

**PROVA SCRITTA DI SISTEMI DI ELABORAZIONE**  
**20/06/2005**

1. Dati i cromosomi genitori:

$$A = 1010101010$$

$$B = 0101010101$$

e i cromosomi figli:

$$C = 1010110100$$

$$D = 0101001011$$

determinare la probabilità di ottenere  $C$  e  $D$  mediante un crossover a 2 tagli su  $A$  e  $B$ .

2. Assumendo una probabilità di mutazione di ogni singolo gene uguale a  $p_m$ , qual è la probabilità che un cromosoma di lunghezza  $n$  muti esattamente  $1 \leq m \leq n$  geni distinti?

3. Dire quali delle seguenti operazioni è protetta e, in caso negativo, come proteggerle:

$$\begin{aligned} \tan(a) & \text{ con } -\pi \leq a \leq \pi \\ \text{div}(a, b) & \text{ con } a \text{ e } b \text{ numeri naturali} \\ \log(a) & \text{ con } 1 \leq a \leq 300 \\ \text{div}(a, \log(b)) & \text{ con } 1 \leq a, b \leq 300 \end{aligned}$$

4. Calcolare il numero di possibili crossover (distinti) a 2 tagli applicabili su una coppia di cromosomi di lunghezza  $n$ . Analogamente, quanti crossover a 3 tagli sono applicabili su una coppia di cromosomi di lunghezza  $n$ ? Infine, assumendo sempre una coppia di cromosomi di lunghezza  $n$ , formalizzare la risposta per i crossover con un generico numero di tagli  $t$ , con  $1 \leq t \leq n$ .

5. Calcolare il numero di connettività  $N_{con}$  della seguente immagine binaria mediante operatori morfologici:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

dove si ricorda che  $N_{con} = \#(\text{componenti connesse}) - \#(\text{buchi})$