Sun position

Mohamed Thebti

29 décembre 2023

Table des matières

1 Introduction

2 Sun energy

2.1 Direct radiation

Solar flux Φ on a surface is given by :

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} \tag{1}$$

$$\Phi = E \cdot A \cdot cos(\Theta) \tag{2}$$

- $\vec{E}$: incident vector of the solar radiation $[W/m^2]$
- $\vec{A}$: orthogonal surface vector in m^2
- Solar zenith angle Θ_s

3 Geographic localization

On Earth, any geographic location is defined by two parameters.

- ϕ : the geographic latitude. Positive toward north, and negative toward south. (+N, -S)
- λ : the geographic longitude. It is positive toward to east, and negative toward the west. (+E, -W)

The position and the solar zenith angle will influence the solar incident factor

4 Sun position

4.1 Earth declination

$$\delta = sin(23.45°) \cdot cos(\frac{360°}{365}(N_d + 10)) \tag{3}$$

$$\delta_{rad} = sin(\frac{23.45}{360}2\pi) \cdot cos(\frac{2\pi}{365}(N_d + 10)) \tag{4}$$

4.2 Sun position from Earth

To define the position of the sun as observed from a given location on Earth, two parameters are needed

- Solar Azimuth Angle :
- Solar Zenith Angle : angle

4.3 Solar Azimuth Angle

The the Solar Azimuth Angle ϕ_s is the horizontal between the reference and the projection of the sun position on the horizon.
The reference could be North or South.
In the North convention, the angle is positive if it is following the order : N -> E -> S -> W
In the South convention, the order S -> E -> N -> W gives a positive angle. The following formula convert from one convention to the other :

$$\phi_2^S = \pi - \phi_s^N \tag{5}$$

North convention :

$$sin(\phi_s) = \frac{-sin(h)cons(\delta)}{sin(\theta_s)} \tag{6}$$

4.4 Solar Zenith Angle

The solar zenith angle Θ_s is the angle

$$cos(\Theta_s) = sin(\delta) \cdot sin(\phi) + cos(\delta) \cdot cos(\phi) \cdot cos(\omega) \tag{7}$$

where

- ω is the sun azimuth angle, varying from 0 at noon and $\pm\pi$ at midnight.
- δ is the declination angle

The Solar Zenith Angle is complementary with the Solar Altitude Angle α_s :

$$\alpha_s = \frac{\pi}{2} - \theta_s \tag{8}$$

It represents the angle between the sun and the horizon.

4.5 Hour angle

The hour angle h defines the time of day in angle units. the value is between $-\pi$ at 00 :01 AM and $+\pi$ at 23 :59 PM. $h = 0$ at noon. To compute it :

- convert the time to float.
- scale the float result to this $[-\pi, +\pi]$

$$hour_{float} = hour + minutes/60 + seconds/3600 \tag{9}$$

$$h = \frac{\pi}{12}(hour_{float} - 12) \tag{10}$$

0

4.6 Solar time

4.6.1 Local Solar Time (LST) and Local Time (LT)

Twelve noon LST is when the solar is the highest in the sky. LT usually varies as it depends on the eccentricity of the Earth's orbit, but also from adjustments like times zones and daylight saving.

4.6.2 Local Standard Time Meridian (LSTM)

$$LSTM = 15°\Delta T_{UTC} \tag{11}$$

ΔT_{UTC} : difference of the Local Time (Time) from the Universal Coordinated Time (UTC) in hours.
Note : For exact computation, compute the LSTM using the longitude of the position. :

1. compute the real duration of one day, using the number of the day of year and the coordinates, in hours
2. compute how much time is needed for 1 degree longitude

$$h_{perdegree} = \frac{duration}{360} \tag{12}$$

3. difference from position to Greenwitch zero longitude, in hours

$$\Delta_t = h_{perdegree} * \lambda \tag{13}$$

4.6.3 Equation of time

Equation of time [1] :

$$EoT = 9.87sin(2B) - 7.53cons(B) - 1.5sin(B) \tag{14}$$
$$B = \frac{360}{365}(d - 81) \tag{15}$$

4.6.4 Time correction factor (TC)

$$TC = 4(Longitude - LST) + EoT \tag{16}$$

1. texthttps://www.pveducation.org/pvcdrom/properties-of-sunlight/solar-time

5 Earth declination

δ is resulting from the inclination of the earth rotation axis. It is varying $\pm 23.45°$ between summer and winter and is function of the year day number N_d.
Earth declination : [2]

$$\delta = sin(-23.45°) \cdot cos(\frac{360°}{365}(N_d + 10)) \tag{17}$$

1st approximation

$$\delta = 23.45° \cdot sin(360° \frac{284 + N_d}{365}) \tag{18}$$

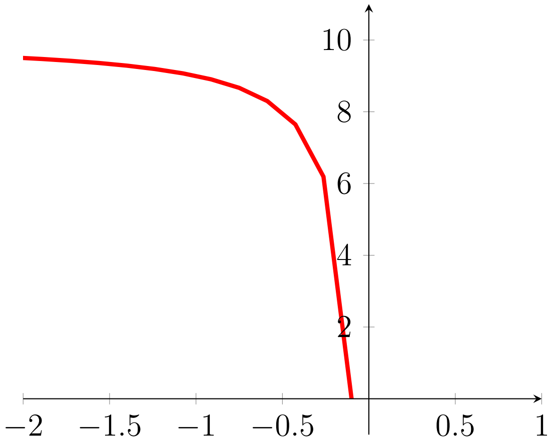
It is possible to convert the angle to radian :

$$\delta = \frac{23.45}{2\pi} \cdot sin(2\pi \frac{284 + N_d}{365}) \tag{19}$$

2. https://www.pveducation.org/pvcdrom/properties-of-sunlight/declination-angle

Solenoid radius :

$$r(z) = r_0 + \frac{1}{z} \tag{20}$$



Solenoid surface in 2D :

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} r_z \\ 0 \\ z \end{bmatrix} = \vec{S} = \begin{bmatrix} r_0 + \frac{1}{z} \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \tag{21}$$

Now, we can draw this solenoid in 3D using the cylindric coordinates :

$$R_{cyl} = [\vec{e_r}; \vec{e_\theta}; \vec{e_z}] \tag{22}$$

Rotation matrix over z-axis :

$$Rot_Z^\theta = \begin{bmatrix} cos(\theta) & -sin(\theta & 0 \\ sin(\theta) & cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$\vec{S}_{R_{cyl}} = \vec{S} \cdot Rot_Z^\theta = \begin{bmatrix} r_z \cdot cos(\theta) \\ r_z \cdot sin(\theta) \\ z \end{bmatrix} \tag{24}$$

The surface is determined by two variables, θ and z.

$$\vec{S}_{R_{cyl}}(\theta, z) = \begin{bmatrix} r_z \cdot cos(\theta) \\ r_z \cdot sin(\theta) \\ z \end{bmatrix} \tag{25}$$

a particule mass is moving in the solenoid with a vertical velocity v_z and an angular speed $\dot{\theta}$.

$$\theta = \dot{\theta} \cdot t \tag{26}$$

$$z = v_z \cdot t \tag{27}$$

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} r_z \cdot cos(\dot{\theta} \cdot t) \\ r_z \cdot sin(\dot{\theta} \cdot t) \\ v_z \cdot t \end{bmatrix} \tag{28}$$

First step, surface of a cylinder, with a fixed radius :

$$\vec{S}_{R_{cyl}} = \begin{bmatrix} r_z \cdot cos(\theta) \\ r_z \cdot sin(\theta) \\ z \end{bmatrix} \tag{29}$$

6 Schéma cinématique

La pelle complète est dessinée schématiquement, ce qui donne le résultat suivant :
(mettre le schéma ici)

6.1 Articulations et pivots

les articulations : A,B,C, D, E, F
les pivots : ...

6.2 Degrés de liberté

ddl : α_1, v_1 à v_7. (v pour vérin)

— v_3 et v_4 sont interdépendants

6.3 Repère global

Il est placé à l'origine O. il se utilisé pour exprimer la position de chaque point, principalement l'extrémité du bras (le godet).

$$R = \{x, y, z\} \tag{30}$$

FIGURE 1 – Vue de dessus

6.4 Repères locaux

ce sont des repères mobiles, qui bougent avec les bras sur lesquels ils sont placés. Ainsi chacun dépend du repère précédent : le repère R_{i+1} se déplacent selon un axe du repère R_i.

Repère 1 : placé en A, rotation de α_1 autour de l'axe z.

$$R_1 = \{x_1, y_1, z_1\} \tag{31}$$

Repère 2 : placé en C, rotation de α_2 autour de l'axe y_1.

$$R_2 = \{x_2, y_2, z_2\} \tag{32}$$

Repère 3 : placé en D, rotation de α_3 autour de l'axe y_2.

$$R_3 = \{x_3, y_3, z_3\} \tag{33}$$

Repère 4 : placé en E_1, rotation de α_4 autour de l'axe y_3.

$$R_4 = \{x_4, y_4, z_4\} \tag{34}$$

Repère 5 : placé en F, rotation de α_5 autour de l'axe y_4.

$$R_5 = \{x_5, y_5, z_5\} \tag{35}$$

Repère 6 : placé en G, rotation de α_6 autour de l'axe z_5.

$$R_5 = \{x_5, y_5, z_5\} \tag{36}$$

6.5 Passage d'un repère à un autre

Matrice de transformation T_i du repère $i+1$ à i :

$$\vec{A}_{R_i i+1} = T_i \cdot \vec{A}_{R_i} \tag{37}$$

Pour la suite, nous avons besoin d'exprimer la position d'un point par rapport au repère global. En partant de la relation précédente, on peut en déduire :

$$\vec{A}_R = T_1 \cdot T_2 \cdot .... \cdot T_i \cdot \vec{A}_{R_i} \tag{38}$$

6.5.1 Matrice de rotation

Ci-dessous les matrices qui permettent de faire une rotation d'un angle quelconque α selon les axes X, Y et Z.

$$Rot_X^\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\alpha) & -sin(\alpha) \\ 0 & sin(\alpha) & cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{39}$$

$$Rot_Y^\alpha = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & 0 & -sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ sin(\alpha) & 0 & cos(\alpha) \end{bmatrix} \tag{40}$$

$$Rot_Z^\alpha = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha & 0 \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{41}$$

7 Etude cinématique

7.1 les vecteurs de position

définir les vecteurs qui expriment les barres de la pelle mécanique, selon les repères définis précédemment.

$$\vec{OA}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a \end{bmatrix}_R \quad \vec{AB}_{R_1} = \begin{bmatrix} -b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{BB}_{1R_1} = \begin{bmatrix} b_1 \cdot cos(\beta_1) \\ 0 \\ b_1 \cdot sin(\beta_1) \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{BB}_{2R_1} = \begin{bmatrix} b_2 \cdot cos(\beta_2) \\ 0 \\ b_2 \cdot sin(\beta_2) \end{bmatrix}_{R1} \tag{42}$$

$$\vec{B_1B}_{2R_1} = \begin{bmatrix} v_1 \cdot cos(\beta_4) \\ 0 \\ v_1 \cdot sin(\beta_4) \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{B_1C}_{1R_1} = \begin{bmatrix} c_1 \cdot cos(\beta_1) \\ 0 \\ c_1 \cdot sin(\beta_1) \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{C_1C}_{R_1} = \begin{bmatrix} c \cdot cos(\beta_1) \\ 0 \\ c \cdot sin(\beta_1) \end{bmatrix}_{R1} \tag{43}$$

$$\vec{C_1C}_2 = \begin{bmatrix} v_2 \cdot cos(\gamma_1) \\ 0 \\ v_2 \cdot sin(\gamma_1) \end{bmatrix}_{R1} \quad \vec{CC}_{2R_1} = \begin{bmatrix} -c_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R2} \quad \vec{C_2D}_{R_2} = \begin{bmatrix} -d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R2} \quad \vec{DD}_{1R_3} = \begin{bmatrix} -d_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{R_3} \tag{44}$$

$$\vec{D_1D}_{2R_3} = \begin{bmatrix} -d_2 \cdot cos(\delta_1) \\ 0 \\ d_2 \cdot sin(\delta_1) \end{bmatrix}_{R_3} \tag{45}$$

—

—

—

7.2 Position des pivots selon repère global

$$\vec{OA}_R = \tag{46}$$

$$\vec{OB}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R \tag{47}$$

$$\vec{OC}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R \tag{48}$$

$$\vec{OD}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R \tag{49}$$

$$\begin{aligned}\vec{OE}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R \\ + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R\end{aligned} \tag{50}$$

$$\begin{aligned}\vec{OF}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R \\ + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R + \vec{EF}_R\end{aligned} \tag{51}$$

$$\begin{aligned}\vec{OG}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R + \vec{CC}_{2R} \\ + \vec{C_2D}_R + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R + \vec{EF}_R + \vec{FF}_{3R} + \vec{F_3G}_R\end{aligned} \tag{52}$$

$$\begin{aligned}\vec{OH}_R = \vec{OA}_R + \vec{AB}_R + \vec{BB}_{1R} + \vec{B_1C}_{1R} + \vec{C_1C}_R + \vec{CC}_{2R} + \vec{C_2D}_R \\ + \vec{DD}_{1R} + \vec{D_1E}_R + \vec{EF}_R + \vec{FF}_{3R} + \vec{F_3G}_R + \vec{GH}_R\end{aligned} \tag{53}$$

7.3 Les quadrilatères du bras

il y en a six déterminés par :
- $Q_1 : B,B_1,B_2$
- $Q_2 : C_1, C, C_2$
- $Q_3 : D, D_4, D_5$ et D, D_3, D_6. (symétriques)
- $Q_4 : D_1, D_2, E_1, E$
- $Q_5 : E_1, E_2, F_1, F$
- $Q_6 : F, F_1, F_2, F_3$
- $Q_7 : G,G_1,G_2,G_3$

La relation qui donne les angles et les longueurs de bras pour chaque quadrilatère [3] :

7.3.1 Q_1

$$\frac{v_1}{sin(\beta_5)} = \frac{b_1}{sin(\beta_4)} = \frac{b_2}{sin(\beta_2)} \tag{54}$$

$$\beta_6 = \pi - \beta_1 \tag{55}$$

$$\beta_5 = 2\pi - \beta_3 - \beta_6 = 2\pi - \beta_3 - (\pi - \beta_1) = \pi + \beta_1 - \beta_3 \tag{56}$$

$$\pi = \beta_2 + \beta_4 + \beta_5 \tag{57}$$

$$b_2^2 = v_1^2 + b_1^2 - 2 \cdot v_1 \cdot b_1 \cdot cos(\beta_5) \tag{58}$$

Les paramètres constants : β_2 ,b_1,b_2

3. à l'aide des relations de Al-Kashi

7.3.2 Q_2

$$\frac{v_2}{sin(\gamma_6)} = \frac{c}{sin(\gamma_8)} = \frac{c_2}{sin(\gamma_4)} \tag{59}$$

$$\gamma_2 = 2\pi - \gamma_1 \tag{60}$$

$$\gamma_3 = \beta_1 \tag{61}$$

$$\gamma_4 = \gamma_1 - \beta_1 \tag{62}$$

$$\gamma_6 = 2\pi - \gamma_5 - \beta_6 = \pi + \beta_2 - \gamma_5 \tag{63}$$

$$\gamma_7 = \pi - \gamma_5 \tag{64}$$

$$\gamma_8 = 2\pi - \gamma_2 - \gamma_7 \tag{65}$$

$$\pi = \gamma_4 + \gamma_6 + \gamma_8 \tag{66}$$

$$c^2 = v_2^2 + c_2^2 - 2 \cdot v_2 \cdot c_2 \cdot cos(\gamma_8) \tag{67}$$

7.3.3 Q_3

7.3.4 Q_4

7.3.5 Q_5

7.3.6 Q_6

7.3.7 Q_6

Pour résoudre ces quadrilatères et connaître les paramètres inconnus, on utilise la méthode suivante.

8 La méthode de Newton-Raphson

but : déterminer les inconnues dans chaque quadrilatère

—
—
—

9 vitesse accélération

expression générale de la vitesse et de l'accélération

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\omega} \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{dx}{d\omega} \cdot \dot{\omega} \tag{68}$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} \tag{69}$$

Ce qui donne :

10 Régulation/contrôle

10.1 méthode 1

connaître le résultat à l'extrémité du bras quand une des variables et modifier :

$$\delta v \to \vec{\delta p} \tag{70}$$

10.2 méthode 2

plus complexe : le but est de connaitre les vérins à actionner si on veut que l'extrémité du bras, c'est-à-dire le ..., fasse un certain mouvement
exemple :

- mouvement de translation selon un axe x,y ou z : typiquement imposer que 2 composantes sur les 3 restes constantes
- mouvement de rotation : plus complexe