Signal Analyse

Hannes Reindl
01532129

November 29, 2019

Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

a) Herleitung der Transferfunktion

$$y''(t) + \frac{d}{m} \cdot y'(t) + \frac{c}{m} \cdot y(t) = \frac{1}{m} \cdot F(t) \quad |\mathcal{L}\{\}$$

$\rightarrow$ für $y(0) = 0$ und $y'(0) = 0$

$$s^2 \cdot Y(s) + s \cdot \frac{d}{m} \cdot Y(s) + \frac{c}{m} \cdot Y(s) = \frac{1}{m} \cdot F(s)$$

$$Y(s) \cdot \left[s^2 + s \cdot \frac{d}{m} + \frac{c}{m}\right] = \frac{1}{m} \cdot F(s)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{m}}{s^2 + s \cdot \frac{d}{m} + \frac{c}{m}}$$

Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

Bestimmen des State Space Model

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{A} \cdot x + \mathbf{b} \cdot u$$
$$y = \mathbf{c}^T \cdot x + d \cdot u$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{0 \cdot s + \frac{1}{m}}{s^2 + s \cdot \frac{d}{m} + \frac{c}{m}} = \frac{b_1 \cdot s + b_0}{s^2 + a_1 \cdot s + a_0} + b_2$$

Wir wissen: 1.Normalform

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 \end{bmatrix} \qquad d = b_2$$

Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

State Space Model:

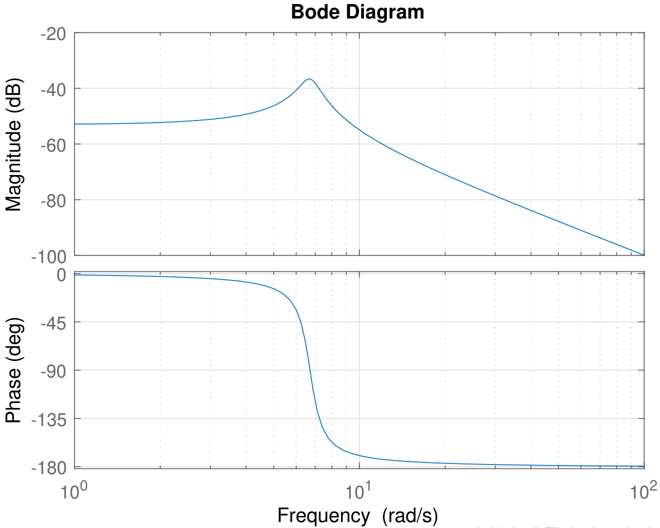
$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c}{m} & -\frac{d}{m} \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot F$$

$$y = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 \end{bmatrix} \cdot x + 0 \cdot F$$

Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

Plot des Frequenzgangs (`bode()`)

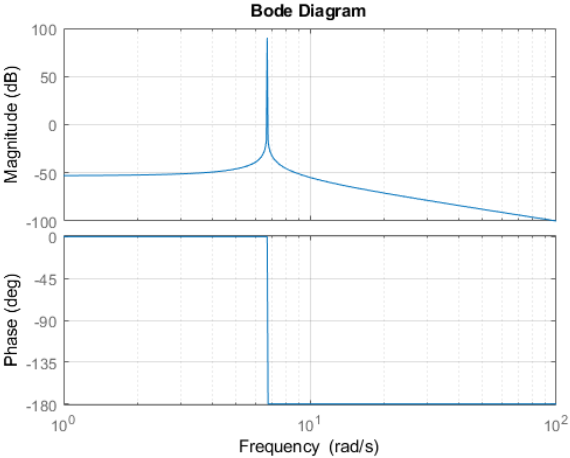
für $m = 10\ \mathrm{kg}$, $c = 450\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$, $d = 10\ \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}$



Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

Plot des Frequenzgangs

für $d = 0\ \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}$



Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

b) Wahl der Abtastperiode T_d

Für die Wahl der Abtastperiode T_d wurde die ungefähre Grenzfrequenz Ω_G aus den Plot gelesen:

$$\Omega_G = 10\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

und mit der gegebenen Heuristik

$$\frac{\pi}{20\,\Omega_G} < T_d < \frac{\pi}{10\,\Omega_G} \tag{1}$$

wurde T_d berechnet:

$$T_d = \frac{\pi}{20\,\Omega_G} = 0.0157\ \mathrm{s} \tag{2}$$

c) Ermitteln des Frequenzgangs durch eingeschwungenen Zustand

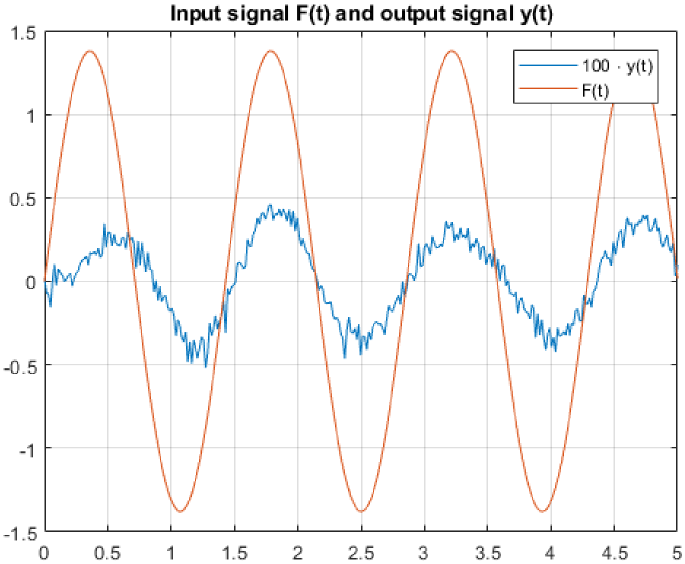
Lösung für eingeschwungenen Zustand:

$$y(t) = \hat{F}|H(j\Omega)|sin(\Omega t + \sphericalangle H(j\Omega)) \tag{3}$$

Betrag und Argument des Systems eindeutig in Gesamtlösung vertreten.
Durch anlegen von Sinussignalen mit variierender Frequenz, kann der Frequenzgang bestimmt werden.

Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

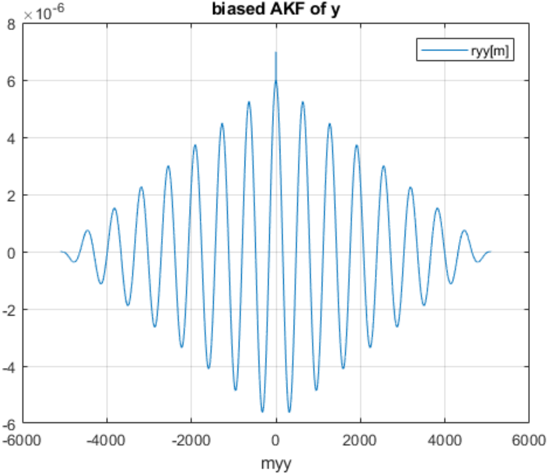
c) Ermitteln des Frequenzgangs durch eingeschwungenen Zustand



Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

c) Berechnung der Amplitude (`xcorr()`)

wir wissen: Autokorrelatiosnfunktion an der stelle 0 ($rxx[0]$) entspricht der addierten Signal- und Rauschleistung



Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

c) Berechnung der Amplitude ff

Wir wissen auch die Varianz des überlagerten Rauschen $\sigma_w = 0.001$. Um nun die reine Signalleistung zu erhalten, wird die Rauschleistung ($\hat{=}\sigma_w^2$) subtrahiert. Um von der Signalleistung nun auf die Amplitude zu kommen, wird von dieser die Wurzel gezogen und mit $\sqrt{2}$ multipliziert (weil Sinus) damit der Sptzenwert berechnet wird. Zum Schluss wird noch die Aus- und Eingangamplitude in Verhältnis gesetzt und man erhält $|H(j\Omega)|$ für ein Omega.

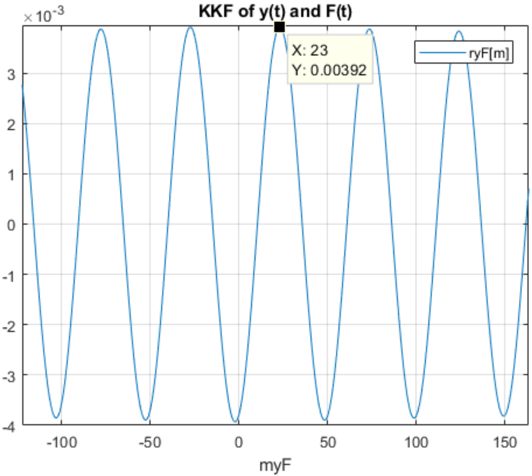
$$|H(j\Omega)|_{\Omega=\Omega_0} = \frac{\hat{y}}{\hat{F}} \tag{4}$$

Dies wird für alle Frequenzen im gewünschten Frequenzbereich wiederholt.

Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

c) Berechenen des Phasengangs (`xcorr()`)

Für die Berechnung der Phasenverschiebung wird die KKF von von Ein- und Ausgangssignal genutzt.



Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

c) Berechenen des Phasengangs ff

Das nächste Maximum von 0 entspricht der Phasenverschiebung in Samples. Mithilfe der Abtastperiode T_d kann der Zeitunterschied Δt berechnet werden und über

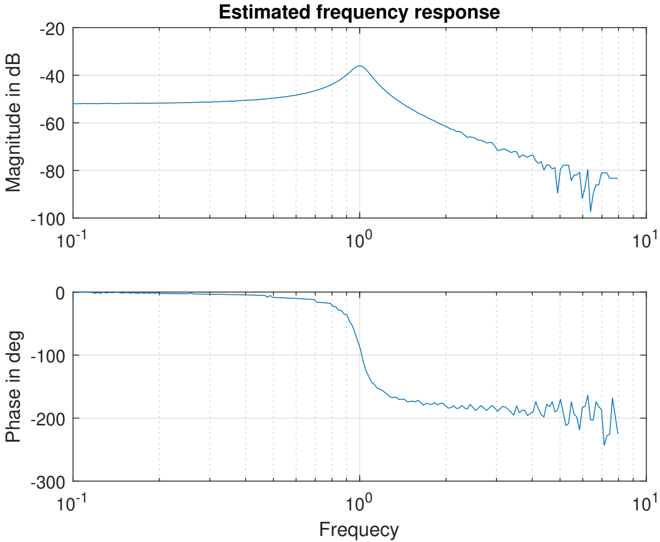
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{360 \text{ Grad}} \tag{5}$$

die Phasenverschiebung φ.

Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

c) Frequenzgang durch eingeschwungenen Zustand

Überlagertes Rauschen hat keinen großen Einfluss.



d) Frequenzgang durch weißes Rauschen

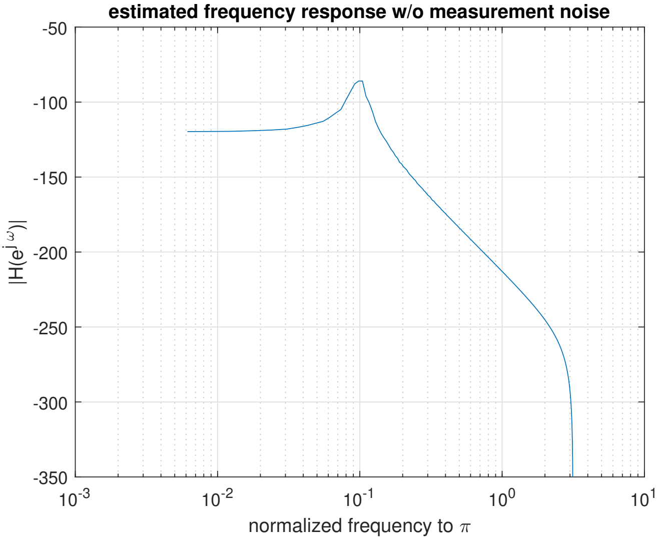
Betrag des Frequenzgangs wurde mithilfe der Wiener-Lee aka Super Formula berechnet.
Diese ist:

$$|H(e^{j\,\omega}| = \sqrt{\frac{S_{yy}(e^{j\,\omega})}{S_{xx}(e^{j\,\omega})}} \tag{6}$$

Die Power Spectral Density(PSD) $S(e^{j\,\omega})$ wurde mithilfe der Matlabfunktion `pwelch()` bzw. `cpsd()` berechnet.

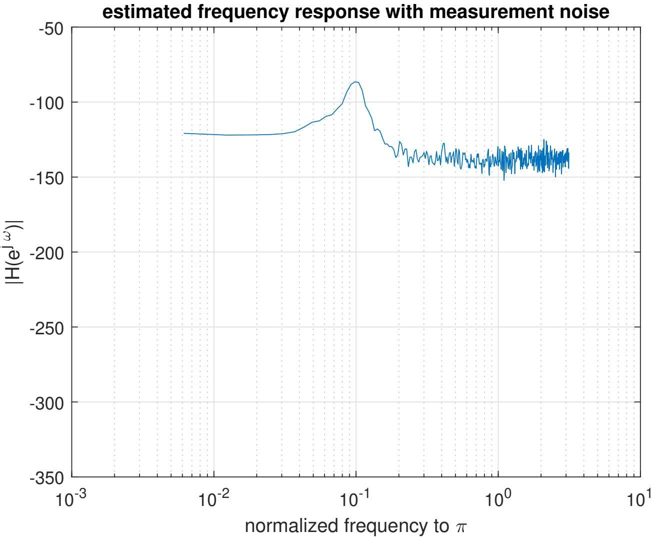
Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

d) Frequenzgang durch weißes Rauschen



Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

d) Frequenzgang durch weißes Rauschen



Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

e) Coherence

Formel:

$$\gamma_{xy}(e^{j\,\omega}) = \frac{|S_{xy}(e^{j\,\omega})|^2}{S_{xx}(e^{j\,\omega}) \cdot S_{yy}(e^{j\,\omega})} \tag{7}$$

Wenn das System linear ist, kann die Formel vereinfacht werden:

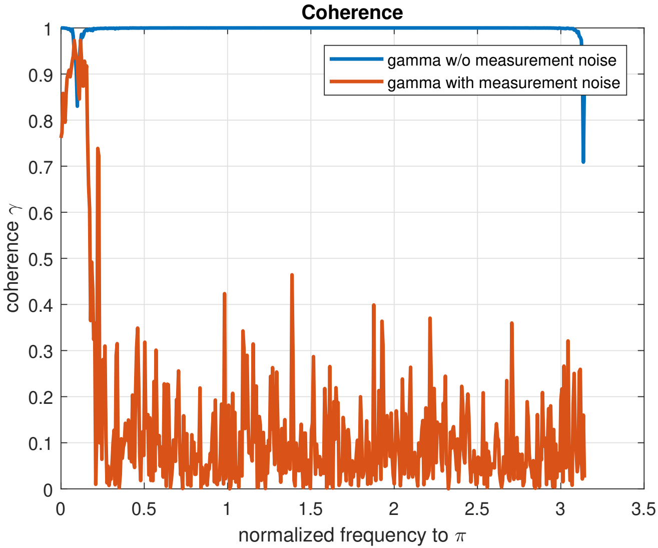
$$\gamma_{xy}(e^{j\,\omega}) = \frac{|H(e^{j\,\omega}) \cdot S_{xx}(e^{j\,\omega})|^2}{S_{xx}(e^{j\,\omega}) \cdot |H(e^{j\,\omega})|^2 \cdot S_{xx}(e^{j\,\omega})} \tag{8}$$

Da die AKF symmetrisch ist bzw. nur gerade Anteile hat ist die DTFT davon rein reel. Die Betragsstriche um S_{xx} können somit weggelassen werden und die Coherence γ berechnet sich zu:

$$\gamma_{xy}(e^{j\,\omega}) = \frac{|H(e^{j\,\omega})|^2}{|H(e^{j\,\omega})|^2} = 1; \tag{9}$$

Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

e) Coherence



Beispiel 1: Stochastic Process/ System Identification

e) Coherence for $F(t) = k \cdot t \cdot u(t)$