Università degli studi di Palermo Corso di laurea in Informatica Compito di Geometria (25-02-09)

1. Discutere, ed eventualmente risolvere, il sistema lineare:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ x - y + z = h \\ 2x + y + z = 0 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$

al variare del parametro reale h.

2. Sia $L: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito da

$$L(x, y, z) = (3x, y + 2z, x + 2y + z)$$

- (a) Determinare Ker L, Im L,
- (b) Determinare autovalori ed autospazi e stabilire se L è diagonalizzabile. In caso contrario determinare una base di autovettori generalizzati e dare una rappresentazione matriciale in forma canonica di Jordan.
- 3. In \mathbb{R}^4 si consideri il sottospazio

$$U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x + y - z = 0, \ 2x - y + t = 0\}$$

Determinare in \mathbb{R}^4 un sottospazio supplementare di U.

- 4. Determinare le equazioni della circonferenza tangente in P(1, 1, 0) alla retta $r: \begin{cases} x=z+1 \\ y=2z+1 \end{cases}$ e passante per Q(0,1,1).
- 5. Determinare l'equazione della superficie generata dalla rotazione della retta $r: \left\{ \begin{array}{ll} x=z \\ y=1 \end{array} \right.$ intorno alla retta $s: \left\{ \begin{array}{ll} x=2z \\ y=z \end{array} \right.$

1