

思考

■ 设计一种数据结构，用来存放整数，要求提供 3 个接口

□ 添加元素

□ 获取最大值

□ 删除最大值

0	1	2	3	4	5	6
31	66	17	15	28	20	59

0	1	2	3	4	5	6
15	17	20	28	31	59	66

	获取最大值	删除最大值	添加元素	
动态数组\双向链表	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	
有序动态数组\双向链表	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$	全排序有点浪费
BBST	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$	杀鸡用了牛刀

■ 有没有更优的数据结构？

□ 堆

✓ 获取最大值： $O(1)$ 、删除最大值： $O(\log n)$ 、添加元素： $O(\log n)$

Top K问题

- 什么是 Top K 问题
 - 从海量数据中找出前 K 个数据
- 比如
 - 从 100 万个整数中找出最大的 100 个整数
- Top K 问题的解法之一：可以用数据结构“堆”来解决

堆 (Heap)

■ 堆 (Heap) 也是一种树状的数据结构 (不要跟内存模型中的“堆空间”混淆), 常见的堆实现有

□ 二叉堆 (Binary Heap, 完全二叉堆)

□ 多叉堆 (D-heap、D-ary Heap)

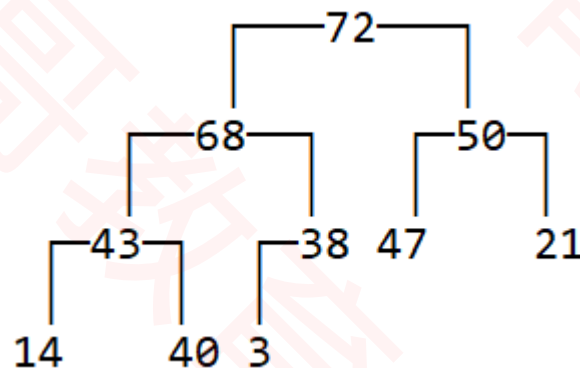
□ 索引堆 (Index Heap)

□ 二项堆 (Binomial Heap)

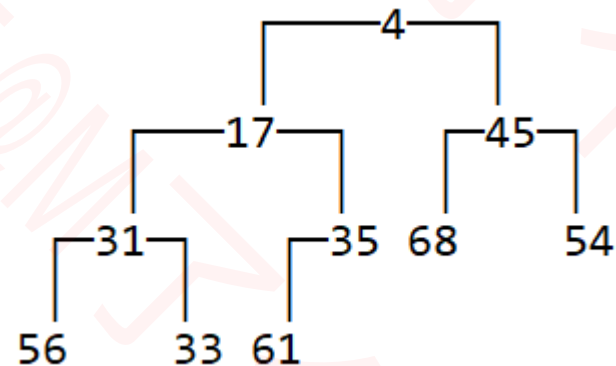
□ 斐波那契堆 (Fibonacci Heap)

□ 左倾堆 (Leftist Heap, 左式堆)

□ 斜堆 (Skew Heap)



最大堆_二叉堆



最小堆_二叉堆

■ 堆的一个重要性质: 任意节点的值总是 \geq (\leq) 子节点的值

□ 如果任意节点的值总是 \geq 子节点的值, 称为: 最大堆、大根堆、大顶堆

□ 如果任意节点的值总是 \leq 子节点的值, 称为: 最小堆、小根堆、小顶堆

■ 由此可见, 堆中的元素必须具备可比较性 (跟二叉搜索树一样)

堆的基本接口设计

- `int size();` // 元素的数量
- `boolean isEmpty();` // 是否为空
- `void clear();` // 清空
- `void add(E element);` // 添加元素
- `E get();` // 获得堆顶元素
- `E remove();` // 删除堆顶元素
- `E replace(E element);` // 删除堆顶元素的同时插入一个新元素

二叉堆 (Binary Heap)

■ 二叉堆的逻辑结构就是一棵完全二叉树，所以也叫完全二叉堆

■ 鉴于完全二叉树的一些特性，二叉堆的底层（物理结构）一般用数组实现即可

■ 索引 i 的规律（ n 是元素数量）

□ 如果 $i = 0$ ，它是根节点

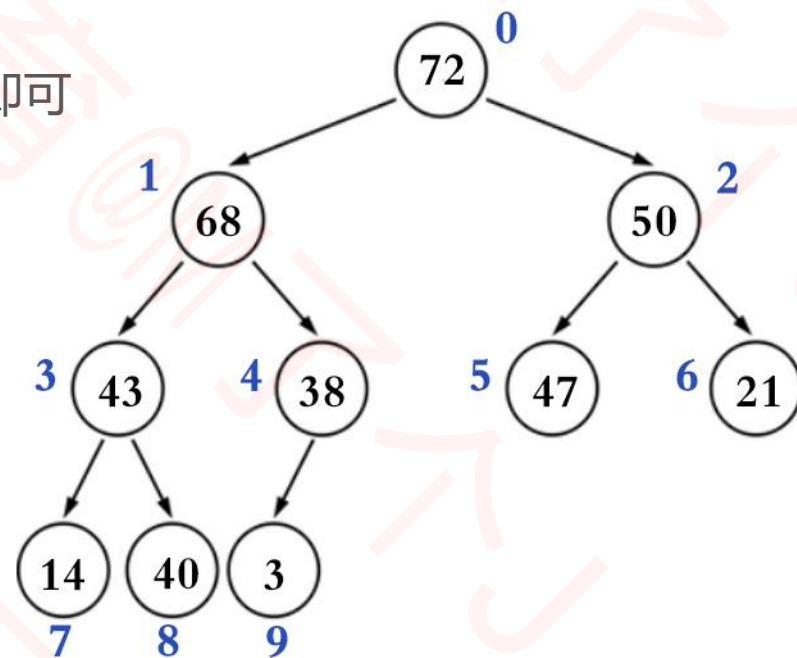
□ 如果 $i > 0$ ，它的父节点的索引为 $\text{floor}((i - 1) / 2)$

□ 如果 $2i + 1 \leq n - 1$ ，它的左子节点的索引为 $2i + 1$

□ 如果 $2i + 1 > n - 1$ ，它无左子节点

□ 如果 $2i + 2 \leq n - 1$ ，它的右子节点的索引为 $2i + 2$

□ 如果 $2i + 2 > n - 1$ ，它无右子节点



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
72	68	50	43	38	47	21	14	40	3

获取最大值

```
public E get() {  
    emptyCheck();  
    return elements[0];  
}
```

```
private void emptyCheck() {  
    if (size == 0) {  
        throw new IndexOutOfBoundsException("Heap is empty");  
    }  
}
```