15.5 Alberi ordinati

Un nodo di un albero binario può avere zero, uno o due figli. Viene spontaneo pensare a una struttura dati che superi questa restrizione: dato un insieme di uno o più nodi A, un albero è così definito:

- • un nodo di A è scelto come radice;
- • i rimanenti nodi, se esistono, possono essere ripartiti negli insiemi disgiunti A_1, A_2, ..., A_n, essi stessi definiti come alberi.

Si noti comunque che la definizione data non include l’albero vuoto, come nel caso dell’albero binario; infatti si parte dall’ipotesi che A contenga uno o più nodi. Di nuovo siamo in presenza di una definizione di tipo ricorsivo: i sottoalberi

A_1, A_2, ..., A_n sono a loro volta alberi. Di solito si è interessati ad *alberi ordinati*, dove, oltre alla gerarchia insita nella struttura stessa, esiste un ordinamento tra i nodi presenti a ciascun livello dell'albero (Figura 15.3).

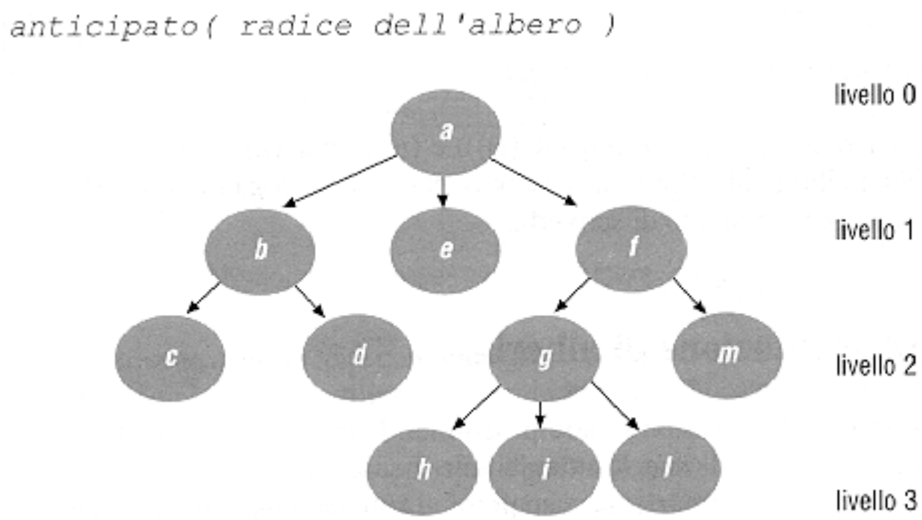

Figura 15.3 Rappresentazione di un albero

Nel caso si definisca l'ordinamento da sinistra verso destra, al livello 2 dell'albero della figura avremmo in sequenza: *c*, *d*, *g*, *m*. Analogamente al caso dell'albero binario, possiamo definire le visite per l'albero ordinato.
La visita in ordine anticipato è descritta da:

```
anticipato( radice dell'albero )
        Visita la radice
        fintantoché ci sono sottoalberi
           anticipato( radice del prossimo sottoalbero )
```

Nel caso dell'albero di Figura 15.3 avremmo: *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *l*, *m*.
La visita in ordine differito è descritta invece da:

```
differito( radice dell'albero )
        fintantoché ci sono sottoalberi
           differito( radice del prossimo sottoalbero )
        Visita la radice
```

Sempre con riferimento all'esempio si avrebbe: *c*, *d*, *b*, *e*, *h*, *i*, *l*, *g*, *m*, *f*, *a*.
Per rappresentare un albero in forma compatta si può utilizzare la rappresentazione parentetica in ordine anticipato, che ha la seguente sintassi:

```
(radice(I sottoalbero)(II sottoalbero) ... (N-esimo sottoalbero))
```

che, se si vuole, è un altro modo per esprimere la visita in ordine anticipato. Naturalmente i sottoalberi sono a loro volta alberi e si può applicare su di essi la stessa rappresentazione. Nel caso dell'esempio di Figura 15.3 abbiamo:

```
(a(albero con radice b)(albero con radice e)(albero con radice f))
```

Applicando nuovamente la stessa regola:

```
(a(b(c)(d))(e)(f(albero con radice g)(albero con radice m)))
```

fino ad arrivare alla rappresentazione completa:

```
(a(b(c)(d))(e)(f(g(h)(i)(l))(m)))
```

Si provi a disegnare gli alberi (*z*(*b*)(*d*)(*e*)(*f*(*r*(*s*)))) e (*t*(*o*(*p*(*y*(*u*(*x*)(*f*(*m*))))))). Naturalmente esiste la possibilità di definire una rappresentazione analoga in ordine differito. Lasciamo al lettore il compito di scriverla.