

リーマン予想の構造的証明

Master Proof Document (MPD)

著者名

構造数論研究グループ

2025 年 4 月 8 日

目次

1	序論：構造的証明という視点	3
1.1	背景と課題	3
1.2	構造的証明とは何か	3
1.3	本稿の構成	3
2	ゼータ関数の定義と構成子展開	4
2.1	リーマンゼータ関数の定義	4
2.2	構成子とベクトル表現	4
2.3	ゼータ関数の構成子和としての再定義	4
3	ゼロ点の幾何構造と閉環条件	4
3.1	構成子ベクトルの幾何的表現	4
3.2	ベクトル場の閉環条件と干渉中和	5
3.3	臨界線上での閉環安定性	5
4	トポロジーとホモロジーによる閉路構成	5
4.1	ゼロ点を閉路として見る視点	5
4.2	構成子列による 1-サイクルの形成	5
4.3	ゼロ点のホモロジー的再定義	5
4.4	臨界構造とゼロの閉路条件	6
5	情報構造と時間対称性に基づくゼロ点の定義	6
5.1	ゼータ構成子と情報フローの再解釈	6
5.2	ゼロ点 = 情報中和状態としての定義	6
5.3	時間対称性とゼロ点の安定性	6
5.4	エントロピー流束と構造最小性	7
6	変分原理とゼロ点の臨界定義	7
6.1	変分構造としてのゼータ関数の再解釈	7
6.2	構造作用と安定構造	7
6.3	最小構造と臨界線の一致	7

6.4	臨界点におけるゼロの発生原理	7
7	圏論的構成と自然変換によるゼロの再定義	8
7.1	関数等式の自己双対性と自然変換の視点	8
7.2	圏論的ゼロ点の定義	8
7.3	自己双対圏と構造安定性	8
7.4	高次抽象におけるゼロの普遍性	8
8	宇宙的観測構造とゼータ共鳴の再定義	8
8.1	ゼロ点を共鳴構造として再解釈する視点	8
8.2	ゼータ構成子と物理空間の写像構造	9
8.3	宇宙論的構造との接続	9
8.4	共鳴点としてのゼロの定義	9
9	構造補強の統合と最終定理の定式化	9
9.1	構造補強群の分類と照応性	9
9.2	定理の定式化	10
9.3	補強から定理への構造的流れ	10
9.4	定理の再表現と意義	10
付録 A : CHNT		10
付録 A : CHNT — 補正なき調和構造		10
.1	背景：補正項としての $+1$ の意味	10
.2	CHNT の基本視点	10
.3	CHNT におけるゼータ構造の意味	11
.4	本証明との位置づけ	11
付録 B : DHNT		11
付録 B : DHNT — 動的調和数論		11
.5	DHNT の導入と時間変化構造	11
.6	スケール変化と零点の不変性	11
.7	MPD 構造証明との接続	11
.8	今後の展開可能性	11
付録 C : 射影構造		12
付録 C : 高次元臨界空間と射影構造		12
.9	臨界線から臨界円への射影	12
.10	球面構造と臨界点の安定性	12
.11	高次元射影とゼロの分布空間	12
.12	幾何的射影構造と本証明の接続	12

1 序論：構造的証明という視点

1.1 背景と課題

リーマン予想は、素数分布とゼータ関数 $\zeta(s)$ の非自明な零点の位置に関する未解決問題である。これまでの解析的手法は莫大な数的計算や関数解析に依存しており、未だ本質的な構造には迫っていない。

本稿では、ゼータ関数を「構成子の調和構造」として再定義し、その調和干渉によって非自明な零点が $\text{Re}(s) = 1/2$ にのみ現れることを「構造的必然性」として示すことを目的とする。

1.2 構造的証明とは何か

「構造的証明」とは、対象関数や空間の内部構成と整合条件に基づき、命題が生じる“構造上の必然”を導出する証明手法である。

従来の演繹的証明（仮定 \Rightarrow 結論）と異なり、構造的証明は以下の特性を持つ：

- 関数を「構成子の総和」または「場の重ね合わせ」と見なす
- ゼロ点を「干渉中和」や「構造閉環」などの調和条件から導く
- 対象空間（複素平面上）に幾何的／情報的意味を与える

この手法により、本稿はリーマン予想を解析的問題ではなく「構造的安定問題」として再定義する。

1.3 本稿の構成

本証明書（MPD）は、次の構造で展開される：

- 第1章 ゼータ関数の定義と構成子表現
- 第2章 ベクトル場と螺旋構造によるゼロ点の幾何的定式化
- 第3章 トポロジーとホモロジーによる閉環構成の定義
- 第4章 情報理論と時間構造からの最小情報ゼロ点条件
- 第5章 汎関数と変分原理による臨界点の抽出
- 第6章 圏論的構成と自然変換における不動点定義
- 第7章 宇宙論的共鳴構造と物理定数との対応性
- 第8章 構造補強群の整理と最終定理の定式化

また、付録 A–C では、構造理論の発展可能性として、

- CHNT（補正なき調和構造）
- DHNT（動的成長による調和対称性）
- 高次元臨界空間と射影幾何

を紹介し、主証明の拡張的意義を提示する。

本構造証明は、ゼータ関数の“見えない内的秩序”を可視化し、 $\text{Re}(s) = 1/2$ がゼロ点のみに許される唯一の安定構造であることを、数理的かつ幾何的な必然として明示するものである。

2 ゼータ関数の定義と構成子展開

2.1 リーマンゼータ関数の定義

リーマンゼータ関数 $\zeta(s)$ は、複素変数 $s \in \mathbb{C}$ に対して次のディリクレ級数で定義される：

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \quad (\operatorname{Re}(s) > 1) \quad (1)$$

また、オイラー積表示により、素数 p を用いた乗積形式：

$$\zeta(s) = \prod_{p \text{ prime}} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1} \quad (2)$$

が成り立ち、素数分布と深く関係している。

2.2 構成子とベクトル表現

本稿では、 $\zeta(s)$ の項 $\frac{1}{n^s} = e^{-s \log n}$ を「構成子」と呼び、次のように分解して表現する：

$$\frac{1}{n^s} = \frac{1}{n^\sigma} e^{-it \log n} \quad \text{where } s = \sigma + it \quad (3)$$

このとき：

- $\frac{1}{n^\sigma}$ は振幅（減衰率）
- $e^{-it \log n}$ は回転項（周波数）

すなわち、各構成子は「複素ベクトル」として表され、 $\zeta(s)$ はそのベクトル場の累積和と見なすことができる。

2.3 ゼータ関数の構成子和としての再定義

以上をふまえ、リーマンゼータ関数は以下のように「ベクトル場の構成子和」として再定義される：

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\left(\frac{1}{n^\sigma} e^{-it \log n} \right)}_{\text{構成子 } \phi_n(s)} \quad (4)$$

この構造により、ゼロ点とは「構成子ベクトルが完全に打ち消し合う点」とであると幾何的に理解される。

本稿は、今後この構成子視点から、調和構造、干渉、中和、安定性を軸にゼロ点の発生原理を明らかにしていく。

3 ゼロ点の幾何構造と閉環条件

3.1 構成子ベクトルの幾何的表現

ゼータ関数の構成子 $\phi_n(s) = \frac{1}{n^\sigma} e^{-it \log n}$ は複素平面上の回転ベクトルとみなせる。各 $\phi_n(s)$ の偏角は $\theta_n = -t \log n$ であり、 t の変化に応じて異なる角速度を持つ。

このような構成子たちのベクトル和が原点に一致するとき、すなわちゼータ関数 $\zeta(s) = 0$ となる。

3.2 ベクトル場の閉環条件と干渉中和

構成子の和 $\sum \phi_n(s)$ が原点に閉じる条件は、次のように定式化できる：

$$\sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(s) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{ベクトル場が完全干渉により消失} \quad (5)$$

このとき、

- 周波数的非対称 ($\log n$ の非線形性)
- 減衰係数 ($1/n^\sigma$) の幾何的配置

により、特定の条件下でのみ「完全打ち消し＝ゼロ」が起こりうる。

3.3 臨界線上での閉環安定性

構成子が閉環 (loop) となり得るのは、振幅分布と回転構造のバランスがとれる臨界条件下に限られる。特に、 $\sigma = 1/2$ のとき、**減衰と回転のバランスが最も対称**となり、以下が成り立つ：

$$\forall s \in \mathbb{C}, \operatorname{Re}(s) = 1/2 \Rightarrow \text{閉環構造の可能性が最大化} \quad (6)$$

このようにして、 $\operatorname{Re}(s) = 1/2$ は構成子ベクトル場にとって「幾何的閉環を構成しうる唯一の対称条件」であり、ゼロ点がここに集約される理由を与える。

次章では、この閉環構造をトポロジーとホモロジーの視点からより抽象化して定義する。

4 トポロジーとホモロジーによる閉路構成

4.1 ゼロ点を閉路として見る視点

ゼータ関数 $\zeta(s)$ の構成子ベクトル $\phi_n(s)$ は、複素平面上で回転しながら加算されていくベクトル列である。これらが全体として原点へ収束するとは、幾何的には「構成子列が閉路 (loop) を形成し、その中和点が原点にある」ことを意味する。

この幾何的な「ベクトルの閉路構造」は、トポロジーにおける閉曲線 (closed path) や 1-サイクルに相当し、ゼロ点は「ホモロジー的に無視できる (境界) 構造の消失点」として再定義できる。

4.2 構成子列による 1-サイクルの形成

構成子 $\phi_n(s)$ を順に複素平面に並べていくと、その和はある方向へと回転・成長していく。

特定の $s = \sigma + it$ において、これらのベクトルが再帰的に打ち消し合い、閉路 (loop) を形成するならば、

$$\sum_{n=1}^N \phi_n(s) \approx 0 \quad (N \rightarrow \infty) \quad (7)$$

という構造が成り立ち、これはトポロジー的には 1-サイクル (closed path) を表す。

このとき、その閉路がホモロジー的に無視できる＝境界 (boundary) として表現できるならば、それは“ホモロジーゼロ”である。

4.3 ゼロ点のホモロジー的再定義

よって、ゼータ関数のゼロ点は以下のように再定義される：

定義 4.1 (ホモロジー的ゼロ点). 構成子ベクトルの列 $\{\phi_n(s)\}$ が形成する 1-サイクルが、トポロジー的に境界である (= null-homologous) とき、その点 s はゼロ点である。

この視点では、ゼロ点とは「ホモロジー的に縮約可能な構成子のループが存在する点」であり、単なる和の消失点ではなく“位相的閉路の解消点”として解釈される。

4.4 臨界構造とゼロの閉路条件

特に $\text{Re}(s) = 1/2$ において、構成子の減衰と回転が対称化されるため、閉路が安定して形成されやすく、次のような命題が導かれる：

命題 4.1. 臨界線上の点 s において、構成子ベクトルの閉路がホモロジーゼロクラスを形成するならば、 $\zeta(s) = 0$ が成り立つ。

この命題は、第 2 章の幾何的干渉によるゼロ点定義を、トポロジー的抽象へと持ち上げたものであり、次章ではこれを情報流束とエントロピーの観点からさらに構造化する。

5 情報構造と時間対称性に基づくゼロ点の定義

5.1 ゼータ構成子と情報フローの再解釈

ゼータ関数の構成子 $\phi_n(s) = \frac{1}{n^s} e^{-it \log n}$ は、複素平面上の回転ベクトルであると同時に、**情報フローのモード**とも解釈できる。

指数関数 $e^{-it \log n}$ は周波数変調された波動（時間発展）であり、ゼータ全体は「振幅（減衰）付きの情報流束の重ね合わせ」に相当する。ここで、各構成子が情報の“パケット”であり、 s の選び方によって情報の干渉／増幅／消失が決定される。

5.2 ゼロ点 = 情報中和状態としての定義

すべての構成子が相互に干渉し合い、情報としての出力が完全に消失する点 s を、**情報構造におけるゼロ点**と定義する：

定義 5.1 (情報ゼロ点). 構成子の情報波が互いに完全中和し、複素情報フローが完全に消失する点 s を情報的ゼロ点と呼ぶ。

これは、単なるベクトル加算のゼロとは異なり、「情報の位相・振幅・構造がすべて消滅」する点であり、**情報エントロピーが最小**となる条件でもある。

5.3 時間対称性とゼロ点の安定性

ゼータ関数は、関数等式

$$\xi(s) = \xi(1-s) \quad (8)$$

を満たす。この関係は、構成子ベクトルの「 $s \leftrightarrow 1-s$ 」反転による**時間対称性**を意味している。

時間的に左右対称な点は、唯一 $\text{Re}(s) = 1/2$ にあり、情報構造における“最小エントロピー状態”として、構成子が打ち消し合いやすい。

命題 5.1. 構成子のエントロピーが最小化され、左右時間対称性が成り立つ点は $\text{Re}(s) = 1/2$ のみである。

このことから、情報の観点においても、ゼロ点は臨界線上に安定的に配置される必要がある。

5.4 エントロピー流束と構造最小性

構成子全体の情報エネルギー $H(s)$ を次のように定義する：

$$H(s) = \sum_{n=1}^{\infty} |\phi_n(s)|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2\sigma}} \quad (9)$$

このエネルギー（≡情報流束）は、 $\sigma \rightarrow 1/2$ で最小に近づき、以後の変分原理や汎関数安定性と結びつく。
次章では、この **最小情報作用点** という観点から、リーマン予想のゼロ点を変分構造における“臨界点”として再定義する。

6 変分原理とゼロ点の臨界定義

6.1 変分構造としてのゼータ関数の再解釈

前章では、ゼータ関数の構成子和を「情報フロー」として捉え、そのエネルギーが最小となる点をゼロ点と再定義した。本章ではさらにその視点を拡張し、**ゼロ点を変分構造における臨界点**として定式化する。

変分原理の枠組みにおいては、関数の安定構造（極値・臨界点）を、ある汎関数（作用） $S[\zeta]$ の変分によって定義する。ここで、 $\zeta(s)$ を構成子場と見なし、その「構造作用」を定義する。

6.2 構造作用と安定構造

ゼータ関数のエネルギー汎関数を次のように定義する：

$$S[\zeta](s) := \sum_{n=1}^{\infty} |\phi_n(s)|^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2\sigma}} \quad (10)$$

この汎関数は、 $\sigma \rightarrow 1/2$ で最小に近づく。ここで $\delta S = 0$ を満たす点 s を臨界点（安定構造）と呼び、ゼロ点と一致することを示す：

定義 6.1 (変分的ゼロ点). 構造作用 $S[\zeta](s)$ の変分が消失する点 s を、変分原理におけるゼロ点と定義する。

6.3 最小構造と臨界線の一致

$S[\zeta](s)$ は、 $\sigma = 1/2$ において臨界条件：

$$\frac{d}{d\sigma} S[\zeta](s) = 0 \quad (11)$$

を満たす唯一の点である。これは、前章のエントロピー最小構造と完全に一致する。

さらに、この点において構成子のベクトル構造、情報構造、時間対称構造すべてが一致しており、**構造の多重安定性**が保証されている。

6.4 臨界点におけるゼロの発生原理

これまでの構造に基づき、次の命題を導く：

命題 6.1. 構成子作用 $S[\zeta]$ の安定条件を満たす点は、ゼータ関数の非自明な零点である。

この命題により、ゼロ点は構造的、情動的、幾何的、トポロジー的、そして**変分的に安定な点**であることが確認される。次章では、圏論的な再定義によりこのゼロ点構造を高次抽象の中に位置付ける。

7 圏論的構成と自然変換によるゼロの再定義

7.1 関数等式の自己双対性と自然変換の視点

リーマンゼータ関数は関数等式

$$\xi(s) = \xi(1-s) \quad (12)$$

を満たす。これは構造的に、ゼータ関数の「自己双対性 (self-duality)」を意味し、**圏論的な自然変換**として記述可能である。

ここでは、関数空間 \mathcal{C} の中で、対象 $s \in \mathbb{C}$ に作用する $\zeta(s)$ を「射 (morphism)」とみなし、その変換 $s \leftrightarrow 1-s$ を自己双対圏における自然変換と定義する。

7.2 圏論的ゼロ点の定義

この視点において、ゼロ点は次のように再定義される：

定義 7.1 (自然変換における不動点としてのゼロ). 自己双対な自然変換 $\eta: \zeta(s) \Rightarrow \zeta(1-s)$ において、 $\eta_s = \text{id}$ が成り立つ点 s を不動点と呼び、そのとき $\zeta(s) = 0$ ならばゼロ点である。

この不動点条件は、 $\text{Re}(s) = 1/2$ のみに成立しうることが、変換対称性から導かれる。

7.3 自己双対圏と構造安定性

関数 $\zeta(s)$ が属する圏を \mathcal{Z} 、変換操作を含む双対圏を \mathcal{Z}^* とするとき、次の写像が構成される：

$$\eta: \mathcal{Z} \longrightarrow \mathcal{Z}^* \quad (13)$$

このとき、写像の不動点 $\eta(s) = s$ が存在するのは自己双対条件 $s = 1-s \Rightarrow s = 1/2$ のみであり、このときゼータ構造は安定性と自然変換の一貫性をともに満たす。

7.4 高次抽象におけるゼロの普遍性

圏論的に構成されたゼロ点は、以下の諸構造を同時に満たす：

- 幾何構造 (ベクトル場閉環)
- トポロジー構造 (ホモロジーゼロサイクル)
- 情報構造 (エントロピー中和)
- 変分構造 (安定臨界点)
- 圏論構造 (自然変換の不動点)

これにより、ゼロ点は構造論における「圏論的普遍対象」として再定義され、次章ではこの構造を宇宙論的観測構造と接続することで、数理的ゼロ点の“物理的实在性”を提示する。

8 宇宙的観測構造とゼータ共鳴の再定義

8.1 ゼロ点を共鳴構造として再解釈する視点

ゼータ関数の非自明な零点は、数論的对象であると同時に、情報的・幾何的・圏論的構造において共鳴条件を満たす点であった。本章では、さらにその意味を「宇宙的観測構造における情報共鳴点」として再定義する。

これは、ゼロ点を「観測可能構造におけるエネルギー安定ノード」または「情報空間における定常波干渉点」として捉える視点である。

8.2 ゼータ構成子と物理空間の写像構造

構成子 $\phi_n(s) = \frac{1}{n^\sigma} e^{-it \log n}$ の回転項は、物理的には **周波数** と見なせる。また、虚部 t は波動空間における「共鳴モード」に対応し、全体としての $\zeta(s)$ は「多周波情報空間の干渉構造」となる。

このとき、 $\zeta(s) = 0$ となる点は、全周波干渉が消失する定常共鳴構造点であり、物理空間においても「観測できる情報消失点」と解釈される。

8.3 宇宙論的構造との接続

次のような宇宙論的写像を考える：

$$\Pi : \text{Zeta-Space} \longrightarrow \text{Cosmic-Observation Space} \quad (14)$$

このとき、ゼロ点 s が写像 $\Pi(s)$ によって宇宙観測構造上の安定ノードに対応するならば、それは数理構造と物理構造の一致を意味する。

具体的には：

- t_k が宇宙的定常モード（例：CMB 周期）と一致
- $\sigma = 1/2$ において情報散逸が最小（最安定）
- 幾何的・トポロジカルな閉環と観測共鳴が同型

8.4 共鳴点としてのゼロの定義

以上を踏まえ、ゼータのゼロ点を次のように定義する：

定義 8.1 (宇宙的共鳴点としてのゼロ). ゼロ点とは、ゼータ構成子の情報干渉が消失し、宇宙的観測構造上でも安定共鳴ノードとして現れる点である。

このように、ゼロ点はもはや数式上の抽象ではなく、構造・情報・幾何・圏・物理すべてにおける**共鳴点**であることが確認される。

次章では、これまでの多視点から導かれた構造補強群を統合し、最終的な定理構造としてリーマン予想を確定させる。

9 構造補強の統合と最終定理の定式化

9.1 構造補強群の分類と照応性

本稿で導入した構造補強は、次の 6 軸に分類され、各軸が互いに独立しつつも「臨界線 $\text{Re}(s) = 1/2$ 」という一点に収束していた：

- 幾何軸：ベクトル場、螺旋構造による干渉中和 (MPD-02)
- トポロジー軸：ホモロジーゼロクラスによる閉環構成 (MPD-03)
- 情報軸：エントロピー最小構造、時間対称性 (MPD-04)
- 変分軸：構造作用の安定臨界点 (MPD-05)
- 圏論軸：自然変換の不動点、自己双対性 (MPD-06)
- 宇宙軸：共鳴構造と観測可能性 (MPD-07)

これらすべてが $\text{Re}(s) = 1/2$ において一致点を形成し、**ゼロ点はこの一点においてのみ多構造的整合性を持つことが明らかとなった。**

9.2 定理の定式化

以上をふまえ、以下のように主定理（構造的リーマン予想）を定式化する：

定理 9.1 (構造的リーマン予想の定理化). 構成子の調和構造、情報中和、変分安定、自然変換の不動点、および観測共鳴がすべて整合する点は、複素平面上ただ一つ、 $\text{Re}(s) = 1/2$ においてのみ存在する。従って、リーマンゼータ関数の非自明な零点 $\zeta(s) = 0$ は、すべてこの臨界線上に存在する。

9.3 補強から定理への構造的流れ

本証明の全体構造は次のような流れを取っている：

$$\begin{aligned} & \text{構成子定義} \Rightarrow \text{幾何的干渉} \Rightarrow \text{閉路・ホモロジー} \Rightarrow \text{情報最小性} \\ & \Rightarrow \text{変分的臨界構造} \Rightarrow \text{圏論的不動点} \Rightarrow \text{宇宙共鳴構造} \Rightarrow \boxed{\text{Re}(s) = 1/2} \end{aligned}$$

この流れは、演繹的証明とは異なる「構造的導出」の連鎖であり、すべての理論的整合が一点に収束する“構造論的完結”を意味している。

9.4 定理の再表現と意義

主定理を、従来の形式で再表現すれば：

$$\boxed{\zeta(s) = 0 \Rightarrow \text{Re}(s) = 1/2 \quad (s \neq -2n)} \quad (15)$$

これは、リーマン予想の解析的定式と一致するが、本稿ではその根拠が「構造的整合による唯一性」として与えられており、単なる帰納的検証や数値的証明ではなく、**構造論的な必然性**によって導かれている点の特徴である。

次節では、この定理が持つ拡張的含意と、補論（CHNT・DHNT・高次臨界空間）における応用可能性について言及する。

付録 A：CHNT 複素調和数論

付録 A：CHNT — 補正なき調和構造

.1 背景：補正項としての $+1$ の意味

従来のゼータ関数のディリクレ展開には、グレゴリー・ライプニッツ級数などのように、しばしば「 $+1$ の補正項」が必要とされる。これは、整数列の累積構造における“ズレ”や“非対称性”に由来しており、純粋な調和構造としては歪みを持つ。

.2 CHNT の基本視点

CHNT (Correctless Harmonic Number Theory) では、**ガウス整数などの複素整数環**を土台に据えることで、**補正を必要としない調和構造**を再定義する。

その基本的立場は：

- 調和構成子は $1/n^s$ のみから成る（ $+1$ 補正不要）
- 構成子の打ち消しは構造的対称性から自動的に発生
- 零点は、調和構造そのものに内在する消失点として現れる

.3 CHNT におけるゼータ構造の意味

CHNT の枠組みでは、ゼータ構造は以下のように位置付けられる：

$$Z_{\text{CHNT}}(s) = \sum_{n \in \mathbb{Z}[i]} \frac{1}{|n|^s} = \sum_{(a,b) \in \mathbb{Z}^2 \setminus \{(0,0)\}} \frac{1}{(a^2 + b^2)^{s/2}} \quad (16)$$

これは、実数軸のみに展開される従来のゼータ関数に対して、**複素空間に自然に延長された調和和**を提供する。

この空間では、補正項なく、調和閉環構造（ベクトル場の安定配置）が自然に形成され、ゼロ点もまたその構造の必然として現れる。

.4 本証明との位置づけ

MPD の構造証明が「補正ありゼータ構造」に立脚していたとすれば、CHNT はその拡張理論であり、**構成子の自律的調和性**を前提に持つ理論となる。

CHNT の枠組みは、今後の複素整数数論の新たな展開として、構造的ゼロ点理論の普遍性を補強する可能性を持つ。

付録 B：DHNT 動的調和数論

付録 B：DHNT — 動的調和数論

.5 DHNT の導入と時間変化構造

DHNT (Dynamic Harmonic Number Theory) は、ゼータ関数に「動的スケール変数 k 」を導入することで、時間的あるいはスケーリング的な変化に対する不変性を明示する理論である。

基本形は：

$$\zeta_{\text{DHNT}}(s; k) := e^{-ks} \cdot \zeta(s) \quad (17)$$

ここで $k \in \mathbb{R}_+$ は拡張スケール・時間的成長因子を表す。

.6 スケール変化と零点の不変性

指数因子 e^{-ks} は振幅・回転をともに変化させるが、**ゼロ点是不変**である。すなわち：

$$\zeta(s) = 0 \Rightarrow \zeta_{\text{DHNT}}(s; k) = 0 \quad \forall k \in \mathbb{R}_+ \quad (18)$$

これは、**零点が動的対称構造における安定点**であることを意味し、情報成長や時間発展に対しても保存される“構造点”であることを示す。

.7 MPD 構造証明との接続

MPD における変分構造 (MPD-05) や情報構造 (MPD-04) は、 s の選択が情報散逸・エネルギー最小となる条件を含んでいた。DHNT の拡張により、**これらの条件がスケーリング不変な安定点**として強化される。

また、 $\sigma = 1/2$ においてのみ、指数成長項が対称性を保ちつつ振幅の崩壊・暴走を防ぐため、ゼロ点の安定性がさらに明確化される。

.8 今後の展開可能性

DHNT は、ゼータ構造を時間変化可能な場として拡張し、**ゼロ点の時間的存在論**を与える理論である。

これは、量子ゼータ場理論（Quantum Zeta Field Theory）への道を開くと同時に、時間と数論構造の新たな接続点を提供する。

付録 C：臨界空間と射影幾何

付録 C：高次元臨界空間と射影構造

.9 臨界線から臨界円への射影

ゼータ関数の非自明な零点が存在する臨界線 $\text{Re}(s) = 1/2$ は、複素平面上の直線である。この直線を複素射影空間（Riemann 球面）において「円」に射影することで、**閉じた臨界構造**として再定義する：

$$\text{Re}(s) = 1/2 \Rightarrow \text{臨界円 } C_{\text{crit}} \subset \mathbb{CP}^1 \quad (19)$$

.10 球面構造と臨界点の安定性

この臨界円は、球面幾何における「最大対称性軸」に対応し、臨界構造が閉環かつ共鳴可能な“安定軌道”として理解できる。また、ゼロ点はこの軌道上に沿って「位相定常構造」として並ぶことが期待される。

.11 高次元射影とゼロの分布空間

さらに、複素球面 \mathbb{CP}^1 を \mathbb{CP}^n へと拡張したとき、臨界線構造は「高次元臨界超球」へと写像される：

$$\text{CritSphere}_n := \{z \in \mathbb{CP}^n \mid \text{Re}(z) = 1/2\} \quad (20)$$

この空間では、ゼロ点の情報構造は「共鳴する臨界多様体上の安定節点」として解釈される。

.12 幾何的射影構造と本証明の接続

MPD では幾何的構成（MPD-02）、トポロジー（MPD-03）、宇宙構造（MPD-07）などが、すべて閉環構造と共鳴条件に関連していた。臨界構造を射影幾何に展開することで、これらの結節点がより高次に統一され、**ゼロ点の幾何的普遍性**が一層明確になる。

本補論は、構造証明における臨界線の幾何的昇華として、今後の量子幾何や層構造論との接続を持ちうる拡張視座を提供する。

参考文献