Cinematic study of a robot arm

Mohamed Thebti

17 septembre 2023

Table des matières

1 Introduction

The objective of this report is to study the movement of a robot arm and determine how to compute the position of each articulation.
This study will give the reader tools needed to engage in the next step, which is a dynamic study. This next step is more complex as it requires notions like inertia, accelerations, ...

2 Robot description

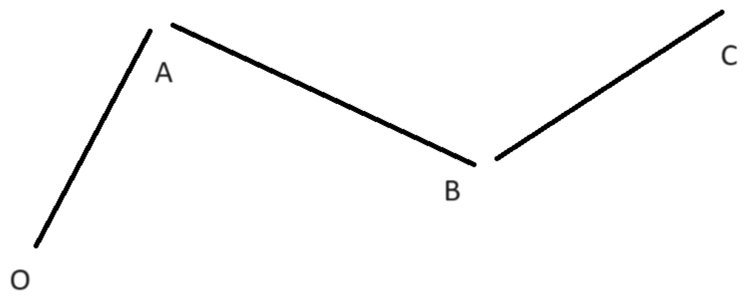
Different types of robots : anime : human-like machine
A robot is machine composed of parts that is moved using actuator, like electric motor, pneumatic/hydraulic jacks, ... This actuator is situation in the articulation. a computer is integrated in the robot, works as brain, and controls the movement of the arms by sending position and movement orders to each actuator.

- CPU/controller/computer as brain
- moving parts
- actuators
- sensors

In this study, we take the simplest robot : - robot arm, with several articulation, and 1 actuator in each articulation.
each actuator = liberty degree
the objective : compute

3 Schéma cinématique

Robot arm : serial construction : This means that the movement of one articulation will influence the position of the next one.



(mettre le schéma du robot ici)

3.1 Articulations et pivots

les articulations : A,B,C, D, E, F
les pivots : ...

3.2 Degrés de liberté

ddl : α_1, v_1 à v_7. (v pour vérin)

— Origine O : rotation z.
— Articalation 1 : rotation x
— Articulation 2 : rotation y
— Extrémité : rotule et pince

3.3 Repère global

Il est placé à l'origine O. il se utilisé pour exprimer la position de chaque point, principalement l'extrémité du bras (la pince).

$$R = \{x, y, z\} \tag{1}$$

FIGURE 1 – Vue de dessus

3.4 Repères locaux

ce sont des repères mobiles, qui bougent avec les bras sur lesquels ils sont placés. Ainsi chacun dépend du repère précédent : le repère R_{i+1} se déplacent selon un axe du repère R_i.

Repère 1 : placé en A, rotation de α_1 autour de l'axe z.

$$R_1 = \{x_1, y_1, z_1\} \tag{2}$$

Repère 2 : placé en C, rotation de α_2 autour de l'axe y_1.

$$R_2 = \{x_2, y_2, z_2\} \tag{3}$$

Repère 3 : placé en D, rotation de α_3 autour de l'axe y_2.

$$R_3 = \{x_3, y_3, z_3\} \tag{4}$$

Repère 4 : placé en E_1, rotation de α_4 autour de l'axe y_3.

$$R_4 = \{x_4, y_4, z_4\} \tag{5}$$

Repère 5 : placé en F, rotation de α_5 autour de l'axe y_4.

$$R_5 = \{x_5, y_5, z_5\} \tag{6}$$

Repère 6 : placé en G, rotation de α_6 autour de l'axe z_5.

$$R_5 = \{x_5, y_5, z_5\} \tag{7}$$

3.5 Passage d'un repère à un autre

Matrice de transformation T_i du repère $i+1$ à i :

$$\vec{A}_{R_i i+1} = T_i \cdot \vec{A}_{R_i} \tag{8}$$

Pour la suite, nous avons besoin d'exprimer la position d'un point par rapport au repère global. En partant de la relation précédente, on peut en déduire :

$$\vec{A}_R = T_1 \cdot T_2 \cdot .... \cdot T_i \cdot \vec{A}_{R_i} \tag{9}$$

3.5.1 Matrice de rotation

Ci-dessous les matrices qui permettent de faire une rotation d'un angle quelconque α selon les axes X, Y et Z.

$$Rot_X^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\alpha) & -sin(\alpha) \\ 0 & sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$Rot_Y^\alpha = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & 0 & -sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\alpha) & 0 & cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$Rot_Z^\alpha = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha & 0 \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

4 Etude cinématique

4.1 les vecteurs de position

définir les vecteurs qui expriment les bras du robot, selon les repères définis précédemment.

$$\vec{OA}_{R_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_1 \end{bmatrix}_{R_1} \quad \vec{AB}_{R_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_2} \quad \vec{BC}_{R_3} = \begin{bmatrix} l_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_3} \quad \vec{CD}_{R_4} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_4 \end{bmatrix}_{R_4} \tag{13}$$

—

—

—

4.2 Position des pivots selon repère global

pour exprimer la position de chaque articulation, multiplie chaque vecteur par les matrices de rotations qui règlent le mvt des articulations depuis la base

explication physique : si le bras 1 bouge, le bras 2 bouge de même. de plus, le bras 2 a son propre mouvement. cece se traduit mathématiquement par une multiplication matricielle.

$$\vec{OA}_R = \tag{14}$$

$$\vec{OB}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R \tag{15}$$

$$\vec{OC}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R \tag{16}$$

$$\vec{OD}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \vec{OE}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R \\ + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \vec{OF}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R \\ + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R + \vec{EF}_R \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} \vec{OG}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R + \vec{CC}_{2R} \\ + \vec{C_2D}_R + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R + \vec{EF}_R + \vec{FF}_{3R} + \vec{F_3G}_R \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}\vec{OH}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R \\ + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R + \vec{EF}_R + \vec{FF}_{3R} + \vec{F_3G}_R + \vec{GH}_R\end{aligned} \tag{21}$$

4.3 Les quadrilatères du bras

il y en a six déterminés par :
- $Q_1 : B$,B_1,B_2
- $Q_2 : C_1, C, C_2$
- $Q_3 : D, D_4, D_5$ et D, D_3, D_6. (symétriques)
- $Q_4 : D_1, D_2, E_1, E$
- $Q_5 : E_1, E_2, F_1, F$
- $Q_6 : F, F_1, F_2, F_3$
- $Q_7 : G$,G_1,G_2,G_3

La relation qui donne les angles et les longueurs de bras pour chaque quadrilatère [1] :

4.3.1 Q_1

$$\frac{v_1}{sin(\beta_5)} = \frac{b_1}{sin(\beta_4)} = \frac{b_2}{sin(\beta_2)} \tag{22}$$

$$\beta_6 = \pi - \beta_1 \tag{23}$$

$$\beta_5 = 2\pi - \beta_3 - \beta_6 = 2\pi - \beta_3 - (\pi - \beta_1) = \pi + \beta_1 - \beta_3 \tag{24}$$

$$\pi = \beta_2 + \beta_4 + \beta_5 \tag{25}$$

$$b_2^2 = v_1^2 + b_1^2 - 2 \cdot v_1 \cdot b_1 \cdot cos(\beta_5) \tag{26}$$

Les paramètres constants : β_2 ,b_1,b_2

1. à l'aide des relations de Al-Kashi

4.3.2 Q_2

$$\frac{v_2}{sin(\gamma_6)} = \frac{c}{sin(\gamma_8)} = \frac{c_2}{sin(\gamma_4)} \tag{27}$$

$$\gamma_2 = 2\pi - \gamma_1 \tag{28}$$

$$\gamma_3 = \beta_1 \tag{29}$$

$$\gamma_4 = \gamma_1 - \beta_1 \tag{30}$$

$$\gamma_6 = 2\pi - \gamma_5 - \beta_6 = \pi + \beta_2 - \gamma_5 \tag{31}$$

$$\gamma_7 = \pi - \gamma_5 \tag{32}$$

$$\gamma_8 = 2\pi - \gamma_2 - \gamma_7 \tag{33}$$

$$\pi = \gamma_4 + \gamma_6 + \gamma_8 \tag{34}$$

$$c^2 = v_2^2 + c_2^2 - 2 \cdot v_2 \cdot c_2 \cdot cos(\gamma_8) \tag{35}$$

4.3.3 Q_3

4.3.4 Q_4

4.3.5 Q_5

4.3.6 Q_6

4.3.7 Q_6

Pour résoudre ces quadrilatères et connaître les paramètres inconnus, on utilise la méthode suivante.

5 La méthode de Newton-Raphson

but : déterminer les inconnues dans chaque quadrilatère

—
—
—

6 vitesse accélération

expression générale de la vitesse et de l'accélération

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{dx}{d\omega} \cdot \dot{\omega} \tag{36}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \tag{37}$$

Ce qui donne :

7 Régulation/contrôle

7.1 méthode 1

connaître le résultat à l'extrémité du bras quand une des variables et modifier :

$$\delta v \rightarrow \vec{\delta p} \tag{38}$$

7.2 méthode 2

plus complexe : le but est de connaitre les vérins à actionner si on veut que l'extrémité du bras, c'est-à-dire le ..., fasse un certain mouvement
exemple :

— mouvement de translation selon un axe x,y ou z : typiquement imposer que 2 composantes sur les 3 restes constantes
— mouvement de rotation : plus complexe

8 Conclusion