Wrocław, 20.12.2019r.  
Prowadzący: dr inż. Zbigniew Buchalski

Projektowanie efektywnych algorytmów

**Projekt №2**

Implementacja i analiza efektywności algorytmu Tabu Search i/lub Symulowanego Wyżarzania dla problemu komiwojażera

Nikita Stepanenko  
nr albumu 245816

# Założenia projektowe

Zadaniem projektowym była implementacja dla problemu komiwojażera algorytmów Tabu Search i Symulowanego Wyżarzania oraz porównanie efektywności obu algorytmów, a także wyznaczenie błędu względnego (porównując z najlepszym znanym rozwiązaniem).

Problem komiwojażera jest jednym z najbardziej znanych i wymagających zagadnień optymalizacyjnych dla informatyka. Polega on na znalezieniu ścieżki o najmniejszej sumie wag przechodzącej przez każdy wierzchołek grafu dokładnie jeden raz i wracającej do wierzchołka początkowego. Jest to problem NP-trudny.

Istota i nazwa problemu bierze się z zagwozdki, jaką komiwojażer może mieć przy układaniu trasy, na której odwiedzi określone z góry miasta – zależy mu bowiem na jak najkrótszej ścieżce. Rozróżniamy symetryczne (*STSP* – ang. *Symmetric Traveling Salesman Problem*) i asymetryczne (*ATSP* – ang. *Asymmetric Traveling Salesman Problem*) przypadki tego problemu. *STSP* polegają na tym, że waga krawędzi od wierzchołka *A* do *B* jest taka sama, jak od wierzchołka *B* do *A*. Asymetryczna wersja nie spełnia warunku dla każdej takiej pary krawędzi.

W tym projekcie przedstawione zostaną rozwiązanie za pomocą algorytmu „Tabu Search” oraz „Symulowanego Wyżarzania”.

Te algorytmy dążą do rozwiązania problemu poprzez wykorzystanie pewnych pojęć zdefiniowanych przez dany algorytm. Nie dają one gwarancji znalezienia najlepszego możliwego rozwiązania, ale wymagają znacznie mniejszej złożoności obliczeniowej, co powoduje w wielu wypadkach, że okazują się znacznie użyteczniejsze od dokładnego rozwiązania.

# Stecyfikacja techniczna

* Progrm zrealizowany w języku programowania C++
* Struktury przechowujące dane alokowane są dynamicznie, zależnie od rozmiaru problemu
* Program posiada możliwość wczytywania danych z pliku
* Program posiada możliwość wprowadzenia kryterium stopu
* Algorytmy zostały zaimplementowane zgodnie z paradygmatami programowania obiektowego
* Czas wykonania algorytmu mierzony był z dokładnością do nanosekund, przy wykorzystaniu bibliotek systemowych (chrono)

# Wstęp teoretyczny

## Algorytm Tabu Search

Tabu Search może być określona jako metoda dynamicznej zmiany sąsiedztwa danego rozwiązania, co oznacza że N(x) nie jest stałe (jednorazowo określone) dla każdego x, lecz może zmieniać się w zależności od informacji na temat rozwiązywanego problemu, zgromadzonych na wcześniejszych etapach poszukiwania. Jest metaheurystyką do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych, opartą na iteracyjnym przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań, wykorzystującą (zmienne) sąsiedztwo pewnych rozwiązań, zapamiętującą niektóre ruchy (transformacje rozwiązań) i częstość ich występowania, w celu unikania minimów lokalnych i poszukiwania rozwiązań globalnie optymalnych w rozsądnym czasie.

Schemat działania algorytmu Tabu Search przedstawiony został na wykładzie za pomocą poniższej procedury:

wybierz lub wylosuj punkt startowy x0 є X

xopt <- x0

tabu\_list <- 0

repeat

x0 <- AspirationPlus(x0)

if f(x0)>f(xopt) then

xopt <- x0

zweryfikuj tabu\_list

Dla każdego element є tabu list do

kadencjai—

if kadencjai=0 then

usuń element(atrybuti, kadencjai) z tabu\_list

if CriticalEvent() then

x0 <- Restart() //Dywersyfikacja

if f(x0)<f(xopt) then

xopt <- x0

until warunek zakończenia

Od początku jest pobierany rozmiar listy Tabu, graf do rozwiązania, oraz maksymalny czas na rozwiązanie( jezeli czas nie jest podany, to za maksymalny czas bądzie przyjęta liczba równa 10 min). Później jest wybierana początkowa ścieżka (0,1,2,...,n-1,n,0).

Dalej losowane 2 różne wierzchołki które będą zamienione miejscami. Jeśli te wierzchołki nie są w liście tabu, oraz nowa ścieżka jest lepsza od poprzedniej, to ona przejmuje się jak najleprza. W innym przypadku losujemy dalej. Jeśli 100 razy pod rząd nie znaleźliśmy lepszą ścieżkę, to oczyszczmy listę Tabu.

## Algorytm Symulowanego Wyżarzania

Algorytm Symulowanego Wyżarzania jest szczególnym przypadkiem algorytmu genetycznego. Nawiązuje do zjawiska fizycznego - zastygania cieczy tworzącej uporządkowaną, krystaliczną strukturę. W wysokiej temperaturze cząsteczki cieczy poruszają się swobodnie, ale wraz ze spadkiem temperatury możliwości ruchowe oraz prędkość poruszania się cząsteczek spada. Operacja powolnego schładzania ma na celu doprowadzenie metalu do równowagi termodynamicznej w stosunku do stanu wyjściowego oraz osiągnięcie pożądanych cech. Cały proces jest sterowany przez parametr zwany tempreaturą. Schemat działania algorytmu symulowanego wyżarzania przedstawiony był na wykładzie za pomocą poniższej procedury:

t<-0  
inicjuj T  
wybierz losowo rozwiązanie x  
oceń x - wylicz g(x)  
 repeat  
 repeat  
 wybierz nowe rozwiązanie y w otoczeniu x  
 jeżeli g(y)<g(x) wtedy x<-y  
 w przeciwnym wypadku, jeżeli p[0,1) < , wtedy x<-y  
 until warunek zakończenia  
 T <- f(T,t)  
 t <- t+1  
 until (kryterium zakończenia)

Dla każdej iteracji wyznaczana jest nowa temperatura, która jest wyliczana wzorem T=T\*s, gdzie s to sztywno zadana przez nas stała. Jest to sposób geomtryczny wyznaczania temperatury. Ważnym pytaniem, które sobie należy postawić w związku z rozważanym problemem jest jak zdefiniować sąsiedztwo. W tym przypadku będzie to rozważany na wykładzie sposób zamiany pozycji dwóch miast w permutacji. Zadanych stałych do wyliczania temperatury jest dziesięć, każda używana przy oddzielnej iteracji dla danej instancji. Użytkownik może sobie ustalać wspóczynnik temperatury. Temperatura początkowa jest wyliczona za pomocą wzóru: długość ścieżki\*10.

# Testy i wykresy

Po każdej zmianie wspóczynnika byli przeprowadzone testy 10 raz.

## 47 miast („ftv47.atsp”)

Algorytm Tabu Search

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| max czas [s] | Sr czas [s] | najkr znaleziona | blad % |
|  |  |  |  |
| 30 | 17,02817 | 2119 | 19,31306 |
| 60 | 26,31693 | 2037 | 14,69595 |
| 120 | 50,82815 | 1965 | 10,64189 |
| 180 | 57,96717 | 2037 | 14,69595 |
| 240 | 108,0688 | 1965 | 10,64189 |
| 300 | 190,1132 | 2049 | 15,37162 |
| 360 | 239,588 | 2012 | 13,28829 |

Algorytm Symulowanego Wyżarzania

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Temperatura początkowa** | **Temperatura chłodzenia** | **Temperatura minimalna** | **Długość najkrótszej trasy** | **Czas pracy [s]** | **blad %** |
| 42890 | 0,55 | 1.92936e-05 | 5601,00 | 0,001390 | 215,37162 |
| 42890 | 0,6 | 2.06399e-05 | 5430,00 | 0,001127 | 205,74324 |
| 42890 | 0,65 | 2.91817e-05 | 5269,00 | 0,001513 | 196,67793 |
| 42890 | 0,7 | 2.17891e-05 | 5273,00 | 0,001545 | 196,90315 |
| 42890 | 0,75 | 2.43719e-05 | 5175,00 | 0,001786 | 191,38514 |
| 42890 | 0,8 | 2.66627e-05 | 4955,00 | 0,002288 | 178,99775 |
| 42890 | 0,85 | 2.86297e-05 | 4831 | 0,003902 | 172,01577 |
| 42890 | 0,9 | 3.02592e-05 | 4534 | 0,004540 | 155,29279 |
| 42890 | 0,95 | 1.92936e-05 | 4262 | 0,009233 | 139,97748 |
| 42890 | 0,999 | 1.92936e-05 | 2731 | 0,497843 | 53,772523 |

Badanie najlepszego przypadku:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Czas pracy []** | **Temperatura początkowa** | **Temperatura chłodzenia** | **Temperatura minimalna** | **Długość najkrótszej trasy** | **Czas znalezienia [s]** | **blad %** |
| 30 | 42890 | 0,999 | 2.46539e-321 | 2582,00 | 29,997270 | 45,382883 |
| 60 | 42890 | 0,999 | 2.46539e-321 | 2563,00 | 59,978657 | 44,313063 |
| 120 | 42890 | 0,999 | 2.46539e-321 | 2297,00 | 119,995821 | 29,335586 |
| 180 | 42890 | 0,999 | 2.46539e-322 | 2301,00 | 179,978409 | 29,560811 |
| 240 | 42890 | 0,999 | 2.46539e-323 | 2204,00 | 239,989244 | 24,099099 |
| 300 | 42890 | 0,999 | 2.46539e-324 | 2258,00 | 299,998856 | 27,13964 |
| 360 | 42890 | 0,999 | 2.46539e-325 | 2193 | 359,997497 | 23,47973 |

Wykresy najlepszego przypadku:

## 170 miast („ftv170.atsp”)

Algorytm Tabu Search

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| max czas [s] | Sr czas [s] | droga |  | blad % |
|  |  |  |  |  |
| 30 | 6,4584208 | 5017 |  | 82,10526 |
| 60 | 13,263025 | 4954 |  | 79,81851 |
| 120 | 20,528912 | 4873 |  | 76,8784 |
| 180 | 28,290519 | 4826 |  | 75,17241 |
| 240 | 29,358505 | 4865 |  | 76,58802 |
| 300 | 32,545314 | 4982 |  | 80,83485 |
| 360 | 63,491764 | 3652 |  | 32,55898 |

Algorytm Symulowanego Wyżarzania

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Temperatura początkowa** | **Temperatura chłodzenia** | **Temperatura minimalna** | **Długość najkrótszej trasy** | **Czas pracy [s]** | **Blad %** |
| 71460 | 0,55 | 1.768e-05 | 14715,00 | 0,002321 | 434,1198 |
| 71460 | 0,6 | 2.06332e-05 | 14623,00 | 0,002645 | 430,7804 |
| 71460 | 0,65 | 2.05421e-05 | 14324,00 | 0,002896 | 419,9274 |
| 71460 | 0,7 | 2.54123e-05 | 16027,00 | 0,003229 | 481,7423 |
| 71460 | 0,75 | 3.04549e-05 | 16895,00 | 0,004609 | 513,2486 |
| 71460 | 0,8 | 2.8431e-05 | 17637,00 | 0,005402 | 540,1815 |
| 71460 | 0,85 | 2.92941e-05 | 20478 | 0,008488 | 643,3031 |
| 71460 | 0,9 | 2.97699e-05 | 21004 | 0,010778 | 662,3956 |
| 71460 | 0,95 | 2.9902e-05 | 19910 | 0,024735 | 622,686 |
| 71460 | 0,999 | 3.04966e-05 | 9056 | 1,430969 | 228,7114 |

Badanie najlepszego przypadku:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Czas pracy []** | **Temperatura początkowa** | **Temperatura chłodzenia** | **Temperatura minimalna** | **Długość najkrótszej trasy** | **Czas pracy[s]** | **Blad %** |
| 30 | 71460 | 0,999 | 1.18576e-322 | 6272,00 | 29,971433 | 127,6588 |
| 60 | 71460 | 0,999 | 1.18576e-322 | 5492,00 | 59,982600 | 99,34664 |
| 120 | 71460 | 0,999 | 1.18576e-322 | 5685,00 | 119,938988 | 106,3521 |
| 180 | 71460 | 0,999 | 1.18576e-322 | 5657,00 | 179,992845 | 105,3358 |
| 240 | 71460 | 0,999 | 1.18576e-322 | 5598,00 | 239,971347 | 103,1942 |
| 300 | 71460 | 0,999 | 1.18576e-322 | 5512,00 | 299,980366 | 100,0726 |
| 360 | 71460 | 0,999 | 1.18576e-322 | 5379 | 359,934280 | 95,24501 |

Wykresy najlepszego przypadku:

## 403 miasta („rbg403.atsp”)

Algorytm Tabu Search

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| max czas [s] | Sr czas | droga |  | blad |
|  |  |  |  |  |
| 30 | 29,5376687 | 2814 |  | 14,15822 |
| 60 | 29,5376687 | 2786 |  | 13,02231 |
| 120 | 48,8903403 | 2786 |  | 13,02231 |
| 180 | 48,4151467 | 2786 |  | 13,02231 |
| 240 | 48,0535337 | 2786 |  | 13,02231 |
| 300 | 52,921952 | 2786 |  | 13,02231 |
| 360 | 339,142985 | 2781 |  | 12,81947 |

Algorytm Symulowanego Wyżarzania

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Temperatura początkowa** | **Temperatura chłodzenia** | **Temperatura minimalna** | **Długość najkrótszej trasy** | **Czas pracy[s]** | **Blad %** |
| 79560 | 0,55 | 1.9684e-05 | 7775,00 | 0,004813 | 215,4158 |
| 79560 | 0,6 | 2.2972e-05 | 7727,00 | 0,005573 | 213,4686 |
| 79560 | 0,65 | 2.28705e-05 | 7700,00 | 0,005902 | 212,3732 |
| 79560 | 0,7 | 2.82928e-05 | 7551,00 | 0,007385 | 206,3286 |
| 79560 | 0,75 | 2.54303e-05 | 7320,00 | 0,008729 | 196,9574 |
| 79560 | 0,8 | 2.53229e-05 | 7370,00 | 0,012855 | 198,9858 |
| 79560 | 0,85 | 2.77224e-05 | 7276 | 0,016078 | 195,1724 |
| 79560 | 0,9 | 2.98299e-05 | 7181 | 0,024888 | 191,3185 |
| 79560 | 0,95 | 3.00455e-05 | 6803 | 0,051204 | 175,9838 |
| 79560 | 0,999 | 3.05063e-05 | 4063 | 2,607789 | 64,82759 |

Badanie najlepszego przypadku:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Czas pracy []** | **Temperatura początkowa** | **Temperatura chłodzenia** | **Temperatura minimalna** | **Długość najkrótszej trasy** | **Czas pracy** | **blad** |
| 30 | 79560 | 0,999 | 1.18576e-322 | 2696,00 | 29,977153 | 9,371197 |
| 60 | 79560 | 0,999 | 1.18576e-323 | 2678,00 | 59,984848 | 8,640974 |
| 120 | 79560 | 0,999 | 1.18576e-324 | 2586,00 | 119,946301 | 4,908722 |
| 180 | 79560 | 0,999 | 1.18576e-325 | 2609,00 | 179,999420 | 5,841785 |
| 240 | 79560 | 0,999 | 1.18576e-326 | 2568,00 | 239,970524 | 4,178499 |
| 300 | 79560 | 0,999 | 1.18576e-327 | 2569,00 | 299,989576 | 4,219067 |
| 360 | 79560 | 0,999 | 1.18576e-328 | 2562 | 359,962360 | 3,935091 |

Wykresy najlepszego przypadku:

# Wstęp teoretyczny

Powyrzsze algorytmy wyjaśniają problem komiwojażera w przybliżeniu. W zależności od parametrów można mieć mnej lub więcej dokładne odpowiedzi. Z powyższych wykresów można wywnioskować to, że parametrem, który zwiększał efektywność algorytmu Symulowanego Wyżarzania, była przyjęta temperatura chłodzenia(stała im bliższa jedynce, tym lepsze efekty) oraz im dłużej dziła algorytm tym bardziej dokładną drogę otrzymujemy, ale nie zawsze się opłaca. Natomiast w przypadku algorytmu Tabu Search korzystnie wpływała manipulacja liczbą iteracji (im więcej, tym lepiej, ale nie zawsze ta zasada działała). Niestety parametry te wydłużały czas wykonywania algorytmu (np. w przypadku algorytmu SW, przy zmianie wartości stałej z 0,55 do wartości 0,999, zanotowano około 10-krotny wzrost czasu).

Otrzymywany błąd względny między średnim uzyskiwanym wynikiem oraz wynikiem optymalnym nie zależy w żaden sposób od wielkości instancji.

Napisanie tego projektu pomogło poznać nowe metody rozwiązania problemu komiwojażera oraz zwiększyć swoje umiejętności w programowaniu.