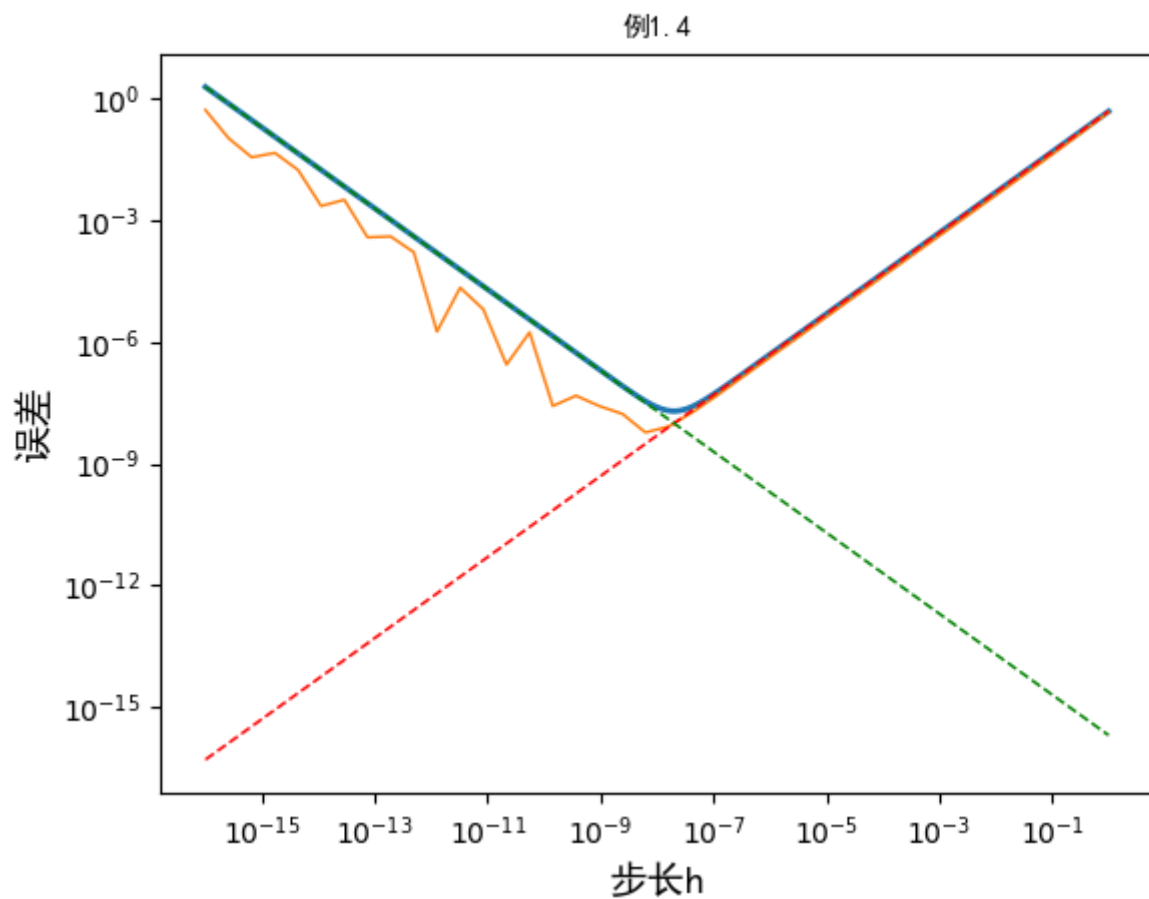


第一章

第一题



- 根据例1.4

$$f(x) = \sin(x)$$

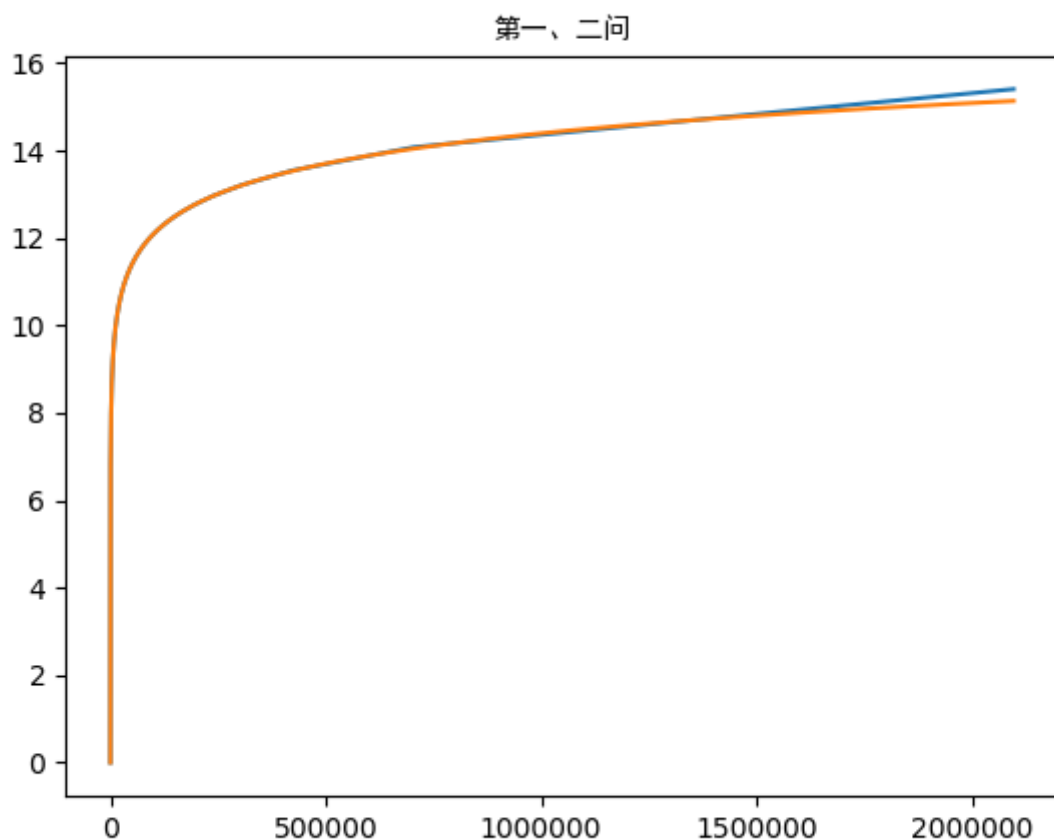
$$f'(x) = \cos(x)$$

$$f''(x) = -\sin(x)$$

$$\epsilon_{real} = |(\sin(1+h) - \sin(1) - h * \cos(1))/h|$$

$$\Rightarrow \epsilon_{real} = |(\sin(1+h) - \sin(1))/h - \cos(1)|$$

第三题



绿线为单精度
黄线为双精度

- 第一问
 - 单精度浮点数的尾数为23位，当两个数字相差超过 2^{24} 倍时，相加就会出现 $a+b=a$ 的情况， 2^{24} 次方为16777216。
 - 由图中看出大约 $n=2E6$ 的时候就停止增长了，这里估算和误差相差的原因是：15实际上在2进制里占的位数和8一样，计算 2^{24} 时应该用8除以 2^{24} ，这样算出来的 n 就是2E6了。
- 第二问
 - 双精度计算到 $n=2E6$ 的时候双精度计算的结果为15.133306，误差约为0.27。
 - 双精度计算到这里每一次加法的误差不超过 $1E-15$ ，求和后也不超过 $2E-9$ ，因此可以认为单精度计算的结果"与精确结果"的误差大约为0.27。
- 第三问
 - 第二问计算用了大约1.85s。
 - 双精度浮点数要达到 $a+b=a$ 的效果需要 a 和 b 成 2^{53} 倍。
 - 用调和级数的近似公式 $\ln(n+1)+r$ 可得
$$n \cdot (\ln(n+1)+r) < 2^{53}$$

- 计算得 $n=3E14$ ，此时计算量是上面的 $1.5E8$ 倍，大概需要 $2.775E8$ 秒，也就是大概3211天的时间才能计算完毕。