秩则齐次方程组的通解为**  ．

**解析:**

**因为三阶实对称矩阵的秩**

**所以该矩阵有特征值零，设零特征值对应的特征向量为**

**由于不同特征值对应的特征向量正交**

**所以**

**即**

**解得一个非零解**

**因此有**

**又因为**

**所以齐次方程组的通解为**

**注释 本题知识点：**

**（1）齐次线性方程组的通解.**

**（2）方阵的特征值和特征向量的定义.**

**（3）不同的特征值对应的特征向量正交.**

**答案： **

**二、 选择题（本题满分15分，共有5道小题，每道小题3分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内）**

**1．已知三阶行列式则【 】**．

**(A)2; (B)6; (C)-1; (D) 1**

**解析:**

**由根据行列式的性质可得**

** 即**

**注释 本题知识点：**

**行列式的性质**

**答案：1.**

**2. 设是矩阵，是非齐次线性方程组对应的齐次线性方程组，**

**则下列结论正确的是【 】．**

**(A) 若仅有零解，则有唯一解；**

**(B) 若有非零解，则有无穷多解；**

**(C) 若有无穷多解，则仅有零解；**

**(D) 若有无穷多解，则有非零解.**

**解析:**

**仅有零解，可得但不能得出所以不一定有解.**

**有非零解，可得但不能得出所以不一定有解.**

**有无穷多解，可得所以有非零解.**

**注释 本题知识点：**

**线性方程组的解的个数**

**非齐次线性方程组为矩阵,有解的充分必要条件是**

**（1）当时，有唯一解.**

**（2）当时，有无穷多解.**

**元线性方程组无解的充分必要条件是**

**元齐次线性方程组总有解.有非零解的充分必要条件是**

**答案：D.**

**3. 设是阶矩阵，的行向量组线性无关，则【 】．**

**(A) 中必有两列元素对应成比例；**

**(B) 中必有一个列向量是其余列向量的线性组合；**

**(C) 的列向量组线性无关；**

**(D)中必有一列元素全为零；**

**解析:**

**由于矩阵的行向量组线性无关，所以**

**设为的列向量组，则有**

**因此线性相关，且有三个列向量线性无关**

**故矩阵中必有一个列向量是其余列向量的线性组合.**

**注释 本题知识点：**

**（1）矩阵的秩等于它的列向量组的秩，也等于它的行向量组的秩**

**（2）向量组线性相关和线性无关**

**答案：D**

**4. 已知齐次方程组的基础解系有一个向量，则行列式【 】**

**(A) 2； (B) 0； (C) 1； (D) 3.**

**解析:**

**由题设知矩阵为方阵，且的基础解系有一个向量**

**所以**

**故**

**注释 本题知识点：**

**（1）齐次线性方程组有非零解的充分必要条件是系数矩阵的秩小于变元的个数.**

**（2）**

**答案：B**

**5. 当满足【 】时，二次型**

**是负定的．**

**(A)  (B)  (C)  (D) 空集.**

**解析:**

**二次型矩阵为**

**根据负定二次型判定可得**

****

**或**

**所以不存在使得二次型为负定的.**

**注释 本题知识点：**

**负定二次型的判定**

**元实二次型负定的充分必要条件是下列条件之一成立：**

**（1）的负惯性性指数为；**

**（2）的特征值全为负数；**

**（3）合同于；**

**（4）的各阶顺序主子式负正相间，即奇数阶顺序主子式为负数，偶数阶顺序主子式为负数.**

**答案：D**

**三、（本题满分14分）计算下列行列式的值：**

**1. **

**解析:**

****

**注释 本题知识点：**

**利用范德蒙行列式求解**

****

**答案：6.**

**2. 计算行列式的第四行元素的余子式之和.**

**解析:**

**行列式的第四行元素的余子式之和为**

****

**注释 本题知识点：**

**（1）余子式和代数余子式的定义；**

**（2）行列式等于它的任一行（列）的各元素与其对应的代数余子式乘积之和.**

**答案：-28**

**四、 （本题满分12分）已知矩阵方程，其中**

**是矩阵的伴随矩阵，求**

**解析:**

**因为所以矩阵可逆.**

**方程两端左乘右乘可得**

****

**所以**

**注释 本题知识点：**

**（1）阶方阵可逆的充分必要条件是**

**（2）.**

**（3）**

**（4）逆矩阵的求法.**

**答案：**

**五、(本题满分12分)**

**设向量组 **

**（1）求向量组的秩；**

**（2）求向量组的一个最大线性无关组；**

**(3) 把其它向量用最大线性无关组表示.**

**解析:**

****

**（1）向量组的秩为2；**

**（2）向量组的一个最大线性无关组为**

**（3）**

**注释 本题知识点：**

**（1）矩阵的秩等于它的列向量组的秩，也等于它的行向量组的秩**

**（2）初等行变换不改变矩阵的秩**

**（3）向量组的最大无关组与向量组的秩**

**答案：**

**（1）向量组的秩为2；**

**（2）向量组的一个最大线性无关组为**

**（3）**

**六、（本题满分12分）**

**已知非齐次线性方程组为** ****

**试求当参数为何值时，方程组无解，方程组有唯一解，方程组有无穷多解.**

**解析:**

****

****

**（1）当且时，方程组无解；**

**（2）当或时，方程组有无穷解；**

**（3）方程组不存在唯一解.**

**注释 本题知识点：**

**线性方程组的解的个数**

**非齐次线性方程组为矩阵,有解的充分必要条件是**

**（1）当时，有唯一解.**

**（2）当时，有无穷多解.**

**元线性方程组无解的充分必要条件是**

**答案：**

**（1）当且时，方程组无解；**

**（2）当或时，方程组有无穷解；**

**（3）方程组不存在唯一解.**

**七、（本题满分12 分）求正交变换将二次型**

****

**化为标准形,并写出其标准形.**

**解析:**

**二次型矩阵为**

****

**当时，解得**

**当时，解得**

**正交化**

****

**单位化**

****

**正交矩阵**

**正交变换**

**标准形为**

**注释 本题知识点：**

**正交变换化二次型为标准型**

**答案：**

**八、（本题满分8分）设和均为阶方阵，且证明：可逆.**

**解析:**

**由得即**

**故可逆**

**而所以可逆.**

**注释 本题知识点：**

**若阶方阵和满足，则可逆，且**