

Теорема 1. Законы де Моргана. Пусть $\{X_\alpha\}_{\alpha \in A}$ — семейство множеств, Y — множество. Тогда

$$Y \setminus \bigcup_{\alpha \in A} X_\alpha = \bigcap_{\alpha \in A} (Y \setminus X_\alpha), \quad (1)$$

$$Y \setminus \bigcap_{\alpha \in A} X_\alpha = \bigcup_{\alpha \in A} (Y \setminus X_\alpha). \quad (2)$$

Доказательство. Обозначим через Λ и Π соответственно левую и правую части равенства (1). По определению разности соотношение $x \in \Lambda$ означает, что $x \in Y$ и x не принадлежит объединению множеств X_α . По определению объединения это значит, что $x \in Y$ и x не принадлежит ни одному из множеств X_α , то есть

$x \in Y \setminus X_\alpha$ при всех $\alpha \in A$. По определению пересечения последнее значит, что $x \in \Pi$. Равенство $\Lambda = \Pi$ доказано. Соотношение (2) доказывается аналогично. \square

Рис. 1: Законы де Моргана