Prima prova in itinere (n°2)

(Corso di Laurea in Informatica)

1) Costruire gli alberi binari per determinare se le seguenti fbf sono tautologiche, contraddittorie o sintetiche:

   $S_1 = (\neg X \downarrow Y) \wedge \neg (Y \mid Y)$,
   $S_2 = ((\neg X \vee Y) \Rightarrow (X \wedge Z)) \wedge (\neg Z \Rightarrow (\neg X \wedge T))$,
   $S_3 = (X \Uparrow Y \Uparrow X) \Rightarrow (X \Uparrow X \Uparrow Y))$.

2) Usando l'algoritmo di Fitting:

   a. costruire la FNC della seguente fbf: $(Z \Rightarrow (X \wedge Y)) \Rightarrow ((Z \Rightarrow X) \vee (Z \Rightarrow Y))$;
   b. costruire la FND della seguente fbf: $(X \vee (Z \wedge Y)) \wedge \neg((X \vee Z) \wedge (X \vee Y))$;

   dire, inoltre, se le fbf sono tautologiche, contraddittorie o sintetiche.

3) Dimostrare il seguente Teorema:

   Il sistema formale L è consistente se e solo se non tutte le sue fbf sono teoremi.

4) Dopo aver determinato l'insieme di verità dei seguenti predicati, dire se sono sempre veri o sempre falsi.

   a. **A**: "(x è multiplo di 4) $\vee$ ($x+5$ è un divisore di 30)", con $D_x = \mathbf{N}$;
   b. **B**: "$x+y<5 \wedge x+y>3$", con $D_x = D_y = \mathbf{N}$;
   c. **C**: "$x^2>y \Rightarrow x + y = 3$", con $D_x = D_y = \{-1, -2, 1\}$;
   d. **D**: "$\forall x \exists y$(x interseca y)", con $D_x = D_y = \{$rette del piano euclideo$\}$;
   e. **E**: "$\forall x$(x è dispari $\vee$ x è multiplo di 2)", con $D_x = \mathbf{N}$;
   f. **F**: "$\forall x \forall y (x^2+y^2 \leq 0 \Rightarrow (x \geq 0 \wedge y \geq 0)$", con $D_x = D_y = \mathbf{R}$.

5) Dire, motivando la risposta, se i predicati **A** e **B** sono logicamente equivalenti o se uno implica l'altro, nei seguenti casi:

   a. **A**: "$(x+3>0)$", **B**: "$\forall x\ (3x+5<0)$", con $D_x = \mathbf{Q}$;
   b. **A**: "x è dispari", **B**: "x^2+3 è pari", con $D_x = \mathbf{N}$;
   c. **A**: "Il quadrilatero ABCD ha due lati paralleli",
      B: "Il quadrilatero ABCD è un parallelogramma";
   d. **A**: "$x \leq 0 \wedge y \geq 0$", **B**: "$x^2+y^2 \leq 0$", con $D_x = D_y = \mathbf{R}$.