

## 面试题62. 圆圈中最后剩下的数字

0,1,...,n-1这n个数字排成一个圆圈，从数字0开始，每次从这个圆圈里删除第m个数字。求出这个圆圈里剩下的最后一个数字。

例如，0、1、2、3、4这5个数字组成一个圆圈，从数字0开始每次删除第3个数字，则删除的前4个数字依次是2、0、4、1，因此最后剩下的数字是3。

输入：n = 5, m = 3

输出：3

输入：n = 10, m = 17

输出：2

### ■ 计算公式

$$\square f(n, m) = (f(n - 1, m) + m) \% n$$

### ■ 这其实就是著名的约瑟夫环问题

□ 有n个人，编号分别为0, 1, ..., n - 1，每当报数到第m个人时，就杀掉他，求最后胜利者编号

■  $f(11, 3) == 6$

□ 从A开始报数，最后能活下来的是G

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K  |

■ 从A开始报数，杀掉C之后，剩下10个人，接下来从D开始报数，最后能活下来的依然是G

| 8 | 9 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | D | E | F | G | H | I | J | K |

■ 从11人变为10人，胜利者的编号由6变为3，所以  $f(10, 3) = f(11, 3) - 3$

■ 也就是说  $f(11, 3) = f(10, 3) + 3$

■ 通用结论:  $f(n, m) = (f(n - 1, m) + m) \% n$

■ 最后的 $\%n$ 是为了防止索引越界

# 如果编号从1开始

```
public int lastRemaining(int n, int m) {  
    int res = 0;  
    for (int i = 2; i <= n; i++) {  
        res = (res + m) % i;  
    }  
    return res + 1;  
}
```

```
public int lastRemaining(int n, int m) {  
    return f(n, m) + 1;  
}  
  
public int f(int n, int m) {  
    return (n == 1) ? 0 : (f(n - 1, m) + m) % n;  
}
```