PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI INFORMATICA
(27 gennaio 2005)

I. Dimostrare che la l'unzione f: N—» N lale che f(x) = 1 è Turing-computabile. (Per dimostrare che f è Turing-cornputabile, basta esibire la tabella di una macchina di Tunng che la computa).

2. Fare un esempio di una macchina di Turing che abbia per alfabeto i simboli (/ . s_0) e che non si arresti qualunque sia il suo input.

3. Sia A un sottoinsieme dei numeri naturali. Considerale le seguenti affermazioni ed a fianco a ciascuna di esse scrivete V se secondo voi è un'affermazione vera, F altrimenti:

a) Se A è finito allora A è decidibile.
b) Se A è infinito ed il suo complementare è finito allora A è decidibile.
e) Se A è il rango di una funzione calcolabile parziale allora A è decidibile.
d) Se A è semidecidibile , allora A è effettivamente enumerabile.
o) Se A è semidecidibile allora A è decidibile.
O Se A è effettivamente enumerabile allora A è semidecidibile
g) Se A è effettivamente enumerable allora A è decidibile.
h) Se A è effettivamente enumerabile allora A è infinito.

•4. Dato il seguente algoritmo:
INIZIO

Passo1	Prendi in input il valore di n;
Passo2	Poni c = 1;
Passo3	Confronta n con c ; se sono uguali salta al passo 8, altrimenti continua con il passo successivo;
Passo4	Aumenta di 1 il valore di c
Passo 5	Confronta n con c ; se sono uguali ritorna al passo 5, altrimenti continua con il passo successivo;
Passo 6	Aumenta di 1 il valore di c
Passo 7	torna al passo 3
Passo 8	stampa 0

Stabilre se:

a) Non termina per alcun valore di n;
b) Termina se e solo se i valori di n appartengono ad un ben definito sottoinsieme dei numeri naturali
c) Termina per qualunque valore di n:
d) Determinare la funzione f che esso calcola:
e) Dire se tale funzione f è totale o parziale sul dominio dei numeri naturali;
f) Nel caso in cui f sia parziale stabilire se si può estendere ad una funzione f" . assegnando ad f il valore 1 quando f è indefinita
g) Nel caso in cui la domanda precedente abbia risposta affermativa, trasformare l'algoritmo dato in un algoritmo che calcoli f
h) Stabilire se f è funzione caratteristica di un sottoinsieme proprio dei numeri naturali;
i) Nel caso in cui la domanda precedente abbia risposta affermativa esplicitare il sottoinsieme dei numeri naturali di cui la f è funzione caratteristica.

5. A partire dalle funzioni base, supponendo di aver già definito ricorsivamente le funzioni f(x, y) = somma(x, y) = x + y e g(x, y) = prodotto(x, y) =x* y, dare una definizione ricorsiva della funzione h(x, y) = x elevato ad y (Non è richiesto esibire la derivazione della funzione h).

6. Come nell'esercizio 3, scrivete a fianco di ciascuna affermazione che segue, V se secondo voi è un'affermazione vera, F altrimenti.

a) L'insieme delle funzioni T- calcolabili è equipotente all'insieme delle funzioni ricorsive primitive.
b) L'insieme delle funzioni T- calcolabili è enumerabile,
c) L'insieme delle funzioni ricorsive è enumerabile.
d) La funzione di Ackermann è ricorsiva primitiva.
e) La funzione di Ackermann è ricorsiva generale, ma non è ricorsiva primitiva.
f) L'insieme delle funzioni ricorsive primitive coincide con l'insieme delle funzioni T- calcolabili.
g) Se p è un predicato ricorsi vo, allora è anche ricorsivo primitivo.
h) Se p è un predicato decidibile, allora è anche ricorsivo primitivo.
i) P é un predicato semidecidibile se e solo se la sua funzione caratteristica è totale.
j) Se p è un predicato ricorsivo primitivo, allora è anche decidibile.