

72. 编辑距离

给定两个单词 *word1* 和 *word2*，计算出将 *word1* 转换成 *word2* 所使用的最少操作数。

你可以对一个单词进行如下三种操作：

1. 插入一个字符
2. 删除一个字符
3. 替换一个字符

输入：word1 = "horse", word2 = "ros"

输出：3

解释：

horse -> rorse (将 'h' 替换为 'r')

rorse -> rose (删除 'r')

rose -> ros (删除 'e')

编辑距离算法被数据科学家广泛应用，是用作机器翻译和语音识别评价标准的基本算法。

			j						
				s2[0]	s2[1]	s2[2]	s2[3]	s2[4]	
			dp	0	1	2	3	4	5
i			0						
s1[0]	m	1							
s1[1]	i	2							
s1[2]	c	3							
s1[3]	e	4							

- 假设字符串1 ("mice") 为s1，它的长度为n1；字符串2 ("arise") 为s2，它的长度为n2
- dp是大小为(n1 + 1) * (n2 + 1)的二维数组
- dp[i][j]是s1[0, i)转换成s2[0, j)的最少操作数
- s1[0, i)是由s1的前i个字符组成的子串
- s2[0, j)是由s2的前j个字符组成的子串
- 很显然，dp[n1][n2]就是我们要的答案，就是s1[0, n1)转换成s2[0, n2)的最少操作数
- 也就是s1转换成s2的最少操作数

				s2[0]	s2[1]	s2[2]	s2[3]	s2[4]			
				j	a	r	i	s	e		
				dp	0	1	2	3	4	5	
				i	0	0	1	2	3	4	5
s1[0]	m	1	1								
s1[1]	i	2	2								
s1[2]	c	3	3								
s1[3]	e	4	4								

■ 最左上角的dp[0][0]: 代表s1的空子串转换为s2的空子串的最少操作数

□ 其实就是什么也不用做, 所以: dp[0][0] = 0

■ 第0列的dp[i][0]: 代表s1[0, i)转换为s2的空子串的最少操作数

□ 其实就是删除s1[0, i)的所有字符, 所以: dp[i][0] = i

■ 第0行的dp[0][j]: 代表s1的空子串转换为s2[0, j)的最少操作数

□ 其实就是插入s2[0, j)的所有字符, 所以: dp[0][j] = j

				0	1	2	3	4
			j	a	r	i	s	e
		dp	0	1	2	3	4	5
i		0	0	1	2	3	4	5
0	m	1	1	1	2	3	4	5
1	i	2	2	2	2	2	3	4
2	c	3	3	3	3	3	3	4
3	e	4	4	4	4	4	4	3

■ 如何求出其他位置的 $dp[i][j]$?

□ $dp[i][j]$ 是 $s1[0, i)$ 转换成 $s2[0, j)$ 的最少操作数

□ 可以分4种情况讨论

① 先删除 $s1[0, i)$ 的最后一个字符得到 $s1[0, i - 1)$

□ 然后由 $s1[0, i - 1)$ 转换为 $s2[0, j)$

□ 这种情况下, $dp[i][j] = 1 + dp[i - 1][j]$

② 先由 $s1[0, i)$ 转换为 $s2[0, j - 1)$, 然后在最后插入字符 $s2[j - 1]$, 得到 $s2[0, j)$

□ 这种情况下, $dp[i][j] = dp[i][j - 1] + 1$

③ 如果 $s1[i - 1] \neq s2[j - 1]$, 先由 $s1[0, i - 1)$ 转换为 $s2[0, j - 1)$

□ 然后将 $s1[i - 1]$ 替换为 $s2[j - 1]$, 这种情况下, $dp[i][j] = dp[i - 1][j - 1] + 1$

④ 如果 $s1[i - 1] == s2[j - 1]$, 由 $s1[0, i - 1)$ 转换为 $s2[0, j - 1)$ 后就不用再做任何操作

□ 这种情况下, $dp[i][j] = dp[i - 1][j - 1]$