

# **Отчет по лабораторной работе №5**

**Модель хищник-жертва - вариант 33**

Дессие Абди Бедаса

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>6</b>
3.1	Теоретические сведения . . . . .	6
3.2	Задача . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>12</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>13</b>

## List of Figures

3.1	График численности жертв и хищников от времени . . . . .	8
3.2	График численности хищников от численности жертв . . . . .	9
3.3	График численности жертв и хищников от времени . . . . .	11
3.4	График численности хищников от численности жертв . . . . .	11

# 1 Цель работы

Изучить модель хищник-жертва

## 2 Задание

1. Построить график зависимости  $x$  от  $y$  и графики функций  $x(t), y(t)$
2. Найти стационарное состояние системы

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Теоретические сведения

В данной лабораторной работе рассматривается математическая модель системы «Хищник-жертва».

Рассмотрим базисные компоненты системы. Пусть система имеет  $X$  хищников и  $Y$  жертв. И пусть для этой системы выполняются следующие предположения: (Модель Лотки-Вольтерра) 1. Численность популяции жертв и хищников зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

Параметр  $a$  определяет коэффициент смертности хищников,  $b$  – коэффициент естественного прироста хищников,  $c$  – коэффициент прироста жертв и  $d$  – коэффициент смертности жертв

В зависимости от этих параметров система и будет изменяться. Однако следует выделить одно важное состояние системы, при котором не происходит

никаких изменений как со стороны хищников, так и со стороны жертв. Это, так называемое, стационарное состояние системы. При нем, как уже было отмечено, изменение численности популяции равно нулю. Следовательно, при отсутствии изменений в системе  $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$

Пусть по условию есть хотя бы один хищник и хотя бы одна жертва:  $x > 0, y > 0$  Тогда стационарное состояние системы определяется следующим образом:

$$x_0 = \frac{a}{b}, y_0 = \frac{c}{d}$$

## 3.2 Задача

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.22x(t) + 0.044y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.33y(t) - 0.022y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 3, y_0 = 8$  Найдите стационарное состояние системы

Решение в OpenModelica

```
model lr5
  Real x(start=3);
  Real y(start=8);

  parameter Real a = 0.22;
  parameter Real b = 0.044;
  parameter Real c = 0.33;
  parameter Real d = 0.022;
```

equation

der(x) = -a\*x + b\*x\*y;

der(y) = c\*y - d\*x\*y;

end lr5;

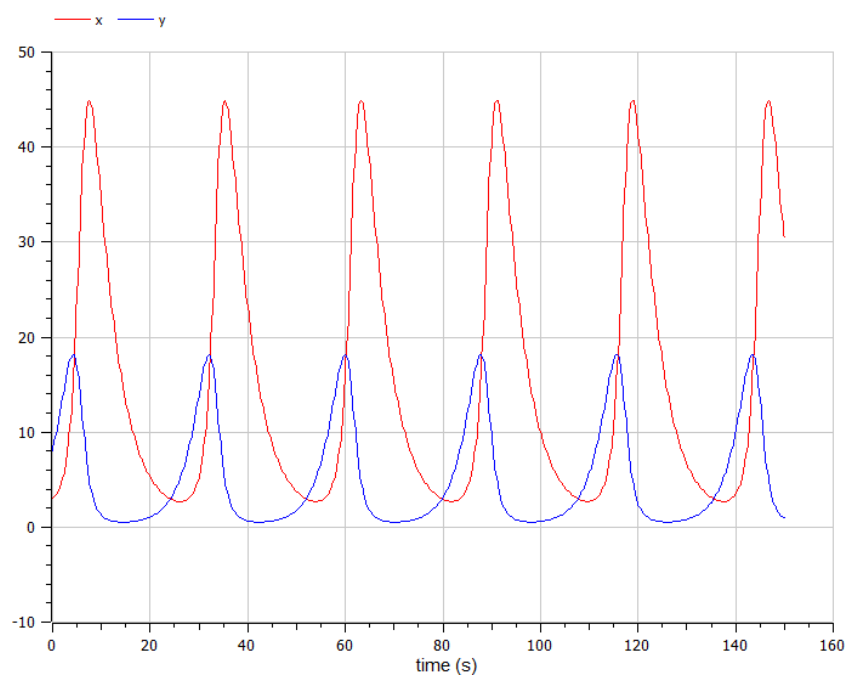


Figure 3.1: График численности жертв и хищников от времени



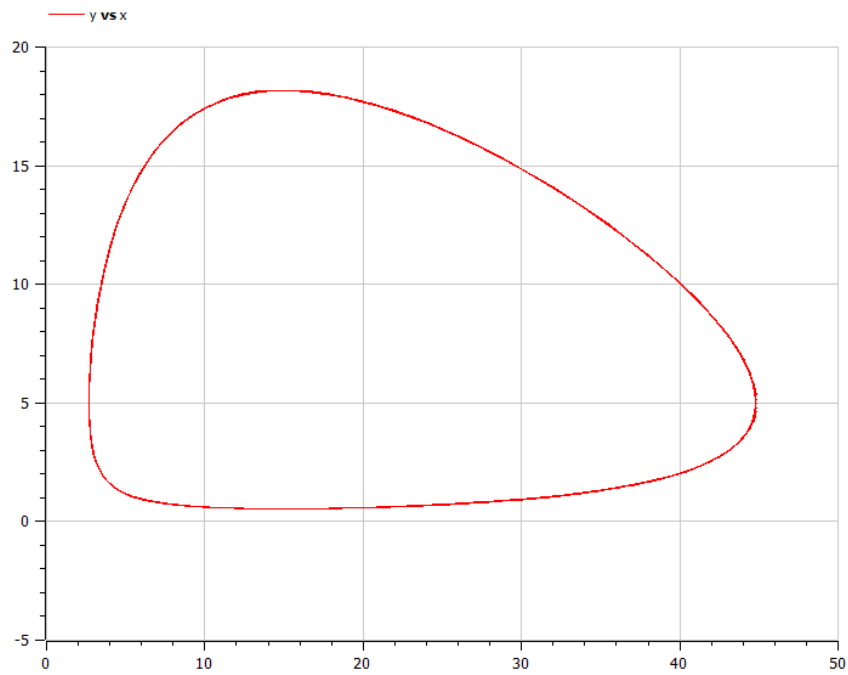


Figure 3.2: График численности хищников от численности жертв

Решение в Julia

```
using Plots
```

```
using DifferentialEquations
```

```
x0 = 3
```

```
y0 = 8
```

```
u0 = [x0; y0]
```

```
t0 = 0
```

```
tmax = 150
```

```
tspan = (t0, tmax)
```

```
t = collect(LinRange(t0, tmax, 1000))
```

```
a = 0.22
```

```
b = 0.044
```

```

c = 0.33
d = 0.022

function syst(dy, y, p, t)
    dy[1] = -a*y[1] + b*y[1]*y[2]
    dy[2] = c*y[2] - d*y[1]*y[2]
end

prob = ODEProblem(syst, u0, tspan)

sol = solve(prob, saveat = t)

plot(sol)

savefig("03.png")

plot(sol, idxs=(1, 2))

savefig("04.png")

```

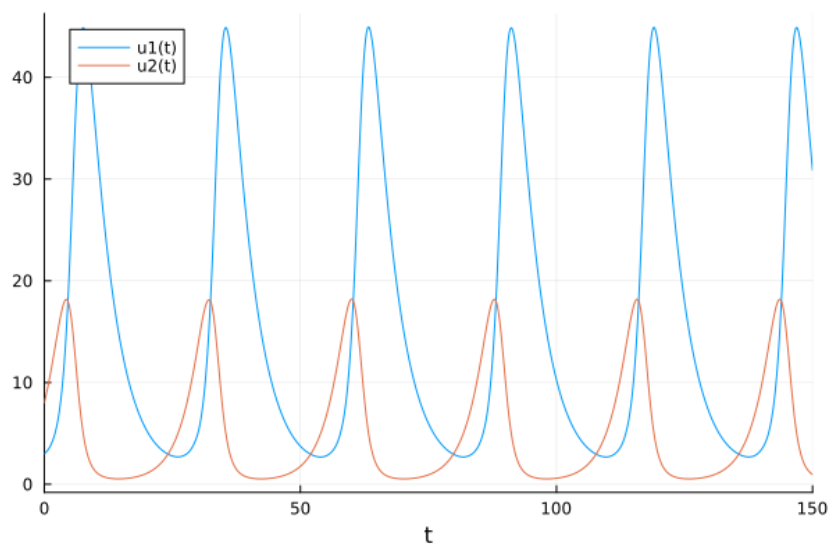


Figure 3.3: График численности жертв и хищников от времени

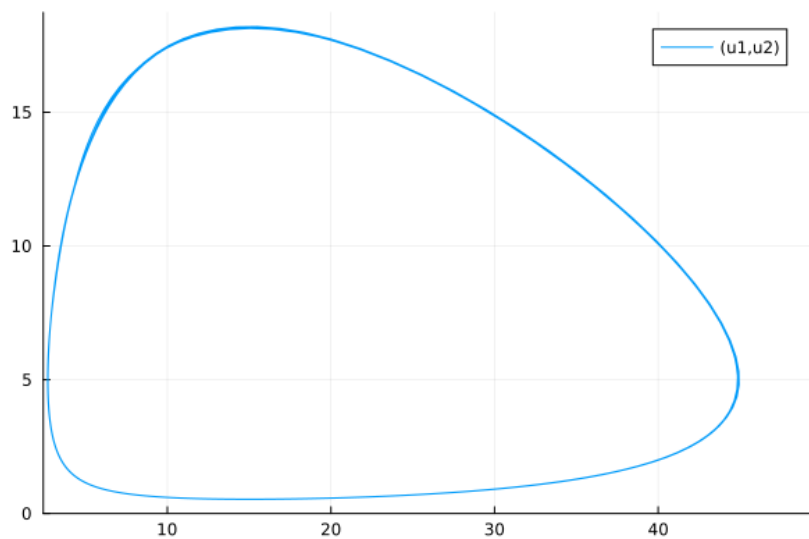


Figure 3.4: График численности хищников от численности жертв

Стационарное состояние  $x_0 = \frac{a}{b} = 5, y_0 = \frac{c}{d} = 1.5$

## 4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построены графики.

# Список литературы

1. Модель Лотки-Вольтерры
2. Lotka-Volterra System