



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

**Relatório Anual de Atividades**

O relatório de atividades deve ser carregado no site do PPGEM pelo aluno e deve obedecer ao formato apresentado a seguir. O site ficará disponível para a entrega do relatório entre o período de 10/12 a 31/01/2019. O orientador deverá efetuar a aprovação do relatório até o dia 15/02/2019.

<b>Nome:</b> Alexandre Rabelo	<b>NUSP:</b> 9356282	<b>Curso:</b>
<b>Orientador:</b> Flávio Buiochi		
<b>Ano de Ingresso no PPGEM:</b> 2015	<b>Bolsista ( ) Sim ( X ) Não</b>	<b>Agência:</b>
<b>Área de Concentração:</b> 3152 – Engenharia de controle e automação mecânica		
<b>Data do Exame de Qualificação:</b> Não definido		

**Título do Projeto**

Simulação de campos ultrassônicos através de interfaces planas

**Resumo**

Este trabalho acadêmico visa desenvolver métodos computacionais que permitam realizar a simulação de campos ultrassônicos através de interfaces, regiões onde ocorrem variações da impedância acústica. Tais métodos tratam basicamente da simulação da propagação de ondas ultrassônicas em meios líquidos e sólidos. Os métodos da resposta impulsiva (método analítico) e da representação discreta (método numérico) serão aplicados à simulação de campos ultrassônicos provenientes de transdutores circulares (monoelemento) e retangulares (monoelemento e array). A implementação será realizada primeiramente em campos ultrassônicos livres de interfaces, e posteriormente serão adicionadas interfaces planas (sólido-líquido). Também serão implementados modelos para o estudo da influência da conversão de



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

---

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

modos entre as ondas longitudinais e as transversais nas descontinuidades dos meios. Os resultados a serem obtidos da simulação com os modelos desenvolvidos serão comparados com resultados experimentais. Serão utilizados nos experimentos transdutores de ultrassom com frequência entre 1 e 3 MHz, e hidrofones pontuais para medição do campo ultrassônico refratado devido à presença de descontinuidades no meio de propagação.

### **1. Breve Introdução Sobre o Problema no Contexto Científico/Tecnológico**

A acústica é uma ciência interdisciplinar que estuda a geração, a transmissão e a recepção de energia de ondas vibratórias no meio. Quando as moléculas de fluido ou sólido são deslocadas das suas configurações de equilíbrio, a força de restauração elástica interna cresce. É essa força de restauração elástica aliada à inércia do sistema que permite que o meio participe de vibrações oscilatórias e, assim, gere e transmita as ondas acústicas (Kinsler *et al.*, 2000). Se a frequência da perturbação vibracional está entre 20 Hz e 20 kHz, uma pessoa normalmente consegue interpretá-la como ondas sonoras. Mas as frequências abaixo de 20 Hz e acima de 20kHz são classificadas como infrassom e ultrassom, respectivamente (Kinsler *et al.*, 2000).

O ultrassom é usado para realizar exames não invasivos em pacientes no campo médico. E, da mesma forma, ele é usado na indústria para ensaios não destrutivos (END) de estruturas e materiais. Os métodos ultrassônicos são rápidos, seguros e relativamente baratos, e são esses motivos que fazem com que esta técnica seja frequentemente empregada em ambas as áreas (Schmerr, 2015).

Como consequência, o campo acústico gerado pelos transdutores piezelétricos tem sido amplamente estudado. Em geral, os transdutores são dispositivos que convertem energia de uma forma em outra e eles são normalmente considerados como pistões planos rígidos montados sobre paredes planas, rígidas e infinitas (Buiocchi, 1994). Entende-se como campo acústico a distribuição espacial da pressão gerada por um transdutor. Assim, o campo inicia-se na face do transdutor e prolonga-se pelo



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

---

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

espaço a sua frente. E a forma da onda produzida depende da abertura do emissor que está associada diretamente à geometria do mesmo (Kinsler *et al.*, 1982).

Ocorre que o tratamento da propagação de ondas acústicas em sólidos é complicado porque podem existir simultaneamente ondas longitudinais e de cisalhamento. Para simplificar, pode-se assumir que as ondas de interesse são ondas pura longitudinal e pura de cisalhamento, e que todas as quantidades físicas, tais como o deslocamento da partícula, a velocidade da partícula, a tensão, a deformação, a elasticidade e a constante de acoplamento piezoeletrico, podem ser expressos em forma de uma dimensão (Kino, 1987).

A simulação computacional provê uma poderosa ferramenta quando os fenômenos não são observáveis ou quando as medições são impraticáveis. O desenvolvimento da simulação computacional, cujo objetivo é o estudo e previsão de eventos físicos ou do comportamento de sistemas de engenharia, representa uma extensão da ciência teórica que se baseia em modelos matemáticos (Oden *et al.*, 2006). Sua aplicação na área de ultrassom, como em ensaios não destrutivos por ultrassom, pode apresentar algumas das seguintes motivações (Pires, 2009): definir e otimizar protocolos de inspeção, ajudar a visualização e compreensão dos resultados de inspeção, otimizar projeto de transdutores *phased array* para aplicações específicas, definir leis focais nas aplicações de arrays etc.

Deste modo, os modelos de campos ultrassônicos foram bastante explorados na literatura. A solução proposta por San Emeterio e Ullate (1992) foi adotada neste trabalho, especificamente por fornecer campos de pressão precisos sob excitações realísticas. Assim, a proposta deste trabalho é a elaboração de métodos computacionais que permita realizar a simulação de campos ultrassônicos através de interfaces.

## **2. Objetivos**

Este trabalho tem como objetivo principal desenvolver programas em Matlab que simulem os campos ultrassônicos através de interfaces planas utilizando o modelo da resposta impulsiva do pistão plano e da representação discreta. Os resultados



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

---

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

simulados serão comparados com os obtidos experimentalmente, medindo-se o campo acústico com hidrofones pontuais e utilizando transdutores circulares (monoelemento) e retangulares (array) na geração do campo acústico.

### **3. Metodologia (Descrever os Principais Métodos, Infraestrutura Utilizada)**

No final da década de 1870, o matemático e físico inglês Rayleigh realizou uma das primeiras investigações de propagação de ondas acústicas em fluidos de extensão semi-infinita, cujas ondas foram geradas por um pistão plano rígido montado sobre uma parede plana, rígida e infinita. Posteriormente, diversos estudos relacionados com a determinação do campo acústico proveniente da radiação do pistão plano rígido foram publicados. Uma grande parte da literatura se preocupou com o pistão circular e uma atenção especial foi dada ao caso cujas oscilações de amplitudes pequenas do pistão são harmônicas (Tupholme, 1969).

Diversas interpretações teóricas para a excitação de onda contínua foram apresentadas para o caso de transdutores circulares e retangulares, e as várias técnicas foram revisadas por Harris (1981b). Em todas as investigações, o ponto de partida para encontrar a solução é a integral de Rayleigh, representada por uma integral de superfície, cujo resultado é a pressão em um ponto do campo devido à contribuição de cada fonte pontual da superfície radiante. A integral de Rayleigh é uma afirmação do princípio de Huygens, como explicado por Fresnel: cada ponto de uma superfície vibratória plana pode ser considerado com uma fonte de ondas esféricas e que o campo em um ponto arbitrário pode ser construído a partir da superposição dessas ondas. O conceito de Huygens-Fresnel foi analiticamente enunciado por Helmholtz e Kirchhoff, e a integral Rayleigh é um caso especial da solução Helmholtz-Kirchhoff, nas quais a fonte irradiante e a fronteira encontra-se em um plano (Harris, 1981b).

A seguir são apresentados os conceitos teóricos fundamentais do campo acústico.

#### **3.1. Campo acústico**



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

A descrição do campo acústico produzido por um transdutor ultrassônico é geralmente dividida em duas partes: Uma parte é limitada na vizinhança do transdutor, conhecida como região de campo próximo (ou região de difração de Fresnel), que é caracterizada por fenômenos de interferências. E a outra é limitada ao campo distante (região de difração de Fraunhofer), que é caracterizada por um campo acústico sem interferência. A figura (3.2) ilustra as regiões de campo próximo e de campo distante. Na região de campo distante, a linha contínua é um contorno do feixe de pressão acústica, que apresenta o mesmo decaimento de amplitude de pressão relativo aos respectivos valores axiais. O ângulo do feixe  $\theta$  é calculado a partir da aproximação de campo distante para a equação exata para o contorno de pressão especificada. Uma vez que o deslocamento do pistão é uniforme em toda a sua face, o contorno, obviamente, não pode prolongar-se ao longo da linha pontilhada até o centro do pistão. A distribuição de pressão dentro do campo próximo é confinada a um cilindro cujo raio é igual ao raio do transdutor (Zemanek, 1971).

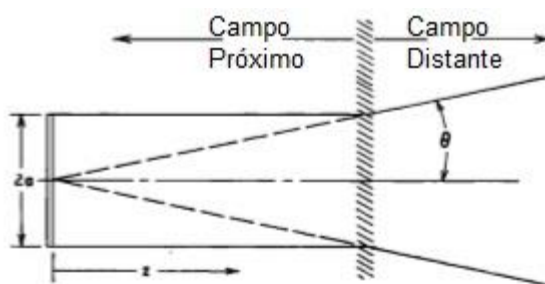


Figura 3.2 – Ilustração usual usada na localização do limite entre o campo próximo e o campo distante.  
Fonte: Autor “adaptado de” Zemanek, 1971, p. 181.

A excitação transiente de um transdutor ideal gera um campo acústico que tem duas componentes chamadas de ondas de borda e plana. Essas ondas foram observadas experimentalmente através do efeito Schlieren (Weight e Hayman, 1978), comprovando assim o modelo teórico desenvolvido por Stepanishen (Stepanishen, 1971a). A onda plana propaga-se dentro da região de projeção da face do transdutor, enquanto a onda de borda propaga-se em todas as direções a partir da borda do pistão em um formato toroidal, conforme a ilustração da figura (3.3).



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

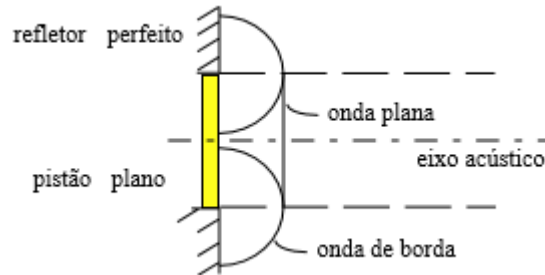


Figura 3.3 – Ilustração das ondas de borda e plana.  
Fonte: Autor Buiochi, 1994, p. 16.

### 3.2. Método da resposta impulsiva

Segundo Kinsler (1982), considera-se na teoria clássica que a propagação da onda acústica é um processo praticamente adiabático e que os deslocamentos das partículas são pequenos, de maneira que as variações de densidade do meio sejam também pequenas. Dessa forma, a equação linear da pressão instantânea para um meio ideal é:

$$p(\vec{r}, t) = \rho \frac{\partial \phi(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (3.5)$$

onde  $\vec{r}$  é o vetor posição do ponto em que se mede a pressão,  $\rho$  é a densidade do meio e  $\phi(\vec{r}, t)$  é o potencial de velocidade definido por:

$$v(\vec{r}, t) = -\nabla \phi(\vec{r}, t) \quad (3.6)$$

Deve-se supor que o movimento da partícula seja irrotacional:

$$\nabla \times v(\vec{r}, t) = \vec{0} \quad (3.7)$$

O campo acústico gerado por um pistão plano, em que todos os pontos de face do pistão vibram em fase, circundados por um refletor rígido no qual a velocidade



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

normal é nula sobre a superfície do refletor, pode ser calculado a partir da equação Rayleigh expressa em termos do potencial de velocidade dado por:

$$\phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{vn(\vec{\sigma}, t - r'/c)}{r'} dS \quad (3.8)$$

De acordo com a figura (3.4),  $r'$  é a distância entre um ponto do campo ( $\vec{r}$ ) e um ponto da fonte ( $\vec{\sigma}$ ) de área elementar  $dS$ ,  $c$  é a velocidade de propagação da onda no meio e  $vn(\vec{\sigma}, t)$  é a componente normal da velocidade do pistão em cada ponto de sua face de área  $S$  (Stepanishen, 1971a). A integral da equação (3.8) representa a soma das infinitas contribuições de fontes simples de área elementar  $dS$ , que irradiam ondas semiesféricas no meio, segundo o princípio de Huygens.

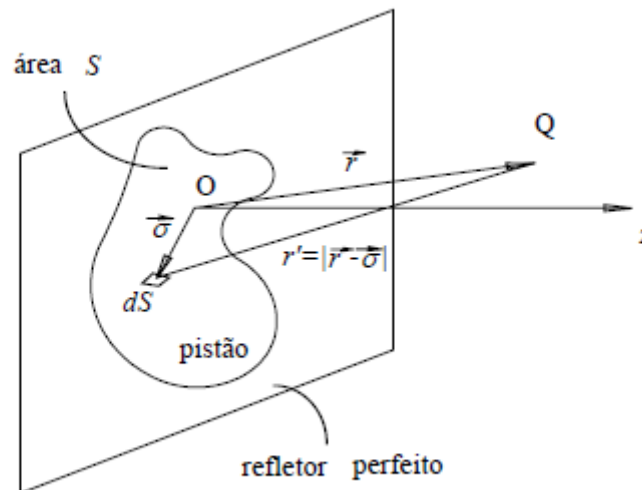


Figura 3.4 – Geometria usada na equação (3.8) de Rayleigh.  
 Fonte: Autor Buiochi, 1994, p. 9.

Supondo uma distribuição de velocidade uniforme na face do pistão e utilizando a propriedade da função de Dirac  $\delta(t)$ , Stepanishen (1971a) escreve o termo  $vn(\vec{\sigma}, t - \frac{r'}{c})$  da equação (3.8) como:



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

$$vn\left(t - \frac{r'}{c}\right) = \int_{-\infty}^{\infty} vn(\tau) \delta\left(t - \frac{r'}{c} - \tau\right) d\tau \quad (3.9)$$

Substituindo a equação (3.9) na equação (3.8) e trocando a ordem de integração, o potencial de velocidade na posição  $\vec{r}$  resulta:

$$\phi(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} vn(\tau) \left[ \int_S \frac{\delta\left(t - \frac{r'}{c} - \tau\right)}{2\pi r'} dS \right] d\tau \quad (3.10)$$

Definindo a função  $\phi i(\vec{r}, t)$  como:

$$\phi i(\vec{r}, t) = \int_S \frac{\delta\left(t - \frac{r'}{c} - \tau\right)}{2\pi r'} dS \quad (3.11)$$

O potencial de velocidade pode ser representado como a convolução entre  $\phi i(\vec{r}, t)$  e a velocidade normal do pistão  $vn(t)$ :

$$\phi(\vec{r}, t) = vn(t) * \phi i(\vec{r}, t) \quad (3.12)$$

Em que \* indica a operação de convolução.

A função  $\phi i(\vec{r}, t)$  é chamada de resposta impulsiva do potencial de velocidade na posição  $\vec{r}$  resultante de uma excitação do pistão com velocidade impulsiva, ou seja, é o próprio potencial de velocidade, pois  $vn(t) = \delta(t)$ .

A partir da equação (3.5), a pressão no ponto é dada por:

$$p(\vec{r}, t) = \rho \frac{\partial}{\partial t} [vn(t)] * \phi i(\vec{r}, t) \quad (3.13)$$





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

Para determinar a resposta impulsiva do potencial de velocidade  $\phi_i(\vec{r}, t)$  é possível reduzir a integral dupla da equação (3.11) em uma integral simples usando mudança de variável.

Uma alternativa pode ser obtida em termos do ângulo  $\Omega(ct)$ , definido pelo arco circular formado pelos pontos na superfície do pistão, cuja excitação impulsiva chega ao ponto P em um certo instante t. Assim, a resposta impulsiva do potencial de velocidade pode ser calculada por:

$$\phi_i(\vec{r}, t) = \frac{c}{2\pi} \Omega(ct), \text{ se } t_1 < t < t_2 \quad (3.14)$$

$$\phi_i(\vec{r}, t) = \vec{0}, \text{ se } t \leq t_1 \text{ e } t \geq t_2 \quad (3.15)$$

onde os tempos  $t_1 = \frac{r_1}{c}$  e  $t_2 = \frac{r_2}{c}$  correspondem ao menor e maior tempo de propagação entre o ponto P e a superfície do pistão (Weight e Hayman, 1978).

Para o caso particular de um pistão plano circular de raio R, a expressão dos ângulos dos arcos na superfície do pistão  $\Omega(ct)$  são dados na tabela (3.1), para as três regiões geométricas de projeção: superfície do pistão, borda do pistão e exterior ao pistão.

Região	Limite de tempo	$\Omega(ct)$
Superfície do pistão circular ( $y < R$ )	$t_0 \leq t \leq t_1$	$2\pi$
	$t_1 < t \leq t_2$	$2\cos^{-1}\left(\frac{c^2t^2 - x^2 + y^2 - R^2}{2y\sqrt{c^2t^2 - x^2}}\right)$
Borda do pistão circular ( $y = R$ )	$t_0 = t = t_1$	$\pi$
	$t_1 < t \leq t_2$	$2\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{c^2t^2 - x^2}}{2R}\right)$
Exterior ao pistão	$t_0 < t \leq t_1$	0



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

circular ( $y > R$ )	$t_1 < t \leq t_2$	$2\cos^{-1}\left(\frac{c^2t^2 - x^2 + y^2 - R^2}{2y\sqrt{c^2t^2 - x^2}}\right)$
-------------------------	--------------------	---

Tabela 3.1 - Tabela para os ângulos  $\Omega(ct)$  dos arcos na superfície do pistão circular (Robinson *et al.*, 1974).

Onde:

$$t_0 = \frac{x}{c}$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{(R - y)^2 + x^2}}{c}$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{(R + y)^2 + x^2}}{c}$$

(3.16)

O instante  $t_0$  refere-se ao tempo de chegada da onda plana no ponto P de observação ( $y < a$ ) e os instantes  $t_1$  e  $t_2$ , das ondas de borda provenientes dos pontos mais próximo e mais distante da borda do pistão ao ponto P. O tempo  $t = 0$  representa o instante em que o pistão começa a se mover.

### 3.3. Método da resposta discreta

O método da representação discreta é um método de aproximação numérica, que se baseia na divisão da abertura acústica do transdutor em pequenos elementos de área. A exatidão dos resultados é extremamente dependente da escolha da



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

---

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

discretização temporal e espacial a serem adotados no modelo. Tal método é válido tanto para transdutores monoelemento (Piwakowski e Delannoy, 1989) ou multielemento (Piwakowski e Sbai, 1999).

A derivação da solução geral proposta por Lasota (Lasota *et al.*, 1984) e implementada por Piwakowski (Piwakowski e Delannoy, 1989), a partir da equação (3.11), resulta na seguinte resposta impulsiva do potencial de velocidade em um ponto P do campo:

$$\phi(\vec{r}p, t) = \frac{1}{2\pi} \int_S A(\vec{r}a) \alpha(\theta) \frac{\delta\left(t - \frac{r}{c} - T(\vec{r}a)\right)}{r} dS \quad (3.17)$$

Onde  $\alpha(\theta)$  é coeficiente de diretividade correspondente às seguintes condições de contorno ou aos tipos de refletores:

$$\alpha(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{refletor rígido;} \\ \cos(\theta) & \text{refletor elástico;} \\ [1 + \cos(\theta)]/2 & \text{campo livre.} \end{cases} \quad (3.18)$$

É chamada de discretização a divisão da superfície do emissor em elementos de área, como mostra a figura (3.5), onde N é a quantidade desses elementos de área  $\Delta S_j$ .

Se a superfície do emissor S é discretizada por meio de N elementos de área  $\Delta S_j$ , a integral da equação (3.17) é substituída pela somatória daqueles elementos de área que em um dado instante t colaboram para o cálculo da resposta impulsiva do potencial de velocidade na posição P:

$$\phi_{\text{discr}}(\vec{r}p, t) = \sum_{j=1}^N A_j \alpha_j \frac{\delta\left(t - \frac{r_j}{c} - T_j\right)}{2\pi r_j} \Delta S_j, \quad (3.19)$$

onde  $\phi_{\text{discr}}$  é a representação discreta da resposta impulsiva no instante  $t = r_j/c + T_j$ ,  $r_j$  é a distância entre o ponto P e cada elemento de área  $\Delta S_j$ ,  $A_j$  é o coeficiente de apodização,  $T_j$  representa o valor do atraso de excitação de cada elemento e  $\alpha_j$  é o



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

coeficiente das condições de contorno, cujo valor é igual a um para o caso de um refletor rígido.

A pressão acústica  $p(\vec{r}p, t)$  em função do tempo, em um certo ponto P do campo, é dada pela equação (3.20), onde  $vn(t)$  é a velocidade normal da face da abertura acústica.

$$p(\vec{r}p, t) = \phi_{\text{discr}}(\vec{r}p, t) * \frac{\partial vn(t)}{\partial t} \quad (3.20)$$

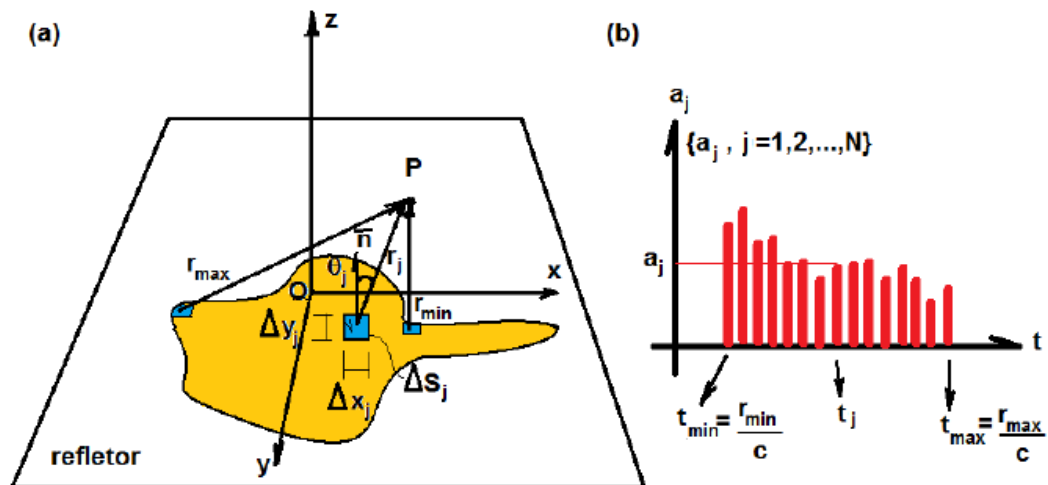


Figura 3.5 – (a) Figura para a equação (3.22). (b) Representação gráfica da série  $a_j$ .

Fonte: Autor “adaptado de” Piwakowski (Piwakowski e Delannoy, 1989, p. 2423) e Formigoni (Formigoni *et al.*, 2009, p. 3).

A resposta impulsiva discreta  $\phi_{\text{discr}}$  assume a forma de uma distribuição de delta de Dirac, cuja representação gráfica de densidades é mostrada na figura (3.5) (b), onde o  $t_{\text{min}}$  e  $t_{\text{max}}$  são o menor e o maior tempo de propagação entre um elemento de área na superfície do emissor e o ponto P. A amplitude  $a_j$ , que representa a resposta impulsiva do potencial de velocidade gerado por cada um dos elementos de área  $\Delta S_j$ , é apresentado como (Piwakowski e Delannoy, 1989):



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

$$a_j = \frac{A_j \alpha_j \Delta S_j}{2\pi r_j} \quad (3.21)$$

A resposta impulsiva média no instante  $t_s$  é obtida quando discretiza-se o tempo em intervalo de duração  $\Delta t$  e em janelas temporais  $[t_s - \frac{\Delta t}{2}, t_s + \frac{\Delta t}{2}]$ , para então ser calculado a média temporal de todas as amplitudes  $a_j$  que chegam ao ponto de observação P, expresso pela equação (3.22) (Piwakowski e Delannoy, 1989):

$$\bar{\phi}_{discr}(\vec{r}_p, t_s) = \frac{1}{\Delta t} \sum_j a_j, \text{ para } t_s - \frac{\Delta t}{2} < t_j < t_s + \frac{\Delta t}{2} \quad (3.22)$$

Na figura (3.6), são representados o intervalo de tempo  $\Delta t$  e o instante  $t_s$ , a série  $a_j$  da resposta impulsiva discreta  $\phi_{discr}(\vec{r}_p, t)$ , a média temporal da resposta impulsiva  $\bar{\phi}_{discr}(\vec{r}_p, t_s)$  e a resposta impulsiva exata  $\phi(\vec{r}_p, t)$ , cuja solução analítica é obtida pela equação (3.17) (Piwakowski e Delannoy, 1989).

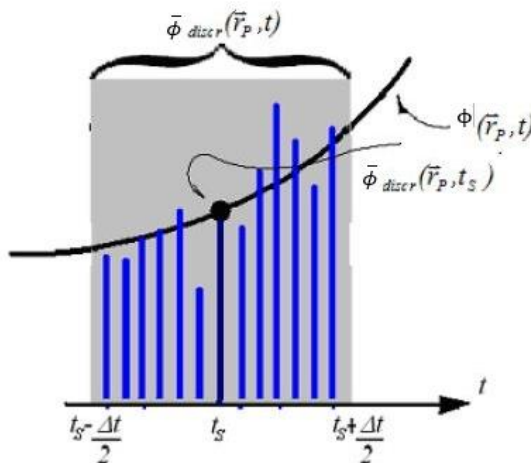


Figura 3.6 – Representação das respostas impulsivas discretas  $\phi_{discr}$ , média  $\bar{\phi}_{discr}$  e exata  $\phi$ , na janela temporal  $[t_s - \frac{\Delta t}{2}, t_s + \frac{\Delta t}{2}]$ .

Fonte: Autor “adaptado de” Piwakowski (Piwakowski e Sbai, 1999, p. 423).



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

Quando as dimensões dos elementos de área tendem a zero, a média temporal da resposta impulsiva  $\bar{\phi}_{\text{discr}}(\vec{r}p, t)$  tende para a solução analítica exata da resposta impulsiva  $\phi(\vec{r}p, t)$ , desde que o espectro de frequência obedeça  $f < 2f_{\text{max}}$ , e  $f_{\text{max}} \ll \frac{1}{\Delta t}$ , então:

$$\phi(\vec{r}p, ts) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{\phi}_{\text{discr}}(\vec{r}p, ts) \quad (3.23)$$

Neste trabalho, usa-se a média temporal da resposta impulsiva  $\bar{\phi}_{\text{discr}}(\vec{r}p, t)$  como a solução computacional aproximada da solução exata, com amostragem temporal  $\Delta t$  e amostragem espacial  $\Delta x_j = \Delta y_j$ . Dessa maneira, a pressão acústica no ponto P pode ser calculada como mostra as equações (3.19), (3.22) e (3.24).

$$p(\vec{r}p, t) = \rho \bar{\phi}_{\text{discr}}(\vec{r}p, t) * \frac{\partial v(t)}{\partial t} \quad (3.24)$$

### **3.4. Resposta impulsiva do pistão retangular**

Nesta seção, a implementação da resposta impulsiva de um pistão retangular baseia-se no trabalho de San Emeterio e Ullate (1992). Considera-se uma abertura retangular de comprimento  $2b$  e largura  $2a$ , sendo  $a \leq b$ , montado sobre uma parede plana, rígida, infinita e localizada no plano  $z = 0$ . Além disso, meio é homogêneo sem perdas, com a velocidade de propagação  $c$  e densidade  $\rho$ , com semiespaço é  $z > 0$ . Devido à simetria, apenas os pontos do campo no primeiro quadrante serão considerados. Os lados do retângulo são chamados  $S_i$ , onde o índice  $i$  varia entre 1 e 4, e as distâncias da projeção do ponto do campo  $P'$  para as retas que contêm os lados do retângulo são definidas como  $|d_i|$ , onde o índice  $i$  também alterna entre 1 e 4.

$$d_1 = x - a \quad (3.25)$$

$$d_2 = y - a$$

$$d_3 = x + a$$

$$d_4 = y + a$$



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

Dependendo da posição de P' pode ocorrer até oito descontinuidades na inclinação temporal de  $\Omega(\bar{x}, t)$  e, conseqüentemente, na  $\frac{\partial h(\bar{x}, t)}{\partial t}$ . Isto ocorre quando o arco ativo conter os vértices do retângulo ou quando eles são tangentes aos lados Si.

Os tempos de trânsito do sinal a partir dos vértices para um ponto qualquer do campo  $P(\bar{x})$  são dados por:

$$\begin{aligned}\tau_A &= \frac{\sqrt{(d_1^2 + d_2^2 + z^2)}}{c}, \quad \tau_B = \frac{\sqrt{(d_2^2 + d_3^2 + z^2)}}{c}, \\ \tau_C &= \frac{\sqrt{(d_1^2 + d_4^2 + z^2)}}{c}, \quad \tau_D = \frac{\sqrt{(d_3^2 + d_4^2 + z^2)}}{c}.\end{aligned}\tag{3.26}$$

E os tempos de trânsito  $\tau_{Si}$ , quando os arcos ativos são tangentes aos lados Si, são:

$$\tau_{Si} = \frac{\sqrt{(d_i^2 + z^2)}}{c}, \text{ onde } i = 1, 2, 3 \text{ e } 4.\tag{3.27}$$

Finalmente, para os pontos, cuja projeção está dentro da abertura do emissor, a descontinuidade em  $\Omega(\bar{x}, t)$  existe no instante de tempo  $\tau_0$ :

$$\tau_0 = \frac{z}{c}\tag{3.28}$$

É imposto que a reposta impulsiva  $h(\bar{x}, t)$  seja delimitada pelo intervalo de tempo  $(\tau_{min}, \tau_D)$ , e fora desses limites seu valor deve ser zero. Assim, o  $\tau_{min}$  é igual para  $\tau_A$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_1$  ou  $\tau_0$  para os pontos do campo projetados nas regiões I, II, III e IV, respectivamente.

Com o objetivo de obter as expressões analíticas para  $\Omega(\bar{x}, t)$ , os autores determinaram a seguinte função:



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

$$\alpha_i = \sin^{-1}\left[\frac{d_i}{\sigma(\bar{x}, t)}\right], \text{ onde } i = 1, 2, 3 \text{ e } 4. \quad (3.29)$$

Onde  $\sigma(\bar{x}, t)$  é o raio do arco ativo dado por:

$$\sigma(\bar{x}, t) = \sqrt{(c^2 t^2 - z^2)} \quad (3.30)$$

Cada ângulo  $\alpha_i$  é formado pelo vetor raio a partir de  $P'$  até a intersecção do arco ativo com o lado do retângulo  $Si$  e um eixo que cruza  $P'$  paralelo ao mesmo lado  $Si$ . Do ponto de vista analítico e computacional, cada  $\alpha_i$  é o valor principal da função circular inversa, equação (3.29). Consequentemente, as funções  $\alpha_i$  são apenas definidas no domínio do tempo  $t \geq \tau_{Si}$ , o que é equivalente dizer que  $\sigma(\bar{x}, t) \geq |d_i|$ , e suas variações estão dentro o seguinte alcance:  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha_i \leq \frac{\pi}{2}$  (San Emeterio e Ullate, 1992).

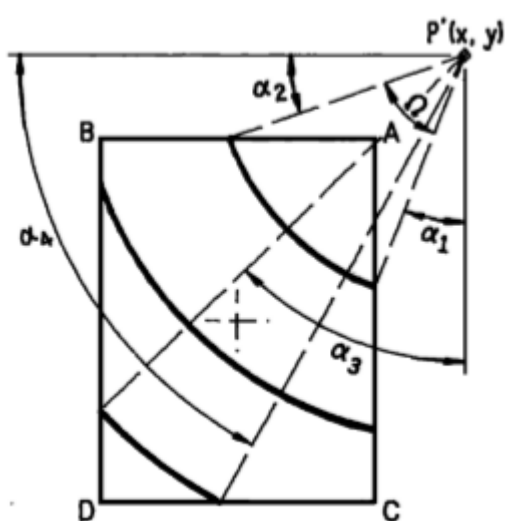


Figura 3.7(a) – Ilustração dos ângulos  $\Omega(\bar{x}, t)$  e  $\alpha_i(\bar{x}, t)$  para um ponto do campo na região I ( $x \geq a$  e  $y \geq b$ ) ( $\tau_B \leq \tau_C$  é assumido).

Fonte: Autor San Emeterio e Ullate, 1992, p. 653.

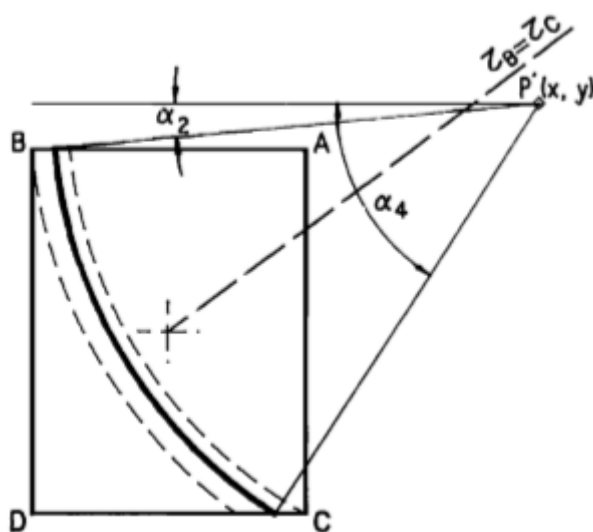


Figura 3.7(b) – Evolução dos arcos ativos durante o intervalo de tempo ( $\tau_B \leq \tau_C$ ) para um ponto do campo na zona geométrica ( $y \leq ax/b$ ) da região I.

Fonte: Autor San Emeterio e Ullate, 1992, p. 654.

### 3.4.1. Expressão analítica para pontos do campo na região I





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

San Emeterio e Ullate demonstram, conforme ilustra a figura (3.7)(a), a evolução dos arcos ativos para instantes de tempos diferentes sob o pressuposto  $\tau_B \leq \tau_C$ , para um ponto do campo projetado em P'. Nesta região, foi confirmado que o tempo de trânsito mínimo é sempre  $\tau_{min} = \tau_A$ . Considerando o tamanho angular  $\Omega(\bar{x}, t)$  e os ângulos  $\alpha_i$  definidos na equação (3.29), a resposta impulsiva  $h(\bar{x}, t)$  é dado por:

$$\frac{2\pi}{c} h(\bar{x}, t) \left| \begin{array}{l} = \frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha_2, \tau_A \leq t \leq \tau_B, \\ = \alpha_3 - \alpha_1, \tau_B \leq t \leq \tau_C, \\ = -\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4, \tau_C \leq t \leq \tau_D, \end{array} \right. \quad (3.31)$$

onde a dependência  $(\bar{x}, t)$  das funções  $\alpha_i$  foi eliminada para expressá-las de maneira resumida.

A figura 4.1(a) apresenta o resultado da resposta impulsiva  $h(\bar{x}, t)$  calculada através do programa *vpirOfRectangularPistonlikeTransducers.m* (apêndice A) em um ponto do campo, cuja coordenadas são  $x/a = 2$ ,  $y/a = 2$  e  $z/a = 5$  para um pistão retangular com uma relação do aspecto da abertura do transdutor  $b/a = 1,6$ . Esta relação é semelhante a uma abertura típica de um *phased array* linear. Sendo que os valores de  $t$  e  $h$  são normalizados multiplicando por  $c/a$  e  $1/c$ , respectivamente. As descontinuidades na inclinação temporal de  $h(\bar{x}, t)$  nos tempos de chegada dos vértices podem ser facilmente observadas.

Na abordagem de San Emeterio e Ullate (1992), eles não levaram em consideração a possibilidade de uma outra ordem de precedência nos instantes de tempo  $\tau_B$  e  $\tau_C$ . Mas para os pontos onde  $\tau_C \leq \tau_B$  ( $y \leq ax/b$ ), os arcos ativos para o intervalo de tempo  $\tau_C \leq t \leq \tau_B$  são delimitados pelos lados horizontais do retângulo conforme figura (3.7)(b). Pode-se facilmente mostrar que a resposta impulsiva para um ponto nesta zona é dada por uma expressão semelhante à equação (3.31). Só é necessário trocar  $\tau_B$  e  $\tau_C$  nos intervalos de tempo e substituir a expressão intermediária pela nova (San Emeterio e Ullate, 1992):



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

$$\frac{2\pi}{c} h(\bar{x}, t) = \alpha_4 - \alpha_2, \tau_C \leq t \leq \tau_B, \quad (3.32)$$

Consequentemente, duas zonas geométricas definidas pela ordem de precedência de  $\tau_B$  e  $\tau_C$  existem na região I ( $x \geq a$  e  $y \geq b$ ). A expressão analítica para a resposta impulsiva  $h(\bar{x}, t)$  muda com a zona. Essas zonas são delimitadas pela reta  $y = ax/b$ , obtidas por igualar  $\tau_B$  e  $\tau_C$  dada na equação (3.26). Ambas formulações estão resumidas na primeira coluna da tabela 3.2, onde  $\tau_m$  e  $\tau_M$  são dados por:

$$\tau_m = \min(\tau_B, \tau_C) \quad (3.33)$$

$$\tau_M = \max(\tau_B, \tau_C)$$

Geometrical region				
Time interval	I	II	III	IV
$\tau_{min} < t \leq \tau_A$	...	$\pi - 2\alpha_2$	$2\bar{\alpha}_3 - 2\alpha_1$	$-2\pi - 2\bar{\alpha}_1 - 2\bar{\alpha}_2 + 2\bar{\alpha}_3 + 2\bar{\alpha}_4$
$\tau_A < t \leq \tau_m$	$\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha_2$	$\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha_2$	$-\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \alpha_2 + 2\bar{\alpha}_3$	$-\frac{3}{2}\pi - \alpha_1 - \alpha_2 + 2\bar{\alpha}_3 + 2\bar{\alpha}_4$
$\tau_m < t \leq \tau_m^a$	$-\alpha_1 + \alpha_3$	$-\pi - \alpha_1 + \alpha_3 + 2\bar{\alpha}_4$	$-\alpha_1 + \alpha_3$	$-\pi - \alpha_1 + \alpha_3 + 2\bar{\alpha}_4$
$\tau_m < t \leq \tau_M^b$	$-\alpha_2 + \alpha_4$	...	$-\pi - \alpha_2 + 2\bar{\alpha}_3 + \alpha_4$	$-\pi - \alpha_2 + 2\bar{\alpha}_3 + \alpha_4$
$\tau_M < t \leq \tau_D$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$	$-\frac{\pi}{2} + \alpha_3 + \alpha_4$

<sup>a</sup> for  $\tau_B \leq \tau_C$

<sup>b</sup> for  $\tau_C \leq \tau_B$

Tabela 3.2 – Expressões analíticas para as respostas impulsivas do potencial de velocidade  $(2\pi/c)h(\bar{x}, t)$  do pistão retangular plano rígido montado sobre parede plana, rígida e infinita. As funções  $\alpha_i(\bar{x}, t)$  e  $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$  estão definidas nas equações (3.29) e (3.34) respectivamente. Aqui  $\tau_m = \min(\tau_B, \tau_C)$ ,  $\tau_M = \max(\tau_B, \tau_C)$  e  $\tau_{min} = \tau_A, \tau_2, \tau_1$  ou  $\tau_0$  para as regiões I, II, III e IV respectivamente. Além do mais,  $\tau_A$  para  $\tau_D$  e  $\tau_{Si}$  são dados nas equações (3.26) e (3.27). Fora dos intervalos especificados  $h(\bar{x}, t) = 0$ .

Fonte Autor “adaptado de” San Emeterio e Ullate (San Emeterio e Ullate, 1992, p. 654)

Com o propósito de reprodução da tabela (3.2), o programa *vpirOfRectangularPistonlikeTransducers.m* (apêndice A) mostra que os seguintes resultados quando comparados com o trabalho original foram importantes para validar sua funcionalidade.

### 3.4.2. Resposta impulsiva para pontos do campo nas demais regiões



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

A expressão analítica da resposta impulsiva  $h(\bar{x}, t)$  muda para as quatro regiões geométricas definidas anteriormente. E também para diferentes zonas dentro de cada região. Essas zonas são caracterizadas pela ordem de precedência dos tempos de trânsito a partir dos vértices ou das bordas. Para manter o problema dentro de um nível razoável de complexidade, os autores introduziram um novo conjunto da função  $\bar{\alpha}_i$ :

$$\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t) = \text{sgn}(d_i) \sin^{-1} \left\{ \min \left[ \frac{|d_i|}{\sigma(\bar{x}, t)}, 1 \right] \right\} \quad (3.34)$$

Isto significa que essas funções  $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$  podem ser interpretadas em termos das funções iniciais  $\alpha_i(\bar{x}, t)$  na equação (3.29) com as seguintes considerações: (a) As funções  $\alpha_i(\bar{x}, t)$  são apenas definidas para os intervalos de tempo  $t \geq \tau_{Si}$  ( $i = 1, 2, 3$  e  $4$ ), mas as novas funções  $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$  são sempre definidas para  $t \geq \tau_0$ ; (b) Para  $t < \tau_{Si}$ , o valor absoluto de  $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$  é  $\frac{\pi}{2}$ ; (c) Para  $t \geq \tau_{Si}$ ,  $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t) = \alpha_i(\bar{x}, t)$ ; (d) O único propósito do fator  $\text{sgn}(d_i)$  é para manter o mesmo sinal para  $\bar{\alpha}_i(\bar{x}, t)$  e  $\alpha_i(\bar{x}, t)$  (San Emeterio e Ullate, 1992).

A tabela (3.3) apresenta, para cada região geométrica, qual dos instantes de tempo  $\tau_{Si}$  podem ocorrer dentro dos principais intervalos de tempo.

Region	
II	$\leftarrow \tau_{S4} \rightarrow$
	$\tau_{S2} \rightarrow \tau_A \rightarrow \tau_B \rightarrow \tau_C \rightarrow \tau_D$
IIIa	$\leftarrow \tau_{S3} \rightarrow$
	$\tau_{S1} \rightarrow \tau_A \rightarrow \tau_B \rightarrow \tau_C \rightarrow \tau_D$
IIIb	$\leftarrow \tau_{S3} \rightarrow$
	$\tau_{S1} \rightarrow \tau_A \rightarrow \tau_C \rightarrow \tau_B \rightarrow \tau_D$
IVa	$\leftarrow \tau_{S4} \rightarrow$
	$\leftarrow \tau_{S3} \rightarrow$
	$\leftarrow \tau_{S1}, \tau_{S2} \rightarrow$
	$\tau_0 \rightarrow \tau_A \rightarrow \tau_B \rightarrow \tau_C \rightarrow \tau_D$



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

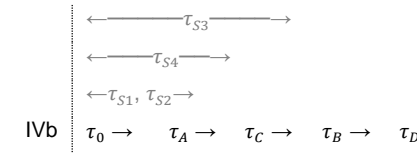


Tabela (3.3) – Ilustração do evento possível de uma descontinuidade de borda dentro dos intervalos de tempo principais. Regiões geométricas II, III e IV ( $\tau_B \leq \tau_C$ ) para IIIa e IVa, e ( $\tau_B > \tau_C$ ) para IIIb e IVb são assumidas.

Fonte Autor “adaptado de” San Emeterio e Ullate (San Emeterio e Ullate, 1992, p. 655)

### 3.4.3. Pressão transiente

As formas de ondas de pressão  $P(\bar{x}, t)$ , quando a velocidade normal é conhecida, podem ser calculadas através de uma convolução numérica, conforme a mostra equação (3.24).

Os mesmos dois pulsos de excitação da velocidade do pistão adotados por San Emeterio e Ullate (1992), descritos pela equação (3.35), são usados neste trabalho na simulação computacional do campo acústico.

$$v(t) = Ct^3 e^{-Kft} \cos(2\pi ft), \quad (3.35)$$

## 4. -Resultados Obtidos ou a Serem Obtidos (Descrever a Principal Contribuição)

As figuras (4.1) (b), (c) e (d) apresentam os valores calculados das respostas impulsivas  $h(\bar{x}, t)$  nos pontos dos campos localizados nas regiões II, III e IV, respectivamente. De igual modo, as descontinuidades na inclinação temporal e os instantes de tempo da ocorrência foram também observados. Embora esses gráficos são desenhados para pontos do campo específico, eles podem ser considerados como ilustrações do comportamento genérico da resposta impulsiva  $h(\bar{x}, t)$  nas diferentes regiões geométricas. A alteração da relação do aspecto da abertura ou a posição do ponto do campo dentro de uma das regiões mudará o período relativo dos intervalos de tempo e/ou a ordem de precedência dos instantes de tempo de descontinuidade. E ainda, quando o ponto do campo fica na borda entre duas zonas, então dois instantes de tempo são iguais e uma descontinuidade desaparece. É interessante notar como as descontinuidades na inclinação temporal da resposta impulsiva  $h(\bar{x}, t)$  para as regiões

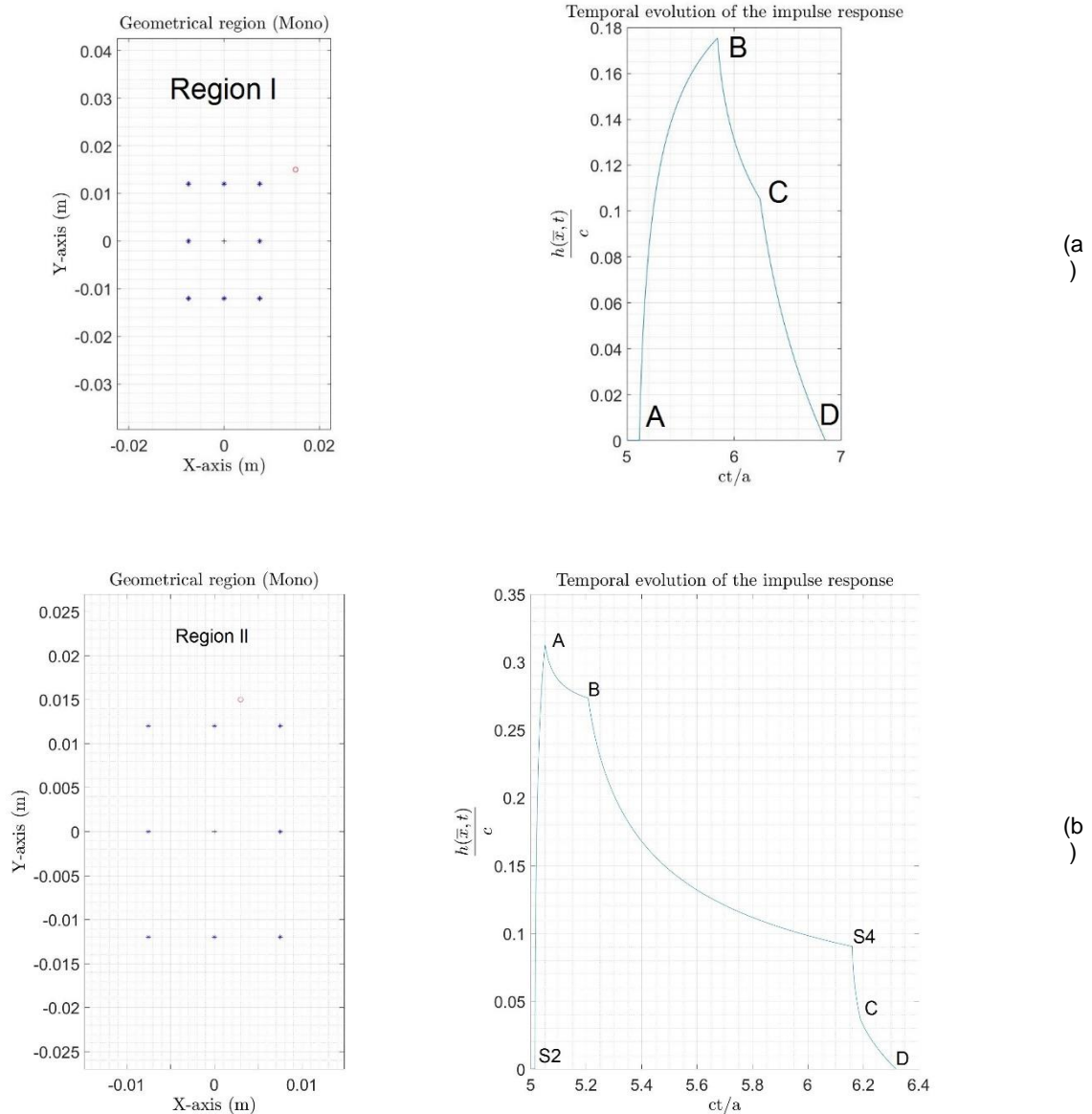


**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

II, III e IV são muito mais fortes nos instantes de tempo  $\tau_{Si}$  definidos pelas bordas do que nos intervalos de tempo definidos pelos vértices.

De fato, isto confirma que a primeira validação dos resultados foi favorável.





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

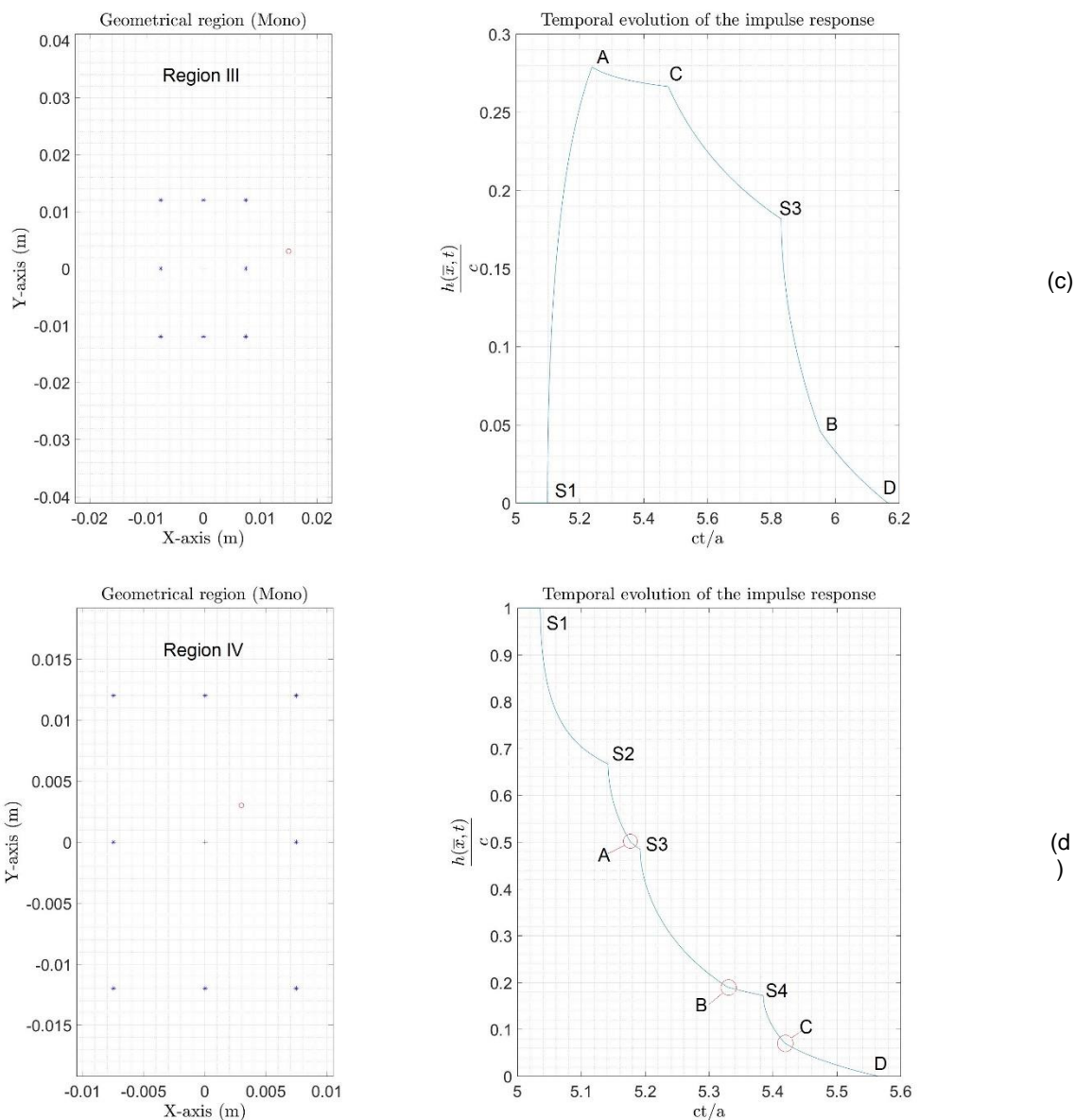


Figura 4.1 – Reprodução e adaptação da evolução temporal da resposta impulsiva para pontos do campo nas quatro regiões geométricas apresentada por San Emeterio e Ullate, 1992. (a)  $x/a = 2$ ;  $y/a = 2$ ; (b)  $x/a = 0,4$ ;  $y/a = 2$ ; (c)  $x/a = 2$ ;  $y/a = 0,4$ ; (d)  $x/a = 0,4$ ;  $y/a = 0,4$ . Para todos os pontos  $z/a = 5$ . Relação do aspecto da abertura do transdutor é  $b/a = 1,6$ .

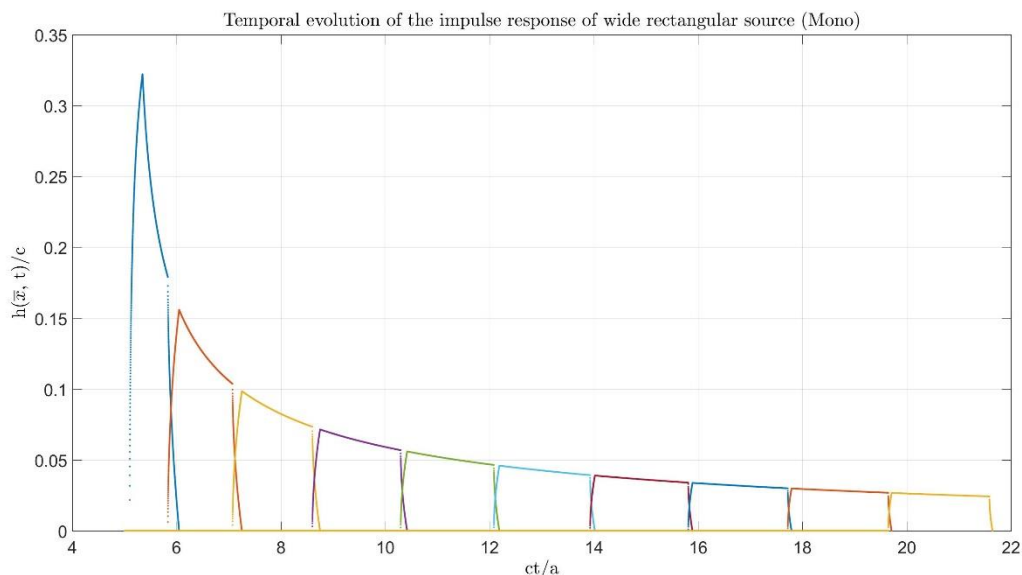
Em seguida, as figuras (4.2) (a) e (b) mostram um conjunto de curvas das respostas impulsivas reproduzidas para os pontos que ficam na reta  $y = 0$  e  $z/a = 5$  para as fontes retangulares larga ( $b/a = 1,6$ ) e estreita ( $b/a = 15$ ), respectivamente. Bem como, essas relações dos aspectos são similares para a abertura de um *array* linear e um elemento de transdutor. A coordenada  $x$  varia em ambos os casos entre  $2a$  e  $20a$



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

com incrementos de  $2a$ . No caso da fonte retangular larga, San Emeterio e Ullate (1992) comprovam que a resposta impulsiva  $h(\bar{x}, t)$  rapidamente aproxima-se a uma função retangular do tempo. Afirmam que isto é um comportamento característico da aproximação do campo distante, em que os arcos ativos são modificados pelos segmentos de acordo com o trabalho publicado por Stepanishen (1971a). Mas, segundo ambos, a fonte retangular estreita tampouco apresenta este comportamento. Por esta razão, o uso neste caso dos algoritmos de campos distantes pode produzir desvios importantes, no mínimo nos pontos no campo próximo da abertura de um array global conforme a tese de Ullate (1990). Apenas para os pontos bem distantes da zona paraxial, quando  $\tau_{S3} > \tau_A$  ( $x > \frac{b^2}{4a}$ ), os arcos ativos podem ser substituídos pelos segmentos sem causar erros consideráveis. De forma similar ao trabalho de base, este resultado da figura (4.2) sustenta a comprovação da harmonia dos valores apresentados.





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

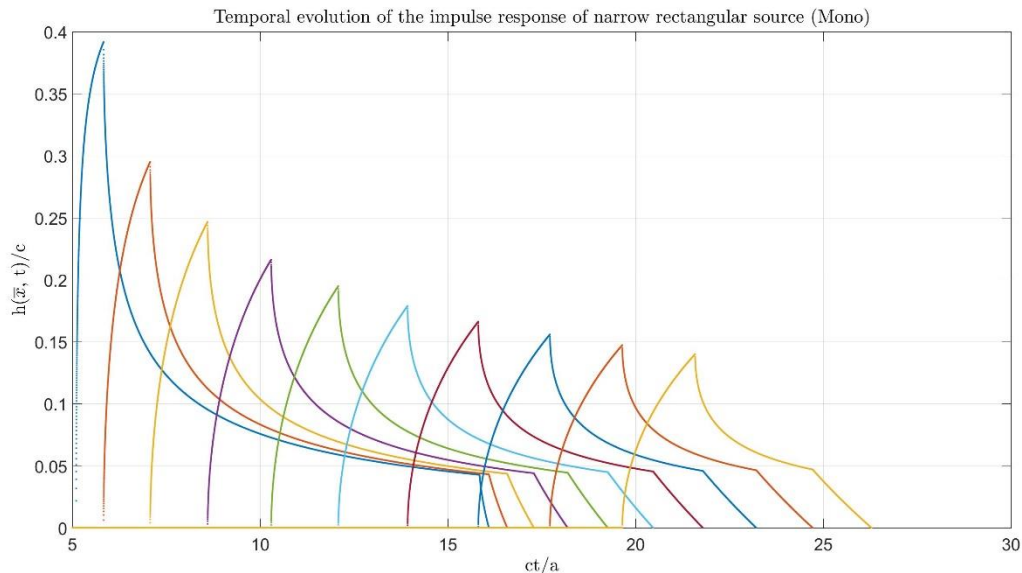


Figura 4.2 – Reprodução e adaptação das respostas impulsivas  $\left[ \frac{h(\bar{x}, t)}{c} \right]$  das fontes retangulares (a) larga e (b) estreita apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992. Dez pontos do campo ao longo da reta  $y = 0$  e  $z/a = 5$  são considerados. Aqui  $x/a$  varia entre 2 e 20 com incremento de 2. As relações dos aspectos das aberturas dos transdutores são (a)  $b/a = 1.6$  e (b)  $b/a = 15$ .

A reprodução da evolução temporal da resposta impulsiva de pressão  $P_i(\bar{x}, t)$  para os pontos do campo nas quatro regiões pode ser observada na figura (4.3). A abertura e as coordenadas dos pontos do campo são as mesmas da figura (4.1) para as respostas impulsivas do potencial de velocidade. Para os pontos em todas as regiões, existem diferenças claras entre a resposta impulsiva de pressão  $P_i(\bar{x}, t)$  exata e a prevista pela aproximação do campo distante (Stepanishen, 1971) (Stepanishen, 1972).

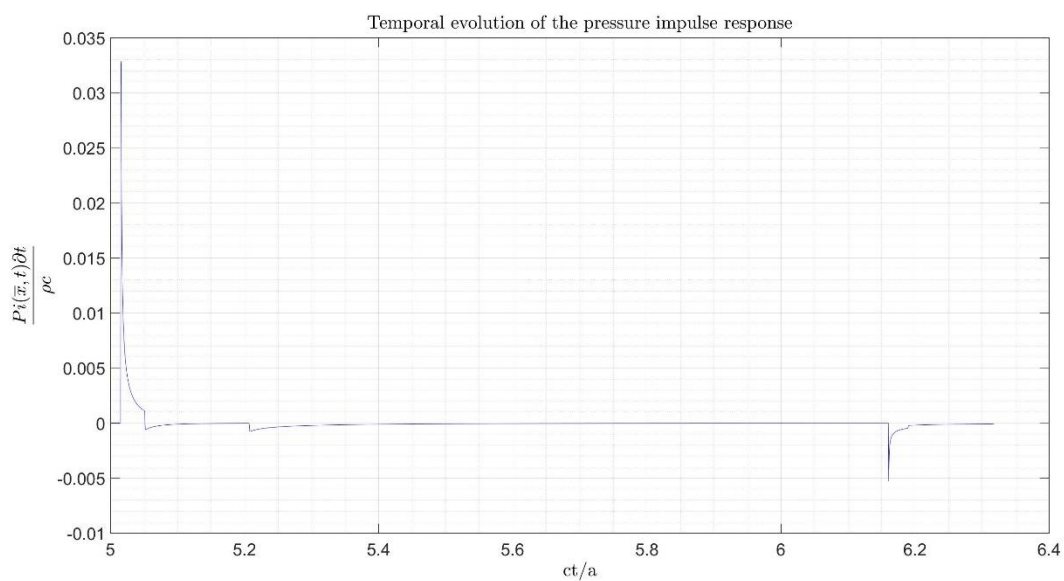
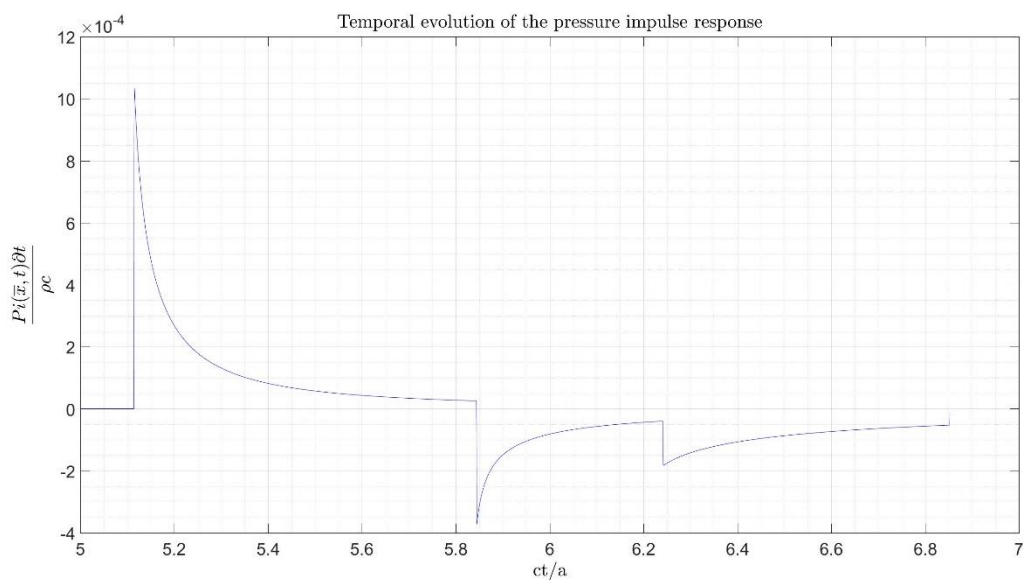
San Emeterio e Ullate (1992) afirmam que a convolução de  $P_i(\bar{x}, t)$  e  $v(t)$  é geralmente menos adequada para o cálculo numérico da pressão transiente  $P(\bar{x}, t)$  do que a convolução de  $h(\bar{x}, t)$  e  $\frac{\partial v(t)}{\partial t}$ . O motivo está na presença de valores infinitos (pulsos de delta de Dirac e formas assintóticas) em  $P_i(\bar{x}, t)$ .





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

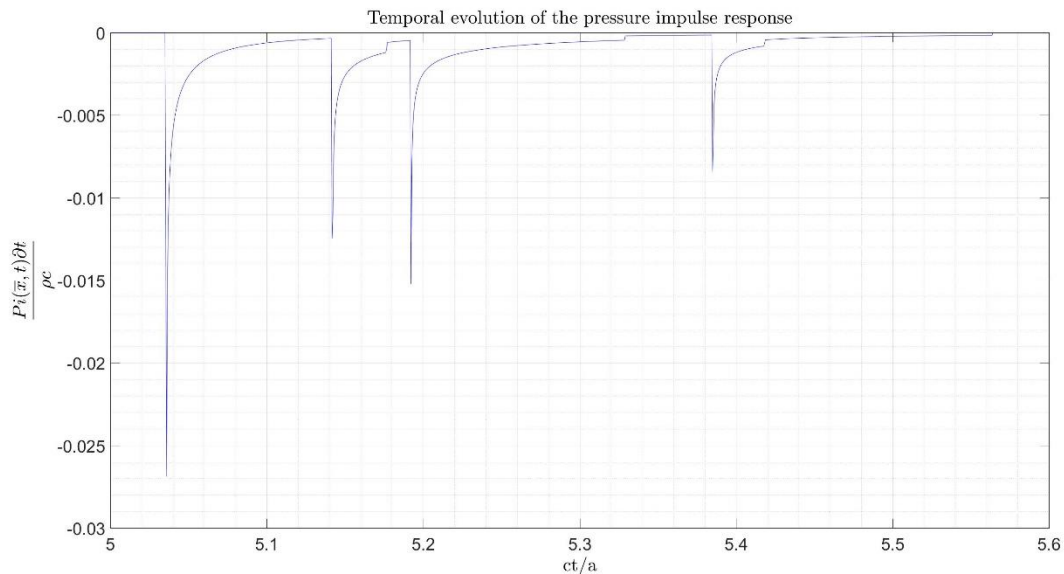
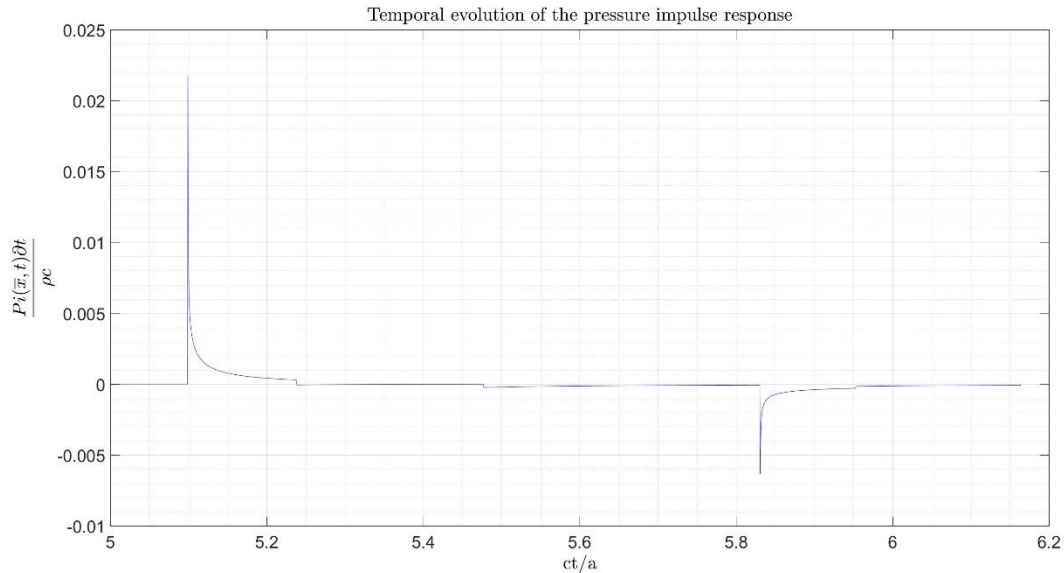


Figura 4.3 – Reprodução e adaptação da evolução temporal da resposta impulsiva de pressão  $\left[ \frac{P_i(\bar{x}, t)}{\rho c} \right]$  nos pontos do campo nas quatro regiões geométricas apresentada por San Emeterio e Ullate, 1992. A relação do aspecto da abertura do transdutor e as coordenadas dos pontos do campo são as mesmas da figura (4.1). A função delta de Dirac em  $ct/a = 5$  em (d) foi reduzida para simplificação.

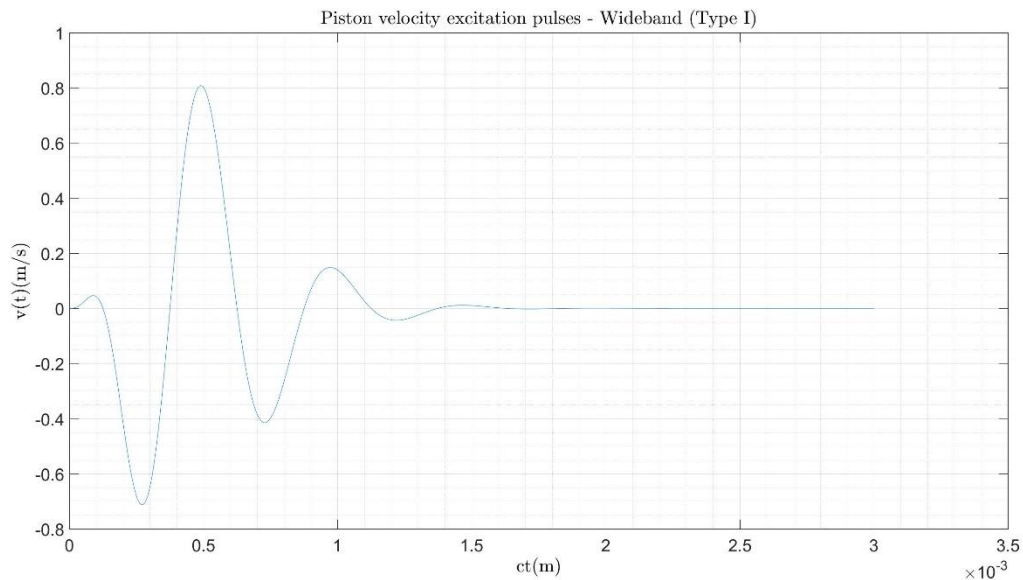
As figuras (4.4) (a) e (b) mostram, respectivamente, um pulso de excitação de banda larga com uma frequência central  $f = 3\text{MHz}$  chamado pulso tipo I e um pulso de excitação de banda relativamente estreita com a mesma frequência central chamado pulso tipo II. A velocidade de propagação assumida é  $c = 1500 \text{ m/s}$ , portanto, o



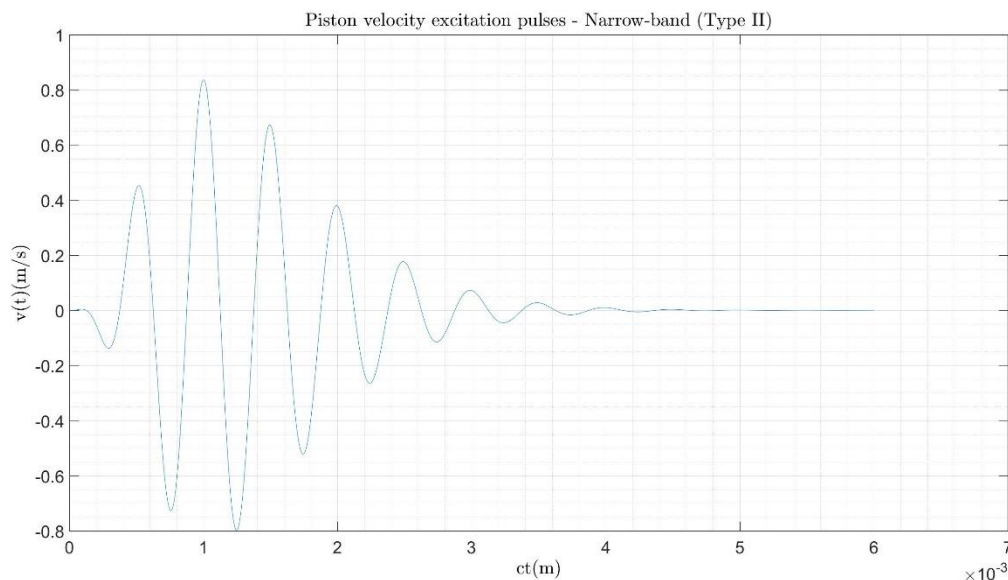
**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

comprimento de onda é  $\lambda = 0,5$  mm, com uma abertura típica de um *phased array* linear de largura  $2a = 15$  mm e comprimento  $2b = 24$  mm, cuja relação do aspecto de abertura é  $b/a = 1,6$ .



(a)



(b)

Figura 4.4 – Reprodução e adaptação dos pulsos de excitação da velocidade do pistão  $v(t)$  apresentados por San Emeterio e Ullate, 1992: (a) Banda larga, pulso tipo I obtido com  $K = 3,833$  na equação (3.35); (b) Banda relativamente estreita, pulso tipo II obtido com  $K = 1,437$  na equação (3.35). Frequência central  $f = 3$  MHz.

Como consequência, as figuras (4.5) (a) e (b) apresentam as respostas impulsivas do potencial de velocidade  $h(\bar{x}, t)$  e pressão  $Pi(\bar{x}, t)$  no eixo OZ, para as



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

---

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

coordenadas  $x = 0$  mm,  $y = 0$  mm e  $z = 20$  mm. E as figuras (4.5) (c) e (d) apresentam as formas de ondas da pressão transiente para os pulsos de excitação tipo I e tipo II. Tal como os resultados de San Emeterio e Ullate apresentados nesta etapa, é observado que a resposta impulsiva de pressão  $P_i(\bar{x}, t)$  consiste de um pulso de delta de Dirac, duas curvas assintóticas negativas e uma reta finita, contudo a sua amplitude não está em conformidade com o trabalho original que tem uma variação na ordenada de -20 e 60, e aqui a coordenada vertical está na ordem de -0,2 e 1. É importante observar que essas ondas produzem as correspondentes réplicas escalonadas e distorcidas na pressão transiente. Por um lado, os intervalos de tempo e força entre os pulsos da resposta impulsiva de pressão  $P_i(\bar{x}, t)$ , por outro, a duração da forma de onda radiada determinam as interferências, e portanto, a forma temporal de pressão em um ponto do campo. Para os pontos localizados no campo próximo, quando os intervalos de tempo entre os pulsos da resposta impulsiva de pressão  $P_i(\bar{x}, t)$  são maiores do que a duração da onda de excitação, tais interferências não ocorrem e as réplicas distorcidas podem ser claramente distinguidas, este é o caso da figura (4.5)(c) para a excitação de banda larga. Contrariamente, para os pulsos de banda relativamente estreita, figura (4.5)(d), o pulso de delta de Dirac e as duas curvas assintóticas interferem parcialmente uma na outra e o pulso principal causa variações mais fortes nos perfis da pressão transiente (San Emeterio e Ullate, 1992).



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

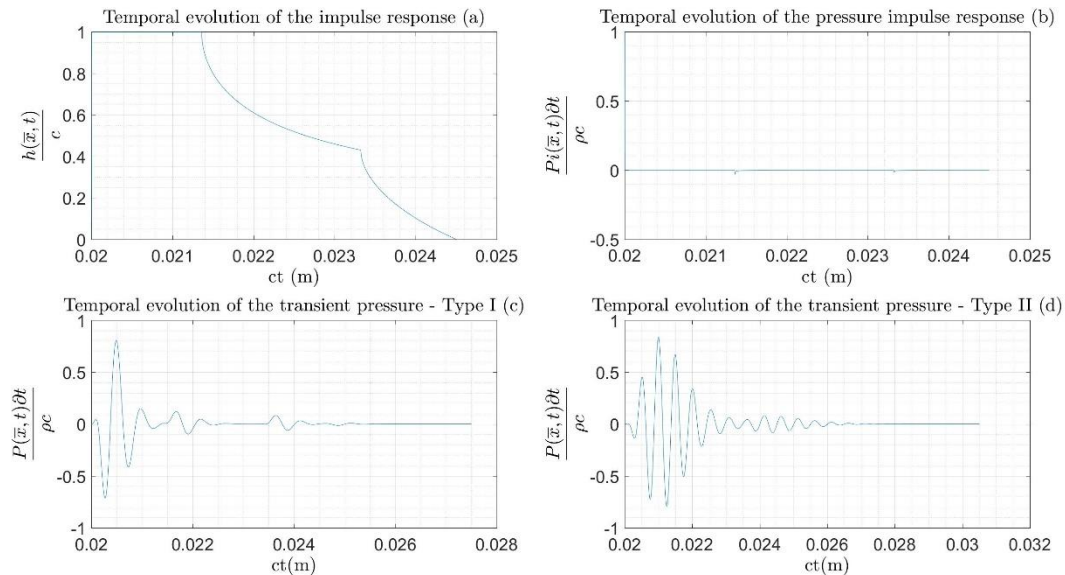


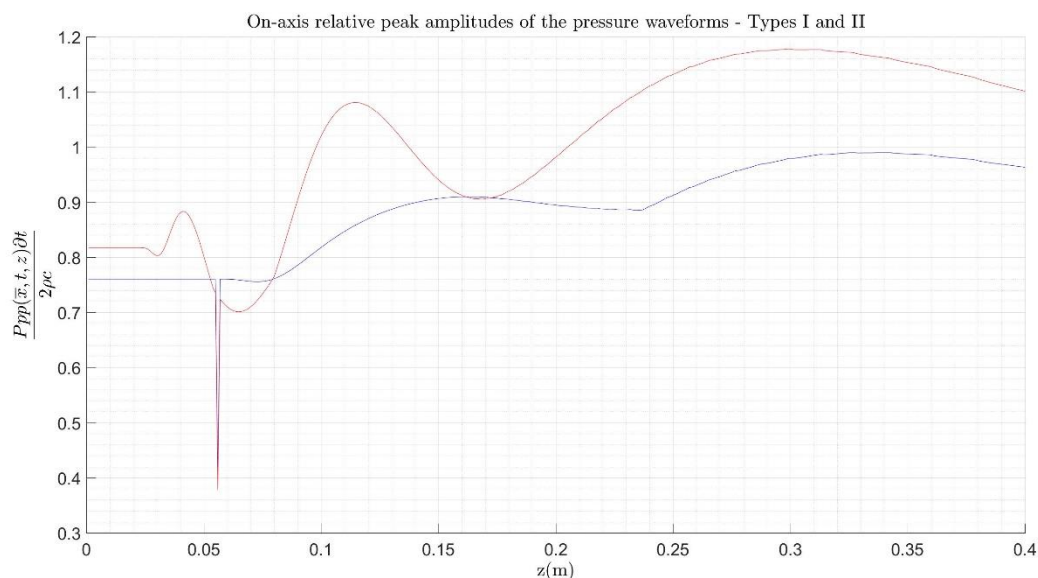
Figura 4.5 – Reprodução e adaptação das formas de ondas das respostas impulsivas e pressão transiente apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992, para o ponto do campo em  $z = 20$  mm, no eixo do transdutor retangular;  $2a = 15$  mm e  $2b = 24$  mm,  $b/a = 1,6$ ; (a)  $\frac{h(\bar{x}, t)}{c}$ , (b)  $\frac{Pi(\bar{x}, t)}{\rho c}$ , e a pressão transiente para os pulsos de excitação (c) tipo I e (d) tipo II.

A figura (4.6) (a) compara as amplitudes de pico das formas de onda de pressão no eixo para as excitações tipo I e tipo II. Apesar dos dados da figura (4.6) (b) conter as mesmas informações da figura anterior, é interessante observar que a diferença está no traço pontilhado, pois em ambas é nitido notar os pontos fora das curvas, o que representa a descontinuidade.

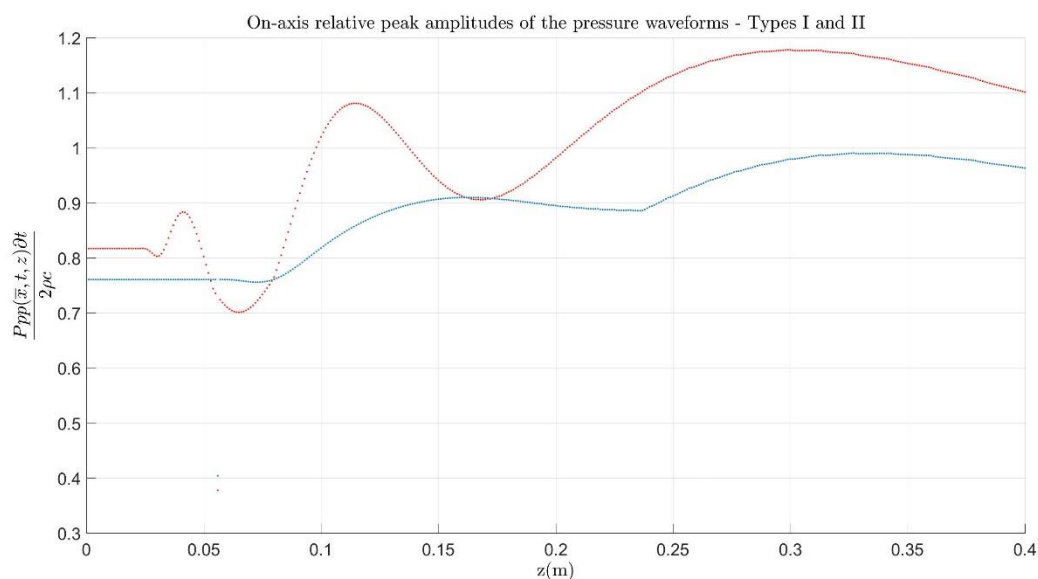


**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**



(a)



(b)

Figura 4.6 – Reprodução e adaptação da comparação das amplitudes de pico das formas de ondas de pressão no eixo para excitação tipo I (Curva azul) e excitação tipo II (Curva vermelha) apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992. As curvas da figura (a) foram traçadas com linha contínua e da figura (b) com pontos.

A figura (4.7) compara as amplitudes de pico e máxima das formas de onda de pressão no eixo para as excitações tipo I e tipo II.





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

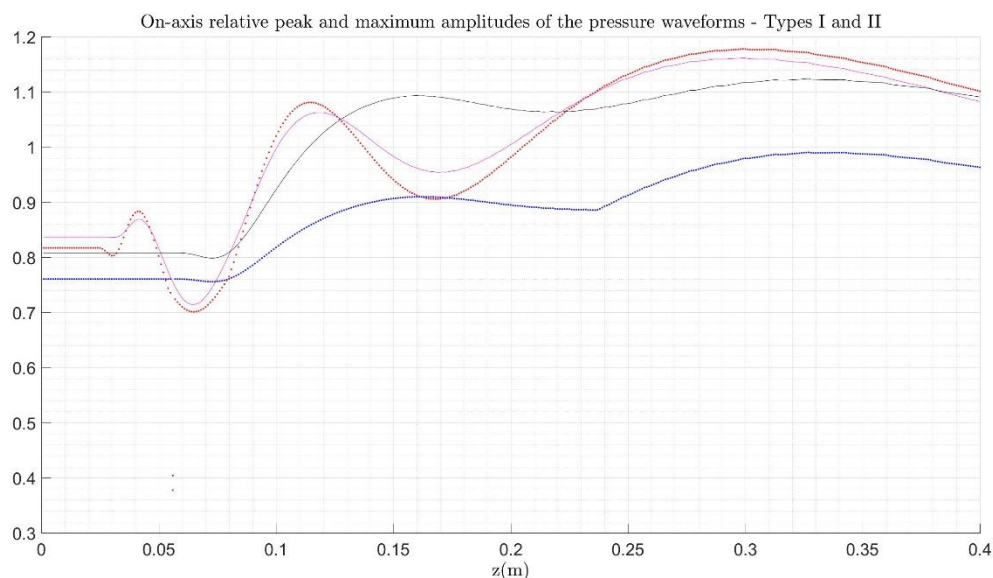
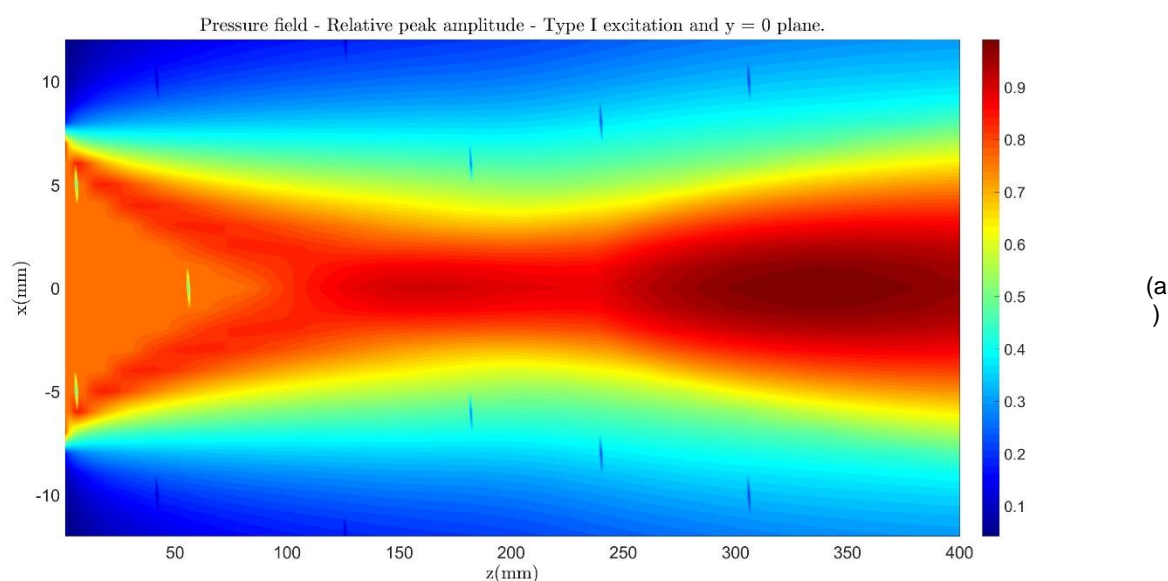


Figura 4.7 – Comparações das amplitudes de pico e máxima das formas de ondas de pressão no eixo para excitação tipo I (curvas pontilhada azul e continua preta) e excitação tipo II (curvas pontilhada vermelha e continua magenta) respectivamente.

As figuras (4.8)-(4.11) ilustram as distribuições bidimensional (a) e tridimensional (b) da amplitude relativa de pico das formas de ondas de pressão no campo próximo de um pistão retangular com a largura de banda do sinal de excitação.





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

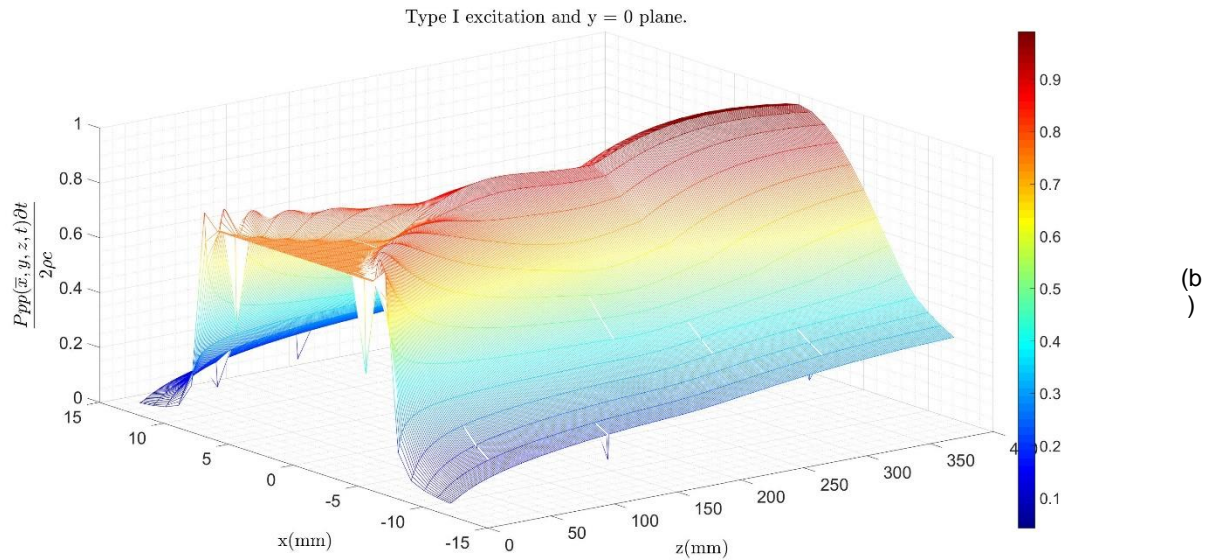
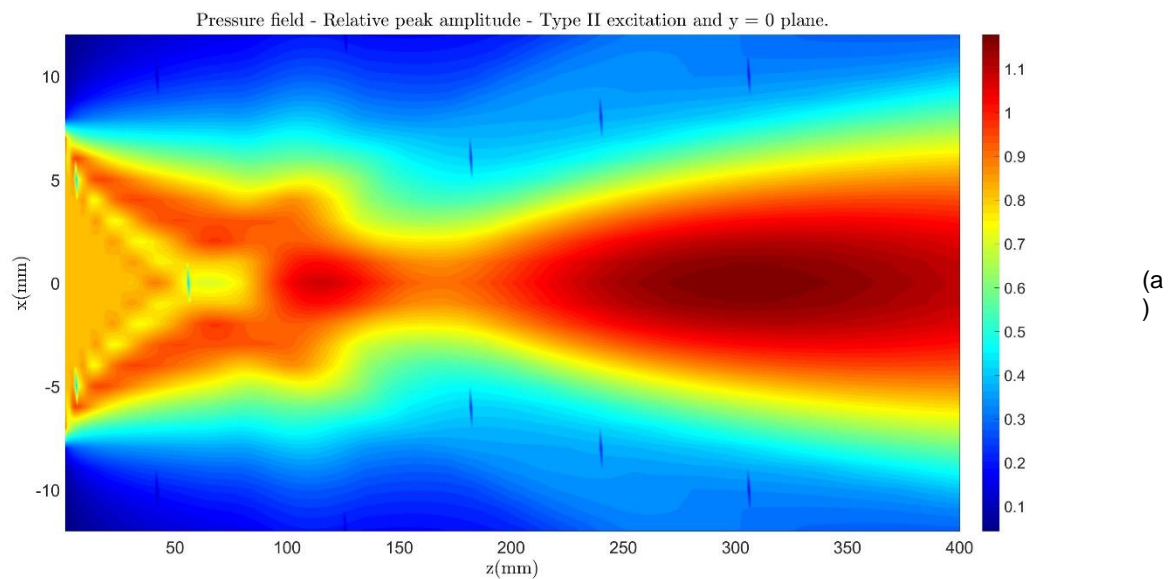


Figura 4.8 – Reprodução e adaptação das distribuições bidimensional (a) e tridimensional (b) da amplitude relativa de pico das formas de ondas de pressão no campo próximo de um pistão retangular com dimensões  $2a = 15$  mm,  $2b = 24$  mm, excitação tipo I e plano  $y = 0$  apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992.







**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

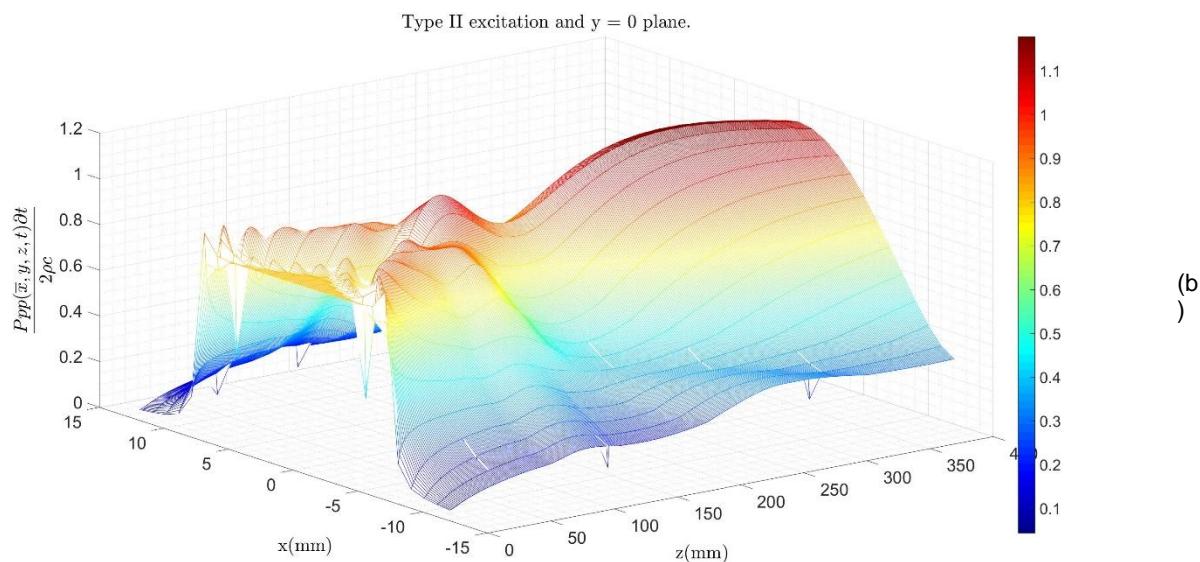
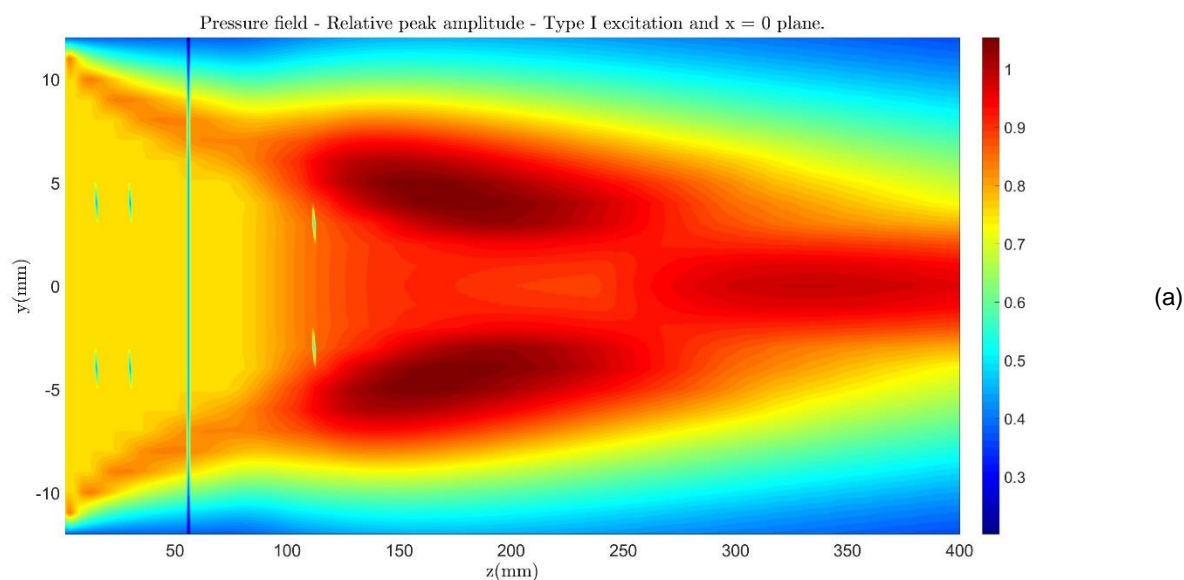


Figura 4.9 – Reprodução e adaptação das distribuições bidimensional (a) e tridimensional (b) da amplitude relativa de pico das formas de ondas de pressão no campo próximo de um pistão retangular com dimensões  $2a = 15$  mm,  $2b = 24$  mm, excitação tipo II e plano  $y = 0$  apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992.





**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

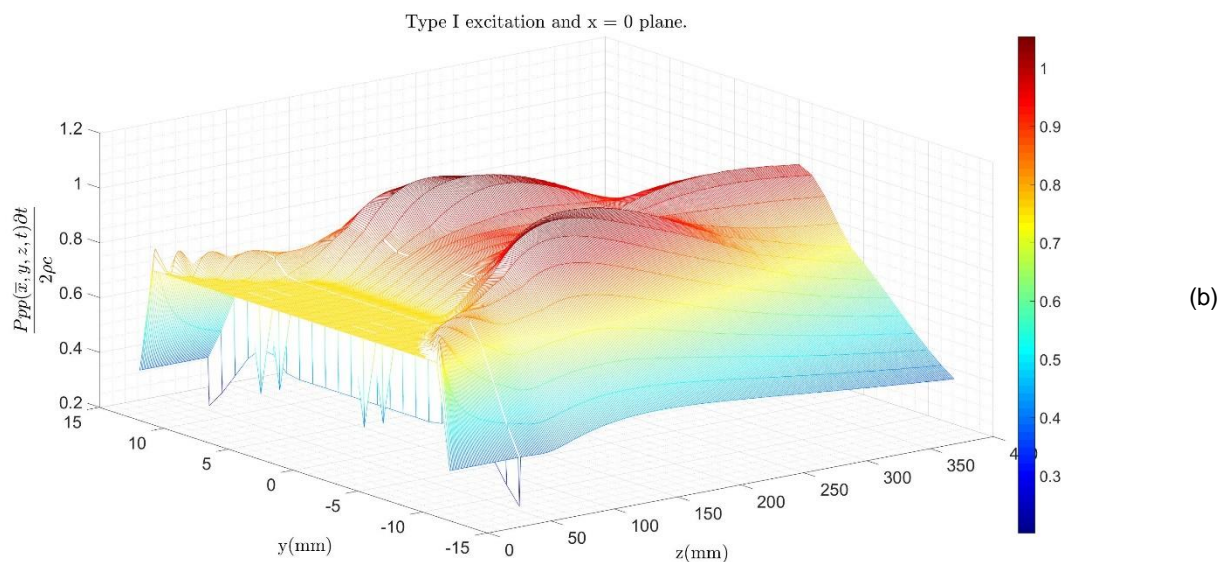
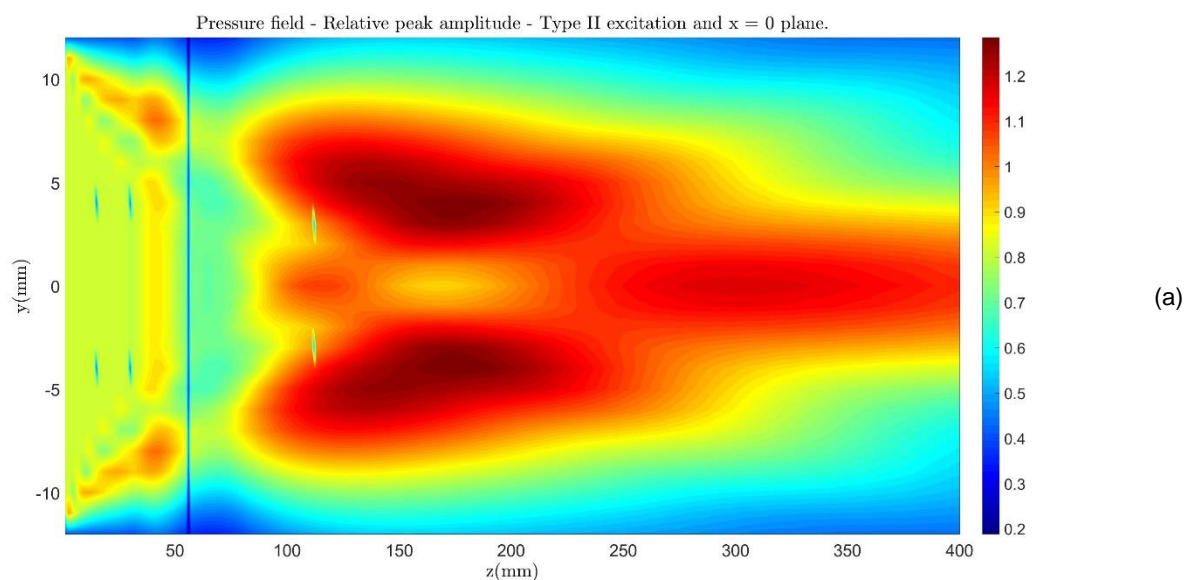
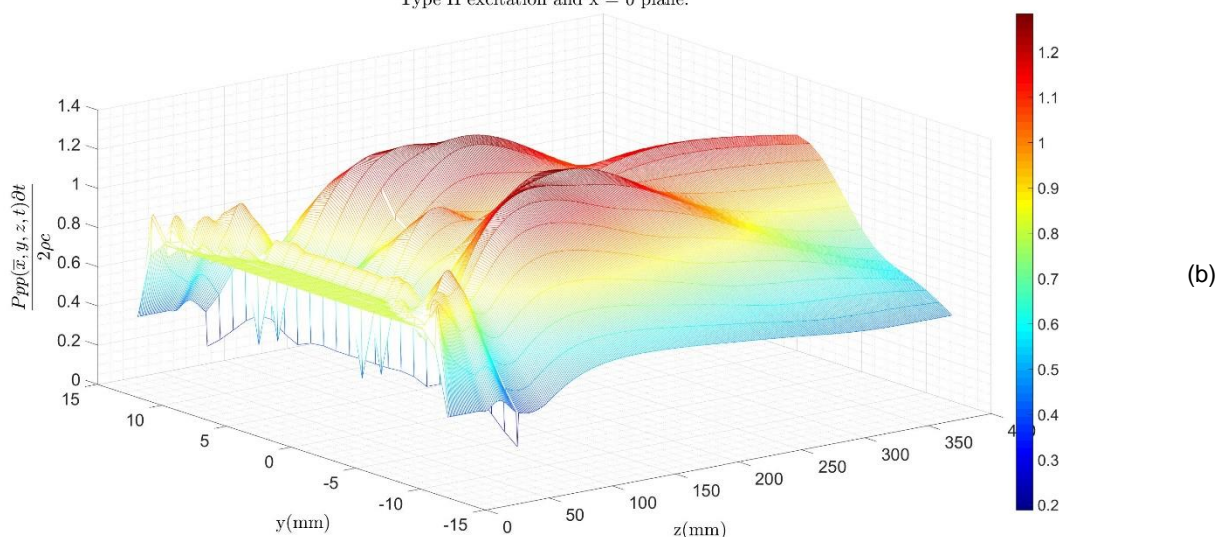


Figura 4.10 – Reprodução e adaptação das distribuições bidimensional (a) e tridimensional (b) da amplitude relativa de pico das formas de ondas de pressão no campo próximo de um pistão retangular com dimensões  $2a = 15$  mm,  $2b = 24$  mm, excitação tipo I e plano  $x = 0$  apresentadas por San Emeterio e Ullate, 1992.



Type II excitation and  $x = 0$  plane.

### 5. Publicações Decorrentes do Trabalho (Submetidas, Aprovadas ou em Análise)

O congresso está programado para os dias 27, 28 e 29 de agosto, e o objetivo é submeter o trabalho até a data limite de 28 de fevereiro de 2018.

[illegible]



**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**PPGEM - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**

---

**Comissão de Coordenação da Pós-Graduação**

**Etapa 1: Disciplinas de pós-graduação**

- Foram cursadas 6 disciplinas de pós-graduação para cumprir os créditos necessários para o programa de mestrado.

Sigla | Disciplina | Período

PME5224 | Processamento de Sinais Aplicado à Engenharia Mecânica | 2015/1º

PMR5234 | Técnica de Ultrassom e suas Aplicações na Indústria e na Medicina | 2015/1º

PME5003 | Análise Modal e Identificação de Estruturas Mecânicas | 2015/2º

PTC5892 | Processamento de Imagens Médicas | 2015/2º

PME5308 | Vibrações Lineares de Sistemas Mecânicos e Aplicações | 2015/3º

PTC5750 | Técnicas Avançadas em Processamento de Imagens Médicas | 2015/3º

**Etapa 2: Revisão bibliográfica**

- A revisão bibliográfica compreenderá o estudo de técnicas de propagação de ondas em líquidos e sólidos e dos fenômenos de reflexão e transmissão com conversão de modos.

**Etapa 3: Implementação dos modelos de propagação de ondas acústicas**

- Implementação de métodos computacionais (resposta impulsiva e representação discreta) para calcular o campo ultrassônico produzido por transdutores circulares (monoelemento) e retangulares (monoelemento e array). As simulações serão realizadas em campos ultrassônicos livres de interfaces e com interfaces planas.
- Estudar as leis do atraso.
- Estudar a transmissão através da interface plana e a influência da conversão de modo entre as ondas longitudinais e as transversais nas discontinuidades dos meios.
- Os resultados dos modelos desenvolvidos serão comparados ao obtidos experimentalmente usando transdutores piezelétricos.

**Etapa 4: Verificação experimental**

- Os resultados da modelagem da propagação de ondas acústicas através de interfaces, desenvolvidos com modelos analítico e numérico, serão analisados por meio de comparações com resultados experimentais. As medições experimentais dos campos acústicos serão feitas com hidrofones pontuais.

**Etapa 5: Elaboração do exame de qualificação**

- Organização dos resultados e elaboração da apresentação do exame de qualificação.

**Etapa 6: Elaboração do texto da dissertação e defesa**

- Esta etapa inclui a elaboração do texto da dissertação e de boletins internos, bem como a publicação de artigos em conferências.