

## 50. Pow(x, n)

实现 `pow(x, n)`，即计算  $x$  的  $n$  次幂函数。

输入：2.00000, 10  
输出：1024.00000

输入：2.00000, -2  
输出：0.25000  
解释： $2^{-2} = 1/2^2 = 1/4 = 0.25$

说明：

- $-100.0 < x < 100.0$
- $n$  是 32 位有符号整数，其数值范围是  $[-2^{31}, 2^{31} - 1]$ 。

■ 最简单的做法

□ 将  $n$  个  $x$  进行相乘

□ 时间复杂度： $O(n)$

□ 空间复杂度： $O(1)$

■ 快速幂（分治）

□ 时间复杂度： $O(\log n)$

□ 非递归空间复杂度： $O(1)$

□ 递归空间复杂度： $O(\log n)$

$$3^{20} = 3^{10} * 3^{10}$$

$$3^{21} = 3^{10} * 3^{10} * 3$$

$$3^{-20} = 3^{-10} * 3^{-10}$$

$$3^{-21} = 3^{-10} * 3^{-10} * 3^{-1}$$

$$3^{-21} = 3^{-11} * 3^{-11} * 3$$

$$3^{21}$$

$$21 = (10101)_2$$

$$21 = (1 * 2^4) + (0 * 2^3) + (1 * 2^2) + (0 * 2^1) + (1 * 2^0)$$

$$3^{21} = 3^{(1 * 2^4) + (0 * 2^3) + (1 * 2^2) + (0 * 2^1) + (1 * 2^0)}$$

$$3^{21} = 3^{1 * 2^4} * 3^{0 * 2^3} * 3^{1 * 2^2} * 3^{0 * 2^1} * 3^{1 * 2^0}$$

$$21 = (10101)_2$$

$$3^{21} = 3^{1*2^4} * 3^{0*2^3} * 3^{1*2^2} * 3^{0*2^1} * 3^{1*2^0}$$

$$3^{2^1} = 3^{2^0} * 3^{2^0} = 3^1 * 3^1 = 3^2$$

$$3^{2^2} = 3^{2^1} * 3^{2^1} = 3^2 * 3^2 = 3^4$$

$$3^{2^3} = 3^{2^2} * 3^{2^2} = 3^4 * 3^4 = 3^8$$

$$3^{2^4} = 3^{2^3} * 3^{2^3} = 3^8 * 3^8 = 3^{16}$$

■ 请设计一个算法求x的y次幂模z的结果:  $x^y \% z$

□ 假设x、y都可能是很大的整数

□  $y \geq 0, z \neq 0$

■ 公式须知

□  $(a * b) \% p == ((a \% p) * (b \% p)) \% p$