

ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ (ΥΦΥ209)

Stability bounds on compact astrophysical objects from information-entropic measure, Phys. Rev. D 90, 044046 (2015)

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΠΜΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΧΑΡΙΤΟΠΟΥΛΟΥ ΔΕΣΠΟΙΝΑ
Α.Ε.Μ.:4405

ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ: ΜΟΥΣΤΑΚΙΔΗΣ Χ., ΧΑΤΖΗΣΑΒΒΑΣ Κ.

Εξίσωση Lane-Emden

- ♦ Αρχικά, θέλοντας να λύσουμε τις εξισώσεις της υδροστατικής ισορροπίας ώστε να βγάλουμε την πολυτροπική συμπεριφορά του λευκού νάνου, καταλήξαμε στην εξίσωση Lane-Emden:

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} + \theta^{1/(\gamma-1)} = 0.$$

Πρώτα, εισάγουμε τις βιβλιοθήκες που θα χρησιμοποιήσουμε:

```
import numpy as np
import warnings
from scipy.integrate import solve_ivp
from scipy.integrate import simpson
import matplotlib.pyplot as plt
```

- ◊ Στη συνέχεια, ορίσαμε την Lane-Emden ως συνάρτηση:

```
# Lane-Emden equation

def L_E(t, z, gamma):
    theta, x = z
    return [x, -(2/t)*x-(theta**(1/(gamma-1)))]
```

και ορίσαμε τις παραμέτρους που χρειαζόμαστε:

```
# Parameters

g = np.linspace(1.2, 1.8, 100)

tmin = 0.0001
tmax = 20

S_ce = np.zeros(len(g)) # Configurational entropy
S3_ce = np.zeros((3,len(g))) #  $Sa^3$  for each gamma value and  $0.95\pi/R$ ,  $1.00\pi/R$ ,  $1.05\pi/R$ 
M_mass = np.zeros(len(g)) # Mass

con = np.array([1,0])
g_le = np.array([1.2,1.4,1.7])
kappa = np.array([0.95,1.00,1.05])
i = 10000
```

- ◊ Έπειτα, λύσαμε την παραπάνω εξίσωση με την μέθοδο Runge-Kutta (RK45) μέσω της εντολής `solve_ivp` στην `python` με βήμα 10^{-3} :

```
for j in g_le:

    sol = solve_ivp(L_E, [tmin, tmax], con, t_eval=np.linspace(tmin,tmax,i),method='RK45',args=(j,),atol=1e-8,rtol=1e-8)
```

- ◊ Στη συνέχεια, έχοντας πλέον τις λύσεις της Lane-Emden ($\theta(\xi)$), μπορούμε να υπολογίσουμε το modal fraction :

$$\tilde{f}(\kappa) = \frac{h(\kappa)}{h(\kappa_{\min})}$$

όπου τα $h(\kappa)$ και $h(\kappa_{\min})$ τα υπολογίσαμε από τις σχέσεις:

$$h(\kappa) = \left(\frac{4\pi\rho_0 a^3}{\kappa} \int_0^{\xi_R} \theta^{1/(\gamma-1)}(\xi) \sin(\kappa\xi) \xi d\xi \right)^2$$

$$h(\kappa_{\min}) = \left(\frac{4\pi\rho_0 a^3}{\kappa_{\min}} \int_0^{\xi_R} \theta^{1/(\gamma-1)}(\xi) \sin(\kappa_{\min}\xi) \xi d\xi \right)^2$$

Τις σχέσεις αυτές τις λύσαμε με τη μέθοδο Simpson όπως φαίνεται στον κώδικα:

```

k_min = np.pi/sol.t[-1]
k = np.linspace(k_min,100*k_min,i)
h_kmin = (simpson(((sol.y[0])** (1/(j-1))))*np.sin(k_min*sol.t)*sol.t,sol.t,dx=0.001)*(1/k_min))**2
h_k = np.zeros(i)

for i1,j1 in enumerate(k):
    h_k[i1] = (simpson(((sol.y[0])** (1/(j-1))))*np.sin(j1*sol.t)*sol.t,sol.t,dx=0.001)*(1/j1))**2

f1 = h_k/h_kmin

```

◊ Σχεδιάσαμε, λοιπόν, το πρώτο σχήμα της εργασίας όπως φαίνεται παρακάτω:

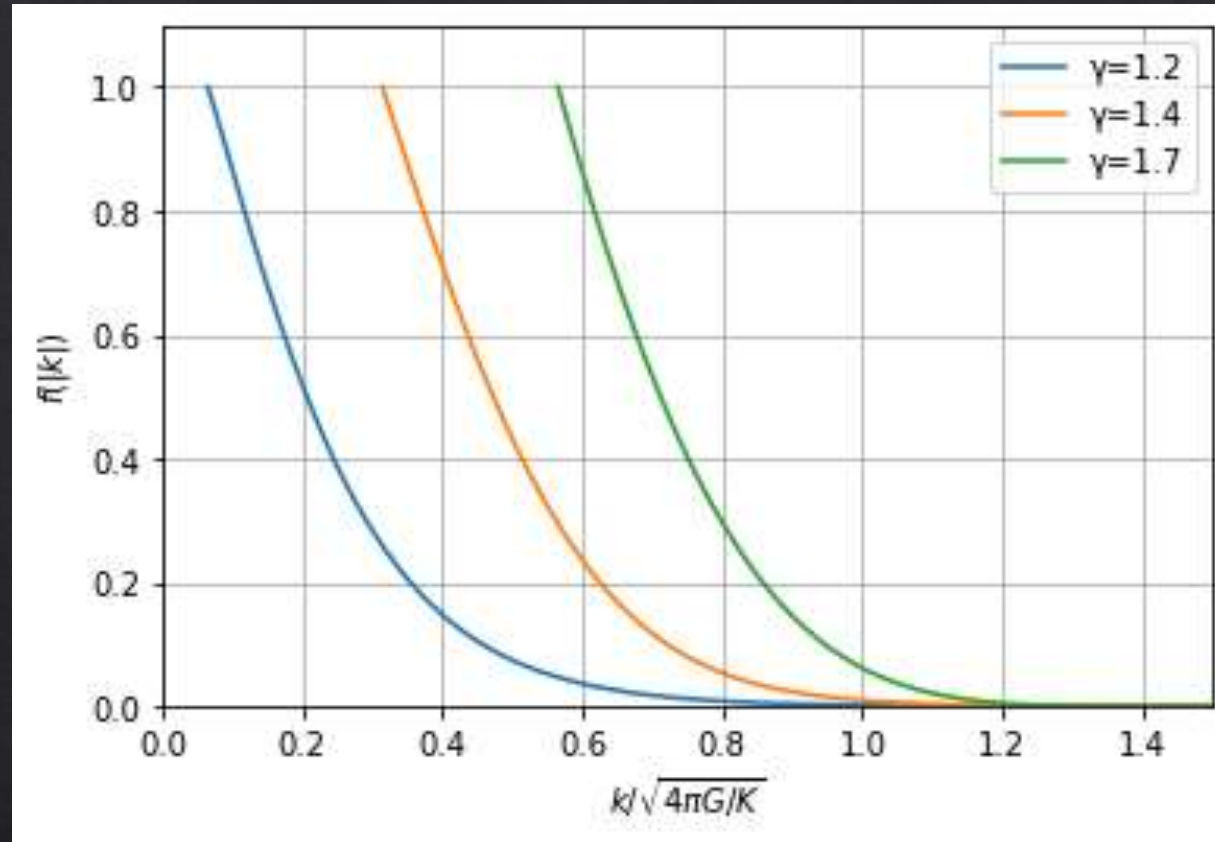


Fig.1: Normalized modal fraction $f(|k|)$ for sample values of the polytropic index γ . From left to right, $\gamma = 1.2, 1.4$, and 1.7 .

Configurational entropy

- ◈ Έπειτα, σύμφωνα με τις παραπάνω σχέσεις, υπολογίσαμε την configurational entropy σύμφωνα με τη σχέση:

$$S = -4\pi a^{-3} \int_{\kappa_{\min}}^{\infty} \tilde{f}(\kappa) \log(\tilde{f}(\kappa)) \kappa^2 d\kappa$$

εφαρμόζοντας πάλι τη μέθοδο Simpson για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος. Επιπλέον, υπολογίσαμε και την μάζα σύμφωνα με την σχέση:

$$\begin{aligned} M &= 4\pi \int_0^R \rho(r) r^2 dr \\ &= 4\pi \rho_0 \alpha^3 \int_0^{\xi_R} \theta^{1/(\gamma-1)}(\xi) \xi^2 d\xi \end{aligned}$$

Και ο αντίστοιχος κώδικας:

```
M_mass[i2] = ((4*np.pi*(j2/(j2-1))**(3/2))*simpson(((sol.y[0])** (1/(j2-1))))*(sol.t)**2,sol.t,dx=0.001))/200

if i3==1:
    S_ce[i2] = -4*np.pi*((j2/(j2-1)))**(-3/2)*simpson(f2*np.log(f2)*(k**2),k,dx=0.001)

S3_ce[i3][i2] = -4*np.pi*simpson(f2*np.log(f2)*(k**2),k,dx=0.001)
```

◊ Σχεδιάσαμε, λοιπόν, το δεύτερο σχήμα της εργασίας όπως φαίνεται παρακάτω:

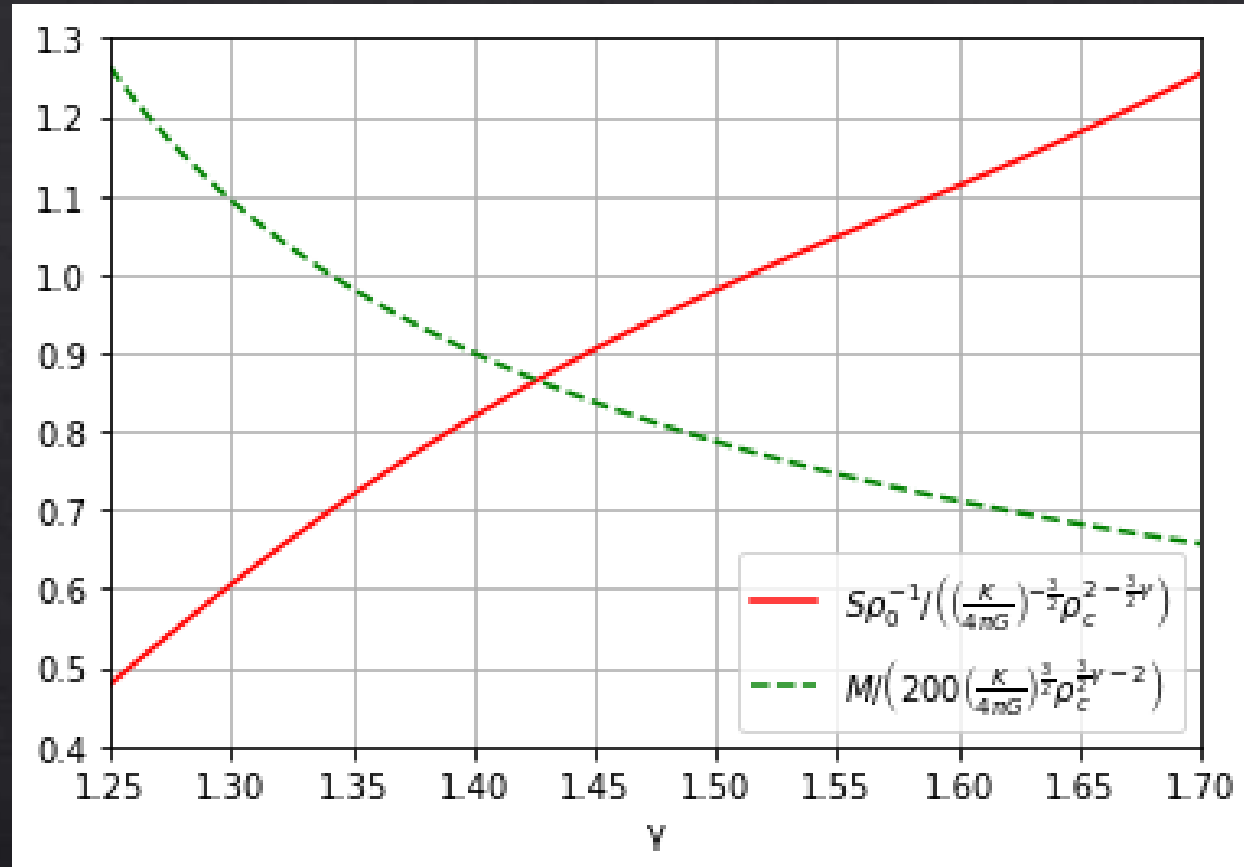


Fig.2 : *Configurational entropy times ρ_0^{-1} (continuous line) and mass (dotted line) versus polytropic index γ .*

- ◇ Για το τρίτο και τελευταίο σχήμα, υπολογίσαμε το μέγεθος Sa^3 και το σχεδιάσαμε ως συνάρτηση του γ .

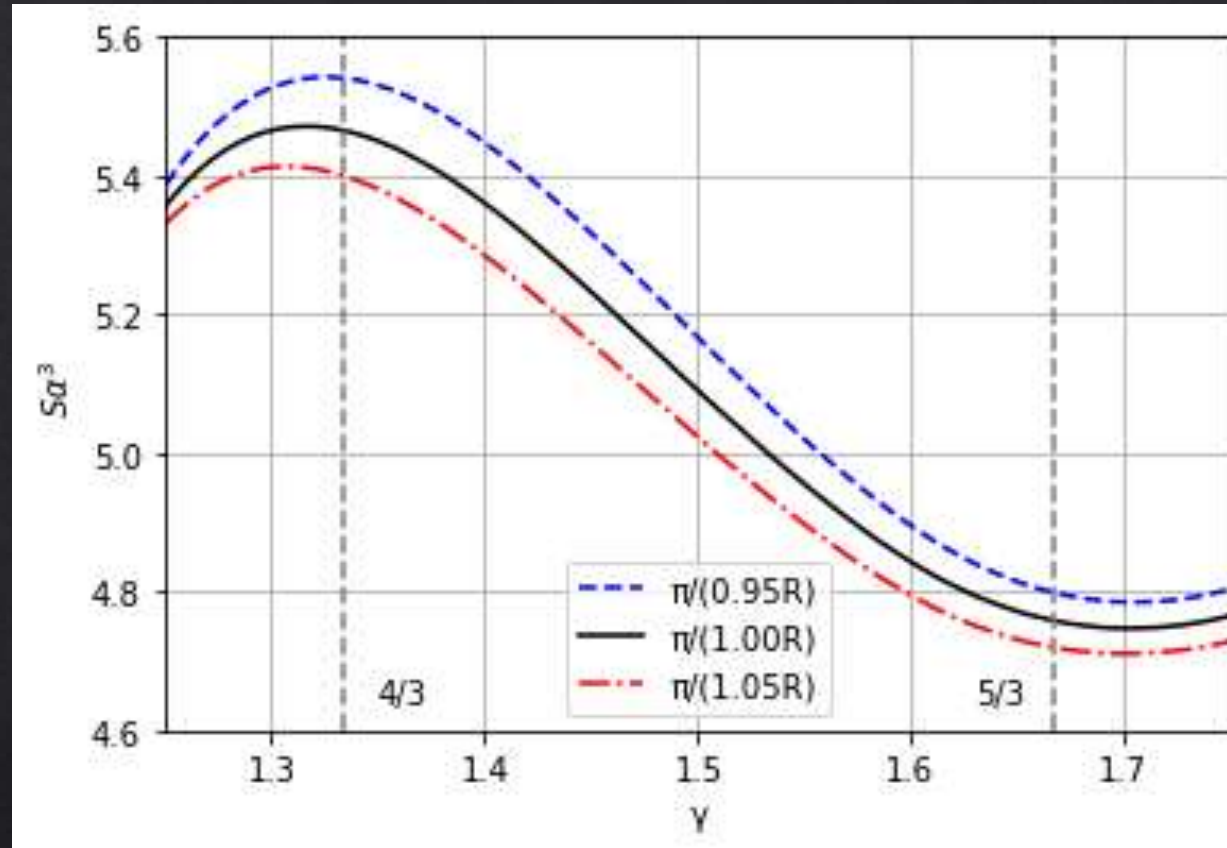


Fig.3 : Configurational entropy versus polytropic index γ for polytropes. We display results for several choices of cutoff for k_{min} .

Σας ευχαριστώ για τον χρόνο σας