

LOGICA 2

Esercitazione 10

7 aprile 2008

1. Determinare le occorrenze libere e quelle vincolate delle variabili nei seguenti esempi.

(a) $(x_3)((x_1)A_1^2(x_1, x_2) \Rightarrow A_2^2(x_3, a_1))$

(b) $(x_2)A_1^2(x_3, x_2) \Rightarrow (x_3)A_1^2(x_3, x_2)$

(c) $((x_2)(Ex_1)A_1^3(x_1, x_2, f_1^2(x_1, x_2))) \vee \neg(x_1)A_1^2(x_2, f_1^1(x_1))$

2. Trovare un'interpretazione in cui la seguente fbf è vera e una in cui è falsa:

$$(x_2)(Ex_1)A_1^2(x_1, x_2) \Rightarrow (Ex_1)(x_2)A_1^2(x_1, x_2)$$

3. Completare la dimostrazione di pag. 96

4. Il termine x_2 è libero per x_1 in:

(a) $A_1^1(x_1)$

(b) $(x_2)A_1^1(x_1)$

Il termine $f_1^2(x_1, x_3)$ è libero per x_1 in:

(a) $(Ex_3)(x_2)A_1^2(x_1, x_2) \Rightarrow A_1^1(x_1)$

(b) $(x_2)A_1^2(x_1, x_2) \Rightarrow A_1^1(x_1)$

5. Date le seguenti fbf:

(a) $A_1^2(f_1^2(x_1, x_2), a_1)$

(b) $A_1^2(x_1, x_2) \Rightarrow A_1^2(x_2, x_1)$

(c) $(x_1)(x_2)(x_3)(A_1^2(x_1, x_2) \Rightarrow (A_1^2(x_2, x_3) \Rightarrow A_1^2(x_1, x_3)))$

dire se per le seguenti interpretazioni sono soddisfacibili, trovando una successione che le soddisfi, o vere o false.

I) $D = \mathbb{N}$

$A_1^2(y, z)$ è " $y \geq z$ "

$f_1^2(y, z)$ è " $y \cdot z$ "

$a_1 = 1$

II) $D = \{ \text{esseri umani} \}$

$A_1^2(y, z)$ è "y ama z"

$f_1^2(y, z)$ è "z"

$a_1 = \text{Hitler}$

III) $D = \mathcal{P}(\mathbb{Z})$

$A_1^2(y, z)$ è " $y \supseteq z$ "

$f_1^2(y, z)$ è " $y \cup z$ "

$a_1 = \emptyset$

6. Dimostrare la seguente affermazione: *In ogni sistema del primo ordine*
 $F, \vdash_F A \Rightarrow B$ *se e solo se* B *è vera in ogni modello in cui è vera* A .

7. Dimostrare i corollari di pag. 110