

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ALEXANDRE RABELO

Simulação de campos ultrassônicos através de interfaces planas

São Paulo

2019

ALEXANDRE RABELO

Simulação de campos ultrassônicos através de interfaces planas

Versão original

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Área de Concentração: Engenharia de Controle e Automação
Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Flávio Buiochi

São Paulo

2019

Nome: RABELO, Alexandre

Título: Simulação de campos ultrassônicos através de interfaces planas

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre
em Engenharia.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr.

Instituição:

Julgamento:

Prof. Dr.

Instituição:

Julgamento:

Prof. Dr.

Instituição:

Julgamento:

Prof. Dr.

Instituição:

Julgamento:

RESUMO

RABELO, Alexandre. **Simulação de campos ultrassônicos através de interfaces planas**. 2019. **XX f**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

Esta dissertação visa desenvolver métodos computacionais que permitam realizar a simulação de campos ultrassônicos através de interfaces, regiões onde ocorrem variações da impedância acústica. Tais métodos tratam basicamente da simulação da propagação de ondas ultrassônicas em meios líquidos e sólidos. Os métodos da resposta impulsiva (método analítico) e da representação discreta (método numérico) serão aplicados à simulação de campos ultrassônicos provenientes de transdutores circulares (monoelemento) e retangulares (monoelemento e multielementos). A implementação será realizada primeiramente em campos ultrassônicos livres de interfaces, e posteriormente serão adicionadas interfaces planas (sólido-líquido). Também serão implementados modelos para o estudo da influência da conversão de modos entre as ondas longitudinais e as transversais nas descontinuidades dos meios. Os resultados a serem obtidos da simulação com os modelos desenvolvidos serão comparados com resultados experimentais. Serão utilizados nos experimentos transdutores de ultrassom com frequência entre 1 e 3 MHz, e hidrofones pontuais para medição do campo ultrassônico refratado devido à presença de descontinuidades no meio de propagação.

Palavras-chave: Campos ultrassônicos. Interfaces. Monoelemento. Multielementos. Phased Array. Transdutores.

ABSTRACT

RABELO, Alexandre. **Simulação de campos ultrassônicos através de interfaces planas**. 2019. **XX f.** Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019.

In this work ...

Keywords: Ultrasound fields. Interfaces. Phased Array. Transducers

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

SUMÁRIO

1- INTRODUÇÃO.....	1
1.1- Objetivo	2
2- REVISÃO DA LITERATURA	3
3- TEORIAS DE ONDAS ACÚSTICAS	9
3.1- Campo acústico	9
3.2- Método da resposta impulsiva	11
3.3- Método da resposta discreta.....	16
3.4- Resposta impulsiva do pistão retangular	19
3.4.1- Expressão analítica para pontos do campo na região I	23
3.4.2 - Resposta impulsiva para pontos do campo nas demais regiões.....	25
3.4.3 – Pressão transiente	26
4 - RESULTADOS	28
5- CONCLUSÃO	41
REFERÊNCIAS.....	42

1- INTRODUÇÃO

A acústica é uma ciência interdisciplinar que estuda a geração, a transmissão e a recepção de energia de ondas vibratórias no meio. Quando as moléculas de fluido ou sólido são deslocadas das suas configurações de equilíbrio, a força de restauração elástica interna cresce. É essa força de restauração elástica aliada à inércia do sistema que permite que o meio participe de vibrações oscilatórias e, assim, gere e transmita as ondas acústicas (Kinsler *et al.*, 2000). Se a frequência da perturbação vibracional está entre 20 Hz e 20 kHz, uma pessoa normalmente consegue interpretá-la como ondas sonoras. Mas as frequências abaixo de 20 Hz e acima de 20kHz são classificadas como infrassom e ultrassom, respectivamente (Kinsler *et al.*, 2000).

O ultrassom é usado para realizar exames não invasivos em pacientes no campo médico. E, da mesma forma, ele é usado na indústria para ensaios não destrutivos (END) de estruturas e materiais. Os métodos ultrassônicos são rápidos, seguros e relativamente baratos, e são esses motivos que fazem com que esta técnica seja frequentemente empregada em ambas as áreas (Schmerr, 2015).

Como consequência, o campo acústico gerado pelos transdutores piezelétricos tem sido amplamente estudado. Em geral, os transdutores são dispositivos que convertem energia de uma forma em outra e eles são normalmente considerados como pistões planos rígidos montados sobre paredes planas, rígidas e infinitas (Buiocchi, 1994). Entende-se como campo acústico a distribuição espacial da pressão gerada por um transdutor. Assim, o campo inicia-se na face do transdutor e prolonga-se pelo espaço a sua frente. E a forma da onda produzida depende da abertura do emissor que está associada diretamente à geometria do mesmo (Kinsler *et al.*, 1982).

Ocorre que o tratamento da propagação de ondas acústicas em sólidos é complicado porque podem existir simultaneamente ondas longitudinais e de cisalhamento. Para simplificar, pode-se assumir que as ondas de interesse são ondas pura longitudinal e pura de cisalhamento, e que todas as quantidades físicas, tais como o deslocamento da partícula, a velocidade da partícula, a tensão, a

deformação, a elasticidade e a constante de acoplamento piezelétrico, podem ser expressos em forma de uma dimensão (Kino, 1987).

A simulação computacional provê uma poderosa ferramenta quando os fenômenos não são observáveis ou quando as medições são impraticáveis. O desenvolvimento da simulação computacional, cujo objetivo é o estudo e previsão de eventos físicos ou do comportamento de sistemas de engenharia, representa uma extensão da ciência teórica que se baseia em modelos matemáticos (Oden *et al.*, 2006). Sua aplicação na área de ultrassom, como em ensaios não destrutivos por ultrassom, pode apresentar algumas das seguintes motivações (Pires, 2009): definir e otimizar protocolos de inspeção, ajudar a visualização e compreensão dos resultados de inspeção, otimizar projeto de transdutores *phased array* para aplicações específicas, definir leis focais nas aplicações de arrays etc.

Deste modo, os modelos de campos ultrassônicos foram bastante explorados na literatura. A solução proposta por San Emeterio e Ullate (1992) foi adotada neste trabalho, especificamente por fornecer campos de pressão precisos sob excitações realísticas. Assim, a proposta deste trabalho é a elaboração de métodos computacionais que permita realizar a simulação de campos ultrassônicos através de interfaces.

1.1- Objetivo

Este trabalho tem como objetivo principal desenvolver programas em Matlab que simulem os campos ultrassônicos através de interfaces planas utilizando o modelo da resposta impulsiva do pistão plano e da representação discreta. Os resultados simulados serão comparados com os obtidos experimentalmente, medindo-se o campo acústico com hidrofones pontuais e utilizando transdutores circulares (monoelemento) e retangulares (array) na geração do campo acústico.

2- REVISÃO DA LITERATURA

Em 1887, na publicação da "*Teoria do Som*", Rayleigh publicou suas observações acerca de fenômenos acústicos. O significado fundamental do trabalho em futuras aplicações do som para uma série de problemas práticos dificilmente poderia ser estimado adequadamente naquele momento (Rayleigh and Lindsay, 1945, vol. I).

Freedman, em seu trabalho publicado em 1960, forneceu meios simples para a construção de curvas de amplitude e fase da pressão axial para qualquer relação entre o comprimento e a largura da superfície radiante. Além disso, sugeriu um método para prever a pressão axial de longo alcance de um pistão retangular a partir das medidas levantadas dentro da região de Fresnel. Desta forma, ele faz as comparações dos campos próximos dos pistões retangular e circular e conclui que o pistão retangular produz a aproximação mais útil para uma onda plana (Freedman, 1960).

No final da década de 1960, Tupholme apresentou uma solução para o cálculo de pulsos de pressão produzidos por um pistão móvel fixado a um anteparo rígido. Além disso, ele desenvolveu uma solução analítica para um pistão circular, entre outras geometrias, mas limitou a velocidade normal da face do pistão à função de Green (Tupholme, 1969).

Em 1971, Zemanek conduziu uma investigação numérica da região do campo próximo para o cálculo do campo acústico de um transdutor circular, assumindo um movimento uniforme da face do pistão. Em síntese, ele determinou a distância em que acontece a transição entre o campo próximo e o campo distante (Zemanek, 1971). No mesmo período, Stepanishen desenvolveu um dos métodos mais usados atualmente, o método da resposta impulsiva, que possibilitou calcular o potencial de velocidade e o campo acústico em função do tempo, em um ponto qualquer do espaço, resultantes do movimento impulsivo do pistão. A resposta impulsiva é calculada através da transformação de coordenadas da fonte para o observador, obtendo-se uma equação em função das coordenadas espaciais e do tempo. Este paradigma tem o seu apoio fundamentado na integral de Rayleigh e a sua convolução com a velocidade normal do pistão. Demonstra-se que o método pode ser aplicado a qualquer geometria da abertura do transdutor e que funções de atraso

de excitação e apodização podem ser utilizadas (Stepanishen, 1971a, 1971b e 1971c).

Lockwood e Willette, em 1973, apresentaram um método pelo qual as distribuições de pressão exatas podem ser calculadas de forma mais eficiente do que por outros métodos exatos. Ambos os pistões circulares e retangulares são tratados. Eles utilizaram uma expressão analítica exata para calcular a resposta impulsiva do campo de pressão devido a uma aceleração impulsiva do pistão. Ao avaliar a transformada de Fourier da resposta impulsiva na frequência, obtiveram a função de transferência do sistema. Isso requer apenas uma única integração numérica. A função de transferência, quando expressa em forma polar, dá a amplitude e a fase das variações de pressão em um determinado ponto (Lockwood e Willette, 1973). No ano seguinte, Robinson, Lees e Bess determinaram a resposta impulsiva exata do campo acústico para qualquer ponto do espaço para transdutores circulares. É provado que a maior parte da energia está confinada dentro do feixe com o mesmo diâmetro do transdutor e diminui monotonicamente fora desta região (Robinson *et al.*, 1974).

Weight e Hayman, em 1978, descrevem algumas observações experimentais do campo pulsado de um transdutor ultrassônico circular, que foram comparadas com os resultados teóricos de um pistão ideal utilizando transdutores circulares e retangulares no modo pulso-eco. Foram observadas a transmissão e a recepção de pulsos curtos em refletores de pequenas dimensões e em superfícies planas. Além disso, foram detectadas diversas formas de onda, posicionando o refletor dentro e fora do eixo acústico do transdutor (Weight e Hayman, 1978). Depois descreveram algumas observações dos campos pulsados a partir dos transdutores circulares e quadrados, empregando receptores de pequenas dimensões (hidrofonos pontuais) (Weight e Hayman, 1979).

No início da década de 1980, Harris dedicou-se a elaborar uma revisão das contribuições anteriores representativas ao caso da excitação transiente do pistão. Tal revisão foi motivada pelo desejo de fornecer uma perspectiva histórica e fundamentos matemáticos para uma solução generalizada para o problema do pistão plano circundado por um refletor rígido infinito (Harris, 1981b). Em outro trabalho, Harris também apresentou um modelo teórico para calcular o potencial de velocidade e o campo de pressão radiado por um pistão plano, fixado em um refletor

rígido e infinito, com excitação arbitrária. O método é baseado na função da resposta impulsiva espacial. Calcula-se o potencial de velocidade em um ponto ou numa superfície finita devido à vibração uniforme ou não uniforme da sua superfície (Harris, 1981a).

Em 1982, Tjotta e Tjotta generalizaram a abordagem de Stephanishen para o caso de uma fonte de forma arbitrária com uma distribuição de velocidade não uniforme. Ambos estudaram qualitativamente os efeitos dos transdutores na geração do campo acústico, mostrando como a diretividade do campo distante é influenciada pela forma do pulso (Tjotta e Tjotta, 1982).

No ano de 1984, Lasota, Salamon e Delannoy propuseram uma abordagem generalizada do método da resposta impulsiva que se adapta à análise do campo de vários elementos dos sistemas de imagens acústicas. Um exemplo de elemento é a lente acústica, que introduz um atraso de tempo em cada ponto de uma frente de onda transmitida (Lasota *et al.*, 1984), permitindo a convergência ou divergência do feixe acústico.

Em 1985, Scarano, Denisenko, Matteucci e Pappalardo utilizaram uma abordagem de "convolução espacial" para derivar uma solução exata para a resposta impulsiva do pistão retangular de vibração uniforme. A resposta impulsiva é considerada como uma função das coordenadas espaciais, num dado instante de tempo (Scarano *et al.*, 1985). Enquanto na abordagem clássica proposta por Stepanishen, a resposta impulsiva é considerada como uma função do tempo para a localização de um ponto fixo do campo.

Ocheltree e Frizzell publicaram, no início de 1989, um método para o cálculo do campo acústico a partir de uma fonte de onda contínua retangular que pode ser dividida em elementos retangulares e acoplados a um refletor rígido. O método consiste em somar a contribuição da pressão em elementos retangulares suficientemente pequenos, garantindo a aproximação do campo distante seja apropriada no ponto onde o campo será calculado (Ocheltree e Frizzell, 1989).

Em 1989, Piwakowski e Delannoy apresentaram o método de domínio do tempo auxiliado por computador, cuja proposta foi determinar a resposta impulsiva espacial para uma fonte de forma arbitrária e para velocidades de abertura arbitrárias. O procedimento computacional "gera" a função de resposta impulsiva, repetindo diretamente os estágios físicos que acompanham a criação desse

fenômeno, como a radiação do elemento de superfície e propagação e soma no ponto de observação (Piwakowski e Delannoy, 1989). Em outro trabalho, dez anos mais tarde, Piwakowski com Sbai apresentaram um novo algoritmo no domínio do tempo, fundamentado na abordagem da resposta impulsiva espacial, para calcular o campo acústico, utilizando o método da representação discreta, aplicado para o cálculo do campo de transdutores multielementos (*array*). O modelo computacional, que se baseia no conceito de representação discreta, gera a resposta impulsiva do potencial velocidade do transdutor multielemento, não necessitando qualquer solução analítica e permitindo qualquer forma de excitação para a modelagem do campo. A exatidão do resultado depende da discretização temporal e espacial (Piwakowski e Sbai, 1999).

O artigo publicado por San Emeterio e Ullate em 1992 descreve expressões exatas para as respostas impulsivas do potencial de velocidade e da pressão para transdutores de geometria retangular. Esta solução não exige o uso de métodos de superposição e baseia-se na condição de contorno do pistão rígido (San Emeterio e Ullate, 1992). Neste mesmo ano, Jensen e Svendsen desenvolveram uma abordagem de simulação baseada no tratamento Tupholme-Stepanishen, que pode simular transdutores com qualquer apodização da superfície do transdutor e com qualquer excitação do mesmo (Jensen e Svendsen, 1992).

A partir de 1996, Jensen publicou vários trabalhos relacionados ao FIELD II, programa que ele mesmo criou para simular o campo acústico. O *software* é baseado no método de Tupholme-Stepanishen e é bem versátil, porque permite a simulação do campo para qualquer excitação e geometria de transdutor, operando em modo pulso-eco ou transmissão-recepção, com apodização dinâmica e focalização, e possui uma interface gráfica no MATLAB (Jensen, 1996a). Neste mesmo ano, ele desenvolveu uma abordagem original e eficiente para o cálculo do campo gerado por transdutores de geometria arbitrária, utilizando triângulos (Jensen, 1996b). Nos anos seguintes, o autor anunciou um novo procedimento que utiliza a conhecida técnica de cálculo da resposta impulsiva espacial a partir da interseção de um círculo emitido a partir da onda esférica projetada com o limite da abertura emissora, podendo-se utilizar qualquer geometria de transdutor, rígido ou flexível e apodizado (Jensen, 1997 e 1999a). Em trabalhos posteriores, Jensen e Nicolov (2000) mostraram um método de simulação rápida utilizando o FIELD II. Em 2002,

foi implementada uma abordagem para a simulação de imagens por ultrassom, em que são manipuladas individualmente a difração, a atenuação e a propagação não linear (Jensen *et al.*, 2002a). Em outra publicação, Jensen (2004) fez a simulação de sistemas avançados de ultrassom e, mais recentemente, ainda utilizando o FIELD II, Jensen, Baek e Willatzen (2010) investigaram a flexibilidade de se combinar um transdutor multicamadas de uma dimensão com o programa para a modelagem da resposta impulsiva do transdutor.

Em 2002, Nicacio em sua dissertação de mestrado apresentou dois métodos distintos, no entanto complementares, para a simulação e mapeamento de campo acústico para a caracterização de transdutores de ultrassom, cujos métodos são o pontual e espectro de diretividade.

No ano de 2004, Arnold e Pelá simplificaram o caminho para calcular o campo acústico de transdutores de geometria circular baseada no modelo de Stepanishen. Os autores encontraram uma solução analítica para o transdutor e divulgaram o código em MATLAB (Arnold e Pelá, 2004).

Mast, em 2007, proveu expressões analíticas de uma grande variedade de fontes simétricas retangulares, rígidas e harmônicas em função do tempo para a modelagem do campo acústico, inclusive aberturas com focalização e várias formas de apodização sob aproximações de Fresnel (Mast, 2007).

Em 2011, Franco, Andrade, Adamowski e Buiocchi abordaram a resposta impulsiva do potencial de velocidade e os métodos de representação discreta, que foram utilizados para modelar o campo acústico radiado por transdutores ultrassônico e arrays. O primeiro método trata do cálculo da resposta impulsiva exata, em que soluções analíticas são possíveis apenas para geometrias simples, como o pistão circular. O segundo método é uma solução aproximada baseada na discretização da abertura acústica em pequenas áreas elementares, cada uma delas radiando uma onda esférica. Ao usar transdutores circulares, que podem ser considerados pistões circulares, foram realizadas algumas simulações que compararam os métodos. A relação entre o custo computacional e a precisão foi analisada, estabelecendo assim os níveis de discretização do tempo e do espaço (Franco *et al.*, 2011).

Em 2012, Gasparini desenvolveu um *software* em MATLAB para a simulação de campos acústicos gerados por transdutores ultrassônicos de diferentes

configurações. Para isso, foram usados o modelo de Zemanek, que usa o método matemático de discretização, e o modelo de Stepanishen, que emprega uma solução analítica para a resposta impulsiva de cada geometria de transdutor.

3- TEORIAS DE ONDAS ACÚSTICAS

No final da década de 1870, o matemático e físico inglês Rayleigh realizou uma das primeiras investigações de propagação de ondas acústicas em fluidos de extensão semi-infinita, cujas ondas foram geradas por um pistão plano rígido montado sobre uma parede plana, rígida e infinita. Posteriormente, diversos estudos relacionados com a determinação do campo acústico proveniente da radiação do pistão plano rígido foram publicados. Uma grande parte da literatura se preocupou com o pistão circular e uma atenção especial foi dada ao caso cujas oscilações de amplitudes pequenas do pistão são harmônicas (Tupholme, 1969).

Diversas interpretações teóricas para a excitação de onda contínua foram apresentadas para o caso de transdutores circulares e retangulares, e as várias técnicas foram revisadas por Harris (1981b). Em todas as investigações, o ponto de partida para encontrar a solução é a integral de Rayleigh, representada por uma integral de superfície, cujo resultado é a pressão em um ponto do campo devido à contribuição de cada fonte pontual da superfície radiante. A integral de Rayleigh é uma afirmação do princípio de Huygens, como explicado por Fresnel: cada ponto de uma superfície vibratória plana pode ser considerado com uma fonte de ondas esféricas e que o campo em um ponto arbitrário pode ser construído a partir da superposição dessas ondas. O conceito de Huygens-Fresnel foi analiticamente enunciado por Helmholtz e Kirchhoff, e a integral Rayleigh é um caso especial da solução Helmholtz-Kirchhoff, nas quais a fonte irradiante e a fronteira encontra-se em um plano (Harris, 1981b).

A seguir são apresentados os conceitos teóricos fundamentais do campo acústico.

3.1- Campo acústico

A descrição do campo acústico produzido por um transdutor ultrassônico é geralmente dividida em duas partes: Uma parte é limitada na vizinhança do transdutor, conhecida como região de campo próximo (ou região de difração de Fresnel), que é caracterizada por fenômenos de interferências. E a outra é limitada ao campo distante (região de difração de Fraunhofer), que é caracterizada por um

campo acústico sem interferência. A figura (3.2) ilustra as regiões de campo próximo e de campo distante. Na região de campo distante, a linha contínua é um contorno do feixe de pressão acústica, que apresenta o mesmo decaimento de amplitude de pressão relativo aos respectivos valores axiais. O ângulo do feixe θ é calculado a partir da aproximação de campo distante para a equação exata para o contorno de pressão especificada. Uma vez que o deslocamento do pistão é uniforme em toda a sua face, o contorno, obviamente, não pode prolongar-se ao longo da linha pontilhada até o centro do pistão. A distribuição de pressão dentro do campo próximo é confinada a um cilindro cujo raio é igual ao raio do transdutor (Zemanek, 1971).

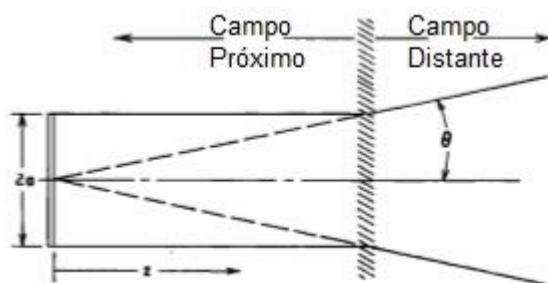


Figura 3.2 – Ilustração usual usada na localização do limite entre o campo próximo e o campo distante.

Fonte: Autor “adaptado de” Zemanek, 1971, p. 181.

A excitação transiente de um transdutor ideal gera um campo acústico que tem duas componentes chamadas de ondas de borda e plana. Essas ondas foram observadas experimentalmente através do efeito Schlieren (Weight e Hayman, 1978), comprovando assim o modelo teórico desenvolvido por Stepanishen (Stepanishen, 1971a). A onda plana propaga-se dentro da região de projeção da face do transdutor, enquanto a onda de borda propaga-se em todas as direções a partir da borda do pistão em um formato toroidal, conforme a ilustração da figura (3.3).

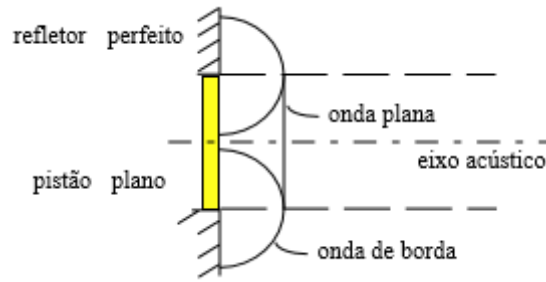


Figura 3.3 – Ilustração das ondas de borda e plana.

Fonte: Autor Buiochi, 1994, p. 16.

3.2- Método da resposta impulsiva

Segundo Kinsler (1982), considera-se na teoria clássica que a propagação da onda acústica é um processo praticamente adiabático e que os deslocamentos das partículas são pequenos, de maneira que as variações de densidade do meio sejam também pequenas. Dessa forma, a equação linear da pressão instantânea para um meio ideal é:

$$p(\vec{r}, t) = \rho \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (3.5)$$

onde \vec{r} é o vetor posição do ponto em que se mede a pressão, ρ é a densidade do meio e $\phi(\vec{r}, t)$ é o potencial de velocidade definido por:

$$v(\vec{r}, t) = -\nabla \phi(\vec{r}, t) \quad (3.6)$$

Deve-se supor que o movimento da partícula seja irrotacional:

$$\nabla \times v(\vec{r}, t) = \vec{0} \quad (3.7)$$

O campo acústico gerado por um pistão plano, em que todos os pontos de face do pistão vibram em fase, circundados por um refletor rígido no qual a

velocidade normal é nula sobre a superfície do refletor, pode ser calculado a partir da equação Rayleigh expressa em termos do potencial de velocidade dado por:

$$\phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{vn(\vec{\sigma}, t - r'/c)}{r'} dS \quad (3.8)$$

De acordo com a figura (3.4), r' é a distância entre um ponto do campo (\vec{r}) e um ponto da fonte ($\vec{\sigma}$) de área elementar dS , c é a velocidade de propagação da onda no meio e $vn(\vec{\sigma}, t)$ é a componente normal da velocidade do pistão em cada ponto de sua face de área S (Stepanishen, 1971a). A integral da equação (3.8) representa a soma das infinitas contribuições de fontes simples de área elementar dS , que irradiam ondas semiesféricas no meio, segundo o princípio de Huygens.

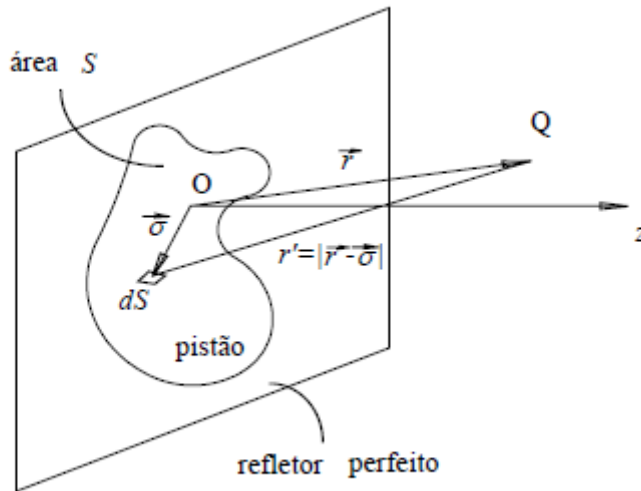


Figura 3.4 – Geometria usada na equação (3.8) de Rayleigh.

Fonte: Autor Buiocchi, 1994, p. 9.

Supondo uma distribuição de velocidade uniforme na face do pistão e utilizando a propriedade da função de Dirac $\delta(t)$, Stepanishen (1971a) escreve o termo $vn(\vec{\sigma}, t - \frac{r'}{c})$ da equação (3.8) como:

$$vn\left(t - \frac{r'}{c}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} vn(\tau) \delta\left(t - \frac{r'}{c} - \tau\right) d\tau \quad (3.9)$$

Substituindo a equação (3.9) na equação (3.8) e trocando a ordem de integração, o potencial de velocidade na posição \vec{r} resulta:

$$\phi(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} vn(\tau) \left[\int_S \frac{\delta\left(t - \frac{r'}{c} - \tau\right)}{2\pi r'} dS \right] d\tau \quad (3.10)$$

Definindo a função $\phi i(\vec{r}, t)$ como:

$$\phi i(\vec{r}, t) = \int_S \frac{\delta\left(t - \frac{r'}{c} - \tau\right)}{2\pi r'} dS \quad (3.11)$$

O potencial de velocidade pode ser representado como a convolução entre $\phi i(\vec{r}, t)$ e a velocidade normal do pistão $vn(t)$:

$$\phi(\vec{r}, t) = vn(t) * \phi i(\vec{r}, t) \quad (3.12)$$

Em que * indica a operação de convolução.

A função $\phi i(\vec{r}, t)$ é chamada de resposta impulsiva do potencial de velocidade na posição \vec{r} resultante de uma excitação do pistão com velocidade impulsiva, ou seja, é o próprio potencial de velocidade, pois $vn(t) = \delta(t)$.

A partir da equação (3.5), a pressão no ponto é dada por:

$$p(\vec{r}, t) = \rho \frac{\partial}{\partial t} [vn(t)] * \phi i(\vec{r}, t) \quad (3.13)$$

Para determinar a resposta impulsiva do potencial de velocidade $\phi_i(\vec{r}, t)$ é possível reduzir a integral dupla da equação (3.11) em uma integral simples usando mudança de variável.

Uma alternativa pode ser obtida em termos do ângulo $\Omega(ct)$, definido pelo arco circular formado pelos pontos na superfície do pistão, cuja excitação impulsiva chega ao ponto P em um certo instante t. Assim, a resposta impulsiva do potencial de velocidade pode ser calculada por:

$$\phi_i(\vec{r}, t) = \frac{c}{2\pi} \Omega(ct), \text{ se } t_1 < t < t_2 \quad (3.14)$$

$$\phi_i(\vec{r}, t) = \vec{0}, \text{ se } t \leq t_1 \text{ e } t \geq t_2 \quad (3.15)$$

onde os tempos $t_1 = \frac{r_1}{c}$ e $t_2 = \frac{r_2}{c}$ correspondem ao menor e maior tempo de propagação entre o ponto P e a superfície do pistão (Weight e Hayman, 1978).

Para o caso particular de um pistão plano circular de raio R, a expressão dos ângulos dos arcos na superfície do pistão $\Omega(ct)$ são dados na tabela (3.1), para as três regiões geométricas de projeção: superfície do pistão, borda do pistão e exterior ao pistão.

Região	Limite de tempo	$\Omega(ct)$
Superfície do pistão circular (y < R)	$t_0 \leq t \leq t_1$	2π
	$t_1 < t \leq t_2$	$2\cos^{-1}\left(\frac{c^2t^2 - x^2 + y^2 - R^2}{2y\sqrt{c^2t^2 - x^2}}\right)$
Borda do pistão circular (y = R)	$t_0 = t = t_1$	π
	$t_1 < t \leq t_2$	$2\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{c^2t^2 - x^2}}{2R}\right)$

	$t_0 < t \leq t_1$	0
Exterior ao pistão circular ($y > R$)	$t_1 < t \leq t_2$	$2\cos^{-1}\left(\frac{c^2 t^2 - x^2 + y^2 - R^2}{2y \sqrt{c^2 t^2 - x^2}}\right)$
Tabela 3.1 - Tabela para os ângulos $\Omega(ct)$ dos arcos na superfície do pistão circular (Robinson <i>et al.</i> , 1974).		

Onde:

$$\begin{aligned}
 t_0 &= \frac{x}{c} \\
 t_1 &= \frac{\sqrt{(R-y)^2 + x^2}}{c} \\
 t_2 &= \frac{\sqrt{(R+y)^2 + x^2}}{c}
 \end{aligned}
 \tag{3.16}$$

O instante t_0 refere-se ao tempo de chegada da onda plana no ponto P de observação ($y < a$) e os instantes t_1 e t_2 , das ondas de borda provenientes dos

pontos mais próximo e mais distante da borda do pistão ao ponto P. O tempo $t = 0$ representa o instante em que o pistão começa a se mover.

3.3- Método da resposta discreta

O método da representação discreta é um método de aproximação numérica, que se baseia na divisão da abertura acústica do transdutor em pequenos elementos de área. A exatidão dos resultados é extremamente dependente da escolha da discretização temporal e espacial a serem adotados no modelo. Tal método é válido tanto para transdutores monoelemento (Piwakowski e Delannoy, 1989) ou multielemento (Piwakowski e Sbai, 1999).

A derivação da solução geral proposta por Lasota (Lasota *et al.*, 1984) e implementada por Piwakowski (Piwakowski e Delannoy, 1989), a partir da equação (3.11), resulta na seguinte resposta impulsiva do potencial de velocidade em um ponto P do campo:

$$\phi(\vec{r}p, t) = \frac{1}{2\pi} \int_S A(\vec{r}a) \alpha(\theta) \frac{\delta\left(t - \frac{r}{c} - T(\vec{r}a)\right)}{r} dS \quad (3.17)$$

Onde $\alpha(\theta)$ é coeficiente de diretividade correspondente às seguintes condições de contorno ou aos tipos de refletores:

$$\alpha(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{refletor rígido;} \\ \cos(\theta) & \text{refletor elástico;} \\ [1 + \cos(\theta)]/2 & \text{campo livre.} \end{cases} \quad (3.18)$$

É chamada de discretização a divisão da superfície do emissor em elementos de área, como mostra a figura (3.5), onde N é a quantidade desses elementos de área ΔS .

Se a superfície do emissor S é discretizada por meio de N elementos de área ΔS_j , a integral da equação (3.17) é substituída pela somatória daqueles elementos de área que em um dado instante t colaboram para o cálculo da resposta impulsiva do potencial de velocidade na posição P:

$$\phi_{\text{discr}}(\vec{r}_p, t) = \sum_{j=1}^N A_j \alpha_j \frac{\delta\left(t - \frac{r_j}{c} - T_j\right)}{2\pi r_j} \Delta S_j, \quad (3.19)$$

onde ϕ_{discr} é a representação discreta da resposta impulsiva no instante $t = r_j/c + T_j$, r_j é a distância entre o ponto P e cada elemento de área ΔS_j , A_j é o coeficiente de apodização, T_j representa o valor do atraso de excitação de cada elemento e α_j é o coeficiente das condições de contorno, cujo valor é igual a um para o caso de um refletor rígido.

A pressão acústica $p(\vec{r}_p, t)$ em função do tempo, em um certo ponto P do campo, é dada pela equação (3.20), onde $vn(t)$ é a velocidade normal da face da abertura acústica.

$$p(\vec{r}_p, t) = \phi_{\text{discr}}(\vec{r}_p, t) * \frac{\partial vn(t)}{\partial t} \quad (3.20)$$

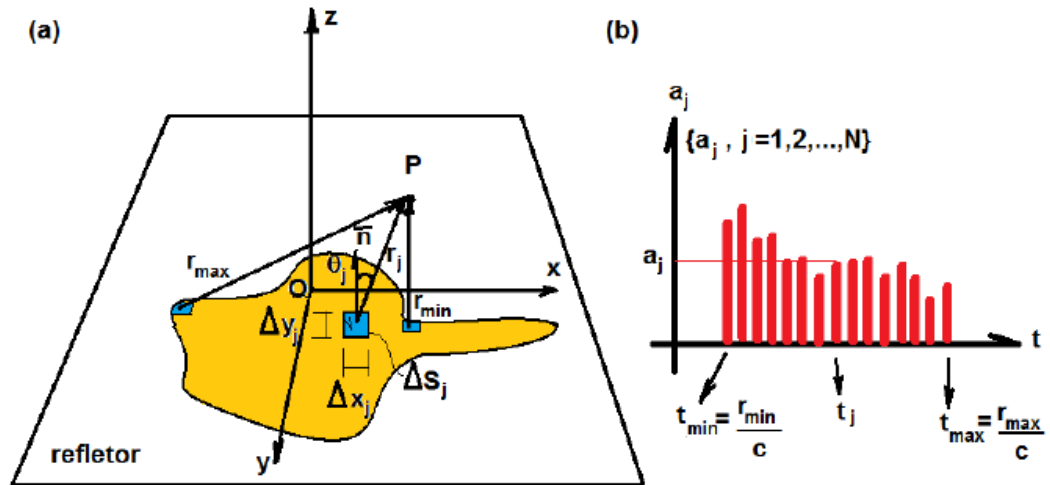


Figura 3.5 – (a) Figura para a equação (3.22). (b) Representação gráfica da série a_j .

Fonte: Autor “adaptado de” Piwakowski (Piwakowski e Delannoy, 1989, p. 2423) e Formigoni (Formigoni *et al.*, 2009, p. 3).

A resposta impulsiva discreta ϕ_{discr} assume a forma de uma distribuição de delta de Dirac, cuja representação gráfica de densidades é mostrada na figura (3.5) (b), onde o t_{\min} e t_{\max} são o menor e o maior tempo de propagação entre um

elemento de área na superfície do emissor e o ponto P. A amplitude a_j , que representa a resposta impulsiva do potencial de velocidade gerado por cada um dos elementos de área ΔS_j , é apresentado como (Piwakowski e Delannoy, 1989):

$$a_j = \frac{A_j \alpha_j \Delta S_j}{2\pi r_j} \quad (3.21)$$

A resposta impulsiva média no instante t_s é obtida quando discretiza-se o tempo em intervalo de duração Δt e em janelas temporais $[t_s - \frac{\Delta t}{2}, t_s + \frac{\Delta t}{2}]$, para então ser calculado a média temporal de todas as amplitudes a_j que chegam ao ponto de observação P, expresso pela equação (3.22) (Piwakowski e Delannoy, 1989):

$$\bar{\phi}_{discr}(\vec{r}_p, t_s) = \frac{1}{\Delta t} \sum_j a_j, \text{ para } t_s - \frac{\Delta t}{2} < t_j < t_s + \frac{\Delta t}{2} \quad (3.22)$$

Na figura (3.6), são representados o intervalo de tempo Δt e o instante t_s , a série a_j da resposta impulsiva discreta $\phi_{discr}(\vec{r}_p, t)$, a média temporal da resposta impulsiva $\bar{\phi}_{discr}(\vec{r}_p, t_s)$ e a resposta impulsiva exata $\phi(\vec{r}_p, t)$, cuja solução analítica é obtida pela equação (3.17) (Piwakowski e Delannoy, 1989).

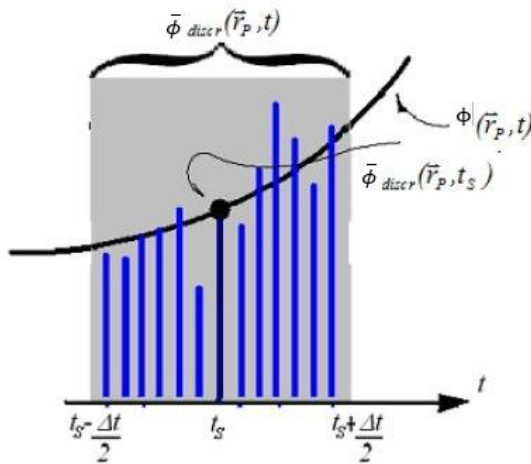


Figura 3.6 – Representação das respostas impulsivas discretas ϕ_{discr} , média $\bar{\phi}_{discr}$ e exata ϕ ,

na janela temporal $[ts - \frac{\Delta t}{2}, ts + \frac{\Delta t}{2}]$.

Fonte: Autor “adaptado de” Piwakowski (Piwakowski e Sbai, 1999, p. 423).

Quando as dimensões dos elementos de área tendem a zero, a média temporal da resposta impulsiva $\bar{\phi}_{\text{discr}}(\vec{r}p, t)$ tende para a solução analítica exata da resposta impulsiva $\phi(\vec{r}p, t)$, desde que o espectro de frequência obedeça $f < 2f_{\text{max}}$, e $f_{\text{max}} \ll \frac{1}{\Delta t}$, então:

$$\phi(\vec{r}p, ts) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\phi}_{\text{discr}}(\vec{r}p, ts) \quad (3.23)$$

Neste trabalho, usa-se a média temporal da resposta impulsiva $\bar{\phi}_{\text{discr}}(\vec{r}p, t)$ como a solução computacional aproximada da solução exata, com amostragem temporal Δt e amostragem espacial $\Delta x_j = \Delta y_j$. Dessa maneira, a pressão acústica no ponto P pode ser calculada como mostra as equações (3.19), (3.22) e (3.24).

$$p(\vec{r}p, t) = \rho \bar{\phi}_{\text{discr}}(\vec{r}p, t) * \frac{\partial v(t)}{\partial t} \quad (3.24)$$

3.4- Resposta impulsiva do pistão retangular

Nesta seção, a implementação da resposta impulsiva de um pistão retangular baseia-se no trabalho de San Emeterio e Ullate (1992). Considera-se uma abertura retangular de comprimento $2b$ e largura $2a$, sendo $a \leq b$, montado sobre uma parede plana, rígida, infinita e localizada no plano $z = 0$. Além disso, meio é homogêneo sem perdas, com a velocidade de propagação c e densidade ρ , com semiespaço $z > 0$. Devido à simetria, apenas os pontos do campo no primeiro quadrante serão considerados. Os lados do retângulo são chamados S_i , onde o índice i varia entre 1 e 4, e as distâncias da projeção do ponto do campo P' para as retas que contêm os lados do retângulo são definidas como $|d_i|$, onde o índice i também alterna entre 1 e 4.

$$d1 = x - a \quad (3.25)$$

$$d2 = y - a$$

$$d3 = x + a$$

$$d4 = y + a$$

Dependendo da posição de P' pode ocorrer até oito descontinuidades na inclinação temporal de $\Omega(\bar{x}, t)$ e, conseqüentemente, na $\frac{\partial h(\bar{x}, t)}{\partial t}$. Isto ocorre quando o arco ativo conter os vértices do retângulo ou quando eles são tangentes aos lados Si.

Os tempos de trânsito do sinal a partir dos vértices para um ponto qualquer do campo $P(\bar{x})$ são dados por:

$$\begin{aligned} \tau_A &= \frac{\sqrt{(d_1^2 + d_2^2 + z^2)}}{c}, \quad \tau_B = \frac{\sqrt{(d_2^2 + d_3^2 + z^2)}}{c}, \\ \tau_C &= \frac{\sqrt{(d_1^2 + d_4^2 + z^2)}}{c}, \quad \tau_D = \frac{\sqrt{(d_3^2 + d_4^2 + z^2)}}{c}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

E os tempos de trânsito τ_{Si} , quando os arcos ativos são tangentes aos lados Si, são:

$$\tau_{Si} = \frac{\sqrt{(d_i^2 + z^2)}}{c}, \text{ onde } i = 1, 2, 3 \text{ e } 4. \quad (3.27)$$

Finalmente, para os pontos, cuja projeção está dentro da abertura do emissor, a descontinuidade em $\Omega(\bar{x}, t)$ existe no instante de tempo τ_0 :

$$\tau_0 = \frac{z}{c} \quad (3.28)$$

É imposto que a resposta impulsiva $h(\bar{x}, t)$ seja delimitada pelo intervalo de tempo (τ_{min}, τ_D) , e fora desses limites seu valor deve ser zero. Assim, o τ_{min} é igual para τ_A , τ_2 , τ_1 ou τ_0 para os pontos do campo projetados nas regiões I, II, III e IV, respectivamente.

Com o objetivo de obter as expressões analíticas para $\Omega(\bar{x}, t)$, os autores determinaram a seguinte função:

$$\alpha_i = \sin^{-1}\left[\frac{d_i}{\sigma(\bar{x}, t)}\right], \text{ onde } i = 1, 2, 3 \text{ e } 4. \quad (3.29)$$

Onde $\sigma(\bar{x}, t)$ é o raio do arco ativo dado por:

$$\sigma(\bar{x}, t) = \sqrt{(c^2 t^2 - z^2)} \quad (3.30)$$

Cada ângulo α_i é formado pelo vetor raio a partir de P' até a intersecção do arco ativo com o lado do retângulo Si e um eixo que cruza P' paralelo ao mesmo lado Si . Do ponto de vista analítico e computacional, cada α_i é o valor principal da função circular inversa, equação (3.29). Consequentemente, as funções α_i são apenas definidas no domínio do tempo $t \geq \tau_{Si}$, o que é equivalente dizer que $\sigma(\bar{x}, t) \geq |d_i|$, e suas variações estão dentro o seguinte alcance: $\frac{\pi}{2} \leq \alpha_i \leq \frac{\pi}{2}$ (San Emeterio e Ullate, 1992).

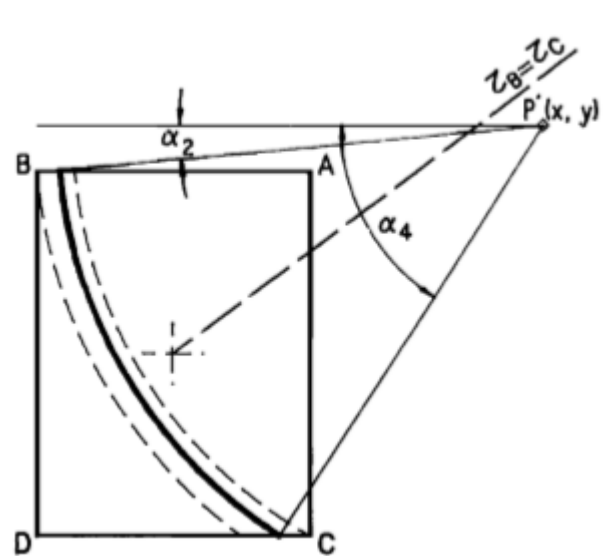
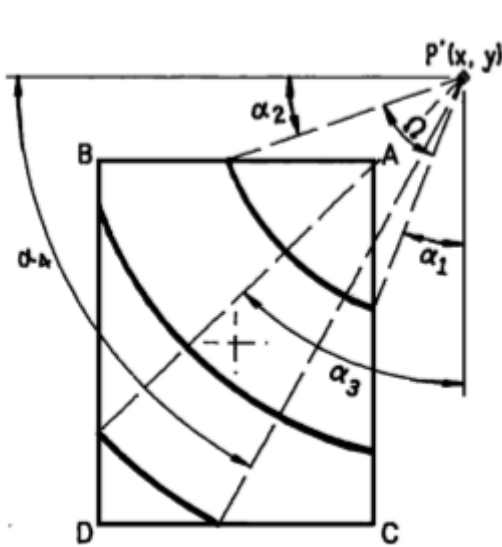


Figura 3.7(a) – Ilustração dos ângulos $\Omega(\bar{x}, t)$ e $\alpha_i(\bar{x}, t)$ para um ponto do campo na região I ($x \geq a$ e $y \geq b$) ($\tau_B \leq \tau_C$ é assumido).

Fonte: Autor San Emeterio e Ullate, 1992, p. 653.

Figura 3.7(b) – Evolução dos arcos ativos durante o intervalo de tempo ($\tau_B \leq \tau_C$) para um ponto do campo na zona geométrica ($y \leq ax/b$) da região I.

Fonte: Autor San Emeterio e Ullate, 1992, p. 654.

3.4.1- Expressão analítica para pontos do campo na região I

San Emeterio e Ullate demonstram, conforme ilustra a figura (3.7)(a), a evolução dos arcos ativos para instantes de tempos diferentes sob o pressuposto $\tau_B \leq \tau_C$, para um ponto do campo projetado em P'. Nesta região, foi confirmado que o tempo de trânsito mínimo é sempre $\tau_{min} = \tau_A$. Considerando o tamanho angular $\Omega(\bar{x}, t)$ e os ângulos α_i definidos na equação (3.29), a resposta impulsiva $h(\bar{x}, t)$ é dado por:

$$\frac{2\pi}{c} h(\bar{x}, t) \left| \begin{array}{l} = \frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha_2, \tau_A \leq t \leq \tau_B, \\ \\ = \alpha_3 - \alpha_1, \tau_B \leq t \leq \tau_C, \\ \\ = -\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4, \tau_C \leq t \leq \tau_D, \end{array} \right. \quad (3.31)$$

onde a dependência (\bar{x}, t) das funções α_i foi eliminada para expressá-las de maneira resumida.

A figura 4.1(a) apresenta o resultado da resposta impulsiva $h(\bar{x}, t)$ calculada através do programa *vpirOfRectangularPistonlikeTransducers.m* (apêndice A) em um ponto do campo, cuja coordenadas são $x/a = 2$, $y/a = 2$ e $z/a = 5$ para um pistão retangular com uma relação do aspecto da abertura do transdutor $b/a = 1,6$. Esta relação é semelhante a uma abertura típica de um *phased array* linear. Sendo que os valores de t e h são normalizados multiplicando por c/a e $1/c$, respectivamente. As descontinuidades na inclinação temporal de $h(\bar{x}, t)$ nos tempos de chegada dos vértices podem ser facilmente observadas.

Na abordagem de San Emeterio e Ullate (1992), eles não levaram em consideração a possibilidade de uma outra ordem de precedência nos instantes de tempo τ_B e τ_C . Mas para os pontos onde $\tau_C \leq \tau_B$ ($y \leq ax/b$), os arcos ativos para o intervalo de tempo $\tau_C \leq t \leq \tau_B$ são delimitados pelos lados horizontais do retângulo conforme figura (3.7)(b). Pode-se facilmente mostrar que a resposta impulsiva para

um ponto nesta zona é dada por uma expressão semelhante à equação (3.31). Só é necessário trocar τ_B e τ_C nos intervalos de tempo e substituir a expressão intermediária pela nova (San Emeterio e Ullate, 1992):

$$\frac{2\pi}{c}h(\bar{x}, t) = \alpha_4 - \alpha_2, \tau_C \leq t \leq \tau_B, \quad (3.32)$$

Consequentemente, duas zonas geométricas definidas pela ordem de precedência de τ_B e τ_C existem na região I ($x \geq a$ e $y \geq b$). A expressão analítica para a resposta impulsiva $h(\bar{x}, t)$ muda com a zona. Essas zonas são delimitadas pela reta $y = ax/b$, obtidas por igualar τ_B e τ_C dada na equação (3.26). Ambas formulações estão resumidas na primeira coluna da tabela 3.2, onde τ_m e τ_M são dados por:

$$\tau_m = \min(\tau_B, \tau_C) \quad (3.33)$$

$$\tau_M = \max(\tau_B, \tau_C)$$

Geometrical region				
Time interval	I	II	III	IV
$\tau_{min} < t \leq \tau_A$...	$\pi - 2\alpha_2$	$2\bar{\alpha}_3 - 2\alpha_1$	$-2\pi - 2\bar{\alpha}_1 - 2\bar{\alpha}_2 + 2\bar{\alpha}_3 + 2\bar{\alpha}_4$
$\tau_A < t \leq \tau_m$	$\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha_2$	$\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha_2$	$-\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha_2 + 2\bar{\alpha}_3$	$-\frac{3}{2}\pi - \alpha_1 - \alpha_2 + 2\bar{\alpha}_3 + 2\bar{\alpha}_4$
$\tau_m < t \leq \tau_M^a$	$-\alpha_1 + \alpha_3$	$-\pi - \alpha_1 + \alpha_3 + 2\bar{\alpha}_4$	$-\alpha_1 + \alpha_3$	$-\pi - \alpha_1 + \alpha_3 + 2\bar{\alpha}_4$
$\tau_m < t \leq \tau_M^b$	$-\alpha_2 + \alpha_4$...	$-\pi - \alpha_2 + 2\bar{\alpha}_3 + \alpha_4$	$-\pi - \alpha_2 + 2\bar{\alpha}_3 + \alpha_4$
$\tau_M < t \leq \tau_D$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$

^a for $\tau_B \leq \tau_C$

^b for $\tau_C \leq \tau_B$

Tabela 3.2 – Expressões analíticas para as respostas impulsivas do potencial de velocidade $(2\pi/c)h(\bar{x}, t)$ do pistão retangular plano rígido montado sobre parede plana, rígida e infinita. As funções $\alpha_i(\bar{x}, t)$ e $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$ estão definidas nas equações (3.29) e (3.34) respectivamente. Aqui $\tau_m = \min(\tau_B, \tau_C)$, $\tau_M = \max(\tau_B, \tau_C)$ e $\tau_{min} = \tau_A$, τ_2 , τ_1 ou τ_0 para as regiões I, II, III e IV respectivamente. Além do mais, τ_A para τ_D e τ_{Si} são dados nas equações

(3.26) e (3.27). Fora dos intervalos especificados $h(\bar{x}, t) = 0$.

Fonte Autor “adaptado de” San Emeterio e Ullate (San Emeterio e Ullate, 1992, p. 654)

Com o propósito de reprodução da tabela (3.2), o programa *vpirOfRectangularPistonlikeTransducers.m* (apêndice A) mostra que os seguintes resultados quando comparados com o trabalho original foram importantes para validar sua funcionalidade.

3.4.2 - Resposta impulsiva para pontos do campo nas demais regiões

A expressão analítica da resposta impulsiva $h(\bar{x}, t)$ muda para as quatro regiões geométricas definidas anteriormente. E também para diferentes zonas dentro de cada região. Essas zonas são caracterizadas pela ordem de precedência dos tempos de trânsito a partir dos vértices ou das bordas. Para manter o problema dentro de um nível razoável de complexidade, os autores introduziram um novo conjunto da função $\bar{\alpha}_i$:

$$\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t) = \text{sgn}(d_i) \sin^{-1} \left\{ \min \left[\frac{|d_i|}{\sigma(\bar{x}, t)}, 1 \right] \right\} \quad (3.34)$$

Isto significa que essas funções $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$ podem ser interpretadas em termos das funções iniciais $\alpha_i(\bar{x}, t)$ na equação (3.29) com as seguintes considerações: (a) As funções $\alpha_i(\bar{x}, t)$ são apenas definidas para os intervalos de tempo $t \geq \tau_{Si}$ ($i = 1, 2, 3$ e 4), mas as novas funções $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$ são sempre definidas para $t \geq \tau_0$; (b) Para $t < \tau_{Si}$, o valor absoluto de $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$ é $\frac{\pi}{2}$; (c) Para $t \geq \tau_{Si}$, $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t) = \alpha_i(\bar{x}, t)$; (d) O único propósito do fator $\text{sgn}(d_i)$ é para manter o mesmo sinal para $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$ e $\alpha_i(\bar{x}, t)$ (San Emeterio e Ullate, 1992).

A tabela (3.3) apresenta, para cada região geométrica, qual dos instantes de tempo τ_{Si} podem ocorrer dentro dos principais intervalos de tempo.

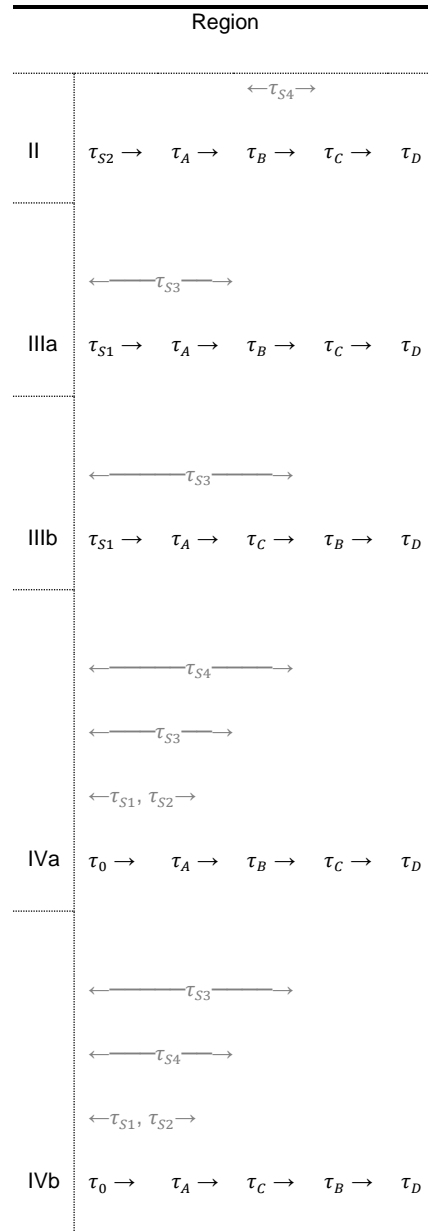


Tabela (3.3) – Ilustração do evento possível de uma descontinuidade de borda dentro dos intervalos de tempo principais. Regiões geométricas II, III e IV ($\tau_B \leq \tau_C$) para IIIa e IVa, e ($\tau_B > \tau_C$) para IIIb e IVb são assumidas.

Fonte Autor “adaptado de” San Emeterio e Ullate (San Emeterio e Ullate, 1992, p. 655)

3.4.3 – Pressão transiente

As formas de ondas de pressão $P(\bar{x}, t)$, quando a velocidade normal é conhecida, podem ser calculadas através de uma convolução numérica, conforme a mostra equação (3.24).

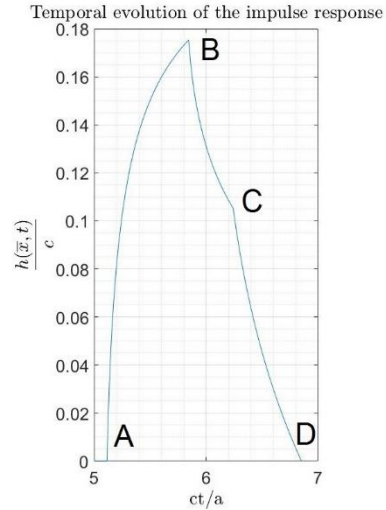
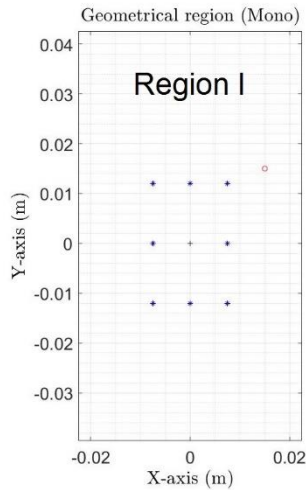
Os mesmos dois pulsos de excitação da velocidade do pistão adotados por San Emeterio e Ullate (1992), descritos pela equação (3.35), são usados neste trabalho na simulação computacional do campo acústico.

$$v(t) = Ct^3 e^{-Kft} \cos(2\pi ft), \quad (3.35)$$

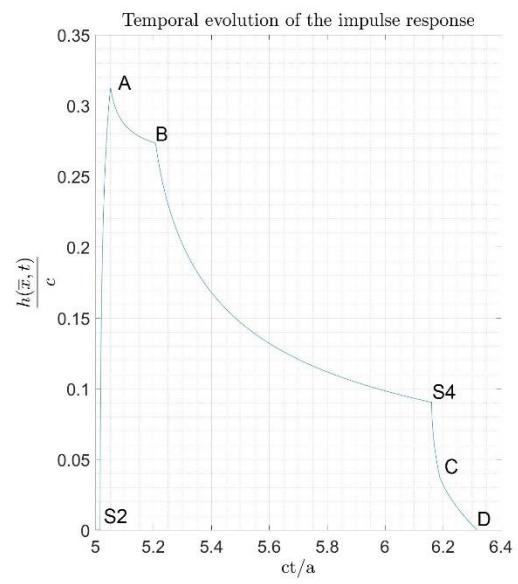
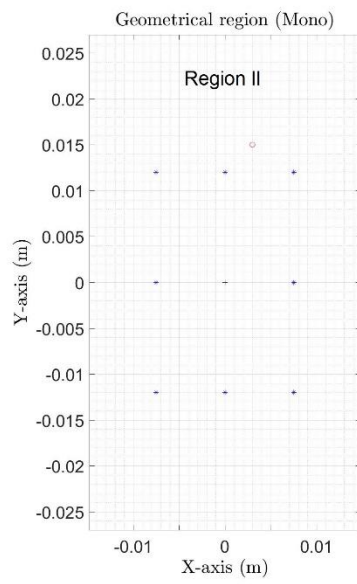
4 - RESULTADOS

As figuras (4.1) (b), (c) e (d) apresentam os valores calculados das respostas impulsivas $h(\bar{x}, t)$ nos pontos dos campos localizados nas regiões II, III e IV, respectivamente. De igual modo, as discontinuidades na inclinação temporal e os instantes de tempo da ocorrência foram também observados. Embora esses gráficos são desenhados para pontos do campo específico, eles podem ser considerados como ilustrações do comportamento genérico da resposta impulsiva $h(\bar{x}, t)$ nas diferentes regiões geométricas. A alteração da relação do aspecto da abertura ou a posição do ponto do campo dentro de uma das regiões mudará o período relativo dos intervalos de tempo e/ou a ordem de precedência dos instantes de tempo de descontinuidade. E ainda, quando o ponto do campo fica na borda entre duas zonas, então dois instantes de tempo são iguais e uma descontinuidade desaparece. É interessante notar como as descontinuidades na inclinação temporal da resposta impulsiva $h(\bar{x}, t)$ para as regiões II, III e IV são muito mais fortes nos instantes de tempo τ_{Si} definidos pelas bordas do que nos intervalos de tempo definidos pelos vértices.

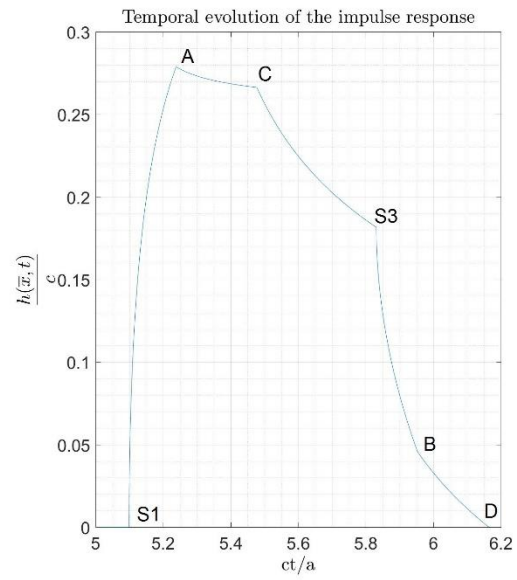
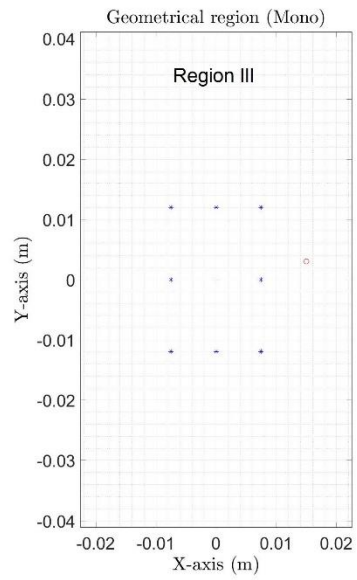
De fato, isto confirma que a primeira validação dos resultados foi favorável.



(a)



(b)



(c)

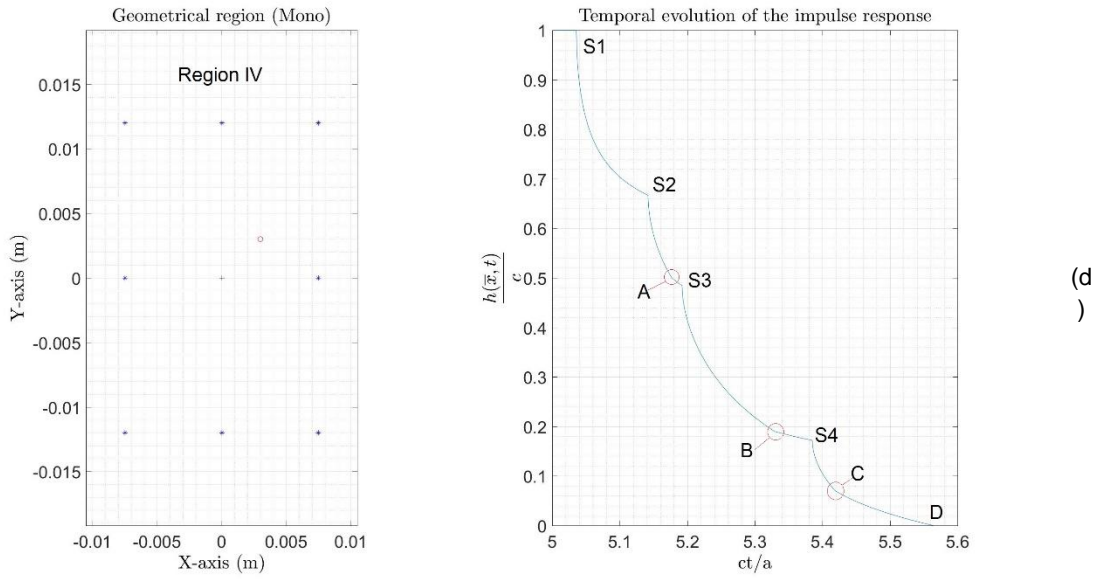
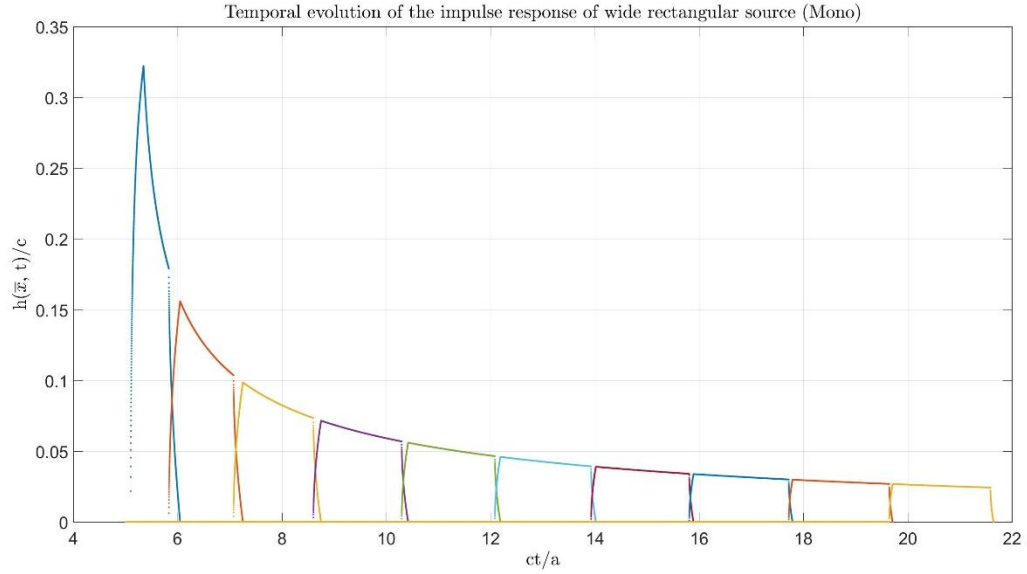


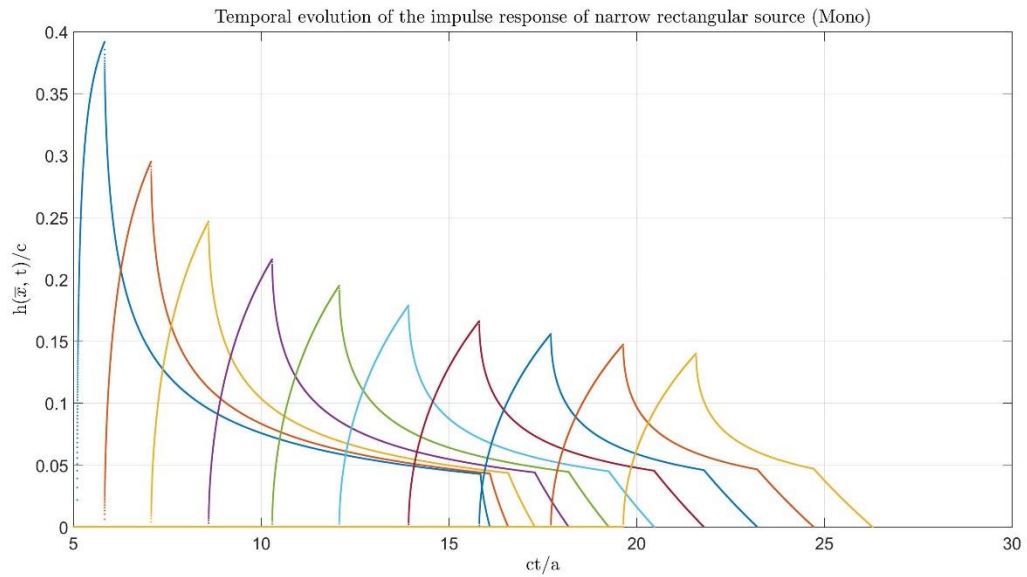
Figura 4.1 – Reprodução e adaptação da evolução temporal da resposta impulsiva para pontos do campo nas quatro regiões geométricas apresentada por San Emeterio e Ullate, 1992. (a) $x/a = 2$; $y/a = 2$; (b) $x/a = 0,4$; $y/a = 2$; (c) $x/a = 2$; $y/a = 0,4$; (d) $x/a = 0,4$; $y/a = 0,4$. Para todos os pontos $z/a = 5$. Relação do aspecto da abertura do transdutor é $b/a = 1,6$.

Em seguida, as figuras (4.2) (a) e (b) mostram um conjunto de curvas das respostas impulsivas reproduzidas para os pontos que ficam na reta $y = 0$ e $z/a = 5$ para as fontes retangulares larga ($b/a = 1,6$) e estreita ($b/a = 15$), respectivamente. Bem como, essas relações dos aspectos são similares para a abertura de um *array* linear e um elemento de transdutor. A coordenada x varia em ambos os casos entre $2a$ e $20a$ com incrementos de $2a$. No caso da fonte retangular larga, San Emeterio e Ullate (1992) comprovam que a resposta impulsiva $h(\bar{x}, t)$ rapidamente aproxima-se a uma função retangular do tempo. Afirmam que isto é um comportamento característico da aproximação do campo distante, em que os arcos ativos são modificados pelos segmentos de acordo com o trabalho publicado por Stepanishen (1971a). Mas, segundo ambos, a fonte retangular estreita tampouco apresenta este comportamento. Por esta razão, o uso neste caso dos algoritmos de campos distantes pode produzir desvios importantes, no mínimo nos pontos no campo próximo da abertura de um array global conforme a tese de Ullate (1990). Apenas para os pontos bem distantes da zona paraxial, quando $\tau_{S3} > \tau_A$ ($x > \frac{b^2}{4a}$), os arcos ativos podem ser substituídos pelos segmentos sem causar erros consideráveis. De

forma similar ao trabalho de base, este resultado da figura (4.2) sustenta a comprovação da harmonia dos valores apresentados.



(a)



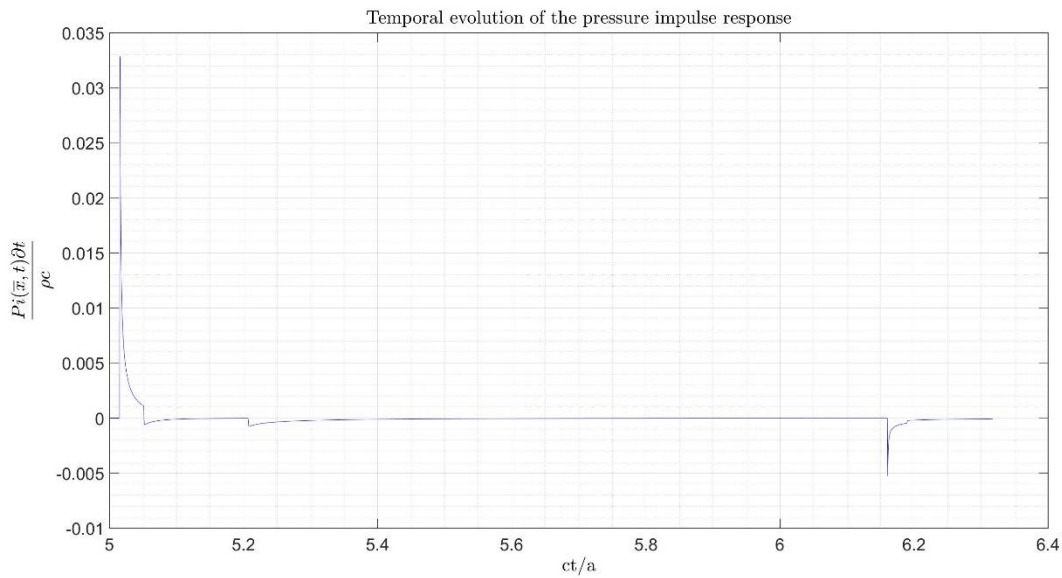
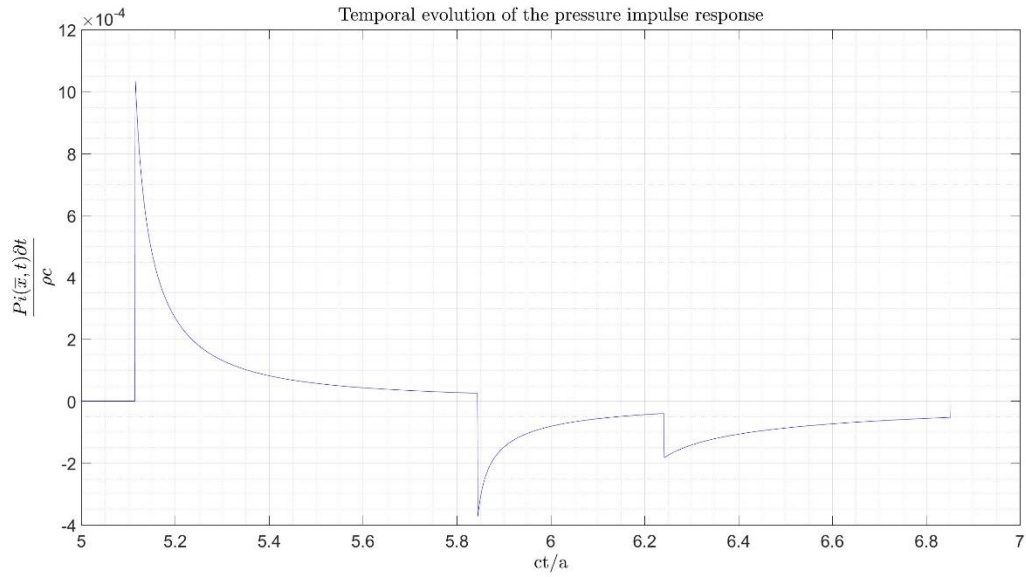
(b)

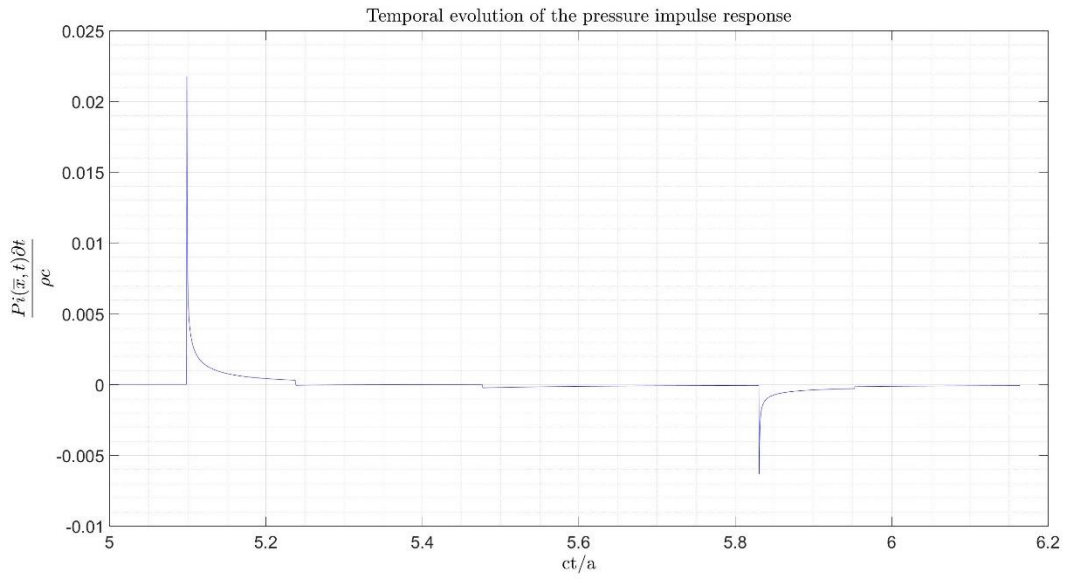
Figura 4.2 – Reprodução e adaptação das respostas impulsivas $\left[\frac{h(\bar{x}, t)}{c} \right]$ das fontes retangulares (a) larga e (b) estreita apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992. Dez pontos do campo ao longo da reta $y = 0$ e $z/a = 5$ são considerados. Aqui x/a varia entre 2 e 20 com incremento de 2. As relações dos aspectos das aberturas dos transdutores são (a) $b/a = 1.6$ e (b) $b/a = 15$.

A reprodução da evolução temporal da resposta impulsiva de pressão $P_i(\bar{x}, t)$ para os pontos do campo nas quatro regiões pode ser observada na figura (4.3). A abertura e as coordenadas dos pontos do campo são as mesmas da figura (4.1)

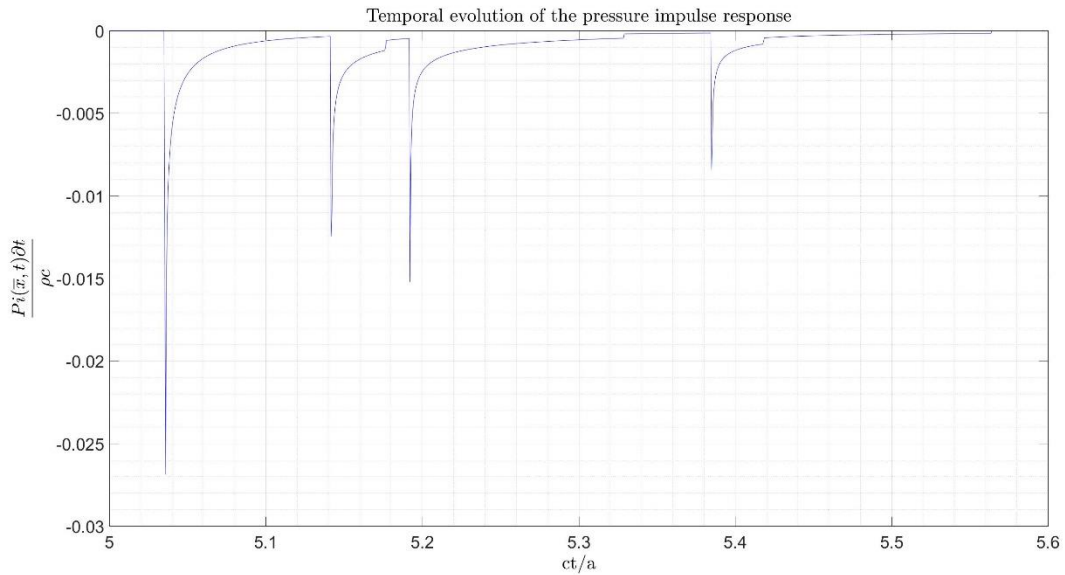
para as respostas impulsivas do potencial de velocidade. Para os pontos em todas as regiões, existem diferenças claras entre a resposta impulsiva de pressão $Pi(\bar{x}, t)$ exata e a prevista pela aproximação do campo distante (Stepanishen, 1971) (Stepanishen, 1972).

San Emeterio e Ullate (1992) afirmam que a convolução de $Pi(\bar{x}, t)$ e $v(t)$ é geralmente menos adequada para o cálculo numérico da pressão transiente $P(\bar{x}, t)$ do que a convolução de $h(\bar{x}, t)$ e $\frac{\partial v(t)}{\partial t}$. O motivo está na presença de valores infinitos (pulsos de delta de Dirac e formas assintóticas) em $Pi(\bar{x}, t)$.





(c)



(d)

Figura 4.3 – Reprodução e adaptação da evolução temporal da resposta impulsiva de pressão $\left[\frac{Pi(\bar{x}, t)}{\rho c}\right]$ nos pontos do campo nas quatro regiões geométricas apresentada por San Emeterio e Ullate, 1992. A relação do aspecto da abertura do transdutor e as coordenadas dos pontos do campo são as mesmas da figura (4.1). A função delta de Dirac em $ct/a = 5$ em (d) foi reduzida para simplificação.

As figuras (4.4) (a) e (b) mostram, respectivamente, um pulso de excitação de banda larga com uma frequência central $f = 3\text{MHz}$ chamado pulso tipo I e um pulso de excitação de banda relativamente estreita com a mesma frequência central chamado pulso tipo II. A velocidade de propagação assumida é $c = 1500 \text{ m/s}$, portanto, o comprimento de onda é $\lambda = 0,5 \text{ mm}$, com uma abertura típica de um

phased array linear de largura $2a = 15$ mm e comprimento $2b = 24$ mm, cuja relação do aspecto de abertura é $b/a = 1,6$.

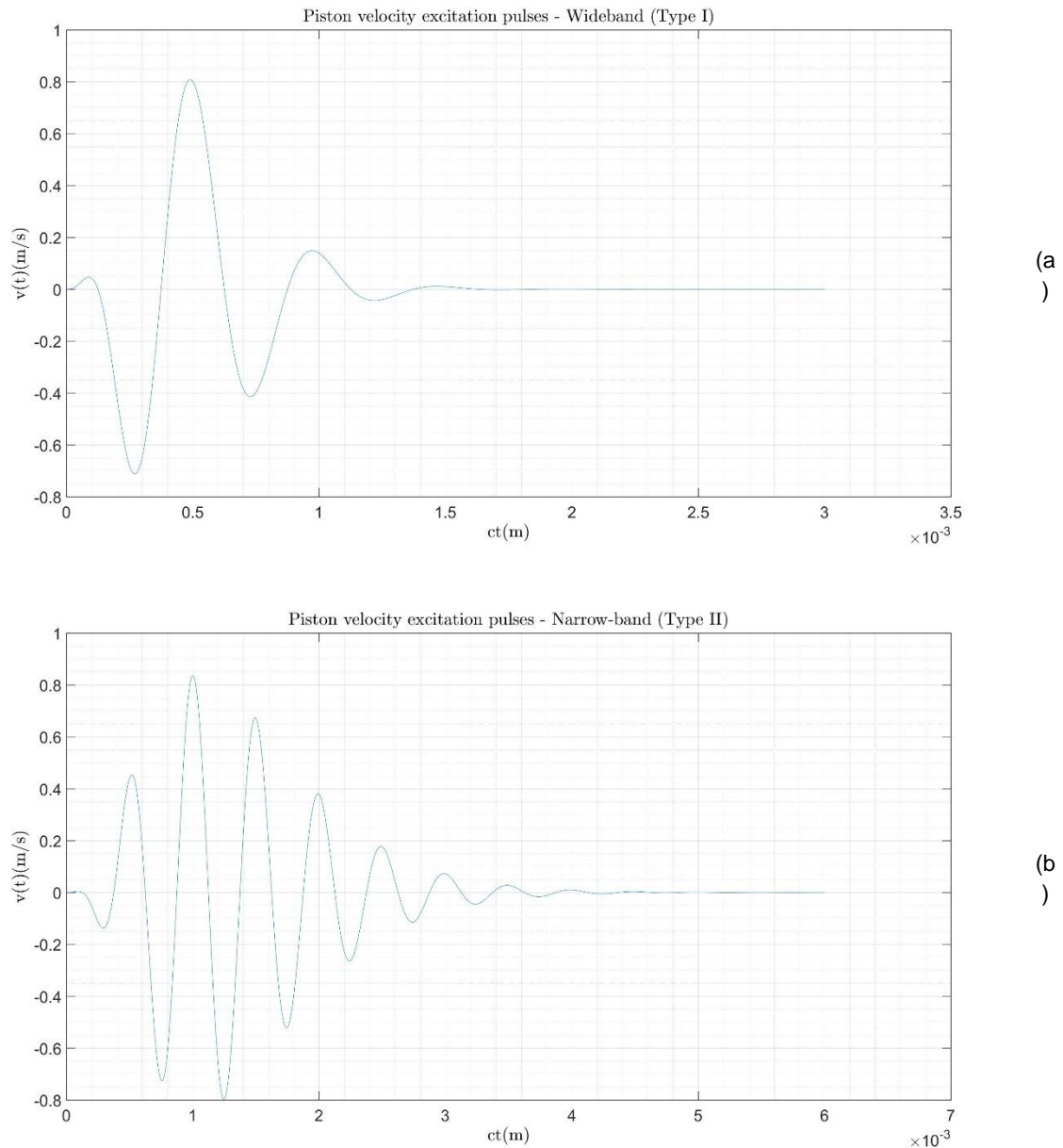


Figura 4.4 – Reprodução e adaptação dos pulsos de excitação da velocidade do pistão $v(t)$ apresentados por San Emeterio e Ullate, 1992: (a) Banda larga, pulso tipo I obtido com $K = 3,833$ na equação (3.35); (b) Banda relativamente estreita, pulso tipo II obtido com $K = 1,437$ na equação (3.35). Frequência central $f = 3$ MHz.

Como consequência, as figuras (4.5) (a) e (b) apresentam as respostas impulsivas do potencial de velocidade $h(\bar{x}, t)$ e pressão $P_i(\bar{x}, t)$ no eixo OZ, para as coordenadas $x = 0$ mm, $y = 0$ mm e $z = 20$ mm. E as figuras (4.5) (c) e (d) apresentam as formas de ondas da pressão transiente para os pulsos de excitação

tipo I e tipo II. Tal como os resultados de San Emeterio e Ullate apresentados nesta etapa, é observado que a resposta impulsiva de pressão $Pi(\bar{x}, t)$ consiste de um pulso de delta de Dirac, duas curvas assintóticas negativas e uma reta finita, contudo a sua amplitude não está em conformidade com o trabalho original que tem uma variação na ordenada de -20 e 60, e aqui a coordenada vertical está na ordem de -0,2 e 1. É importante observar que essas ondas produzem as correspondentes réplicas escalonadas e distorcidas na pressão transiente. Por um lado, os intervalos de tempo e força entre os pulsos da resposta impulsiva de pressão $Pi(\bar{x}, t)$, por outro, a duração da forma de onda radiada determinam as interferências, e portanto, a forma temporal de pressão em um ponto do campo. Para os pontos localizados no campo próximo, quando os intervalos de tempo entre os pulsos da resposta impulsiva de pressão $Pi(\bar{x}, t)$ são maiores do que a duração da onda de excitação, tais interferências não ocorrem e as réplicas distorcidas podem ser claramente distinguidas, este é o caso da figura (4.5)(c) para a excitação de banda larga. Contrariamente, para os pulsos de banda relativamente estreita, figura (4.5)(d), o pulso de delta de Dirac e as duas curvas assintóticas interferem parcialmente uma na outra e o pulso principal causa variações mais fortes nos perfis da pressão transiente (San Emeterio e Ullate, 1992).

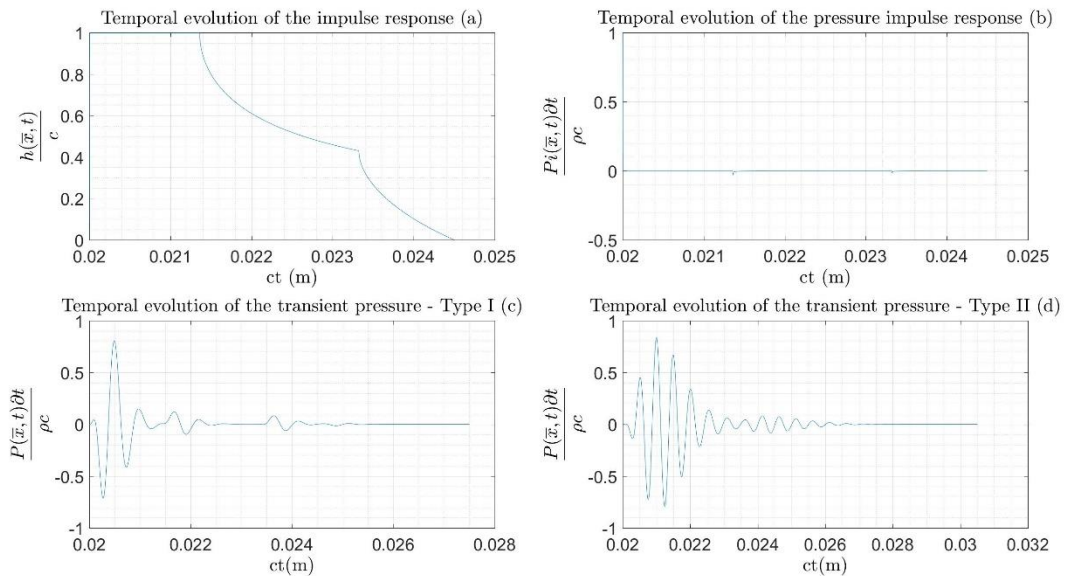


Figura 4.5 – Reprodução e adaptação das formas de ondas das respostas impulsivas e pressão transiente apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992, para o ponto do campo em $z = 20$ mm, no eixo do transdutor retangular; $2a = 15$ mm e $2b = 24$ mm, $b/a = 1,6$; (a) $\frac{h(\bar{x}, t)}{c}$; (b) $\frac{Pi(\bar{x}, t)}{\rho c}$; e a pressão transiente para os pulsos de

excitação (c) tipo I e (d) tipo II.

A figura (4.6) (a) compara as amplitudes de pico das formas de onda de pressão no eixo para as excitações tipo I e tipo II. Apesar dos dados da figura (4.6) (b) conter as mesmas informações da figura anterior, é interessante observar que a diferença está no traço pontilhado, pois em ambas é nitido notar os pontos fora das curvas, o que representa a descontinuidade.

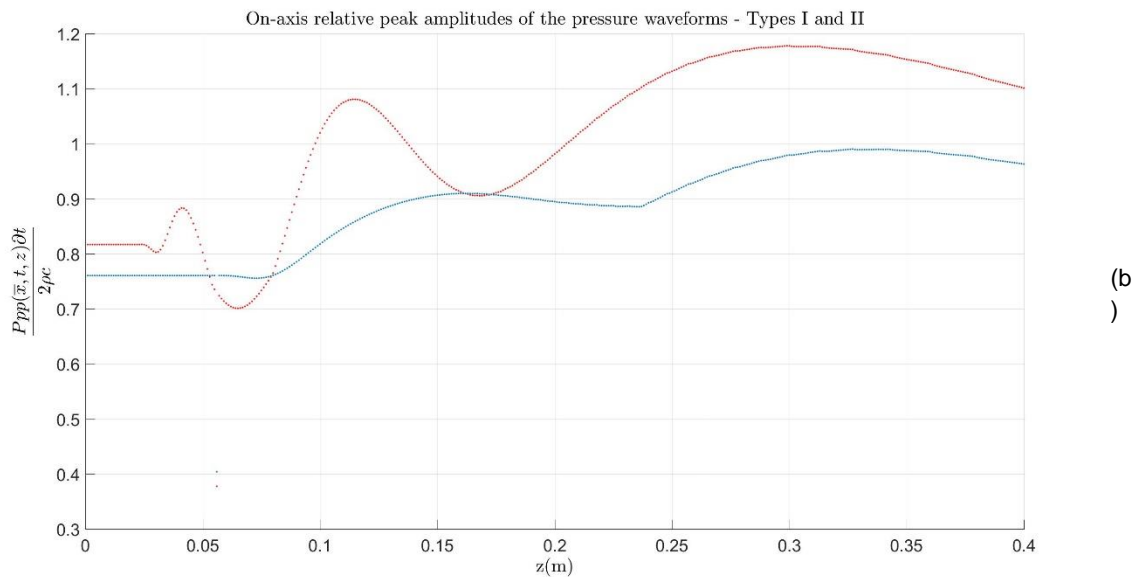
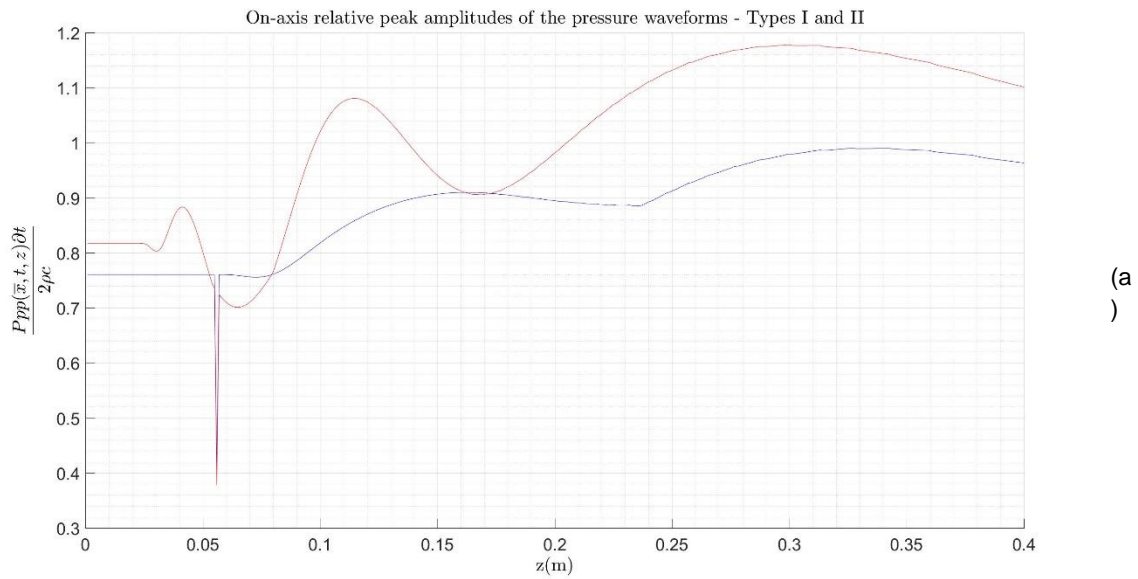


Figura 4.6 – Reprodução e adaptação da comparação das amplitudes de pico das formas de ondas de pressão no eixo para excitação tipo I (Curva azul) e excitação tipo II (Curva vermelha) apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992. As curvas da figura (a) foram traçadas com linha contínua e da figura (b) com pontos.

A figura (4.7) compara as amplitudes de pico e máxima das formas de onda de pressão no eixo para as excitações tipo I e tipo II.

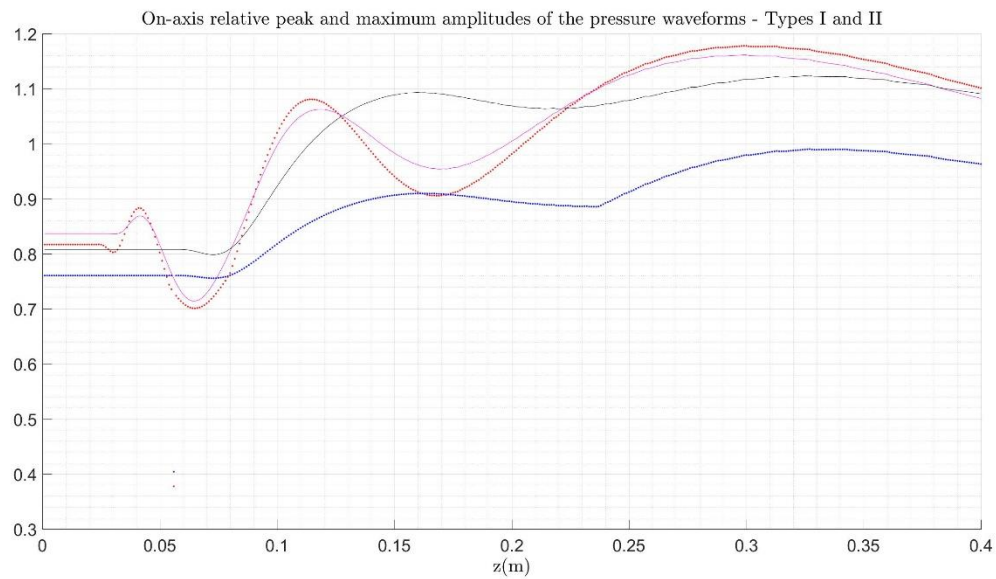


Figura 4.7 – Comparações das amplitudes de pico e máxima das formas de ondas de pressão no eixo para excitação tipo I (curvas pontilhada azul e contínua preta) e excitação tipo II (curvas pontilhada vermelha e contínua magenta) respectivamente.

As figuras (4.8)-(4.11) ilustram as distribuições bidimensional (a) e tridimensional (b) da amplitude relativa de pico das formas de ondas de pressão no campo próximo de um pistão retangular com a largura de banda do sinal de excitação.

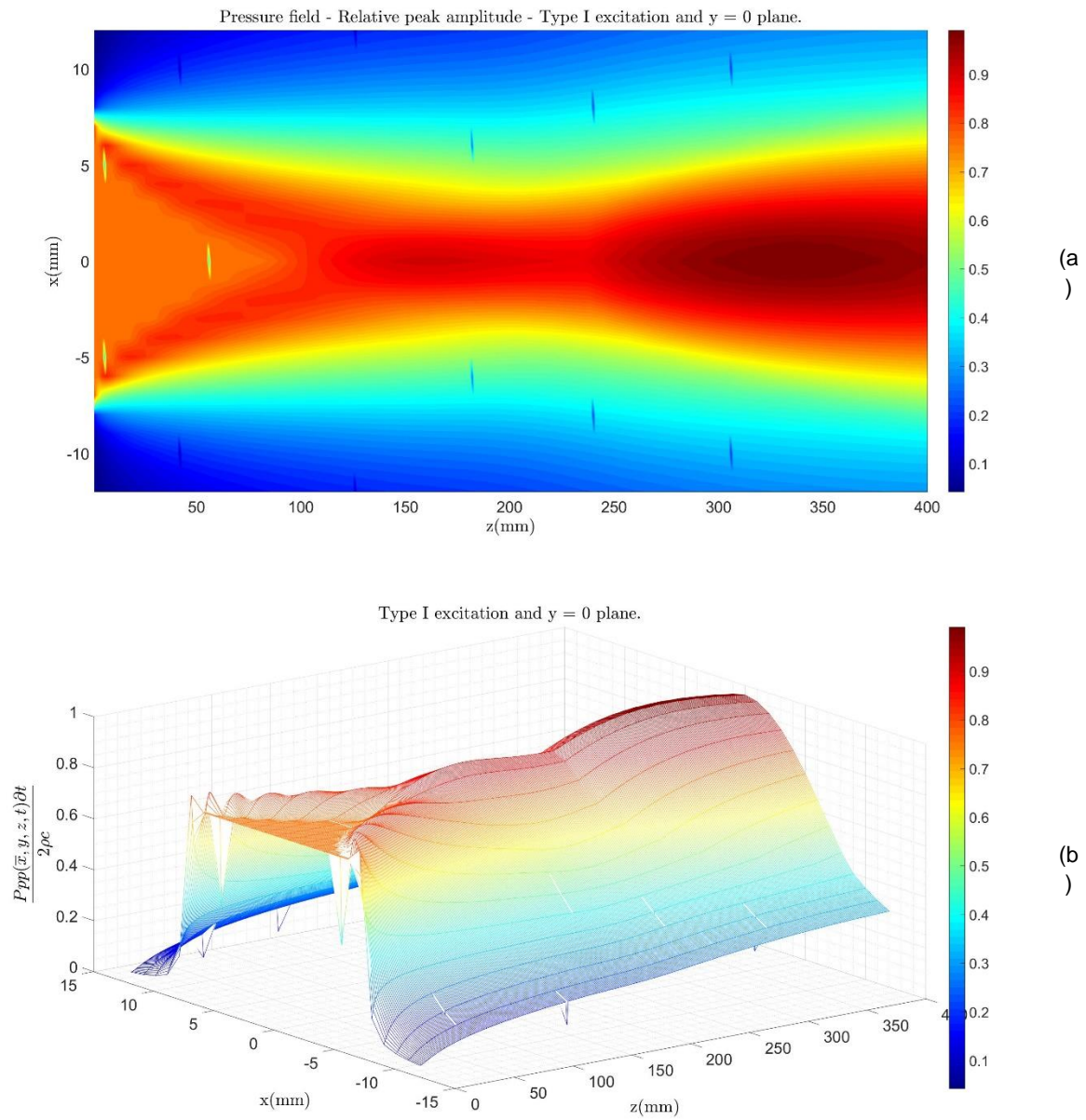


Figura 4.8 – Reprodução e adaptação das distribuições bidimensional (a) e tridimensional (b) da amplitude relativa de pico das formas de ondas de pressão no campo próximo de um pistão retangular com dimensões $2a = 15$ mm, $2b = 24$ mm, excitação tipo I e plano $y = 0$ apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992.

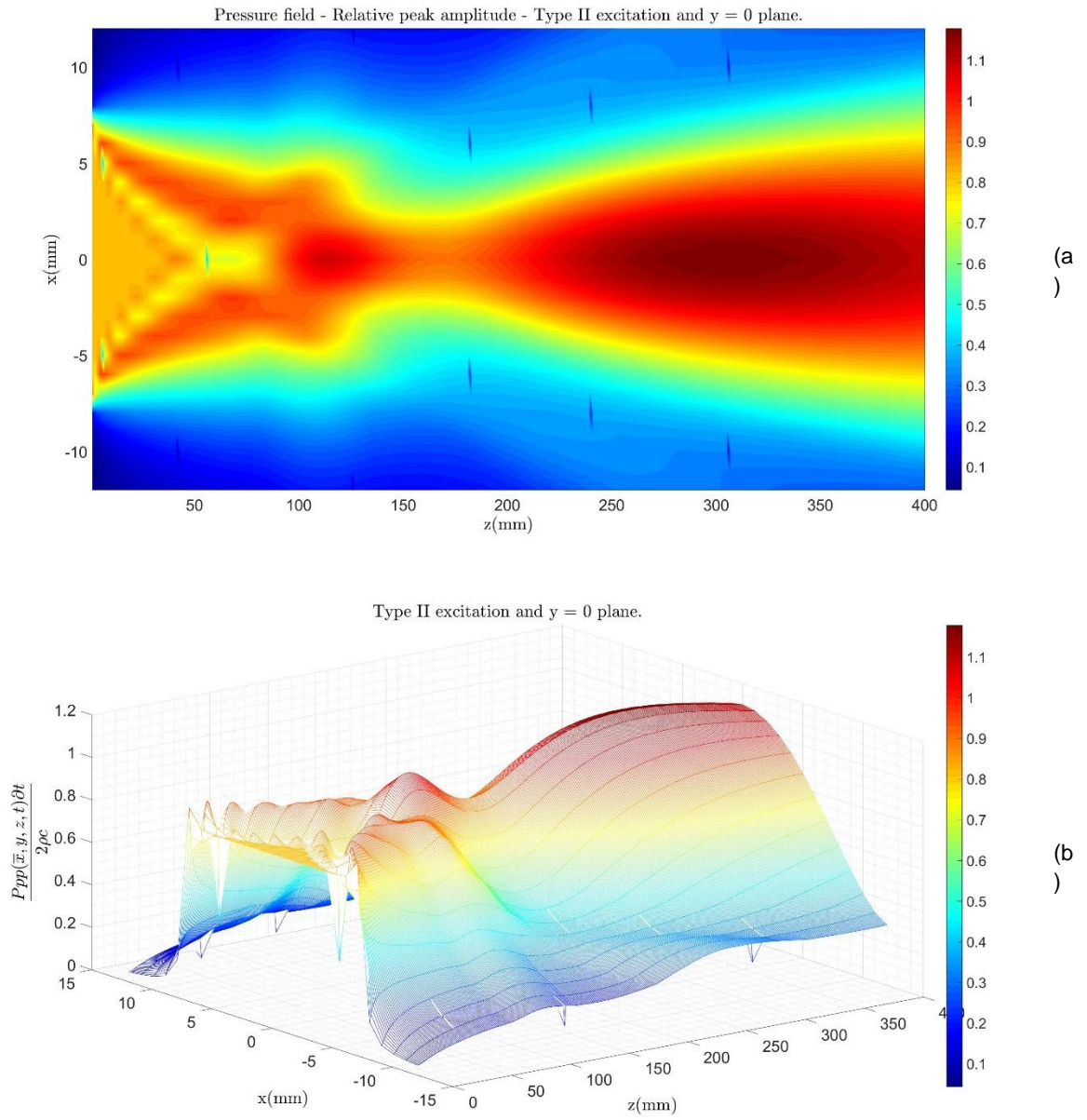


Figura 4.9 – Reprodução e adaptação das distribuições bidimensional (a) e tridimensional (b) da amplitude relativa de pico das formas de ondas de pressão no campo próximo de um pistão retangular com dimensões $2a = 15$ mm, $2b = 24$ mm, excitação tipo II e plano $y = 0$ apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992.

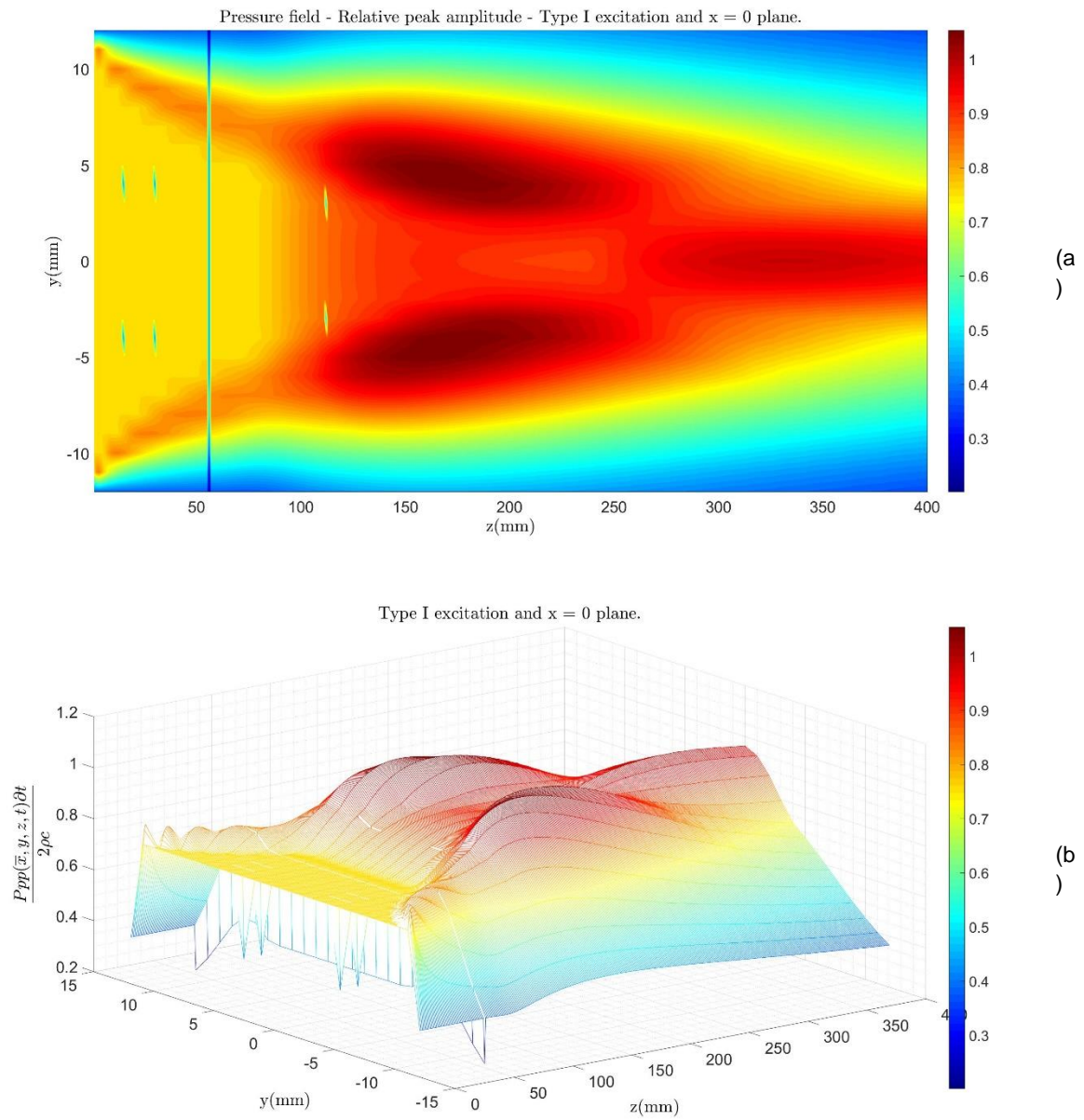


Figura 4.10 – Reprodução e adaptação das distribuições bidimensional (a) e tridimensional (b) da amplitude relativa de pico das formas de ondas de pressão no campo próximo de um pistão retangular com dimensões $2a = 15$ mm, $2b = 24$ mm, excitação tipo I e plano $x = 0$ apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992.

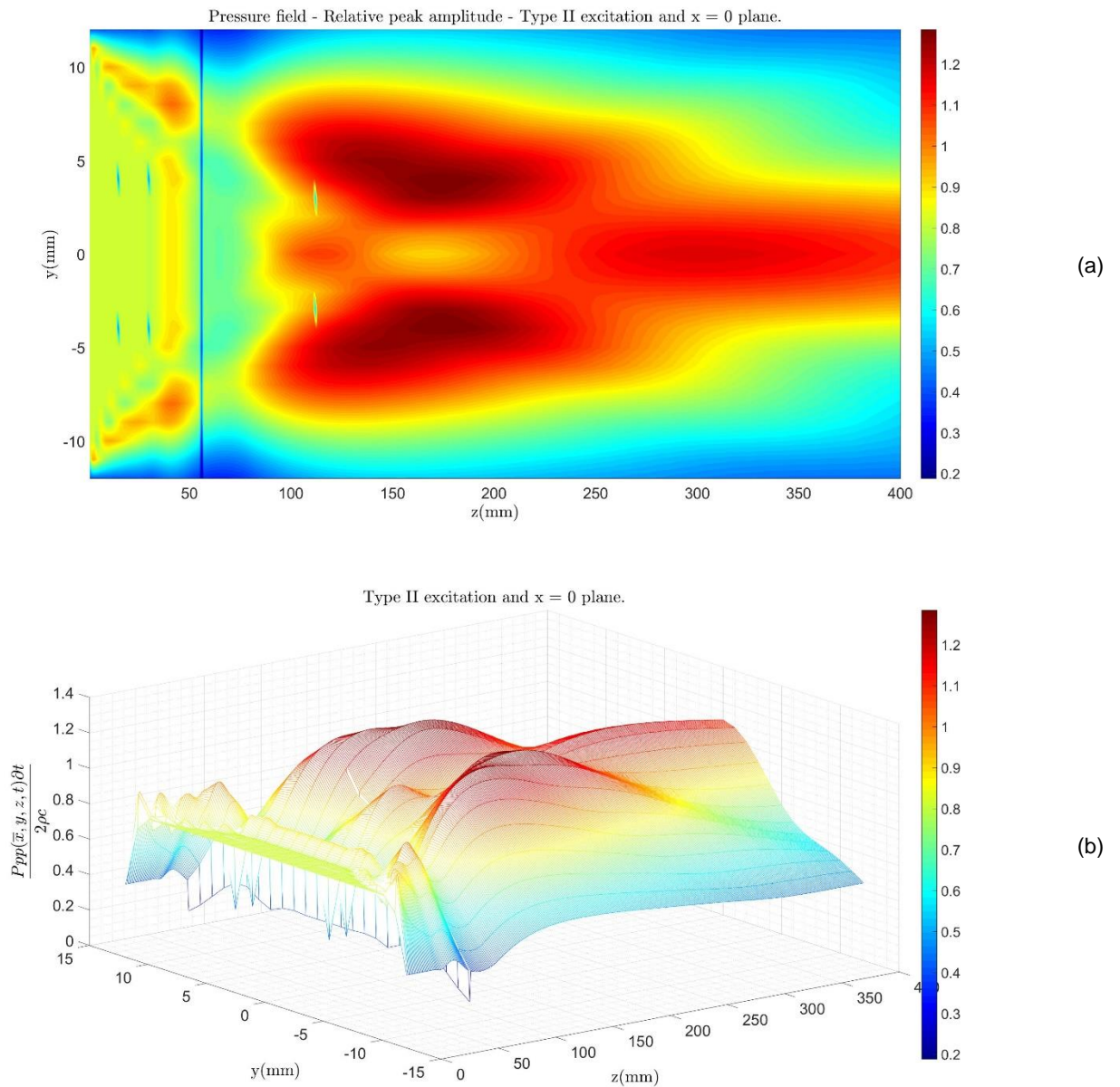


Figura 4.11 – Reprodução e adaptação das distribuições bidimensional (a) e tridimensional (b) da amplitude relativa de pico das formas de ondas de pressão no campo próximo de um pistão retangular com dimensões $2a = 15$ mm, $2b = 24$ mm, excitação tipo II e plano $x = 0$ apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992.

5- CONCLUSÃO

A proposta inicial deste trabalho foi consolidar e dominar os métodos da resposta impulsiva (método analítico) e da representação discreta (método numérico), ambos aplicados à simulação de campos ultrassônicos provenientes de transdutores retangulares (monoelemento). Foi aplicado o modelo do pistão retangular plano rígido circundado por uma parede plana, rígida e infinita.

O programa de simulação de campo acústico foi desenvolvido com o software MATLAB. Os valores de entrada de cada atributo (apêndice B) são adicionados ou ajustados no próprio código principal, de acordo com o tipo de saída desejada. Os resultados computacionais obtidos através da execução deste programa de simulação apresentaram algumas variações mostradas nas figuras (4.3), (4.5)(b) e (4.6)(a) quando comparados com o artigo de San Emeterio e Ullate (1992).

Para dar continuidade ao trabalho será realizado um estudo dos métodos da resposta impulsiva (método analítico) e da representação discreta (método numérico) aplicados à simulação de campos ultrassônicos provenientes de transdutores retangulares (*phased array*). Para isso, será feita uma investigação sobre as leis do atraso.

Além disso, será estudada a transmissão através da interface plana e a influência da conversão de modo entre as ondas longitudinais e as transversais nas descontinuidades dos meios. Os resultados dos modelos desenvolvidos serão comparados ao obtidos experimentalmente usando transdutores piezelétricos.

REFERÊNCIAS

Arnold, Francisco J., and Carlos A. Pelá. "Simulação Computacional de Campos Ultra-Sônicos." *Revista Brasileira de Ensino de Física* 26, no. 3 (2004): 223–31. doi:10.1590/S1806-11172004000300006.

Bæk, D., J. A. Jensen, and M. Willatzen. "Modeling Transducer Impulse Responses for Predicting Calibrated Pressure Pulses with the Ultrasound Simulation Program Field II." *The Journal of the Acoustical Society of America* 127, no. 5 (May 1, 2010): 2825–35. doi:10.1121/1.3365317.

Buiochi, F. "Análise dos métodos de medição de densidade de líquidos por ultrassom." Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil, 1994.

Formigoni, P. O., O. Cirullo, J. C. Adamowski, and F. Buiochi. "Analysis of the discrete representation method to compute echo responses from concave circular defect." In: COBEM, International Congress of Mechanical Engineering, 2009,

Gramado. Mechatronics, Automation and Control. Rio de Janeiro: ABCM - Sociedade Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas, 2009. v. MAC-P4.

Franco, Ediguer E., Marco A. B. Andrade, Julio C. Adamowski, and Flávio Buiochi. "Acoustic Beam Modeling of Ultrasonic Transducers and Arrays Using the Impulse Response and the Discrete Representation Methods." *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 33, no. 4 (December 2011): 408–16. doi:10.1590/S1678-58782011000400004.

Freedman, A. "Sound Field of a Rectangular Piston." *The Journal of the Acoustical Society of America* 32, no. 2 (February 1, 1960): 197–209. doi:10.1121/1.1908013.

Gasparini, R. T. "Desenvolvimento de um software em ambiente MATLAB para simulação de campo ultrassônico." Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Departamento de Engenharia Biomédica, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2012.

Harris, Gerald R. "Review of Transient Field Theory for a Baffled Planar Piston." *The Journal of the Acoustical Society of America* 70, no. 1 (July 1, 1981b): 10–20. doi:10.1121/1.386687.

Harris, Gerald R. "Transient Field of a Baffled Planar Piston Having an Arbitrary Vibration Amplitude Distribution." *The Journal of the Acoustical Society of America* 70, no. 1 (July 1, 1981a): 186–204. doi:10.1121/1.386671.

Hayman, A. J., and J. P. Weight. "Transmission and Reception of Short Ultrasonic Pulses by Circular and Square Transducers." *The Journal of the Acoustical Society of America* 66, no. 4 (October 1, 1979): 945–51. doi:10.1121/1.383415.

Jensen, J. A. "A New Approach to Calculating Spatial Impulse Responses." In 1997 IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings. An International Symposium (Cat. No.97CH36118), 2:1755–59 vol.2, 1997. doi:10.1109/ULTSYM.1997.663351.

Jensen, J. A. "A New Calculation Procedure for Spatial Impulse Responses in Ultrasound." *The Journal of the Acoustical Society of America* 105, no. 6 (May 24, 1999a): 3266–74. doi:10.1121/1.424654.

Jensen, J. A. "Field: A Program for Simulating Ultrasound Systems." *Medical & Biological Engineering & Computing*, vol. 34, Sup. 1 (Part 1), p. 351-353, 1996a.

Jensen, J. A. "Linear Description of Ultrasound Imaging Systems." Notes for International Summer School on Advanced Ultrasound Imaging, Technical University of Denmark, Dinamarca. 1999b.

Jensen, J. A. "Simulating Arbitrary-Geometry Ultrasound Transducers Using Triangles." In 1996 IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings, 2:885–88 vol.2, 1996b. doi:10.1109/ULTSYM.1996.584134.

Jensen, J. A. "Simulation of Advanced Ultrasound Systems Using Field II." In 2004 2nd IEEE International Symposium on Biomedical Imaging: Nano to Macro (IEEE Cat No. 04EX821), 636–639 Vol. 1, 2004. doi:10.1109/ISBI.2004.1398618.

Jensen, J. A. "Ultrasound Imaging and Its Modeling." In *Imaging of Complex Media with Acoustic and Seismic Waves*, 135–66. Topics in Applied Physics. Springer, Berlin, Heidelberg, 2002b. doi:10.1007/3-540-44680-X_6.

Jensen, J. A., and I. Nikolov. "Fast Simulation of Ultrasound Images." In 2000 IEEE Ultrasonics Symposium. Proceedings. An International Symposium (Cat. No.00CH37121), 2:1721–24 vol.2, 2000. doi:10.1109/ULTSYM.2000.921654.

Jensen, J. A., and N. B. Svendsen. "Calculation of Pressure Fields from Arbitrarily Shaped, Apodized, and Excited Ultrasound Transducers." *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 39, no. 2 (March 1992): 262–67. doi:10.1109/58.139123.

Jensen, J. A., P. D. Fox, J. E. Wilhjelm, and L. K. Taylor. "Simulation of Non-Linear Ultrasound Fields." In 2002 IEEE Ultrasonics Symposium, 2002. Proceedings., 2:1733–36 vol.2, 2002a. doi:10.1109/ULTSYM.2002.1192632.

Kino, Gordon S. Acoustic Waves: Devices, Imaging, and Analog Signal Processing. Englewood Cliffs, N.J: Prentice Hall, 1987.

Kinsler, Lawrence E., Austin R. Frey, Alan B. Coppens, and James V. Sanders. Fundamentals of Acoustics. 3 edition. New York: Wiley, 1982.

Kinsler, Lawrence E., Austin R. Frey, Alan B. Coppens, and James V. Sanders. Fundamentals of Acoustics. 4th Revised edition. New York: John Wiley & Sons, 2000.

Lasota, H., R. Salamon, and B. Delannoy. "Acoustic Diffraction Analysis by the Impulse Response Method: A Line Impulse Response Approach." The Journal of the Acoustical Society of America 76, no. 1 (July 1, 1984): 280–90. doi:10.1121/1.391115.

Lockwood, J. C., and J. G. Willette. "High speed Method for Computing the Exact Solution for the Pressure Variations in the Nearfield of a Baffled Piston." The Journal of the Acoustical Society of America 53, no. 3 (March 1, 1973): 735–41. doi:10.1121/1.1913385.

Mast, T. Douglas. "Fresnel Approximations for Acoustic Fields of Rectangularly Symmetric Sources." The Journal of the Acoustical Society of America 121, no. 6 (June 1, 2007): 3311–22. doi:10.1121/1.2726252.

Nicacio, H. "Simulação e Mapeamento de Campos Ultra-sônicos para Caracterização de Transdutores Utilizando os Métodos Pontual e Angular." 2002. 81p. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Engenharia Biomédica, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, 2002

Ocheltree, K. B., and L. A. Frizzel. "Sound Field Calculation for Rectangular Sources." IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control 36, no. 2 (March 1989): 242–48. doi:10.1109/58.19157.

Oden, J. T., T. Belytschko, J. Fish, T. J. R. Hughes, C. Johnson, D. Keyes, A. Laub, L. Petzold, D. Srolovitz, S. Yip and J. Bass. "A Report of the National Science Foundation Blue Ribbon Panel on Simulation-Based Engineering Science," Revolutionizing Engineering Science through Simulation, May 2006.

Pires, G. P. "INSPEÇÃO ULTRA-SÔNICA UTILIZANDO TRANSDUTORES PHASED ARRAY: SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA DETECÇÃO DE TRINCAS." Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE, UFRJ), Rio de Janeiro, 2009.

Piwakowski, B., and B. Delannoy. "Method for Computing Spatial Pulse Response: Time-domain Approach." The Journal of the Acoustical Society of America 86, no. 6 (December 1, 1989): 2422–32. doi:10.1121/1.398449.

Piwakowski, B., and K. Sbai. "A New Approach to Calculate the Field Radiated from Arbitrarily Structured Transducer Arrays." IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control 46, no. 2 (March 1999): 422–40. doi:10.1109/58.753032.

Rayleigh, J. W. S., and Robert B. Lindsay. The Theory of Sound, Volume One: Unabridged Second Revised Edition. 2nd edition. New York: Dover Publications, 1945.

Rayleigh, J. W. S., and Robert B. Lindsay. The Theory of Sound, Volume Two: Unabridged Second Revised Edition. 2nd edition. New York: Dover Publications, 1945.

Robinson, D., S. Lees, and L. Bess. "Near Field Transient Radiation Patterns for Circular Pistons." *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 22, no. 6 (December 1974): 395–403. doi:10.1109/TASSP.1974.1162612.

San Emeterio, Jose Luis, and Luis G. Ullate. "Diffraction Impulse Response of Rectangular Transducers." *The Journal of the Acoustical Society of America* 92, no. 2 (August 1, 1992): 651–62. doi:10.1121/1.403990.

Scarano, G., N. Denisenko, M. Matteucci, and M. Pappalardo. "A New Approach to the Derivation of the Impulse Response of a Rectangular Piston." *The Journal of the Acoustical Society of America* 78, no. 3 (September 1, 1985): 1109–13. doi:10.1121/1.393030.

Schmerr Jr, L. W. *Fundamentals of Ultrasonic Phased Arrays*. 2015 edition. Cham: Springer, 2014.

Stepanishen, P. R. "An Approach to Computing Time Dependent Interaction Forces and Mutual Radiation Impedances between Pistons in a Rigid Planar Baffle." *The Journal of the Acoustical Society of America* 49, no. 1B (January 1, 1971a): 283–92. doi:10.1121/1.1912328.

Stepanishen, P. R. "Comments on 'Farfield of Pulsed Rectangular Acoustic Radiator' [A. Freedman, *J. Acoust. Soc. Amer.* 49, 738–748 (1971)]." *The Journal of the Acoustical Society of America* 52, no. 1B (July 1, 1972): 434–36. doi:10.1121/1.1913109.

Stepanishen, P. R. "The Time-Dependent Force and Radiation Impedance on a Piston in a Rigid Infinite Planar Baffle." *The Journal of the Acoustical Society of America* 49, no. 3B (March 1, 1971b): 841–49. doi:10.1121/1.1912424.

Stepanishen, Peter R. "Transient Radiation from Pistons in an Infinite Planar Baffle." *The Journal of the Acoustical Society of America* 49, no. 5B (May 1, 1971c): 1629–38. doi:10.1121/1.1912541.

Thurston, R. N., and Allan D. Pierce. *Ultrasonic Measurement Methods*, Volume 19. 1 edition. Boston: Academic Press, 1990.

Tjotta, J. Naze, and S. Tjotta. "Nearfield and Farfield of Pulsed Acoustic Radiators." *The Journal of the Acoustical Society of America* 71, no. 4 (April 1, 1982): 824–34. doi:10.1121/1.387582.

Tupholme, G. E. "Generation of Acoustic Pulses by Baffled Plane Pistons." *Mathematika* 16, no. 2 (December 1969): 209–24. doi:10.1112/S0025579300008184.

Ullate, L. G. "Análisis Del Campo Ultrasónico Transitorio Emitido Por Arrays Lineales Sometidos a Excitaciones Temporales Arbitrarias." Ph. D. thesis, E.T.S. ICAI, Madrid, 1990.

Weight, J. P., and A. J. Hayman. "Observations of the Propagation of Very Short Ultrasonic Pulses and Their Reflection by Small Targets." *The Journal of the Acoustical Society of America* 63, no. 2 (February 1, 1978): 396–404. doi:10.1121/1.381730.

Zemanek, Joe. "Beam Behavior within the Nearfield of a Vibrating Piston." *The Journal of the Acoustical Society of America* 49, no. 1B (January 1, 1971): 181–91. doi:10.1121/1.1912316.