

练习5 – 最长公共子串

- 最长公共子串 (Longest Common Substring)
- 子串是连续的字序列
- 求两个字符串的最长公共子串长度
- ABCBA 和 BABCA 的最长公共子串是 ABC，长度为 3

最长公共子串 - 思路

■ 假设 2 个字符串分别是 `str1`、`str2`

□ $i \in [1, \text{str1.length}]$

□ $j \in [1, \text{str2.length}]$

■ 假设 $\text{dp}(i, j)$ 是以 `str1[i - 1]`、`str2[j - 1]` 结尾的最长公共子串长度

□ $\text{dp}(i, 0)$ 、 $\text{dp}(0, j)$ 初始值均为 0

□ 如果 `str1[i - 1] = str2[j - 1]`，那么 $\text{dp}(i, j) = \text{dp}(i - 1, j - 1) + 1$

□ 如果 `str1[i - 1] ≠ str2[j - 1]`，那么 $\text{dp}(i, j) = 0$

■ 最长公共子串的长度是所有 $\text{dp}(i, j)$ 中的最大值 $\max \{ \text{dp}(i, j) \}$

最长公共子串 - 实现

```
int lcs(String str1, String str2) {  
    if (str1 == null || str2 == null) return 0;  
    char[] cs1 = str1.toCharArray();  
    if (cs1.length == 0) return 0;  
    char[] cs2 = str2.toCharArray();  
    if (cs2.length == 0) return 0;  
    int[][] dp = new int[cs1.length + 1][cs2.length + 1];  
    int max = 0;  
    for (int i = 1; i <= cs1.length; i++) {  
        for (int j = 1; j <= cs2.length; j++) {  
            if (cs1[i - 1] != cs2[j - 1]) continue;  
            dp[i][j] = dp[i - 1][j - 1] + 1;  
            max = Math.max(max, dp[i][j]);  
        }  
    }  
    return max;  
}
```

■ 空间复杂度: $O(n * m)$

■ 时间复杂度: $O(n * m)$

最长公共子串 - 实现

■ dp 数组的计算结果如下所示

		j					
		B A B C A					
i	0	0	0	0	0	0	0
	A 1	0	0	1	0	0	1
	B 2	0	1	0	2	0	0
	C 3	0	0	0	0	3	0
	B 4	0	1	0	1	0	0
	A 5	0	0	2	0	0	1

最长公共子串 - 一维数组实现

```
if (str1 == null || str2 == null) return 0;
char[] cs1 = str1.toCharArray();
if (cs1.length == 0) return 0;
char[] cs2 = str2.toCharArray();
if (cs2.length == 0) return 0;
char[] rowStr = cs1, colStr = cs2;
if (cs1.length < cs2.length) {
    colStr = cs1;
    rowStr = cs2;
}
int[] dp = new int[colStr.length + 1];
```

```
int max = 0;
for (int i = 1; i <= rowStr.length; i++) {
    for (int j = colStr.length; j >= 1; j--) {
        if (rowStr[i - 1] == colStr[j - 1]) {
            dp[j] = dp[j - 1] + 1;
        } else {
            dp[j] = 0;
        }
        max = Math.max(max, dp[j]);
    }
}
return max;
```

- 空间复杂度: $O(k)$, $k = \min\{n, m\}$
- 时间复杂度: $O(n * m)$