

PROPRIETA' DELLE OPERAZIONI $+$ e $*$

• Proprietà commutativa della somma:

$$\forall a, b \in A \quad a + b = b + a$$

• Proprietà commutativa del prodotto:

$$\forall a, b \in A \quad a \cdot b = b \cdot a$$

• Proprietà associativa della somma:

$$\forall a, b, c \in A \quad a + (b + c) = (a + b) + c$$

• Proprietà associativa del prodotto:

$$\forall a, b, c \in A \quad a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

• Proprietà distributiva tra somma e prodotto:

$$\forall a, b, c \in A \quad a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

• Esistenza dell'elemento neutro della somma:

~~Esistenza dell'elemento neutro della somma:~~

$$\exists ! \phi \in A : \phi + a = a + \phi = a, \forall a \in A$$

• Esistenza dell'elemento neutro del prodotto:

$$\exists ! 1 \in A : 1 \cdot a = a \cdot 1 = a, \forall a \in A$$

• Esistenza dell'opposto (elemento che "neutralizza" la somma):

$$\forall a \in A \quad \exists a' \in A : a + a' = a' + a = \phi \quad (a' \text{ rappresenta l'opposto})$$

• Esistenza dell'inverso (elemento che "neutralizza" il prodotto):

$$\forall a \in A \quad \exists a' \in A : a \cdot a' = a' \cdot a = 1 \quad (a' \text{ rappresenta l'inverso})$$

NOTA: "A" è un insieme generico di numeri.

Si vedrà ~~dopo~~ nello specifico quali proprietà sono valide per gli insiemi N, Z, Q

INSIEMI NUMERICI E STRUTTURE ALGEBRICHE

PARTE I - STRUTTURE ALGEBRICHE

- Gruppo: valgono le proprietà
 - Associativa per una operazione
 - Esistenza dell'elemento neutro per una operazione
 - Esistenza dell'opposto/inverso per una operazione
- Gruppo commutativo o abeliano: Gruppo in cui ~~val~~ vale la proprietà commutativa per una operazione
- Corpo: è un gruppo commutativo per la somma e un gruppo per ~~la~~ il prodotto. Vale anche la proprietà distributiva. In altre parole, valgono le seguenti proprietà:
 - Associativa per entrambe le operazioni
 - Esistenza dell'elemento neutro per entrambe le operazioni
 - Esistenza dell'opposto/inverso per entrambe le operazioni
 - Commutativa per la somma ma NON per il prodotto
 - Distributiva
- Compo: è un corpo dove vale la proprietà commutativa anche per il prodotto. Ovvero, valgono TUTTE le proprietà.

PARTE II - CENNI SUGLI INSIEMI NUMERICI

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

$$\mathbb{R} = ?$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

PARTE III - PROPRIETÀ DEGLI INSIEMI NUMERICI

• Insieme \mathbb{N}

Proprietà valide: - commutativa per somma e prodotto

- associativa per somma e prodotto

- distributiva

- esistenza dell'elemento neutro per somma e prodotto

Proprietà NON valide: - esistenza dell'opposto (servirebbe un num. negativo)

- esistenza dell'inverso (servirebbe una frazione)

Quindi \mathbb{N} non è un gruppo e neppure qualcosa d'altro.

• Insieme \mathbb{Z}

Proprietà valide: - quelle di \mathbb{N}

- esistenza dell'opposto

Proprietà NON valide: - esistenza dell'inverso

(a meno che non si parli di ± 1 , servirebbero le frazioni).

Quindi \mathbb{Z} è un gruppo commutativo per la somma mentre NON è un gruppo per il prodotto e neppure un corpo o campo.

• Insieme \mathbb{Q}

Proprietà valide: TUTTE

Proprietà NON valide: Nessuna

Quindi \mathbb{Q} è un gruppo commutativo sia per la somma sia per il prodotto. Inoltre è un campo.