UNIVERSITÀ di PALERMO - FACOLTÀ di SCIENZE

CORSO di LAUREA IN INFORMATICA (n.o.)

PROVA SCRITTA di GEOMETRIA
(17-01-2008)

1) SIA $L: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo tale che

$$L(x,y,z) = (x+2z,\ x+2y+z,\ x).$$

DETERMINARE $\ker L$ ed $\operatorname{Im} L$.

2) Discutere il sistema lineare

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ hx+y-z=0 \\ x+y+2z=0 \end{cases}$$

al variare del parametro reale h e darne le eventuali soluzioni.

3) Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ determinarne autovalori ed autospazi e stabilire, motivando la risposta, se è diagonalizzabile. In caso contrario, darne una forma canonica di Jordan.

4) Determinare l'equazione della sfera tangente in $A(0,1,0)$ alla retta $r: \begin{cases} x=z \\ y=z+1 \end{cases}$ ed avente centro sulla retta $s: \begin{cases} x=1 \\ y=z \end{cases}$. Verificato che $O(0,0,0)$ appartiene alla sfera, determinare il piano tangente in O alla sfera.

5) Considerate le rette $r: \begin{cases} x=2z \\ y=1 \end{cases}$, $s: \begin{cases} x=1 \\ y=z \end{cases}$ verificare che sono sghembe e determinarne la retta di minima distanza e la minima distanza.