Etude cinematique du bras d'une pelle mécanique

Mohamed Thebti

February 11, 2024

Contents

1 Introduction

But : faire une étude cinématique du mouvement du bras d'une pelle mécanique

Avoir les outils avant d'engager une étude dynamique plus complexe

2 Description d'une pelle mécanique

images d'une pelle. les composants. ....

- .
- .
- .

Pour une étude aussi complète que possible, les différentes configurations de pelle mécanique sont fusionnées. Principalement la pelle .... avec un ddl en plus qui vient de la pelle Terex : Balancier en deux parties

3 Schéma cinématique

La pelle complète est dessinée schématiquement, ce qui donne le résultat suivant :
(mettre le schéma ici)

3.1 Articulations et pivots

les articulations : A,B,C, D, E, F
les pivots : ...

3.2 Degrés de liberté

ddl : α_1, v_1 à v_7. (v pour vérin)

- v_3 et v_4 sont interdépendants

3.3 Repère global

Il est placé à l'origine O. il se utilisé pour exprimer la position de chaque point, principalement l'extrémité du bras (le godet).

$$R = \{x, y, z\} \tag{1}$$

Figure 1: Vue de dessus

3.4 Repères locaux

ce sont des repères mobiles, qui bougent avec les bras sur lesquels ils sont placés. Ainsi chacun dépend du repère précédent : le repère R_{i+1} se déplacent selon un axe du repère R_i.

Repère 1 : placé en A, rotation de α_1 autour de l'axe z.

$$R_1 = \{x_1, y_1, z_1\} \tag{2}$$

Repère 2 : placé en C, rotation de α_2 autour de l'axe y_1.

$$R_2 = \{x_2, y_2, z_2\} \tag{3}$$

Repère 3 : placé en D, rotation de α_3 autour de l'axe y_2.

$$R_3 = \{x_3, y_3, z_3\} \tag{4}$$

Repère 4 : placé en E_1, rotation de α_4 autour de l'axe y_3.

$$R_4 = \{x_4, y_4, z_4\} \tag{5}$$

Repère 5 : placé en F, rotation de α_5 autour de l'axe y_4.

$$R_5 = \{x_5, y_5, z_5\} \tag{6}$$

Repère 6 : placé en G, rotation de α_6 autour de l'axe z_5.

$$R_5 = \{x_5, y_5, z_5\} \tag{7}$$

3.5 Passage d'un repère à un autre

Matrice de transformation T_i du repère $i+1$ à i :

$$\vec{A}_{R_i i+1} = T_i \cdot \vec{A}_{R_i} \tag{8}$$

Pour la suite, nous avons besoin d'exprimer la position d'un point par rapport au repère global. En partant de la relation précédente, on peut en déduire :

$$\vec{A}_R = T_1 \cdot T_2 \cdot .... \cdot T_i \cdot \vec{A}_{R_i} \tag{9}$$

3.5.1 Matrice de rotation

Ci-dessous les matrices qui permettent de faire une rotation d'un angle quelconque α selon les axes X, Y et Z.

$$Rot_X^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\alpha) & -sin(\alpha) \\ 0 & sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$Rot_Y^\alpha = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & 0 & -sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\alpha) & 0 & cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$Rot_Z^\alpha = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha & 0 \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{12}$$

4 Etude cinématique

4.1 les vecteurs de position

définir les vecteurs qui expriment les barres de la pelle mécanique, selon les repères définis précédemment.

$$\vec{OA}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{bmatrix}_R \quad \vec{AB}_{R_1} = \begin{bmatrix} -b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{BB}_{1R_1} = \begin{bmatrix} b_1 \cdot cos(\beta_1) \\ 0 \\ b_1 \cdot sin(\beta_1) \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{BB}_{2R_1} = \begin{bmatrix} b_2 \cdot cos(\beta_2) \\ 0 \\ b_2 \cdot sin(\beta_2) \end{bmatrix}_{R1} \tag{13}$$

$$\vec{B_1B}_{2R_1} = \begin{bmatrix} v_1 \cdot cos(\beta_4) \\ 0 \\ v_1 \cdot sin(\beta_4) \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{B_1C}_{1R_1} = \begin{bmatrix} c_1 \cdot cos(\beta_1) \\ 0 \\ c_1 \cdot sin(\beta_1) \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{C_1C}_{R_1} = \begin{bmatrix} c \cdot cos(\beta_1) \\ 0 \\ c \cdot sin(\beta_1) \end{bmatrix}_{R1} \tag{14}$$

$$\vec{C_1C}_2 = \begin{bmatrix} v_2 \cdot cos(\gamma_1) \\ 0 \\ v_2 \cdot sin(\gamma_1) \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{CC}_{2R_1} = \begin{bmatrix} -c_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R2} \quad \vec{C_2D}_{R_2} = \begin{bmatrix} -d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R2} \quad \vec{DD}_{1R_3} = \begin{bmatrix} -d_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_3} \tag{15}$$

$$\vec{D_1D}_{2R_3} = \begin{bmatrix} -d_2 \cdot cos(\delta_1) \\ 0 \\ d_2 \cdot sin(\delta_1) \end{bmatrix}_{R_3} \tag{16}$$

.

.

.

4.2 Position des pivots selon repère global

$$\vec{OA}_R = \tag{17}$$

$$\vec{OB}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R \tag{18}$$

$$\vec{OC}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R \tag{19}$$

$$\vec{OD}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \vec{OE}_R = {} & \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R \\ & + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} \vec{OF}_R = {} & \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R \\ & + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R + \vec{EF}_R \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} \vec{OG}_R = {} & \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R + \vec{CC}_{2R} \\ & + \vec{C_2D}_R + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R + \vec{EF}_R + \vec{FF}_{3R} + \vec{F_3G}_R \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} \vec{OH}_R = {} & \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R \\ & + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R + \vec{EF}_R + \vec{FF}_{3R} + \vec{F_3G}_R + \vec{GH}_R \end{aligned} \tag{24}$$

4.3 Les quadrilatères du bras

il y en a six déterminés par :

- $Q_1 : B{,}B_1{,}B_2$
- $Q_2 : C_1, C, C_2$
- $Q_3 : D, D_4, D_5$ et D, D_3, D_6. (symétriques)
- $Q_4 : D_1, D_2, E_1, E$
- $Q_5 : E_1, E_2, F_1, F$
- $Q_6 : F, F_1, F_2, F_3$
- $Q_7 : G{,}G_1{,}G_2{,}G_3$

La relation qui donne les angles et les longueurs de bras pour chaque quadrilatère[1] :

4.3.1 Q_1

$$\frac{v_1}{sin(\beta_5)} = \frac{b_1}{sin(\beta_4)} = \frac{b_2}{sin(\beta_2)} \tag{25}$$
$$\beta_6 = \pi - \beta_1 \tag{26}$$
$$\beta_5 = 2\pi - \beta_3 - \beta_6 = 2\pi - \beta_3 - (\pi - \beta_1) = \pi + \beta_1 - \beta_3 \tag{27}$$
$$\pi = \beta_2 + \beta_4 + \beta_5 \tag{28}$$
$$b_2^2 = v_1^2 + b_1^2 - 2 \cdot v_1 \cdot b_1 \cdot cos(\beta_5) \tag{29}$$

Les paramètres constants : β_2 ,b_1,b_2

4.3.2 Q_2

$$\frac{v_2}{sin(\gamma_6)} = \frac{c}{sin(\gamma_8)} = \frac{c_2}{sin(\gamma_4)} \tag{30}$$
$$\gamma_2 = 2\pi - \gamma_1 \tag{31}$$
$$\gamma_3 = \beta_1 \tag{32}$$
$$\gamma_4 = \gamma_1 - \beta_1 \tag{33}$$
$$\gamma_6 = 2\pi - \gamma_5 - \beta_6 = \pi + \beta_2 - \gamma_5 \tag{34}$$
$$\gamma_7 = \pi - \gamma_5 \tag{35}$$
$$\gamma_8 = 2\pi - \gamma_2 - \gamma_7 \tag{36}$$
$$\pi = \gamma_4 + \gamma_6 + \gamma_8 \tag{37}$$
$$c^2 = v_2^2 + c_2^2 - 2 \cdot v_2 \cdot c_2 \cdot cos(\gamma_8) \tag{38}$$

[1] à l'aide des relations de Al-Kashi

4.3.3 Q_3

4.3.4 Q_4

4.3.5 Q_5

4.3.6 Q_6

4.3.7 Q_6

Pour résoudre ces quadrilatères et connaître les paramètres inconnus, on utilise la méthode suivante.

5 La méthode de Newton-Raphson

but : déterminer les inconnues dans chaque quadrilatère

- .
- .
- .

6 vitesse accélération

expression générale de la vitesse et de l'accélération

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{dx}{d\omega} \cdot \dot{\omega} \tag{39}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \tag{40}$$

Ce qui donne :

7 Régulation/contrôle

7.1 méthode 1

connaître le résultat à l'extrémité du bras quand une des variables et modifier :

$$\delta v \rightarrow \vec{\delta p} \tag{41}$$

7.2 méthode 2

plus complexe : le but est de connaitre les vérins à actionner si on veut que l'extrémité du bras, c'est-à-dire le ..., fasse un certain mouvement
exemple :

- mouvement de translation selon un axe x,y ou z : typiquement imposer que 2 composantes sur les 3 restes constantes
- mouvement de rotation : plus complexe

8 Conclusion